

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Romario de Jesus Nazaré

Controle por Modos Deslizantes Aplicado a um Conversor Boost Intercalado Bidirecional de Três Células

Dissertação de Mestrado

Salvador 2024

Universidade Federal da Bahia Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Romario de Jesus Nazaré

Controle por Modos Deslizantes Aplicado a um Conversor Boost Intercalado Bidirecional de Três Células

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Escola Politécnica, Universidade Federal da Bahia, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica

Orientador: José R. Pinheiro Co-orientador: André P. N. Thaim

Área de Concentração: Processamento da Informação

e Energia

Linha de Pesquisa: Sistemas de Potência

Salvador, Bahia, Brasil Romario de J. Nazaré, Fevereiro de 2024

 $Dedico\ este\ trabalho\ a\ Deus\ e\ a\ minha\ família.$

O temor do Senhor é o princípio da sabedoria, e o conhecimento do Santo é entendimento. $(PV 9.10\ NVI)$

Bíblia Sagrada

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus porque até aqui Ele tem me ajudado. A minha família por todo carinho e apoio que sempre me deram. Ao meu orientador professores Dr. José Renes Pinheiro e a meu co-orientador professor Dr. André Pires Nóbrega Thaim, por toda ajuda que me deram durante todo esse processo. A todos os colegas/amigos e professores que integram e que um dia integraram o Laboratório de Eficiência Energética e Ambiental (LABEFEA) por todo auxílio que em algum momento me deram. Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFBA. A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa de estudos.

Resumo

A sociedade mundial vem passando por um processo de eletrificação, acarretando um aumento na demanda de conversores estáticos de potência. Sendo assim, faz-se necessário o estudo e projeto dos conversores, assim como de técnicas de controle voltadas a sua regulação. Esse trabalho propõe a modelagem matemática do conversor boost intercalado bidirecional de três células, um projeto de sistema de controle clássico contínuo e discretizado, bem como uma metodologia de projeto de sistemas de controle por modos deslizantes, ambos aplicados ao conversor boost intercalado.

A falta de informação temporal na lei de controle por modos deslizante é uma das dificuldades encontradas para sua implementação com o intuito de regular conversores intercalados, haja vista que a corrente em cada uma das células do conversor exige uma defasagem de $\frac{360^{\circ}}{n}$, onde n corresponde ao número de células. Isso também é um contratempo a garantir uma frequência de operação fixa e predeterminadas. Os trabalhos apresentados sobre regulação de conversores intercalados por meio de controladores de estrutura variável normalmente carecem de compreensão da metodologia de projeto do controlador e das limitações para obtenção de uma frequência fixa de operação e defasagem das correntes.

Nesse trabalho, detalha-se a metodologia de controle por modos deslizantes visando facilitar a sua compreensão a partir da análise da disposição da corrente nas células do conversor. Desenvolveu-se então um método geométrico matemático, evidenciando os ganhos estáticos possíveis para o conversor intercalado e as limitações de sua utilização.

Por fim, são apresentados os resultados de simulação que atestam a eficácia da metodologia do projeto de controladores por modos deslizantes para conversores intercalados e suas limitações.

Palavras-chaves: conversor boost intercalado, modelagem matemática de conversores, controle de conversores intercalados, controle por modos deslizantes.

Abstract

Global society has been going through a process of electrification, resulting in an increase in the demand for static power converters. Therefore, it is necessary to study and design converters, as well as control techniques aimed at regulating them. This work proposes the mathematical modeling of the three-cell bidirectional interleaved boost converter, a continuous and discretized classical control system design, as well as a sliding mode control system design methodology, both applied to the interleaved boost converter.

The lack of temporal information in the sliding mode control law is one of the difficulties encountered in its implementation with the aim of regulating interleaved converters, given that the current in each of the converter cells requires a phase shift of $\frac{360^{\circ}}{n}$, where n corresponds to the number of cells. This is also a setback to ensuring a fixed and predetermined operating frequency. The works presented on the regulation of interleaved converters, using variable structure controllers, such as sliding mode control, usually lack understanding of the controller design methodology and the limitations for obtaining a fixed operating frequency and current phase shift.

In this work, the sliding mode control methodology is detailed in order to facilitate its understanding based on the analysis of the current arrangement in the converter cells. A mathematical geometric method was then developed, highlighting the possible static gains for the interleaved converter and the limitations of its use.

Finally, simulation results are presented that attest to the effectiveness of the sliding mode controller design methodology for interleaved converters and its limitations.

Keywords: interleaved boost converter, mathematical modeling of converters, interleaved converter control, sliding mode control.

Lista de Figuras

1.1	Áreas de atuação da eletrônica de potência	3
1.2	Representação gráfica de uma interface feita por conversor de potência.	3
1.3	Diagrama elétrico do conversor $boost$ convencional e do conversor $boost$	
	intercalado de três células	5
1.4	Diagrama elétrico do conversor $boost$ intercalado bidirecional de três células.	5
2.1	Diagrama de blocos da técnica de controle mestre - escravo	10
2.2	Diagrama de blocos da técnica de controle por central de corrente	11
2.3	Diagrama de blocos da técnica de controle por malhas em cascata	12
3.1	Sinais de controle e formas de onda das corrente nos indutores do conver-	
	sor $boost$ intercalado de três células	17
3.2	Gráfico comparativo de tensão sobre o capacitor	26
3.3	Gráfico comparativo das correntes nos indutores	27
3.4	Gráfico comparativo de resposta em frequência da malha de tensão sobre	
	o capacitor	28
3.5	Resposta em frequência da malha de corrente nos indutores	28
4.1	Diagrama de blocos do sistema de controle proposto	31
4.2	Gráfico comparativo de resposta em frequência de malha aberta para as	
	malhas de corrente	32
4.3	Gráfico comparativo de resposta em frequência em malha aberta para	
	$G_{v_c}(s)^*$	34
4.4	Comportamento da tensão de saída e corrente nos indutores ante variação	
	de carga (controle contínuo)	36

Lista de Figuras viii

4.5	Comportamento da corrente nos indutores ante variação de carga (con-	
	trole discretizado)	37
5.1	Representação das etapas de controle por modos deslizantes	39
5.2	Diagrama de controle para um conversor $boost$ intercalado de três células.	41
5.3	Diagrama elétrico do conversor $boost$ intercalado bidirecional	42
5.4	Histerese da corrente no indutor da primeira célula	45
5.5	Histerese das correntes nos indutores da primeira e segunda célula	47
5.6	Condição existência desejada	49
5.7	Análise geométrica - matemática das correntes nos indutores	50
5.8	Análise geométrica - matemática das correntes nos indutores para o pri-	
	meiro caso	51
5.9	Análise geométrica - matemática das correntes nos indutores para o se-	
	gundo caso	52
5.10	Análise geométrica - matemática das correntes nos indutores para o ter-	
	ceiro caso	54
5.11	Análise geométrica - matemática das correntes nos indutores para o quarto	
	caso	55
5.12	Análise geométrica - matemática das correntes nos indutores para o quinto	
	caso	56
6.1	Diagrama de controle por modos deslizantes com o compensador PI $$. $$.	59
6.2	Comportamento da tensão de saída e corrente nos indutores ante variação	
	de carga (cenário 01)	60
6.3	Comportamento da tensão de saída e corrente nos indutores ante variação	
	de carga (cenário 02)	62
6.4	Comportamento da tensão de saída e corrente nos indutores ante variação	
	de carga (cenário 03)	63
6.5	Comportamento da tensão de saída e corrente nos indutores ante variação	
	de carga (cenário 04)	64
6.6	Comportamento da tensão de saída e corrente nos indutores ante variação	
	de carga (cenário 05)	66

ix Lista de Figuras

6.7	Comportamento da tensao de saida e corrente nos indutores ante variação						
	de carga (cenário 06)	67					
A.1	Diagrama de blocos do modelo comutado	75					
A.2	Diagrama de blocos do modelo comutado	76					
A.3	Diagrama de blocos do modelo médio	77					
A.4	Diagrama de blocos do modelo médio	78					
B.1	Diagrama do Conversor <i>Boost</i> Intercalado	79					
C.1	Diagrama elétrico do conversor e sistema de controle por modos deslizante	80					
C.2	Diagrama elétrico do conversor e sistema de controle por modos deslizante	81					

Lista de Tabelas

1.1	Demanda mundial de eletricidade por região e cenário, 2010 - 2050 (TWh).	2
3.1	Parâmetros utilizados para as simulações e modelos do conversor $boost$	
	intercalado	25
4.1	Constantes dos Compensadores	35
6.1	Parâmetros utilizados nas simulações do conversor boost intercalado	58
6.2	Cenários de simulação	58
6.3	Tabela de resultados	68

Sumário

1 Introdução					
	1.1	Motiv	ação	1	
	1.2	Defini	ção do Problema	6	
	1.3	Objeti	ivo e Contribuições	6	
	1.4	Estrut	cura do Documento	7	
	1.5	Public	eações	7	
2	Rev	risão B	Bibliográfica	9	
	2.1	Técnio	cas de Controle Lineares	9	
		2.1.1	Controle Mestre - Escravo	9	
		2.1.2	Controle por Central de Corrente	10	
		2.1.3	Controle por Malha em Cascata	11	
		2.1.4	Controle por Limite Máximo de Corrente	12	
	2.2	Técnic	cas de Controle Não Lineares	13	
		2.2.1	Controle por Histerese	13	
		2.2.2	Controle por Modos Deslizantes	13	
3	Mo	delage	m do Conversor $Boost$ Intercalado Bidirecional	16	
	3.1	Princí	pio de Funcionamento	16	
	3.2	Model	os Matemáticos	18	
		3.2.1	Modelo Comutado	18	
		3.2.2	Modelo Médio	20	
		3.2.3	Modelo Médio Linearizado	21	
	3.3	Anális	se Comparativa Entres os Modelos e as Funções de Transferência	25	

Sumário xii

4	Cor	trole (Clássico Aplicado ao Conversor $Boost$ Intercalado	30				
	4.1	Contro	ole Contínuo	30				
		4.1.1	Malha das Correntes	31				
		4.1.2	Malha de Tensão	32				
	4.2	Contro	ole Discretizado	33				
	4.3	Result	ados de Simulação	34				
5	Cor	itrole p	por Modos Deslizantes	38				
	5.1	Princí	pio de Funcionamento	38				
	5.2	Projet	o do Controlador	40				
	5.3	Condi	ção para Existência da Defasagem entre as Correntes	48				
	5.4	Anális	e Geométrica - Matemática	49				
	5.5	Pontos	s de Operação	50				
		5.5.1	Caso 01: $\phi < \mathbf{t_{on}} (\mathbf{t_{on}} > \mathbf{t_{off}}) \dots \dots \dots$	50				
		5.5.2	Caso 02: $\phi = \mathbf{t_{on}} (\mathbf{t_{on}} < \mathbf{t_{off}}) \dots \dots \dots$	52				
		5.5.3	Caso 03: $\phi < \mathbf{t_{on}} (\mathbf{t_{on}} < \mathbf{t_{off}}) \dots \dots \dots$	53				
		5.5.4	Caso $04 \phi > \mathbf{t_{on}} (\mathbf{t_{on}} < \mathbf{t_{off}}) \dots \dots \dots \dots \dots \dots$	55				
		5.5.5	Caso 05 $\phi < \mathbf{t_{on}}$ $(\mathbf{t_{on}} = \mathbf{t_{off}})$	56				
		5.5.6	Caso 06: $\phi > \mathbf{t_{on}} (\mathbf{t_{on}} > \mathbf{t_{off}}) \dots \dots \dots$	57				
6	Res	Resultados e Discussões						
		6.0.1	Cenário 01	59				
		6.0.2	Cenário 02	61				
		6.0.3	Cenário 03	61				
		6.0.4	Cenário 04	63				
		6.0.5	Cenário 05	65				
		6.0.6	Cenário 06	65				
7	Cor	ıclusõe	es e Trabalhos Futuros	69				
R	eferê	ncias E	Bibliográficas	71				
\mathbf{A}	Dia	grama	de Blocos dos Modelos	75				

xiii	Sumário
B Diagrama Elétrico do Conversor	79
C Estrutura de Controle por Modos Deslizantes	80
D Algoritmos Utilizados nos Blocos de Histerese	82

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

A demanda global de eletricidade cresce a cada ano. Segundo dados da IEA (2022), no ano 2021, a demanda global foi de 24.700 TWh, correspondendo a um aumento de 6% em relação ao ano anterior. Ainda de acordo com a IEA (2022), no cenário proposto pela Stated Policies Scenario (STEPS), a demanda mundial de eletricidade terá um aumento anual de 2,4%, atingido valores acima de 30.600 TWh no ano de 2030. Após ano 2030, o prognóstico de aumento é de 1,8% ao ano, o que acarretará em uma demanda superior a 43.700 TWh no ano de 2050.

Em um outro cenário menos conservador, proposto pela Announced Pledges Scenario (APS), o crescimento da demanda anual será de 2,7% após o ano de 2030, alcançando aproximadamente 54.000 TWh no ano de 2050. Mais informações sobre a demanda global de eletricidade e as estimativas para os anos de 2030 e 2050, podem serem vistas na Tabela 1.1.

Em relação ao ano vigente, segundo IEA (2023), haverá um aumento de 2,6% na demanda mundial de eletricidade em relação ao ano anterior, atingindo uma média de crescimento de 3,2% entre os anos de 2024 e 2025.

Alguns fatores impulsionam o crescimento da demanda de energia elétrica mundial. Dentre eles podemos citar o crescimento econômico de países em desenvolvimento, o processo de descarbonização dos setores de transporte, indústria e aquecimento, que

Tabela 1.1: Demanda mundial de eletricidade por região e cenário, 2010 - 2050 (TWh).

			\mathbf{STEP}		APS	
	2010	2021	2030	2050	2030	2050
América do Norte	4632	4852	5266	6830	5544	8786
Estados Unidos	3880	4004	4281	5482	4529	7187
América Central e do Sul	932	1097	1308	2168	1447	2940
Brasil	451	541	622	985	637	1138
Europa	3567	3645	4182	5060	4639	6561
União Europeia	2574	2608	2922	3327	3271	4348
África	570	707	994	2041	1128	3355
África do Sul	214	194	229	365	248	494
Oriente Médio	709	1064	1372	2430	1343	2878
Eurásia	985	1181	1291	1669	1280	1652
Ásia Pacífico	7154	12164	16208	23475	16371	27368
China	3659	7556	9969	12868	9940	14504
Índia	717	1273	2117	4293	2107	5314
Japão	1071	934	893	922	952	1153
Sudeste da Ásia	607	1037	1537	2848	1580	3214
Demanda Global de Eletricidade	18548	24700	30621	43672	31752	53810

Fonte: Adaptado de IEA (2022)

sucede nos países de economia mais avançada (IEA, 2023).

Diante das informações supracitadas, nota-se que as mudanças vigentes na sociedade acarretam em um ambiente propício para a atuação e desenvolvimento da eletrônica de potência, tornando-a cada vez mais presente no dia a dia da população.

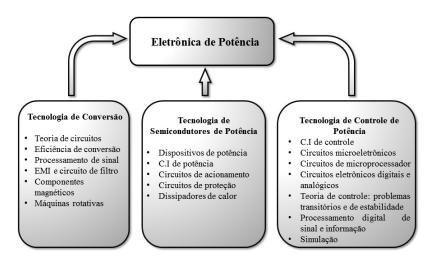
Em síntese, pode-se dizer que a eletrônica de potência se refere ao emprego de circuitos e dispositivos semicondutores de potência para regulação e conversão da energia elétrica. De natureza multidisciplinar, ela abrange as seguintes subáreas da engenharia elétrica: eletrônica, potência e controle (Batarseh and Harb, 2018). Na Figura 1.1 encontra-se uma representação esquemática do que foi mencionado no parágrafo.

Os circuitos eletrônicos de potência controlam ou modificam uma forma de tensão ou corrente de determinado tipo ou nível, em outro, utilizando para tal feito dispositivos semicondutores como interruptores, sendo esse o motivo de serem denominados de conversores (Hart, 2016). A Figura 1.2 retrata o funcionamento de um conversor. A entrada do conversor é ligada a uma determinada fonte de tensão ou corrente e em sua saída temos determinados valores de tensão ou corrente modificados e controlados que são entregues à carga.

Por via de regra, há quatro circuitos de conversão possíveis, utilizados na maioria dos circuitos de eletrônica de potência contemporâneos. Eles são os de entrada CA e

3 1.1. Motivação

Figura 1.1: Áreas de atuação da eletrônica de potência.



Fonte: Adaptado de Batarseh and Harb (2018)

Figura 1.2: Representação gráfica de uma interface feita por conversor de potência.



Fonte: Adaptado de Hart (2016)

saída CA, entrada CA e saída CC, entrada CC e saída CA e entrada CC e saída CC (Batarseh and Harb, 2018).

No que diz respeito a suas finalidades, os sistemas formados pelos circuitos eletrônicos de potência atuais, apresentam as funções de retificação (quando a entrada do sistema é CA saída é CC), inversão (quando a entrada do sistema é CC e a sua saída é CA), conversão (quando a entrada do sistema é CC e sua saída também é CC), clicloversão ou controladores CA(quando a entrada do sistema é CA e sua saída também é CA) (Hart, 2016), (Batarseh and Harb, 2018).

Um dos conversores CC-CC amplamente utilizado é o conversor elevador de tensão, também conhecido como conversor boost ou step up. Ele corresponde a um circuito de conversão em que a tensão média da saída é acima do valor da tensão de entrada. Suas principais aplicações são: o acionamento do motor de corrente contínua com fre-

nagem regenerativa, retificadores com elevado fator de potência e fontes de alimentação (Barbi and Martins, 2000).

Em algumas aplicações, os valores de tensão e corrente exigidos estão acima dos suportados pelos dispositivos semicondutores disponíveis. Uma das soluções para este problema é a associação de dispositivos em série, para elevados valores de tensão, ou em paralelo, para elevados valores de corrente. Existindo ainda a possibilidade de associação em série ou paralelo de conversores ou células de comutação para operações que exigem elevados níveis de tensão ou corrente. Esse artifício garante melhoria na confiabilidade da associação dos dispositivos semicondutores envolvidos (Braga and Barbi, 2000).

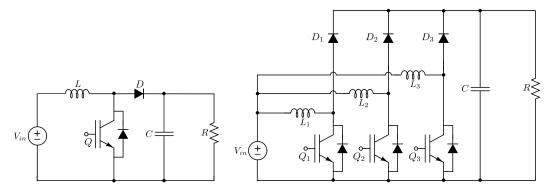
A associação de conversores em paralelo, denominada de intercalada, foi um artifício técnico utilizado com o intuito de superar as limitações tecnológicas dos componentes. Trata-se da interligação de diversos conversores trabalhando com o mesmo valor de frequência de comutação, porém com defasagem nos pulsos de disparo, tendo como um dos seus benefícios a distribuição das correntes entre as células em paralelo do circuito (Braga and Barbi, 2000).

O boost intercalado corresponde a uma associação paralela de múltiplos conversores boost, controlados com os mesmos valores de frequência de comutação, porém com uma defasagem de acionamento $\frac{360^{\circ}}{n}$ em cada conversor, sendo n o número de conversores que o compõe. Essa associação apresenta alguns benefícios como: o cancelamento de harmônicos na tensão de saída, aumento aparente da frequência de comutação (diminuição dos componentes passivos para filtragem), maior eficiência e confiabilidade (Coruh et al., 2011), (Pereira et al., 2019). Existe ainda o conversor boost intercalado bidirecional, que difere do conversor boost intercalado graças a utilização de interruptores bidirecionais no lugar dos diodos, permitindo assim o fluxo de potência em os ambos os sentidos. O diagrama elétrico de um conversor boost convencional e um conversor boost intercalado bidirecional de três células, bem como o diagrama elétrico do conversor boost intercalado bidirecional de três células podem serem vistos por meio das Figuras 1.3 e 1.4.

Na teoria de controle, os métodos de controle podem ser classificados entre controle clássico e moderno (Mumtaz et al., 2021). O controle clássico ocupa-se com os sistemas lineares de características SISO (Single Input Single Output), ou seja, de uma única entrada e uma única saída. Os sistemas são modelados pelas transformadas de

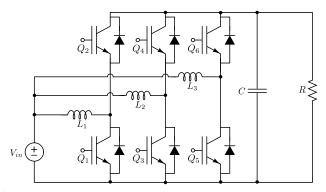
5 1.1. Motivação

Figura 1.3: Diagrama elétrico do conversor boost convencional e do conversor boost intercalado de três células.



Fonte: Autoria própria

Figura 1.4: Diagrama elétrico do conversor boost intercalado bidirecional de três células.



Fonte: Autoria própria

Laplace e transformada Z, sendo os métodos de Routh, gráficos de Bode, lugar das raízes, Nyquist e gráficos polares, utilizados na análise da estabilidade do sistema. O tempo de resposta, a margem de fase, a margem ganho, a largura de banda e o overshoot percentual são os critérios comumente utilizados para as especificações de desempenho (Heaston, 1995). A teoria de controle moderno, além de tratar dos sistemas SISO, aborda também os sistemas MIMO (Multiple Input Multiple Output), isto é, de múltiplas entradas e de múltiplas saídas. Apesar de apresentar uma maior complexidade matemática, os conceitos que integram a teoria de controle moderno são utilizados para controlar uma variedade de sistemas. Os sistemas são modelados em espaço de estados e são controlados por meio de técnicas de controle: ótimo, robusto, não linear, adaptativo, estocástico entre outros (Heaston, 1995).

O controle clássico é amplamente utilizado para o controle de conversores CC-CC, entretanto como toda técnica de controle linear, as técnicas de controle clássico empregadas no controle dos conversores são baseadas no seu modelo médio linearizado, acarretando em possíveis restrições em relação a mudanças do ponto de operação (Ghosh and Banerjee, 2018).

Diferentemente das técnicas utilizadas na metodologia de controle clássico, o controle por modos deslizantes corresponde a uma técnica de controle não-linear que apresenta como algumas de suas características a robustez às incertezas de modelo, rápida resposta dinâmica, redução de ordem do sistema e simplicidade na sua implementação. Além disso, o controle por modos deslizantes tem como característica intrínseca a estrutura variável que condiz com a modo de operação dos conversores estáticos, em que as variáveis de estado se estabilizam em algum valor graças a comutação das mudanças topológicas no conversor (Komurcugil et al., 2020).

1.2 Definição do Problema

Os primeiros relatos do controle por modos deslizantes aplicados a conversores foram feitos em 1983 (Tan et al., 2012), entretanto não existem muitos trabalhos
publicados voltados ao controle por modos deslizantes aplicado a conversores CC-CC intercalados, sendo que os trabalhos existentes geralmente carecem de compreensão, além
de não apresentarem de modo claro as limitações dos métodos propostos.

Outra dificuldade encontrada ante a implementação do controle por modos deslizante aplicado a conversores CC-CC intercalados, é garantir a defasagem almejada entre as correntes de cada célula. Diferente dos controles baseado em *PWM*, não existem informações temporais na lei de controle, sendo os sinais de controle enviados aos interruptores baseados nos valores assumidos pelas variáveis de estado dos conversores. A ausência de informações temporais também dificulta a garantia de uma frequência de operação fixa e pré definida.

1.3 Objetivo e Contribuições

Este trabalho tem como objetivo principal analisar e implementar um sistema de controle por modo deslizante para um conversor *boost* intercalado de três células. O sistema de controle proposto é composto por três controladores de modos deslizantes, operando de

modo a manter a defasagem de 120° entre as corrente de cada célula. As principais contribuições alcançadas com este trabalho foram:

- Modelagem do conversor boost intercalado bidirecional de três braços para a obtenção dos modelos médio e comutado;
- Metodologia de determinação da lei de controle por modos deslizantes para conversores boost de múltiplas células;
- Melhorar a compreensão e expor as limitações da técnica de controle por modos deslizantes;
- Análise de desempenho do sistema de controle por modo deslizante por meio de simulação;

1.4 Estrutura do Documento

Esta dissertação está estruturada do seguinte modo: No Capítulo 2 é realizada a revisão bibliográfica sobre técnicas de controle lineares e não lineares aplicadas a conversores intercalados. O Capítulo 3 refere-se a modelagem matemática do conversor boost intercalado bidirecional. No Capítulo 4 é apresentado o projeto de um sistema de controle clássico continuo e discretizado, aplicado ao conversor boost intercalado e os resultados das simulações dos sistemas de controle propostos. O Capítulo 5 refere-se a metodologia e limitações da técnica de controle por modos deslizantes aplicada ao ao conversor boost intercalado. No Capítulo 6 os resultados obtidos por meio de simulações são apresentados e averiguados. Por fim, no Capítulo 7 são apresentados as conclusões do estudo e possibilidades de trabalhos futuros.

1.5 Publicações

Os estudos realizados geraram até o momento, o seguinte artigo para apresentação:

Romario de J. Nazaré, Leandro L. O. Carral, André P. N. Tahim and José R.
 Pinheiro "Modeling and Control of a Bidirectional Three-Phase Interleaved Boost

Converter", 15th Industrial Application of Electricity, Conservation, Reliability and Control/Automation Conference (INDUSCON), São Bernado do Campo , Brasil, November 2023.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

Este capítulo traz uma revisão bibliográfica de algumas técnicas de controle aplicadas a conversores CC - CC intercalados. São abordadas as técnicas de controle lineares mestre - escravo, por central de corrente, por malhas em cascata e por limite máximo de corrente. Referentes aos compensadores não lineares são abordas variadas técnicas baseadas em controle por modos deslizantes, sendo que algumas delas são derivadas de técnicas de controle lineares, além de também tratar da técnica de controle por histerese.

2.1 Técnicas de Controle Lineares

2.1.1 Controle Mestre - Escravo

O controle mestre - escravo é constituído por duas malhas: a malha externa, cuja função é controlar a tensão de saída; e a malha interna, que é formada por cada uma das células do conversor e que tem como objetivo equilibrar a corrente proveniente de cada célula para a carga (Mendes, 1996). Nessa técnica de controle, a diferença entre o valor da corrente de saída de cada célula e do sinal referência de corrente, oriundo de uma das células do conversor, resulta no sinal de erro da corrente. Este sinal é então multiplicado por um dado ganho e por fim somado com o sinal de saída do compensador da malha de tensão. O sinal resultante do produto corresponde ao sinal modulante utilizado para geração dos pulsos *PWM* de controle. A célula em que obtemos o sinal de referencia de corrente é conhecida como célula mestre, as demais células são conhecidas como célula escravo (Mendes, 1996); (Siri and Lee, 1990).

A Figura 2.1 retrata por meio de um diagrama de blocos o que foi mencionado no parágrafo anterior.

 $V_{ref} \leftarrow PI_{v}$ P_{1} P_{2} $I_{L2}(s)$ D(s) I_{ref} $V_{c}(s)$ $I_{L3}(s)$ D(s) I_{ref} $I_{Ln}(s)$ D(s) I_{ref} $I_{Ln}(s)$ D(s) I_{ref}

Figura 2.1: Diagrama de blocos da técnica de controle mestre - escravo

Fonte: Adaptado de (Mendes, 1996)

2.1.2 Controle por Central de Corrente

O controle por central de corrente é similar ao controle mestre - escravo, sendo a tensão de saída também regulada por uma malha externa de controle, entretanto o sinal de referência de corrente é obtido por meio da média das correntes de cada célula. Se as células do conversor forem iguais o valor de referência de corrente será dado por uma média simples das correntes, correspondendo a razão entre o somatório das correntes de cada célula pelo número total de células. Caso as células sejam diferentes, a referência de corrente será obtida por meio de uma média ponderada das correntes de cada célula (Mendes, 1996); (Siri and Lee, 1990); (Lee et al., 1991).

A Figura 2.2 descreve por meio de um diagrama de blocos o que foi exposto no parágrafo anterior.

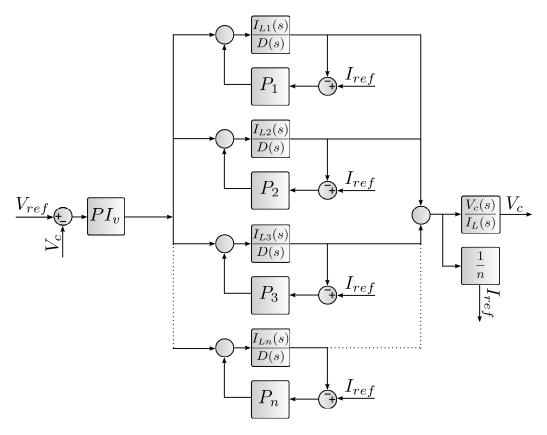


Figura 2.2: Diagrama de blocos da técnica de controle por central de corrente

Fonte: Adaptado de (Mendes, 1996)

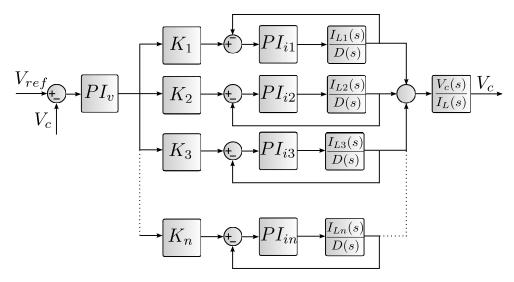
2.1.3 Controle por Malha em Cascata

O controle por malha em cascata é semelhante ao controle por central de corrente, sendo a tensão de saída igualmente regulada por uma malha externa de controle. A diferença se da pelo fato de que o sinal de referência de corrente não é mais obtido pela média clássica ou ponderada das correntes de cada célula, ele corresponde ao sinal de controle oriundo da saída do compensador de tensão. A diferença entre os sinais do compensador de tensão e a corrente de cada célula, corresponde ao sinal de entrada do compensador de corrente. O sinal de saída do compensador de corrente trata-se do sinal modulante utilizado para geração dos pulsos pwm de controle (Mendes, 1996).

Caso as células do conversor intercalado sejam diferentes, uma dada função de ponderação é colocada em série com a entrada dos compensadores de corrente, tendo como objetivo ponderar o valor do sinal de referência vindo do compensador de tensão (Mendes, 1996).

A Figura 2.3 retrata por meio de um diagrama de blocos o que foi mencionado no parágrafo anterior.

Figura 2.3: Diagrama de blocos da técnica de controle por malhas em cascata



Fonte: Adaptado de (Mendes, 1996)

2.1.4 Controle por Limite Máximo de Corrente

Nem sempre as cargas conectadas aos conversores intercalado exigem que estes operem em sua capacidade máxima de potência, entretanto todas as células do conversor ainda são utilizadas, levando a uma menor eficiência global por parte do conversor.

No controle por limite máximo de corrente, a problemática da eficiência do conversor intercalado é mitigada fazendo-se um escalonamento do número de células necessárias de acordo com a demanda de corrente da carga. O aumento do valor da carga conectada ao conversor, acarretará em um aumento na demanda de corrente na saída do conversor, o que exigirá um aumento do número de células em operação, bem como o contrário acontece caso haja a diminuição do valor da carga. Os valores dos intervalos que determinam o aumento ou diminuição do número de células em operação, são conhecidos como limites máximos de corrente, eles são determinados pelo número de células do conversor intercalado (Siri and Lee, 1990); (Lee et al., 1991).

A técnica de controle por limite máximo de corrente pode ser implementada por meio das técnica de controle por malha em cascata e limite central de corrente, com essa técnica também é possível trabalhar com uma redundância no números de células, tornando o sistema mais robusto a falhas, aumentado assim o seu MTBF (Mean Time Between Failures) (Mendes, 1996).

2.2 Técnicas de Controle Não Lineares

2.2.1 Controle por Histerese

O controle por histerese, também conhecida como controle por regulador de ondulação, ou simplesmente controle bang-bang, quando implementado na malha de tensão, regula a tensão de saída do conversor lhe impondo uma banda de histerese, cujo valor central corresponde ao valor de referência interna da banda histerética. A comutação dos interruptores se dá por meio da análise dos valores de tensão de saída, fazendo com que os interruptores entrem em estado de bloqueio ou condução caso o valor da tensão de saída esteja abaixo ou ultrapasse o valor de referência interna acrescido da metade do valor da banda histerética(Gu et al., 2002). Essa técnica de controle apresenta algumas vantagens ante a outras técnicas como simplicidade de implementação e rápida resposta a mudanças de carga (Abu-Qahouq et al., 2002).

Para a implantação do controle por histerese em conversores intercalados faz-se necessário a utilização de de um circuito sequenciador para gerenciar o acionamento dos interruptores de cada célula (Gu et al., 2002).

Uma aplicação dos conversores intercalados regulados por meio do controle por histerese são os *Voltage Regulator Modules* (VRMs). Que atualmente são constituídos por conversores *buck* intercalados, tendo sua utilização ligada a alimentação de microprocessadores. Umas das características desejadas dos VRMs são alta capacidade de corrente, baixa variação da tensão de saída e resposta rápida a variações de carga (Li et al., 2002).

2.2.2 Controle por Modos Deslizantes

O controle por modos deslizantes pode ser definido como uma técnica de controle não linear e robusta originada de estudos de controle de sistemas de estrutura variável, cujo intuito é impor que o sistema sob ação de controle se comporte com uma dinâmica predeterminada. Isso ocorre por intermédio da alternância em alta frequência de suas

estruturas por meio do controle, que dependem da localização das variáveis de estado do sistema. Quando comparado com outras técnicas de controle não linear, o controle por modos deslizantes é de simples implementação. As suas principais características são a robustez contra incertezas do modelo da planta e a rejeição à perturbações externas (Tan et al., 2012); (Dodds et al., 2015).

A maioria dos estudos existentes sobre a aplicação de controle por modos deslizantes a conversores, se concentram na regulação de conversores convencionais, existindo assim poucos estudos sobre a aplicação dessa técnica à conversores intercalados, sendo a maioria dos trabalhos voltados a regulação do conversor *buck*.

No trabalho de (Mendes, 1996), ele propõe três técnicas de controle baseadas em modos deslizantes, ambas aplicadas a um conversor *buck* intercalado.

A primeira técnica proposta é o controle por central de corrente baseado no controle por modo deslizante. Essa técnica de controle assim como na técnica de controle por central de corrente convencional, é composta por duas malhas. Na malha de controle externa, a tensão de saída do conversor é comparada com a tensão de referência originando o sinal de erro de tensão, este sinal é então multiplicado por um dado ganho e o sinal resultante desse produto é comparado com a derivada do sinal de erro de tensão, constituindo assim a primeira superfície, que é comum a todas as células. A malha de controle interna, tem a sua corrente de referência obtida pela média ponderada das correntes de cada célula. A corrente de referência é então comparada com a corrente de cada célula resultando no sinal de erro de corrente. Esse sinal de erro é então multiplicado por um determinado ganho e somado a primeira superfície, dando origem as superfícies secundárias.

A segunda técnica proposta por (Mendes, 1996) é o controle por malhas em cascata baseado no controle por modos deslizantes. Assim como na técnica de controle por central de corrente baseada no controle por modos deslizante, essa técnica de controle é composta por duas malhas de controle. A primeira superfície é obtida por meio da malha externa, do mesmo modo mencionado na técnica por central de corrente, porém o valor de saída da primeira superfície é transmitido a um bloco de função relé, dando origem a corrente de referência. A corrente de referência é então filtrada por um filtro passa baixa e comparada com o valor de corrente de cada célula. o valor resultante é

então multiplicado por um dado ganho formando as superfícies secundárias.

A terceira técnica apresentada por (Mendes, 1996) é o controle por limite central de corrente baseada no controle por modos deslizante. Essa técnica de controle pode ser implementada por meio da técnica por central de corrente e central de corrente baseadas no controle por modos deslizantes, seguindo os mesmos princípios da técnica por limite central de corrente convencional.

Nos estudos de (Lopez et al., 1998) é proposto um controle por modos deslizante voltado a conversores intercalados de três células, podendo ser utilizado em conversores que possuem maior número de células, por meio de um artifício de agrupamento proposto. No método de controle em questão o valor da média ponderada das correntes é comparada com o valor de corrente de cada célula. O valor de erro de corrente é então multiplicado por um dado ganho e integrado ao longo de um tempo pré-determinado. O mesmo ocorre com o valor de erro de tensão. O sinais resultantes da integração dos erros são somados, constituindo um superfície deslizante. Esse método foi aplicado a um conversor buck intercalado, ele garante o defasamento e distribuição igualitária de corrente em cada célula, além da regulação da tensão de saída.

No trabalho desenvolvido por (Hoon, 2007), ele propõe duas técnicas de controle por modos deslizantes aplicadas a conversores intercalados. Em ambas as técnicas a superfície de deslizamento é obtida da diferença entre o valor da corrente de cada célula e o valor de referência adotado. Para garantir a defasagem entre as correntes são utilizadas superfícies auxiliares formadas pela diferença das correntes de cada célula. Esses valores seguem então para um bloco de histerese, onde são gerados os sinais de controle para os interruptores. Os valores limites da banda de histerese variam de acordo com a célula e o valor de referência de corrente adotado. Essa técnica de controle aparece em outros trabalhos como os desenvolvidos por (Alsmadi et al., 2017), (Bartoszewicz, 2011), (Lee et al., 2009) e Utkin (2013). Em todos esses trabalhos o controle por modos deslizante foi aplicado a um conversor buck intercalado, entretanto (Al-Hosani and Utkin, 2009) propõem a utilização de uma das técnicas supracitadas em um conversor boost intercalado.

Capítulo 3

Modelagem do Conversor BoostIntercalado Bidirecional

Neste capítulo é abordado o princípio de funcionamento do conversor *boost* intercalado, a modelagem matemática para obtenção dos modelos comutado ou exato, médio e médio linearizado, de um conversor ideal, bem como as funções de transferência pertinentes para o devido projeto dos compensadores.

3.1 Princípio de Funcionamento

O princípio de funcionamento do *boost* intercalado, assim como no *boost* convencional baseia-se na transferência energética do indutor para o capacitor, graças a manipulação dos dispositivos de comutação e da atuação dos diodos (Ahmed, 2009; Rashid, 2014).

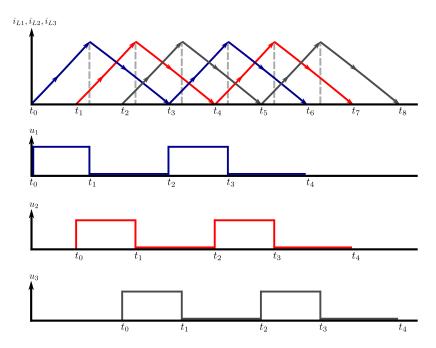
No boost convencional, quando o interruptor conduz, o indutor é submetido a uma diferença de potencial proveniente da fonte de alimentação, isso acarreta no aumento linear da corrente elétrica no indutor, levando-o a armazenar energia por meio de um campo magnético. Quando o interruptor é bloqueado, a energia armazenada no indutor é transferida para o capacitor por intermédio do diodo e a corrente no indutor cai. Isso acarreta na mudança de polaridade da tensão sobre o indutor, que se soma a tensão de entrada elevando a valor de tensão na saída do conversor. A corrente recebida pela carga é proveniente da corrente que flui pelo indutor e pelo diodo. Quando o

interruptor conduz novamente, o diodo permanece inversamente polarizado, levando o capacitor a se descarregar parcialmente através da carga até o início de um novo ciclo (Ahmed, 2009).

A diferença no funcionamento do conversor boost intercalado para o boost convencional se dá graças ao intervalo de tempo pré-determinado para acionamento dos dispositivos semicondutores de comutação, esse intervalo de tempo é correspondente a defasagem de $\frac{360^{\circ}}{n}$, onde n corresponde ao número de células do conversor intercalado. Essa modulação é conhecida como Phase Shifted Pulse Width Modulation (PS-PWM), que em uma tradução literal significa Modulação por Largura de Pulso com Deslocamento de Fase (Pereira et al., 2019). Esses acionamentos em intervalos de tempos distintos e pré-determinados resulta em uma forma escalonada das variações de corrente nos indutores, levando aos benefícios supracitados anteriormente.

A Figura 3.1 representa a sequência de chaveamento de um conversor boost intercalado de tês células, onde u_1 , u_2 e u_3 correspondem aos sinal de controle, responsável pelo acionamento dos interruptores da primeira, segunda e terceira células respectivamente, e i_{L1} , i_{L2} e i_{L3} as respectivas correntes em seus indutores.

Figura 3.1: Sinais de controle e formas de onda das corrente nos indutores do conversor boost intercalado de três células.



Fonte: Autoria própria

3.2 Modelos Matemáticos

Os modelos matemáticos propostos levam em consideração as seguintes hipóteses:

- A tensão de entrada é constante;
- Os elementos passivos e os interruptores são ideais (perdas nulas);
- O conversor boost opera no modo de condução contínua;

3.2.1 Modelo Comutado

O modelo comutado descreve as equações elétricas levando em consideração o efeito transitório da corrente e da tensão, devido à comutação dos interruptores. Ele também é conhecido como modelo exato por descrever com exatidão o funcionamento do conversor (Bacha et al., 2014).

Como salientado por (Bacha et al., 2014), a função u(t), responsável pelo acionamento dos interruptores, é conhecida com função de comutação, ela pode assumir o valor 1 ou 0 representando, respectivamente, a condução e o bloqueio do interruptor. Considerando u(t) periódica, d a razão cíclica e T o período de comutação, obtém-se o conjunto de inequações (3.1), que expressa as condições e valores de u(t).

$$u(t) = \begin{cases} 1, & 0 \le t < dT \\ 0, & dT \le t < T \end{cases}, \quad u(t - T) = u(t) \,\forall t \tag{3.1}$$

Como o conversor boost convencional possui dois estados topológicos, um referente ao interruptor conduzindo e outro quando bloqueado, pode-se aplicar essas características ao conversor boost intercalado e determinar dois conjuntos de equações: quando o interruptor controlado está conduzindo (u(t) = 1) e o quando o interruptor controlado está bloqueado (u(t) = 0). Esse conjunto de equações para o conversor boost intercalado de três células é expresso por (3.2) e (3.3).

Estado Topológico em Condução - u(t) = 1

$$i\dot{l}_{1} = \frac{V_{in}}{L_{1}},$$
 $i\dot{l}_{2} = \frac{V_{in}}{L_{2}},$
 $i\dot{L}_{3} = \frac{V_{in}}{L_{3}},$
 $\dot{v}_{c} = \frac{-v_{c}}{RC}$
(3.2)

Estado Topológico em Bloqueio - u(t) = 0

$$\dot{i}_{l_{1}} = \frac{V_{in}}{L_{1}} - \frac{v_{c}}{L_{1}},
\dot{i}_{l_{2}} = \frac{V_{in}}{L_{2}} - \frac{v_{c}}{L_{2}},
\dot{i}_{l_{3}} = \frac{V_{in}}{L_{3}} - \frac{v_{c}}{L_{3}},
\dot{v}_{c} = \frac{i_{l_{1}}}{C} + \frac{i_{l_{2}}}{C} + \frac{i_{l_{3}}}{C} - \frac{v_{c}}{RC}$$
(3.3)

Analisando (3.2) e (3.3), pode-se construir um único sistema de equações utilizando a variável discreta $u_k = \{0,1\}$, em que k representa a célula correspondente do conversor boost intercalado e u_k o estado do interruptor controlado da célula k. Dessa forma, obtém-se o conjunto de equações diferenciais com o lado direito descontínuo, expresso por (3.4).

$$\dot{i}_{l_{1}} = \frac{V_{in}}{L_{1}} - \frac{v_{c} (1 - u_{1})}{L_{1}},
\dot{i}_{l_{2}} = \frac{V_{in}}{L_{2}} - \frac{v_{c} (1 - u_{2})}{L_{2}},
\dot{i}_{l_{3}} = \frac{V_{in}}{L_{3}} - \frac{v_{c} (1 - u_{3})}{L_{3}},
\dot{v}_{c} = \frac{i_{l_{1}} (1 - u_{1})}{C} + \frac{i_{l_{2}} (1 - u_{2})}{C} + \frac{i_{l_{3}} (1 - u_{3})}{C} - \frac{v_{c}}{RC}.$$
(3.4)

O modelo acima corresponde ao modelo comutado para o conversor boost intercalado de três células. Generalizando o modelo para n células obtém-se (3.5).

$$\dot{i_{l_k}} = \frac{V_{in}}{L_k} - \frac{v_c (1 - u_k)}{L_k}
\dot{v}_c = \frac{1}{C} \left[\sum_{k=1}^n i_{l_k} (1 - u_k) - \frac{v_c}{RC} \right]$$
(3.5)

3.2.2 Modelo Médio

O modelo médio se concentra em capturar o comportamento de baixa frequência dos conversores, negligenciando o comportamento em altas frequências. Resulta em um modelo de tempo contínuo adequado para implementações clássicas de controle (Bacha et al., 2014).

Um dos conceitos importantes e básicos para descrever o modelo médio é o conceito de média móvel, expressa matematicamente por ((3.6)).

$$\langle f(t)\rangle_0(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t f(\tau)d\tau. \tag{3.6}$$

Onde T corresponde a largura da janela de tempo e $\langle f(t) \rangle_0$, representa a média móvel DC do sinal f(t), ou seja, de coeficiente harmônico de ordem zero, sendo equivalente ao coeficiente que representa o valor médio na série de Fourier.

Utilizando-se então os conceitos de média móvel aplicados a conversores, expostos por (Bacha et al., 2014), encontra-se as relações matemáticas (3.7) e (3.8). elas são válidas para as equações do modelo comutado do *boost* intercalado.

$$\langle v_c (1 - u_k) \rangle_0 \approx \langle v_c \rangle_0 \cdot \langle (1 - u_k) \rangle_0$$

$$\langle i_{L_k} (1 - u_k) \rangle_0 \approx \langle i_{L_k} \rangle_0 \cdot \langle (1 - u_k) \rangle_0$$
(3.7)

$$\langle v_c \rangle_0 \cdot \langle (1 - u_k) \rangle_0 = \langle v_c \rangle_0 \cdot (1 - d_k)$$

$$\langle i_{L_k} \rangle_0 \cdot \langle (1 - u_k) \rangle_0 = \langle i_{L_k} \rangle_0 \cdot (1 - d_k)$$
(3.8)

Considera-se que os valores instantâneos de tensão sobre o capacitor e correntes nos indutores, estão próximos de seus valores médios. Essa hipótese é expressa em (3.9).

$$v_c \approx \langle v_c \rangle_0$$

$$i_{L_k} \approx \langle i_{L_k} \rangle_0$$
(3.9)

Correlacionando (3.4), (3.7), (3.8) e (3.9), obtém-se (3.10), que corresponde ao

modelo médio para o conversor boost intercalado de três células.

$$i_{L_{1}}^{\cdot} = \frac{V_{in}}{L_{1}} - \frac{v_{c}(1 - d_{1})}{L_{1}}$$

$$i_{L_{2}}^{\cdot} = \frac{V_{in}}{L_{2}} - \frac{v_{c}(1 - d_{2})}{L_{2}}$$

$$i_{L_{3}}^{\cdot} = \frac{V_{in}}{L_{3}} - \frac{v_{c}(1 - d_{3})}{L_{3}}$$

$$\dot{v_{c}} = \frac{i_{L_{1}}(1 - d_{1})}{C} + \frac{i_{L_{2}}(1 - d_{2})}{C} + \frac{i_{L_{3}}(1 - d_{3})}{C} - \frac{v_{c}}{RC}$$
(3.10)

Generalizando o modelo médio para múltiplas células obtém-se (3.11).

$$i_{L_{k}}^{\cdot} = \frac{V_{in}}{L_{k}} - \frac{v_{c} (1 - d_{k})}{L_{k}}$$

$$\dot{v_{c}} = \frac{1}{C} \left[\sum_{k=1}^{n} i_{L_{k}} (1 - d_{k}) - \frac{v_{c}}{RC} \right]$$
(3.11)

3.2.3 Modelo Médio Linearizado

O modelo médio encontrado anteriormente ainda é um modelo não linear, visto que existe o produto entre a variáveis de estado e as variáveis de controle d_k (sistema bilinear), apesar das variáveis de controle d_k serem contínuas. A aplicação das técnicas clássicas de controle exigem a linearização do sistema para obtenção das funções de transferência de interesse.

O método de linearização utilizado foi a expansão das equações diferencias em séries de Taylor, com o truncamento da série na primeira ordem, obtendo-se assim as matrizes jacobianas do sistema. Elas são expressas por (3.12) e (3.13).

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix}
\left(\frac{\partial i_{L_1}}{\partial i_{L_1}}\right) & \left(\frac{\partial i_{L_1}}{\partial i_{L_2}}\right) & \left(\frac{\partial i_{L_1}}{\partial i_{L_3}}\right) & \left(\frac{\partial i_{L_1}}{\partial v_c}\right) \\
\left(\frac{\partial i_{L_2}}{\partial i_{L_1}}\right) & \left(\frac{\partial i_{L_2}}{\partial i_{L_2}}\right) & \left(\frac{\partial i_{L_2}}{\partial i_{L_3}}\right) & \left(\frac{\partial i_{L_2}}{\partial v_c}\right) \\
\left(\frac{\partial i_{L_3}}{\partial i_{L_1}}\right) & \left(\frac{\partial i_{L_3}}{\partial i_{L_2}}\right) & \left(\frac{\partial i_{L_3}}{\partial i_{L_3}}\right) & \left(\frac{\partial i_{L_3}}{\partial v_c}\right) \\
\left(\frac{\partial v_c}{\partial i_{L_1}}\right) & \left(\frac{\partial v_c}{\partial i_{L_2}}\right) & \left(\frac{\partial v_c}{\partial i_{L_3}}\right) & \left(\frac{\partial v_c}{\partial v_c}\right)
\end{bmatrix}$$
(3.12)

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial i_{L_1}}{\partial d_1}\right) & \left(\frac{\partial i_{L_1}}{\partial d_2}\right) & \left(\frac{\partial i_{L_1}}{\partial d_3}\right) \\ \left(\frac{\partial i_{L_2}}{\partial d_1}\right) & \left(\frac{\partial i_{L_2}}{\partial d_2}\right) & \left(\frac{\partial i_{L_2}}{\partial d_3}\right) \\ \left(\frac{\partial i_{L_3}}{\partial d_1}\right) & \left(\frac{\partial i_{L_3}}{\partial d_2}\right) & \left(\frac{\partial i_{L_3}}{\partial d_3}\right) \\ \left(\frac{\partial v_c}{\partial d_1}\right) & \left(\frac{\partial v_c}{\partial d_2}\right) & \left(\frac{\partial v_c}{\partial d_3}\right) \end{bmatrix}$$

$$i_{L1} = I_{L1}$$

$$i_{L2} = I_{L2}$$

$$i_{L3} = I_{L3}$$

$$v_c = V_c$$

$$(3.13)$$

Substituindo os valores correspondentes das derivadas parciais que compõem (3.12) e (3.13) obtém-se (3.14) e (3.15).

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{(1-D_1)}{L_1} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{(1-D_2)}{L_2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{(1-D_3)}{L_3} \\ \frac{(1-D_1)}{C} & \frac{(1-D_2)}{C} & \frac{(1-D_3)}{C} & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix}$$
(3.14)

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{L(1-D)} & 0 & 0\\ 0 & \frac{V_c}{L} & 0\\ 0 & 0 & \frac{V_c}{L} \\ \frac{I_{L_1}}{C} & \frac{I_{L_2}}{C} & \frac{I_{L_3}}{C} \end{bmatrix}$$
(3.15)

Considerando a mesma razão cíclica no ponto de operação e os valores dos indutores iguais para todas as células, (3.14) e (3.15) podem ser reescritas obtém-se (3.16) e (3.17).

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{(1-D)}{L} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{(1-D)}{L} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{(1-D)}{L} \\ \frac{(1-D)}{C} & \frac{(1-D)}{C} & \frac{(1-D)}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}$$
(3.16)

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{L(1-D)} \\ \frac{V_{in}}{L(1-D)} \\ \frac{V_{in}}{L(1-D)} \\ -\frac{V_{in}}{L(1-D)^2 RC} \end{bmatrix}$$
(3.17)

De posse de (3.16) e (3.17), obtém-se a representação completa em espaço de estado do modelo médio linearizado. Ela é expressa por (3.18).

$$\begin{bmatrix} i\dot{L}_1 \\ i\dot{L}_2 \\ i\dot{L}_3 \\ \dot{v}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{(1-D)}{L} \\ \frac{(1-D)}{C} & \frac{(1-D)}{C} & \frac{(1-D)}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ i_{L_3} \\ v_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{L(1-D)} \\ \frac{V_{in}}{L(1-D)} \\ \frac{V_{in}}{L(1-D)} \\ -\frac{V_{in}}{L(1-D)^2RC} \end{bmatrix} d$$
(3.18)

Generalizando para múltiplas células a representação encontrada, obtêm-se (3.19).

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial i_{L_k}}{\partial i_{L_k}} & \dots & \dots & \frac{\partial i_{L_k}}{\partial v_c} \\ \vdots & \dots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial i_{L_n}}{\partial i_{L_k}} & \frac{\partial i_{L_n}}{\partial i_{L_{(k+1)}}} & \dots & \frac{\partial i_{L_n}}{\partial i_{L_{[k+(n-1)]}}} \\ \frac{\partial v_c}{\partial i_{L_k}} & \frac{\partial v_c}{\partial i_{L_{(k+1)}}} & \dots & \frac{\partial v_c}{\partial v_c} \\ \frac{\partial v_c}{\partial i_{L_k}} & \frac{\partial v_c}{\partial i_{L_{(k+1)}}} & \dots & \frac{\partial v_c}{\partial v_c} \end{bmatrix}$$

$$(3.19)$$

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial i_{L_k}}{\partial d_k} & \cdots & \frac{\partial i_{L_k}}{\partial v_c} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{\partial \dot{v}_c}{\partial d_n} & \cdots & \frac{\partial \dot{v}_c}{\partial v_c} \end{bmatrix}$$

$$(3.20)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L_k} \\ \vdots \\ \dot{i}_{L_n} \\ \dot{v}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial i_{L_k}}{\partial i_{L_k}} & \dots & \dots & \frac{\partial i_{L_k}}{\partial v_c} \\ \vdots & \dots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial i_{L_n}}{\partial i_{L_k}} & \frac{\partial i_{L_n}}{\partial i_{L_{(k+1)}}} & \dots & \frac{\partial i_{L_n}}{\partial i_{L_{[k+(n-1)]}}} \\ \frac{\partial v_c}{\partial i_{L_k}} & \frac{\partial v_c}{\partial i_{L_{(k+1)}}} & \dots & \frac{\partial v_c}{\partial v_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L_k} \\ \vdots \\ i_{L_n} \\ v_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial i_{L_k}}{\partial d_k} & \dots & \frac{\partial i_{L_k}}{\partial v_c} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial v_c}{\partial d_n} & \dots & \frac{\partial v_c}{\partial v_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_k \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} i_{L_k} \\ \vdots \\ i_{L_n} \\ v_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial i_{L_k}}{\partial d_k} & \dots & \frac{\partial i_{L_k}}{\partial v_c} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial v_c}{\partial d_n} & \dots & \frac{\partial v_c}{\partial v_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_k \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix}$$

$$(3.21)$$

Matriz de Funções de Transferência

Como falado anteriormente, para a aplicação das técnicas clássicas de controle faz-se necessário a obtenção das funções de transferência de interesse.

Como relatado por (Friedland, 2005), pode-se aplicar a transformada de Laplace ao modelo representado em espaço de estado para a obtenção da matriz de função de transferência. Por meio dela obtém-se as funções de transferência pertinentes. Para o caso do estado inicial x(0) ser considerado nulo, a matriz de função de transferência é dada por (3.23).

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B (3.22)$$

Fazendo a matriz de saída C(x) igual a uma matriz identidade de mesmas dimensões de A(x) e considerando todos os indutores iguais, obtém-se (3.23), que corresponde a matriz de função de transferência para o conversor boost intercalado de três células.

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{V_{in}(CRs+2)}{(1-D)(CLRs^2 + Ls + 3RD^2 - 6RD + 3R)} \\ \frac{V_{in}(CRs+2)}{(1-D)(CLRs^2 + Ls + 3RD^2 - 6RD + 3R)} \\ \frac{V_{in}(CRs+2)}{(1-D)(CLRs^2 + Ls + 3RD^2 - 6RD + 3R)} \\ \frac{V_{in}(3RD^2 - 6RD + 3R - Ls)}{(D-1)^2(CLRs^2 + Ls + 3RD^2 - 6RD + 3R)} \end{bmatrix}$$

$$(3.23)$$

Assim sendo, a função de transferência que relaciona a corrente no indutor com a razão cíclica é expressa por (3.24).

$$\frac{I_L(s)}{D(s)} = \frac{V_{in}(CRs+2)}{(1-D)(CLRs^2 + Ls + 3RD^2 - 6RD + 3R)}$$
(3.24)

E a função de transferência que correlaciona a tensão sobre o capacitor com a razão cíclica é expressa por (3.25).

$$\frac{V_c(s)}{D(s)} = \frac{V_{in}(3RD^2 - 6RD + 3R - Ls)}{(D-1)^2(CLRs^2 + Ls + 3RD^2 - 6RD + 3R)}$$
(3.25)

Pode-se ainda correlacionar (3.24) e (3.25) para obter-se uma terceira função de transferência, que relaciona a tensão sobre o capacitar com a corrente no indutor. Essa função é expressa por (3.26).

$$\frac{V_c(s)}{I_L(s)} = \frac{(3RD^2 - 6RD + 3R - Ls)}{(1 - D)(CRs + 2)}$$
(3.26)

3.3 Análise Comparativa Entres os Modelos e as Funções de Transferência

Utilizando o software de simulação voltado a eletrônica de potência, Altair Psim, simulou-se o modelo médio e comutado, bem como o conversor *boost* intercalado em questão. Os parâmetros utilizados nos modelos e no conversor encontram-se na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Parâmetros utilizados para as simulações e modelos do conversor *boost* intercalado.

Parâmetros do	conversor intercalado
Fonte	$240\mathrm{V}$
Indutores	$450 m \mu H$
Capacitor	$6\mathrm{mF}$
Carga	9.245Ω
Razão Cíclica	0.5

Fonte: Autoria própria

Os diagramas de blocos dos modelos comutado e médio simulados, assim como o diagrama elétrico do conversor boost intercalado podem ser vistos no Anexo A e B respectivamente.

As Figuras 3.2 e 3.3 trazem o gráfico comparativo e o gráfico comparativo ampliado das simulações feitas utilizando os modelos médio e comutado. As variáveis analisadas foram a tensão sobre o capacitor e as correntes nos indutores respectivamente.

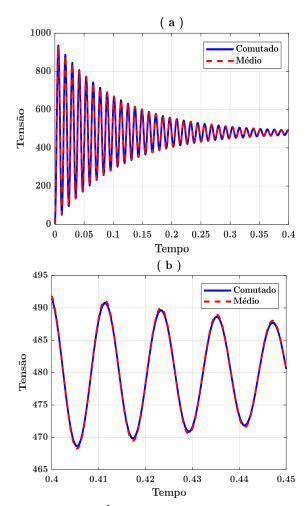
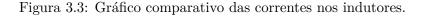


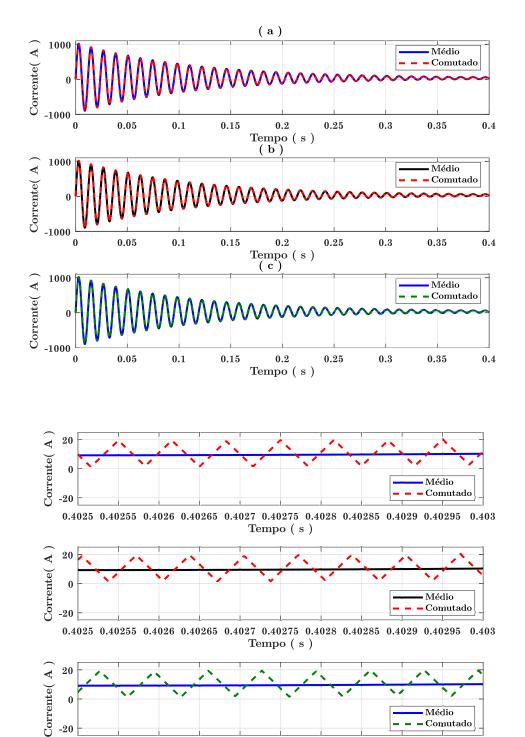
Figura 3.2: Gráfico comparativo de tensão sobre o capacitor.

(a) Tensão sobre o capacitor; (b) Ênfase na tensão sobre o capacitor Fonte: Autoria própria

Pode-se notar que comportamento apresentado pelas variáveis analisadas são semelhantes, existindo uma pequena discrepância entre os modelos. Esse resultado é esperado, pois está de acordo com os conceitos apresentados por meio de (3.7), (3.8), (3.9) e (3.10).

Os gráficos apresentados pelas Figuras 3.4 e 3.5 são um comparativo da resposta em frequência das malhas de tensão e corrente do conversor simulados, com as funções de transferência da tensão sobre o capacitor e da corrente nos indutores obtidas analiticamente. Para a obtenção da resposta em frequência das malhas de tensão e corrente,





(a) Correntes no indutor L1 e sua ênfase; (b) Correntes no indutor L2 e sua ênfase; (c) Correntes no indutor L3 e sua ênfase

 $0.4025 \ \ 0.40255 \ \ 0.4026 \ \ 0.40265 \ \ 0.4027 \ \ \ 0.40275 \ \ \ 0.4028 \ \ \ 0.40285 \ \ \ 0.4029 \ \ \ 0.40295 \ \ \ 0.403$ Tempo (s)

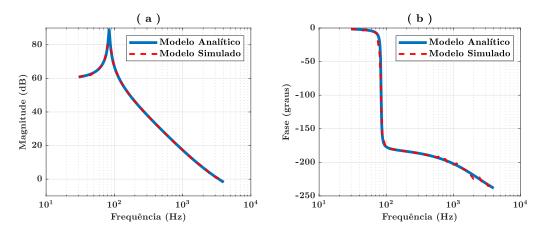
Médio - Comutado

Fonte: Autoria própria

-20

foi utilizada a varredura CA do software de simulação mencionado anteriormente.

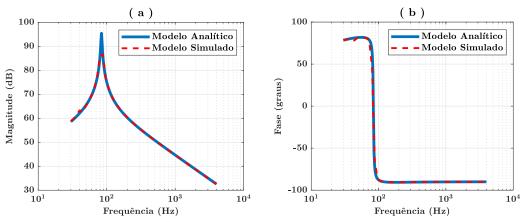
Figura 3.4: Gráfico comparativo de resposta em frequência da malha de tensão sobre o capacitor.



(a) Curvas da magnitude da tensão sobre o capacitor; (b) Curvas de ângulos de fase da tensão sobre o capacitor;

Fonte: Autoria própria

Figura 3.5: Resposta em frequência da malha de corrente nos indutores.



(a) Curvas da magnitude da corrente nos indutores; (b) Curvas de ângulos de fase da corrente nos indutores;

Fonte: Autoria própria

Através dos resultados apresentados pode-se notar que as variáveis de estado analisadas apresentam comportamento semelhantes, existindo entretanto uma pequena discrepância esperada entre elas. E que as funções de transferência representam bem o comportamento das malhas analisadas, mostrando-se conveniente para o desenvolvimento de compensadores por meio das técnicas clássicas de controle que serão abordadas

no capítulo seguinte.

Capítulo 4

Controle Clássico Aplicado ao Conversor *Boost* Intercalado

As técnicas de controle clássico ainda são bastante utilizadas no âmbito industrial para a regulação de conversores, isso ocorre graças a sua facilidade de implementação e a consolidação dos conhecimento voltas a essas técnicas de controle. Esse capítulo ficou destinado ao projeto dos sistemas de controle clássico contínuo e discretizado, aplicado ao conversor boost intercalado. O sistema de controle contínuo projetado no capítulo em questão, é feito com base na resposta em frequência das funções de transferência das malhas de corrente e tensão, enquanto o sistema de controle discretizado projetado, é obtido por meio de aproximações discretas.

4.1 Controle Contínuo

Para que os conversores funcionem de modo a manter a tensão de saída com valores próximos ou igual ao valor médio desejado, rejeitando assim pertubações como variações de carga e oscilações na corrente de ou na tensão de entrada, faz-se necessário o uso de compensadores (Erickson and Maksimović, 2020).

A metodologias de projeto de compensadores baseados na resposta em frequência do sistema é uma das metodologias mais utilizadas no âmbito industrial graças a sua simplicidade de implementação (Franklin et al., 2013).

O sistema de controle linear contínuo, adotado para o controle do conversor

4.1. Controle Contínuo

boost intercalado é um sistema controle em cascata, ilustrado por meio da Figura 4.1. No sistema de controle proposto, a malha interna de controle regula as correntes nos indutores, enquanto a malha externa regula a tensão de saída do conversor. O projeto dos compensadores das malhas internas e externas foram feitos baseados na resposta em frequência do sistema, sendo a fase e a magnitude das malhas obtidas por intermédio dos diagramas de bode. Os requisitos adotados para projeto dos compensadores foram a margem de fase acima de 45° e margem de ganho acima de 8dB, haja vista que esses valores são geralmente encontrados em sistemas com margem de estabilidade adequadas, entretanto esses não são valores absolutos (Phillips and Harbor, 1997) .

 $V_{ref} \leftarrow P \qquad \downarrow I_L(s) \\ D(s) \qquad \downarrow V_c(s) \\ D(s) \qquad \downarrow V_c(s) \\ P \qquad \downarrow I_L(s) \\ D(s) \qquad \downarrow V_c(s) \\ D(s) \qquad$

Figura 4.1: Diagrama de blocos do sistema de controle proposto

Fonte: Autoria própria

31

4.1.1 Malha das Correntes

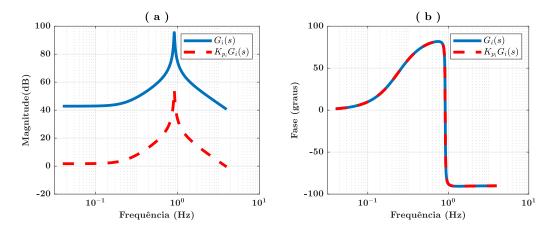
Os compensadores das malhas de corrente controlam a corrente nos indutores, e consequentemente a corrente média da carga, por meio da razão cíclica dos interruptores. Para o projeto desses compensadores foi a adota uma frequência de corte uma década abaixo da frequência de comutação. O compensador escolhido para as malhas de corrente foi um compensador proporcional cujo ganho foi calculado de modo que resposta em frequência em malha aberta cruzasse a região de ganho unitário na frequência de corte, ω_{c_i} , desejada.

Definindo $G_i(s) = \frac{I_L(s)}{D(s)}$, onde $G_i(s)$ é a função de transferência das malhas de corrente, pode-se encontrar o ganho do compensador por meio de (4.1).

$$K_{p_i} = \frac{1}{|G_i(j\omega_{c_i})|} \tag{4.1}$$

O gráfico comparativo de respostas em frequência em malha aberta, para as malhas de corrente, estando elas com e sem o compensador proporcional, pode ser vista por meio da Figura 4.2.

Figura 4.2: Gráfico comparativo de resposta em frequência de malha aberta para as malhas de corrente.



(a) Curvas da magnitude das malhas de corrente (b) Curvas de ângulos de fase das malhas de corrente;

Fonte: Autoria própria

4.1.2 Malha de Tensão

O compensador da malha de tensão tem com como finalidade garantir que a tensão de saída tenha o valor médio de tensão igual ao valor de referência adotado. Para que se tenha o resultado almejado, foi escolhido um compensado proporcional - integral (PI), cuja frequência de corte adota, (ω_{c_v}) , foi uma década abaixo da frequência de corte escolhida para o compensador das malhas de corrente.

Definindo $G_{v_c}(s) = \frac{V_c(s)}{I_L(s)}$, onde $G_{v_c}(s)$ é a função de transferência da malha de tensão, o ganho do compensador pode ser dado por (4.2).

$$K_{p_v} = \frac{1}{\left| G_{v_c}(j\omega_{c_v}) \frac{K_{p_i} G_i(j\omega_{c_v})}{1 + K_{p_i} G_i(j\omega_{c_v})} \right|}$$
(4.2)

O ganho do controlador, K_{p_v} , é composto pelo produto dos ganhos da parcela proporcional, $K_{p_{v_1}}$, e da parcela integral, $K_{p_{v_2}}$, que compõem o compensador da malhada de tensão. Sendo assim K_{p_v} pode ser dado (4.3).

$$K_{p_v} = K_{p_{v_1}} K_{p_{v_2}} (4.3)$$

O ganho $K_{p_{v_2}}$ é obtido adotando uma frequência para o zero do compensador $\text{PI}, \omega L$, uma década abaixo da frequência de corte escolhida para a malha de tensão.

Portanto, $K_{p_{v_1}}$ e $K_{p_{v_2}}$ são dados por (4.4) e (4.5) respectivamente.

$$K_{p_{v_1}} = \frac{K_{p_v}}{K_{p_{v_2}}}. (4.4)$$

$$K_{p_{v_2}} = \frac{1}{\left|1 + \frac{\omega L}{j\omega}\right|}. (4.5)$$

Com base nas equações anteriores, o compensador PI da malha de tensão, $G_{c_v}(s)$, pode ser expresso por (4.6).

$$G_{c_v}(s) = K_{p_{v_1}} \left(1 + \frac{\omega L}{s} \right)$$

$$G_{c_v}(s) = K_{p_{v_1}} + \frac{K_i}{s}$$

$$G_{c_v}(s) = K_{p_{v_1}} \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

$$(4.6)$$

Sendo $G_{v_c}(s)^* = G_{v_c}(s) \frac{K_{p_i}G_i(s)}{1 + K_{p_i}G_i(s)}$, o gráfico comparativo de resposta em frequência em malha aberta, para a função de transferência $G_{v_c}(s)^*$, estando ela com e sem o compensador proporcional - integral, $G_{c_v}(s)$, pode ser visto por meio da Figura 4.3.

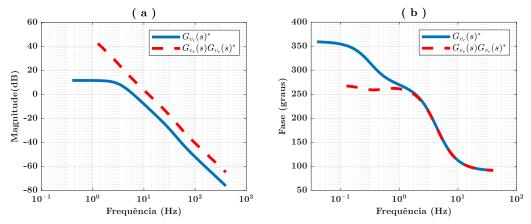
4.2 Controle Discretizado

Para a implantação dos compensadores contínuos encontrados, em um dispositivo microprocessado, faz-se necessário a discretização dos compensadores.

Por se tratar de um simples ganho nas malhas internas de corrente, o compensador proporcional das malhas de correntes, no domínio discreto, corresponde numericamente ao mesmo compensador encontrado no domínio contínuo.

Sendo assim, o compensador discretizado das malhas de corrente, $G_{c_i}(z)$, corres-

Figura 4.3: Gráfico comparativo de resposta em frequência em malha aberta para $G_{vc}(s)^*$



(a) Curvas da magnitude da malha de tensão (b) Curvas de ângulos de fase da malhas de tensão;

Fonte: Autoria própria

ponde a (4.7).

$$G_{c_i}(z) = K_{p_i} \tag{4.7}$$

O compensador proporcional - integral discretizado, foi obtido por meio de um método proposto por (Chen, 2006). Nesse método é utilizada uma aproximação numérica trapezoidal no lugar do integrador contínuo.

O compensador PI discretizado, $G_{c_v}(z)$, pode ser obtido por intermédio de (4.8).

$$G_{c_v}(z) = \hat{K}_p + \frac{\hat{K}_i}{1 - z^{-1}},$$
 (4.8)

Onde:

$$\hat{K}_{p} = K_{p_{v_{1}}} (1 - \frac{T}{2T_{i}})$$

$$\hat{K}_{i} = \frac{K_{p_{v_{1}}} T}{T_{i}}.$$
(4.9)

4.3 Resultados de Simulação

Com o intuito de validar os sistemas de controle propostos, foram feitas simulações do conversor boost intercalado nos softwares Altair Psim e Matlab . Os parâmetros do conversor utilizados durantes as simulações são os mesmos apresentados na Tabela 3.1, sendo 15kHz a frequência de comutação adotada. Os valores encontrados para as constantes dos compensadores contínuo e discretizado são apresentados na Tabela 4.1.

Tipo de Compensador	Malha externa		Malha interna	
	K_{p_k}	$K_i (T_i)$	K_p	
Clássico	3.7531	353.73	0.0088	
Discretizado	3.7414	0.0236	0.0088	

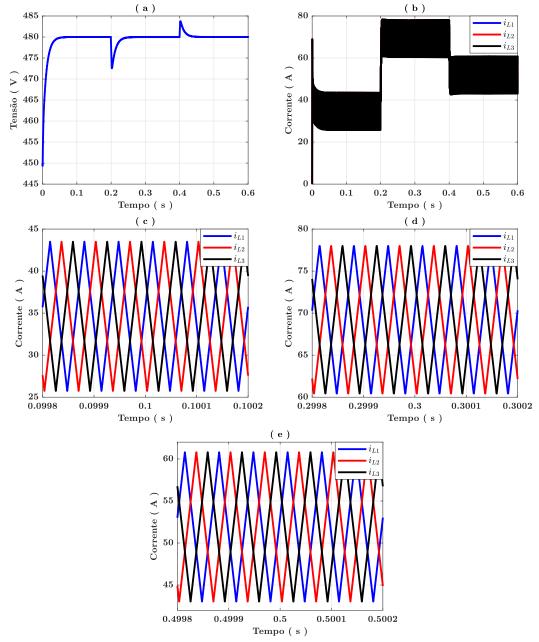
Tabela 4.1: Constantes dos Compensadores

A fim de verificada a eficiência do sistema de controle contínuo, para a regulação da tensão de saída ante a pertubação na carga do conversor, é realizada uma simulação na qual o valor da carga é reduzido em 50% do seu valor inicial, no tempo 0,2s e ampliado para aproximadamente 66.67% do seu valor inicial no tempo 0,4. Os resultados obtidos para as correntes nos indutores e tensão de saída, podem ser verificados por meio da Figura 4.4.

O mesmo cenário proposto para verificação da eficácia do sistema de controle contínuo, também foi aplicado ao sistema de controle discretizado. A frequência de amostragem utilizada para medição das correntes e tensão é de 45kHz e o período de amostragem escolhido para a discretização dos compensador é de aproximadamente 66,6667ms. Os resultados obtidos para as correntes nos indutores e tensão de saída, podem ser verificados por meio das Figura 4.5.

Pode-se verificar através dos resultados apresentados que os compensadores projetados são eficazes na regulação das correntes nos indutores e na tensão de saída do conversor *boost* intercalado, rejeitando de forma satisfatória as pertubações na carga.

Figura 4.4: Comportamento da tensão de saída e corrente nos indutores ante variação de carga (controle contínuo)



(a) Curvas da tensão sobre o capacitor; (b) Curvas das correntes nos indutores; (c) Curvas das correntes nos indutores sem variação de carga; (d) Curvas das correntes nos indutores ante a primeira variação de carga; (e) Curvas das correntes nos indutores ante a segunda variação de carga;

Fonte: Autoria própria

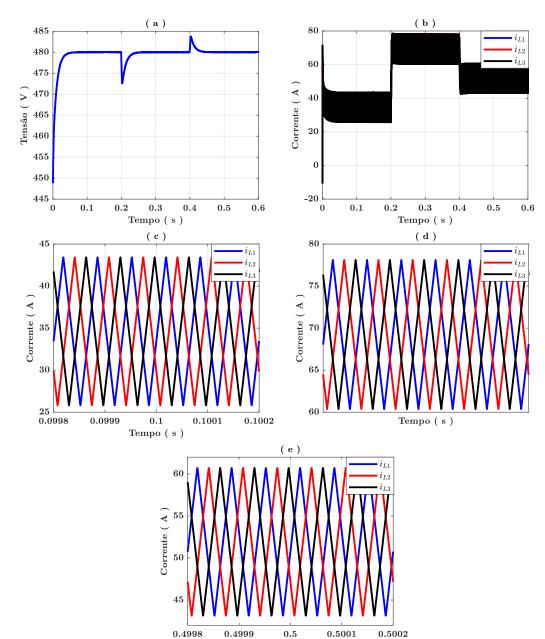


Figura 4.5: Comportamento da corrente nos indutores ante variação de carga (controle discretizado)

(a) Curvas da tensão sobre o capacitor; (b) Curvas das correntes nos indutores; (c) Curvas das correntes nos indutores sem variação de carga; (d) Curvas das correntes nos indutores ante a primeira variação de carga; (e) Curvas das correntes nos indutores ante a segunda variação de carga;

Tempo (s)

Fonte: Autoria própria

Capítulo 5

Controle por Modos Deslizantes

Este capítulo refere-se ao projeto do sistema de controle por modos deslizantes aplicado ao conversor *boost* intercalado. O sistema de controle projetado é destinado a regulação das correntes nos indutores. Também será apresentada as limitações do método de controle proposto.

5.1 Princípio de Funcionamento

Considere a existência de um determinado plano S em um dado espaço tridimensional e que nesse plano tem-se um ponto de equilíbrio O, tal que se estados que compõem o sistema atingirem o dado ponto de equilíbrio, ficarão retidos nele. A ausência de uma ação de controle faz com que o sistema se comporte de modo natural, porém com determinadas ações de controle pode-se impor uma trajetória pré definida ao sistema. O nosso objetivo é força o sistema a se comportar de tal modo que seus estados atinjam a superfície (S=0) e "deslizem" em direção ao ponto de equilíbrio O. Um controlador que tenha esse tipo de o comportamento é denominado como controlador por modos deslizantes. A superfície por onde os estados deslizam até atingir o ponto de equilíbrio é conhecida como coletor de deslizamento, superfície de deslizamento ou plano de deslizamento (Tan et al., 2012).

Na Figura 5.1 tem-se uma representação gráfica do que foi mencionado no parágrafo acima. Onde S^+ e S^- correspondem a região onde os estados estão acima e abaixo da superfície deslizante, respectivamente e \dot{S}^+ e \dot{S}^- as derivadas dos estados em

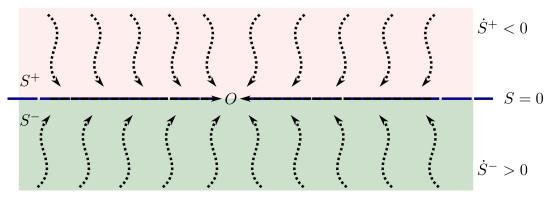
cada região.

De acordo com (Tan et al., 2012), no controle por modo deslizante, pode-se dividir todo o processo necessário, até atingir o ponto de equilíbrio desejado em duas etapas: etapa de alcance e etapa de deslizamento.

Na etapa de alcance, os estados que compõem o sistema, sob as devidas ação do controle, são direcionados até a superfície de deslizamento, isso ocorrerá se a condição de alcance for atendida.

Na etapa de deslizamento, que se inicia logo após os estados almejados atingirem o plano de deslizamento, os estados serão mantidos na superfície de deslizamento por meio de comutações sucessivas das funções de controle e conduzidos ao ponto de equilíbrio almejado.

Figura 5.1: Representação das etapas de controle por modos deslizantes.



Fonte: Autoria própria

O modelo matemático que foi utilizado para o projeto do controlador por modos deslizantes é o modelo comutado ou exato, que como mencionado anteriormente, considera o efeito transitório da corrente e da tensão, em consequência da comutação dos interruptores. As equações do modelo comutado podem serem vistas em (3.5).

Segundo (Tan et al., 2006), existem três condições fundamentais que devem atendidas para se ter um controlador por modo deslizante, a saber: condição de existência, condição de alcance e condição de estabilidade.

A condição de alcance assegura que independente da localização inicial do estados, as ações de controle farão com que eles se dirijam e alcancem a superfície de deslizamento (Edwards and Spurgeon, 1998; Tan et al., 2012).

Segundo (Edwards and Spurgeon, 1998; Tan et al., 2012) a condição de alcance

 \acute{e} satisfeita por (5.1).

$$\dot{S}S < 0 \tag{5.1}$$

A condição de existência assegura que os estados que se encontram próximo a superfície deslizante serão sempre direcionados à superfície (Tan et al., 2012). A condição de existência deriva da condição de alcance, sendo as vezes considerada como uma parcela dessa condição (Utkin et al., 2017; Tan et al., 2012; Edwards and Spurgeon, 1998).

De acordo com (Tan et al., 2012), a condição de existência é satisfeita por (5.2).

$$\lim_{S \to 0} \dot{S}S < 0 \tag{5.2}$$

Pode-se expressar (5.2) da seguinte forma:

$$\lim_{S \to 0^{+}} \dot{S} < 0 \quad e \quad \lim_{S \to 0^{-}} \dot{S} > 0 \tag{5.3}$$

Analisando fisicamente (5.2) e (5.3), significa que S e \dot{S} deverão ter sinais opostos quando os estados estiverem próximos da superfície de deslizamento (Utkin et al., 2017; Tan et al., 2012).

Por fim, a condição de estabilidade corresponde a condição alcançada com o correto dimensionamento da superfície de deslizamento, de tal modo que quando os estados atingirem a superfície deslizamento, deverão ser conduzidos até o ponto de equilíbrio estável desejado (Tan et al., 2012).

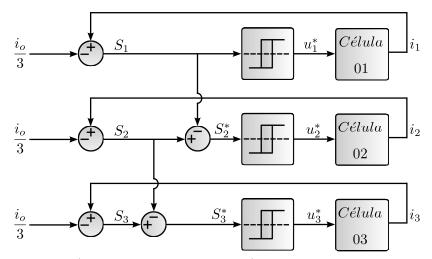
5.2 Projeto do Controlador

A metodologia de controle por modo deslizante apresentada é baseada nos estudos dissertados em (Hoon, 2007). Ela se aplica ao conversor boost intercalado bidirecional de múltiplas células, podendo ser também aplicada com êxito ao conversor boost intercalado unidirecional de múltiplas células. Essa metodologias aparece em outros trabalhos como os desenvolvidos por (Al-Hosani and Utkin, 2009), (Alsmadi et al., 2017), (Bartoszewicz, 2011), (Lee et al., 2009) e (Utkin, 2013).

A Figura 5.2 representa o diagrama do sistema de controle por modo deslizante, para o conversor *boost* intercalado bidirecional de três células. O valor de corrente

de referência para cada uma das células é representado por $\frac{i_0}{3}$. A corrente em cada indutor corresponde a i_1 , i_2 e i_3 . Os sinais de controle, que são oriundos dos blocos de histerese para as interruptores inferiores, são representados por u_1^* , u_2^* e u_3^* e as funções de comutação para cada célula correspondem a S_1 , S_2^* e S_3^* . Os detalhes do projeto do controlador são apresentados abaixo.

Figura 5.2: Diagrama de controle para um conversor boost intercalado de três células.



Fonte: Adaptado de (Al-Hosani and Utkin, 2009)

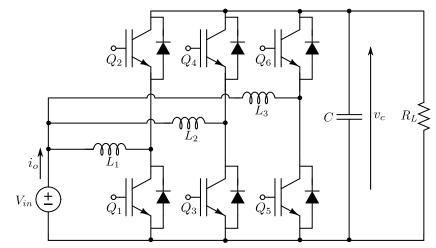
A Figura 5.3 representa o diagrama elétrico do conversor boost intercalado bidirecional estudado. Partindo do pressuposto que os indutores que integram o boost intercalado em questão possuem o mesmo valor de indutância, obtém-se por consequência disso o mesmo valor de corrente elétrica em cada indutor. Esse valor de corrente é dado pela expressão $\frac{i_o}{n}$, sendo $i_o = \sum_{k=1}^n \tilde{i}_{L_k}$, que corresponde a corrente drenada da bateria quando o sistema encontra-se no seu estado estacionário, e n o número de células do conversor boost intercalado.

Como foram desconsideradas as perdas elétricas no conversor, a potência elétrica da entrada é igual a potência elétrica da saída, como expresso em (5.4).

$$P_{in} = P_{out}V_{in}i_o = \frac{v_c^2}{R_L} \tag{5.4}$$

O valor de tensão desejado na saída do conversor, V_{sp} é igual ao valor médio da tensão sobre o capacitor, v_c , portanto a corrente da bateria, i_o , pode ser definida por (5.5).

Figura 5.3: Diagrama elétrico do conversor boost intercalado bidirecional.



Fonte: Autoria própria.

$$i_o = \frac{V_{sp}^2}{R_L V_{in}} \tag{5.5}$$

Ante ao exposto, pode-se definir as funções de comutação por meio de (5.6).

$$S_k = i_{l_k} - \frac{i_o}{n}, \quad \forall k = 1, 2, 3, ..., n$$

 $S_k^* = S_k - S_{k-1}, \quad \forall k = 2, 3, ..., n$

$$(5.6)$$

A lei de controle ou comando de comutação para cada interruptor inferior sem histerese é dada por (5.7) e (5.8).

$$u_1 = \frac{1}{2}(1 - \text{sign}(S_1)) \tag{5.7}$$

$$u_k = \frac{1}{2}(1 - \text{sign}(S_k^*)), \quad \forall k = 2, 3, ..., n$$
 (5.8)

Portanto, para um conversor boost intercalado de três células tem-se (5.9), (5.10), (5.11), (5.12) e (5.13).

$$S_1 = i_{L_1} - \frac{i_o}{n} (5.9)$$

$$S_2 = i_{L_2} - \frac{i_o}{n} (5.10)$$

$$S_2^* = S_2 - S_1 \tag{5.11}$$

$$S_3 = i_{L_3} - \frac{i_o}{n} \tag{5.12}$$

$$S_3^* = S_3 - S_2 \tag{5.13}$$

Realizando manipulações algébricas para (5.11) e (5.13), obtém-se (5.14) e (5.15).

$$S_2^* = i_{L_2} - \frac{i_o}{n} - (i_{L_1} - \frac{i_o}{n})$$

$$S_2^* = i_{L_2} - i_{L_1}$$
(5.14)

$$S_3^* = i_{L_3} - \frac{i_o}{n} - (i_{L_2} - \frac{i_o}{n})$$

$$S_3^* = i_{L_3} - i_{L_2}$$
(5.15)

O valor de cada S_k corresponde a distância que os estados se encontram da superfície deslizante (existente em $S_k = 0$). A derivada de S_k corresponde a velocidade com que os estados dirigem-se à superfície. Por conseguinte obtém-se (5.16), (5.37) e (5.18).

$$\dot{S}_1 = i\dot{L}_1
\dot{S}_1 = \frac{1}{L} [V_{in} - (1 - u_1)v_c]$$
(5.16)

$$\dot{S}_{2}^{*} = i_{L_{2}} - i_{L_{1}}^{\cdot}
\dot{S}_{2}^{*} = \frac{1}{L}[(u_{2} - u_{1})v_{c}]$$
(5.17)

$$\dot{S}_{3}^{*} = i_{L_{3}}^{\cdot} - i_{L_{2}}^{\cdot}
\dot{S}_{3}^{*} = \frac{1}{L}[(u_{3} - u_{2})v_{c}]$$
(5.18)

Substituindo (5.7) em (5.16) obtém-se (5.19).

$$\dot{S}_{1} = \frac{1}{L} [V_{in} - (1 - \frac{1}{2}(1 - \operatorname{sign}(S_{1})))v_{c}]
\dot{S}_{1} = \frac{1}{L} [V_{in} - \frac{v_{c}}{2} - \frac{v_{c}}{2} \operatorname{sign}(S_{1})]
\dot{S}_{1} = \frac{2V_{in} - v_{c}}{2L} - \frac{v_{c}}{2L} \operatorname{sign}(S_{1})$$
(5.19)

Substituindo agora (5.8) em (5.37) obtém-se (5.20).

$$\dot{S}_{2}^{*} = \frac{v_{c}}{L} \left[\frac{1}{2} (1 - \operatorname{sign}(S_{2}^{*})) - \frac{1}{2} (1 - \operatorname{sign}(S_{1})) \right]
\dot{S}_{2}^{*} = \frac{v_{c}}{L} \left[\frac{1}{2} \operatorname{sign}(S_{1}) - \frac{1}{2} \operatorname{sign}(S_{2}^{*}) \right]
\dot{S}_{2}^{*} = \frac{v_{c}}{2L} \left[\operatorname{sign}(S_{1}) - \operatorname{sign}(S_{2}^{*}) \right]$$
(5.20)

Por fim, substituindo (5.8) em (5.18) obtém-se (5.21).

$$\dot{S}_{3}^{*} = \frac{v_{c}}{L} \left[\frac{1}{2} (1 - \operatorname{sign}(S_{3}^{*})) - \frac{1}{2} (1 - \operatorname{sign}(S_{2}^{*})) \right]
\dot{S}_{3}^{*} = \frac{v_{c}}{L} \left[\frac{1}{2} \operatorname{sign}(S_{2}^{*}) - \frac{1}{2} \operatorname{sign}(S_{3}^{*}) \right]
\dot{S}_{3}^{*} = \frac{v_{c}}{2L} \left[\operatorname{sign}(S_{2}^{*}) - \operatorname{sign}(S_{3}^{*}) \right]$$
(5.21)

Analisando as funções de comutação e suas derivadas por meio de (5.1) obtém-se (5.22) e (5.23) para $\dot{S}_1 < 0$ e $\dot{S}_1 > 0$, respectivamente.

Para
$$\dot{S}_1 < 0$$
:
$$\frac{2V_{in} - v_c}{2L} - \frac{v_c}{2L} < 0$$

$$V_{in} < v_c$$
 (5.22)

Para
$$\dot{S}_1 > 0$$
:
$$\frac{2V_{in} - v_c}{2L} + \frac{v_c}{2L} > 0$$

$$V_{in} > 0$$
 (5.23)

Analisando (5.22) e (5.23), conclui-se que a condição expressa por (5.24) deve ser satisfeita para que exista o controle por modos deslizantes.

$$0 < V_{in} < v_c \tag{5.24}$$

Para $\dot{S}_2^* > 0$, obtém-se (5.25).

$$\frac{v_c}{L} > 0$$

$$v_c > 0$$
(5.25)

E para $\dot{S}_2^* < 0$ obtém-se (5.26) .

$$-\frac{v_c}{L} < 0$$

$$-v_c < 0 \tag{5.26}$$

E por fim, para $\dot{S}_3^* > 0$ encontramos (5.27).

$$\frac{v_c}{L} > 0$$

$$v_c > 0$$
(5.27)

E para $\dot{S}_3^* < 0$ obtém-se (5.28).

$$-\frac{v_c}{L} < 0$$

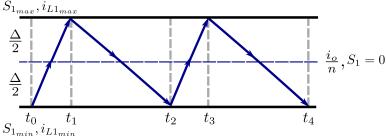
$$-v_c < 0$$
(5.28)

Nota-se que (5.25) e (5.27), bem como (5.28) e (5.26) são idênticas, sendo isso uma consequência do modo que o controle foi implementado. Isso se repetiria caso o sistema de controle proposto fosse composto por mais superfícies de deslizamento.

A histerese em S_1 está correlacionada com a diferença entre a corrente i_{L1} e o valor de referência $\frac{i_o}{n}$. Os valores máximo e mínimo da corrente i_{L1} , quando o sistema atingir o ponto de equilíbrio desejado é denominado $S_{1_{max}}$ e $S_{1_{min}}$ respectivamente, sendo o intervalo de corrente Δ a diferença de corrente entre esses dois valores.

A Figura 5.4 é uma representação gráfica do que foi mencionado no parágrafo acima.

Figura 5.4: Histerese da corrente no indutor da primeira célula.



Fonte: Adaptado de (Hoon, 2007)

Equacionando o que foi supracitado no parágrafo anterior obtém-se (5.29) e

(5.30), correspondendo aos valores de $S_{1_{max}}$ e $S_{1_{min}}$ respectivamente.

$$S_{1_{max}} = \frac{i_0}{n} + \frac{\Delta}{2}$$

$$i_{L1_{max}} = S_{1_{max}}$$
(5.29)

$$S_{1_{min}} = \frac{i_0}{n} - \frac{\Delta}{2}$$

$$i_{L1_{min}} = S_{1_{min}}$$
(5.30)

A derivada da função de comutação S_1 , ou seja, \dot{S}_1 corresponde a "velocidade" com que a corrente i_{L1} percorre os limites da histerese, assumindo seu valor máximo e mínimo. Utilizando (5.16) obtém-se o conjunto de inequações expresso por (5.31).

$$\dot{S}_{1} = \begin{cases} \frac{V_{in} - v_{c}}{L}, & S_{1} > 0\\ \frac{V_{in}}{L}, & S_{1} < 0 \end{cases}$$
 (5.31)

De posse de (5.31), obtém-se (5.32) e (5.33).

$$\dot{S}_{1}^{+} = \frac{V_{in} - v_{c}}{L} \tag{5.32}$$

$$\dot{S_1} = \frac{V_{in}}{L}$$
 (5.33)

Utilizando-se (5.32) e (5.33), encontram-se os intervalos de tempo correspondentes ao crescimento e decrescimento da corrente no indutor i_{L1} , denominados de t_{on} e t_{off} respectivamente. Esses intervalos estão correlacionados com o período em que o interruptor Q1 está em condução ou bloqueio, eles são expressos por (5.34) e (5.35).

$$t_{on} = \frac{\Delta}{\left|\frac{V_{in}}{L}\right|} \tag{5.34}$$

$$t_{off} = \frac{\Delta}{\left| \frac{V_{in} - v_c}{L} \right|} \tag{5.35}$$

De posse de (5.34) e (5.35), encontra-se o período de comutação para a corrente no indutor i_{L1} , que corresponde ao mesmo período de comutação para as correntes nos

demais indutores. Ele é expresso por (5.36).

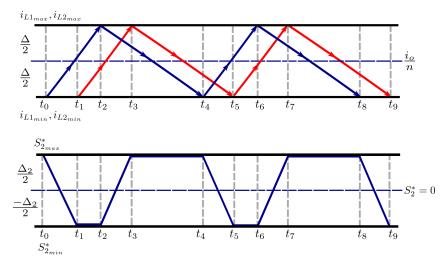
$$T = t_{on} + t_{off}$$

$$T = \frac{\Delta}{\left|\frac{V_{in}}{L}\right|} + \frac{\Delta}{\left|\frac{V_{in} - v_c}{L}\right|}$$
(5.36)

A segunda superfície está correlacionada com S_2^* , que corresponde a diferença entre as correntes i_{L2} e i_{L1} . O intervalo de variação entre os valores máximo e mínimo de S_2^* , corresponde a máxima "distância" entre as correntes em questão. Esse intervalo é denominado Δ_2 .

Uma representação gráfica do que foi mencionado no parágrafo acima, pode ser vista por meio da Figura 5.5.

Figura 5.5: Histerese das correntes nos indutores da primeira e segunda célula.



Fonte: Autoria própria

Analisando agora as velocidades das correntes para S_2^* obtém-se o conjunto de inequações expresso por (5.37).

$$\dot{S}_{2}^{*} = \begin{cases}
-\frac{v_{c}}{L}, & S_{1} < 0 & e & S_{2}^{*} > 0 \\
\frac{v_{c}}{L}, & S_{1} > 0 & e & S_{2}^{*} < 0 \\
0, & S_{1} > 0 & e & S_{2}^{*} > 0 \\
0, & S_{1} < 0 & e & S_{2}^{*} < 0
\end{cases}$$
(5.37)

Verificando a Figura 5.5 pode -se notar que o intervalo de tempo em que a

velocidade de S_2^* não é nula, corresponde ao tempo de transição entre seus valor limites. E o intervalo de tempo em que os valores de S_2^* são constantes, correspondem ao período de tempo em que a diferença das correntes permanecem constante, o que faz com que a sua "velocidade" seja nula.

O tempo de transição entre os valores limites de S_2^* é expresso por (5.38).

$$t_1 - t_0 = t_3 - t_2 = \frac{\Delta_2}{\left|\frac{v_c}{L}\right|} \tag{5.38}$$

Analisando-se o comportamento das correntes nos indutores da segunda e terceira célula, obtém -se o mesmo resultado encontrado para a primeira e segunda célula. Isso ocorre porque os indutores de cada uma das células são iguais e é adotado o mesmo período de comutação para a corrente em cada um dos indutores.

5.3 Condição para Existência da Defasagem entre as Correntes

A metodologia de controle utilizada não garante a defasagem de $\frac{360^{\circ}}{n}$ entre as correntes nos indutores para todos os pontos de operação do conversor boost intercalado. Para que ocorra a defasagem almejada, o intervalo de transição entre os valores limites de S_2^* , deve corresponder ao tempo de defasagem, ϕ , desejado. Sendo assim, a condição é expressa por (5.39) deve ser satisfeita.

$$\phi = \frac{\Delta_2}{\left|\frac{v_c}{L}\right|}$$

$$\phi = \frac{L\Delta_2}{v_c}$$
(5.39)

Como o tempo de defasagem almejado corresponde a razão entre o período de comutação desejado T, e o numero de células n, utilizando-se (5.40) obtém-se a relação de igualdade expressa por (5.40).

$$\frac{T}{n} = \frac{L\Delta_2}{v_c} \tag{5.40}$$

A explicação para a existência de tal condição decorre do fato de que os valores

limites adotados no segundo e terceiro blocos de histerese, correspondem aos valores máximos e mínimos de S_2^* , sendo o tempo de transição entre esse valores responsável pelo tempo de defasagem entre os sinais de controle, o que acarreta na defasagem entre as correntes nos indutores.

A Figura 5.6 representa o que foi supracitado no parágrafo acima.

 $i_{L1_{max}}, i_{L2_{max}}$ $\frac{\Delta}{2}$ $\overline{t_7}$ t_2 t_3 t_6 t_5 $i_{L1_{min}}, i_{L2_{min}}$ $S_{2_{m\underline{i}n}}^*$ $\overline{S}_{2_{max}}^*$ u_k ϕ u_2 $\overline{t_1}$ t_0 t_2 t_3 t_4 t_5 $\overline{u_k}$

Figura 5.6: Condição existência desejada.

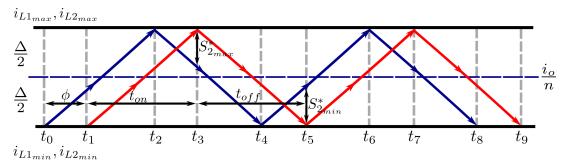
Fonte: Autoria própria

5.4 Análise Geométrica - Matemática

O método empregado para a obtenção dos parâmetros utilizados nos blocos de histerese, baseia-se em análises geométricas - matemáticas dos comportamentos das correntes nos indutores, correlacionadas com as equações obtidas pela análise da técnica de controle por modos deslizante proposta.

A Figura 5.7 representa como é feita a análise geométrica - matemática referida no parágrafo anterior.

Figura 5.7: Análise geométrica - matemática das correntes nos indutores



Fonte: Autoria própria

Observando a Figura 5.7 nota-se que os parâmetros $S_{2_{max}}^*$, $S_{2_{min}}^*$, ϕ , t_{on} e t_{off} estão discriminados nos gráficos representativos das corrente. Baseados nesses indicativos e com o uso de variáveis auxiliares, é feita uma análise geométrica, utilizando semelhança de triângulos, com o intuito de se obter os valores $S_{2_{max}}^*$ e $S_{2_{min}}^*$, por meio de parâmetros conhecidos.

5.5 Pontos de Operação

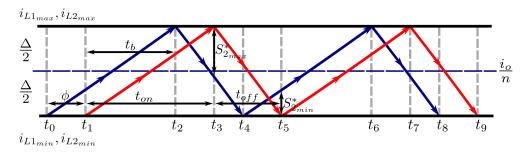
Os pontos de operação para o conversor boost intercalado de três células, em que a defasagem entre as correntes nos indutores apresentam o período de tempo desejado, bem como as equações empregadas para a obtenção dos parâmetros utilizados nos blocos de histerese, são apresentadas nos subtópicos a seguir.

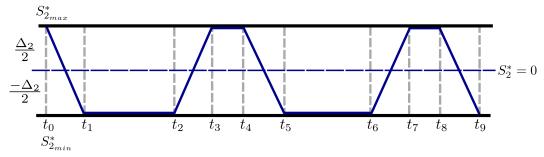
5.5.1 Caso 01: $\phi < t_{on}$ $(t_{on} > t_{off})$

A Figura 5.8 representa o primeiro caso a ser analisado. Neste caso, o tempo em que os interruptores inferiores permanecem em condução é maior que o tempo em que eles permanecem em bloqueio, sendo este tempo em condução maior que o período de defasagem.

Analisado a Figura 5.8 encontramos as seguintes relação matemática expressas por (5.41) e (5.42).

Figura 5.8: Análise geométrica - matemática das correntes nos indutores para o primeiro caso





Fonte: Autoria própria

$$\frac{\Delta}{t_{om}} = \frac{S_{2_{max}}^*}{T - \phi} \tag{5.41}$$

$$\frac{\Delta}{t_{cm}} = \frac{\left|S_{2_{min}}^*\right|}{\phi} \tag{5.42}$$

Após manipulações algébricas encontramos (5.43) e (5.44) que correspondem a $S_{2_{max}}^* \ {\rm e} \ S_{2_{min}}^* \ {\rm respectivamente}.$

$$S_{2_{max}}^* = \frac{\Delta T}{t_{on}} \left(1 - \frac{1}{n} \right) \tag{5.43}$$

$$S_{2_{min}}^* = -\frac{\Delta T}{nt_{on}} \tag{5.44}$$

De posse de (5.43) e (5.44), pode-se encontrar (5.45), que corresponde a equação de Δ_2 para o caso em questão.

$$\Delta_2 = S_{2max}^* - S_{2min}^*$$

$$\Delta_2 = \frac{V_{in}T}{L}$$
(5.45)

Verificando a condição de existência, por meio de (5.40), obtém-se (5.46).

$$\frac{V_{in}T}{L}\frac{L}{v_c} = \frac{T}{n} \tag{5.46}$$

Após manipulações algébricas encontramos a única relação de ganho adequada para este caso, que é expressa por (5.47).

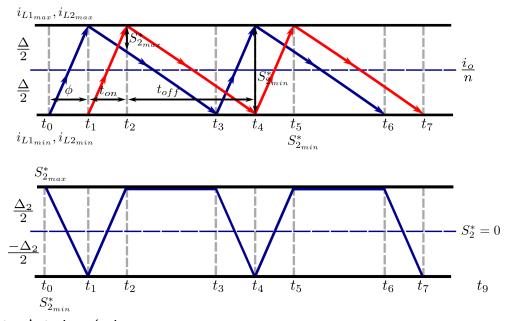
$$\frac{v_c}{V_{in}} = n$$

$$\frac{v_c}{V_{in}} = 3$$
(5.47)

5.5.2 Caso 02: $\phi = t_{on}$ $(t_{on} < t_{off})$

A Figura 5.9 representa o segundo caso analisado. Neste caso, o tempo em que os interruptores inferiores permanecem bloqueados é maior que o tempo em que eles permanecem em condução, sendo este tempo em condução igual ao período de defasagem.

Figura 5.9: Análise geométrica - matemática das correntes nos indutores para o segundo caso



Fonte: Autoria própria

Analisado a Figura 5.9 encontramos a seguintes relação matemática expressas por (5.48).

$$\frac{\Delta}{t_{off}} = \frac{S_{2_{max}}^*}{t_{om}} \tag{5.48}$$

Após manipulações algébricas e analises comparativas, encontramos (5.49) e (5.50) que correspondem a $S^*_{2_{max}}$ e $S^*_{2_{min}}$ respectivamente.

$$S_{2_{max}}^* = \Delta \left(\frac{v_c}{V_{in}} - 1 \right) \tag{5.49}$$

$$S_{2_{min}}^* = -\Delta \tag{5.50}$$

Obtido (5.49) e (5.50), pode-se encontrar (5.51), que corresponde a equação de Δ_2 para o caso em questão.

$$\Delta_2 = S_{2_{max}}^* - S_{2_{min}}^*$$

$$\Delta_2 = \Delta \frac{v_c}{V_{in}}$$
(5.51)

Verificando a condição de existência, por meio de (5.40), obtém-se (5.52)

$$\Delta \frac{v_c}{V_{in}} \frac{L}{v_c} = \frac{T}{n} \tag{5.52}$$

Após manipulações algébricas encontramos a única relação de ganho adequada para este caso, que é expressa por (5.53).

$$\frac{v_c}{V_{in}} = \frac{n}{n-1}$$

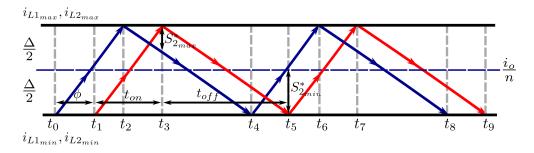
$$\frac{v_c}{V_{in}} = \frac{3}{2}$$
(5.53)

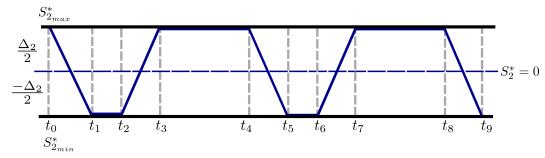
5.5.3 Caso 03: $\phi < t_{on}$ $(t_{on} < t_{off})$

A Figura 5.10 representa o terceiro caso analisado. Neste caso, o tempo em que os interruptores inferiores permanecem em condução é menor que o tempo em que eles permanecem bloqueados, sendo este tempo em condução maior que período de defasagem.

Analisado a Figura 5.10 encontramos a seguintes relação matemática expressas

Figura 5.10: Análise geométrica - matemática das correntes nos indutores para o terceiro caso





Fonte: Autoria própria

por (5.54) e (5.55)

$$\frac{\phi}{\left|S_{2_{min}}^*\right|} = \frac{t_{on}}{\Delta} \tag{5.54}$$

$$\frac{\phi}{S_{2max}^*} = \frac{t_{off}}{\Delta} \tag{5.55}$$

Após manipulações algébricas, encontramos (5.56) e (5.57) que correspondem a $S_{2_{max}}^* \ {\rm e} \ S_{2_{min}}^* \ {\rm respectivamente}.$

$$S_{2_{max}}^* = \phi \frac{(v_c - V_{in})}{L} \tag{5.56}$$

$$S_{2_{min}}^* = -\phi \frac{V_{in}}{L} \tag{5.57}$$

De posse de (5.56) e (5.57), pode-se encontrar (5.58), que corresponde a equação de Δ_2 para o caso analisado.

$$\Delta_2 = S_{2_{max}}^* - S_{2_{min}}^*$$

$$\Delta_2 = \frac{Tv_c}{nL}$$
(5.58)

Verificando a condição de existência, por meio de (5.40), obtém-se (5.59).

$$\frac{Tv_c}{nL}\frac{L}{v_c} = \frac{T}{n} \tag{5.59}$$

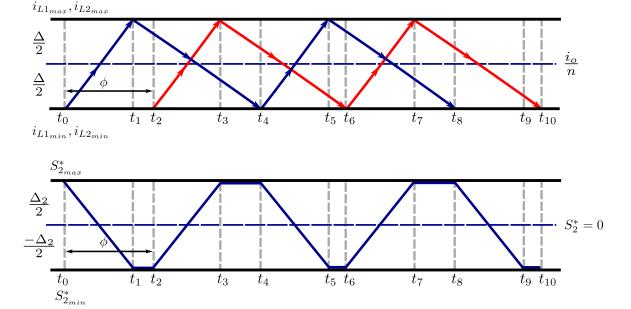
Analisando os dois lados de (5.59) pode-se notar que eles são equivalentes, acarretando na existência de um intervalo de ganhos adequados para o caso em questão. Esse intervalo é expresso por (5.60).

$$\frac{v_c}{V_{in}} = \left] \frac{3}{2}, 2 \right[\tag{5.60}$$

5.5.4 Caso 04 $\phi > t_{on}$ $(t_{on} < t_{off})$

A Figura 5.11 representa o quarto caso analisado. Neste caso, o tempo em que os interruptores inferiores permanecem em condução é menor que o tempo em que eles permanecem bloqueados, sendo este tempo em condução menor que período de defasagem.

Figura 5.11: Análise geométrica - matemática das correntes nos indutores para o quarto caso



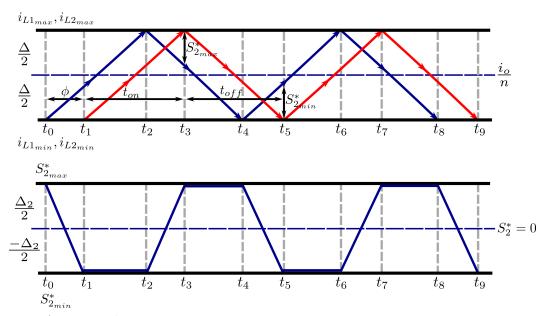
Fonte: Autoria própria

Analisando os gráficos da Figura 5.11, percebe-se que o intervalo de transição entre os valores limites de S_2^* é diferente do período de defasagem, não atendendo a condição de existência. Sendo assim, para o caso em questão não existe uma relação de ganho que garanta a defasagem de $\frac{360^{\circ}}{n}$ entre as correntes nos indutores.

5.5.5 Caso 05 $\phi < t_{on}$ $(t_{on} = t_{off})$

A Figura 5.12 representa o quinto caso analisado. Neste caso, o tempo em que os interruptores inferiores permanecem em condução é igual ao tempo em que eles permanecem bloqueados, sendo este tempo em condução maior que período de defasagem.

Figura 5.12: Análise geométrica - matemática das correntes nos indutores para o quinto caso



Fonte: Autoria própria

Analisado a Figura 5.12 encontramos a seguintes relação matemática expressas por (5.61) e (5.62).

$$\frac{\left|S_{2_{min}}^*\right|}{\phi} = \frac{\Delta}{t_{on}} \tag{5.61}$$

$$\frac{S_{2_{max}}^*}{\phi} = \frac{\Delta}{t_{off}} \tag{5.62}$$

Após manipulações algébricas, encontramos (5.63) e (5.64) que correspondem a $S^*_{2_{max}} \ {\rm e} \ S^*_{2_{min}} \ {\rm respectivamente}.$

$$S_{2_{max}}^* = \frac{V_{in}T}{Ln} (5.63)$$

$$S_{2_{min}}^* = -\frac{V_{in}T}{Ln} (5.64)$$

Com (5.63) e (5.64), pode-se encontrar (5.65), que corresponde a Δ_2 para o caso em questão.

$$\Delta_2 = S_{2_{max}}^* - S_{2_{min}}^*$$

$$\Delta_2 = \frac{2V_{in}T}{Ln}$$
(5.65)

Verificando a condição de existência, por meio de (5.40), obtém-se (5.66).

$$\frac{2V_{in}T}{Ln}\frac{L}{v_c} = \frac{T}{n} \tag{5.66}$$

Após manipulações algébricas encontramos a única relação de ganho adequada para este caso, que é expressa por (5.67).

$$\frac{v_c}{V_{in}} = 2 \tag{5.67}$$

5.5.6 Caso 06: $\phi > t_{on}$ $(t_{on} > t_{off})$

O sexto caso proposto, corresponde a um caso em que o tempo que os interruptores inferiores permanecem em condução é menor que o tempo em que eles permanecem bloqueados, sendo este tempo em condução também menor que período de defasagem.

Analisando as hipótese abordadas para este caso, percebe-se que ele é irrealizável, haja vista que para uma defasagem de $\frac{360^{\circ}}{n}$, onde n corresponde ao número de células do conversor intercalado, se o tempo em que os interruptores inferiores passam em condução é menor que o período de tempo de defasagem, é fisicamente impossível que o tempo em condução seja maior que o tempo em bloqueio.

Capítulo 6

Resultados e Discussões

Este capítulo tem a finalidade de apresentar os resultados obtidos por meio de simulações realizadas no ambiente do software Altair Psim, utilizando-se a técnica de controle por modos deslizante para regular o conversor boost intercalado. Os parâmetros utilizados pelo conversor simulado, bem como os cenários adotados para cada simulação estão apresentados nas Tabelas 6.1 e 6.2 respectivamente.

Tabela 6.1: Parâmetros utilizados nas simulações do conversor boost intercalado.

Parâmetros do conversor				
Frequência de comutação	$10\mathrm{kHz}$			
Fonte	$240\mathrm{V}$			
Indutores	$450 \mu\mathrm{H}$			
Capacitor	$6\mathrm{mF}$			
Carga	9.245Ω			

Fonte: Autoria própria

Tabela 6.2: Cenários de simulação

Cenário	Ganho	Δ	$\mathbf{S^*_{2_{max}}}$	$\mathbf{S^*_{2_{\min}}}$
01	$\frac{3}{2}$	$\frac{160}{9}$	$\frac{80}{9}$	$-\frac{160}{9}$
02	$\frac{33}{20}$	$\frac{2080}{99}$	$\frac{104}{9}$	$-\frac{160}{9}$
03	$\frac{7}{4}$	$\frac{160}{7}$	$\frac{40}{3}$	$-\frac{160}{9}$
04	$\frac{37}{20}$	$\frac{2720}{111}$	$\frac{136}{9}$	$-\frac{160}{9}$
05	02	$\frac{80}{3}$	$\frac{160}{9}$	$-\frac{160}{9}$
06	03	$\frac{320}{9}$	$\frac{320}{9}$	$-\frac{160}{9}$

Fonte: Autoria própria

O conversor *boost* intercalado que foi simulado, bem como a estrutura de controle por modo deslizante utilizada, podem serem visto no Anexo C.

O Algoritmo base para a implementação da histerese, utilizado nos blocos de controle, pode ser encontrado em (Tan et al., 2012). Os pseudocódigos dos algoritmos que foram implementados para a primeira e demais células, podem serem vistos no Anexo D.

Para obter os valores de referência de corrente e regular a tensão de saída do conversor, é utilizado o compensador PI contínuo, projetado no Capítulo 4. A Figura 6.1 retrata o diagrama do novo sistema de controle proposto.

Figura 6.1: Diagrama de controle por modos deslizantes com o compensador PI

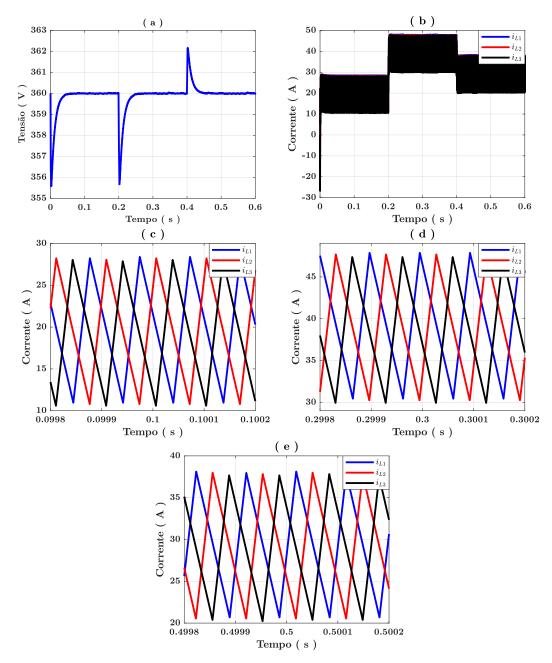
Fonte: Autoria própria

6.0.1 Cenário 01

No primeiro cenário analisado, o ganho estático adotado para o conversor é $\frac{3}{2}$, contemplando a situação abordada no subtópico 5.5.1.

A fim de verificada a eficiência do sistema de controle por modos deslizantes, para a regulação da tensão de saída ante a pertubação na carga do conversor, é realizada uma simulação na qual o valor da carga é reduzido em 50% do seu valor inicial, no tempo 0,2s e ampliado para aproximadamente 66.67% do seu valor inicial no tempo 0,4. Os resultados obtidos referente as correntes nos indutores e tensão de saída podem ser verificados por meio da Figura 6.2.

Figura 6.2: Comportamento da tensão de saída e corrente nos indutores ante variação de carga (cenário 01)



(a) Curvas da tensão sobre o capacitor; (b) Curvas das correntes nos indutores; (c) Curvas das correntes nos indutores sem variação de carga; (d) Curvas das correntes nos indutores ante a primeira variação de carga; (e) Curvas das correntes nos indutores ante a segunda variação de carga;

Fonte: Autoria própria

Utilizando a ferramenta de transformada rápida de Fourier do software Altair

Psim, foi analisado o espectro de frequência da corrente no indutor L_1 . O objetivo é obter a frequência da componente que apresenta maior amplitude, a fim de verificar de forma indireta a frequência de comutação e a discrepância relativa do valor encontrado em relação ao proposto na Tabela 6.1.

O valor de frequência obtido para o cenário em questão é 10.232,1 Hz, sendo a sua discrepância relativa igual a 2,321%.

6.0.2 Cenário 02

No segundo cenário analisado, o ganho estático adotado para o conversor é $\frac{33}{20}$, contemplando a situação abordada no subtópico 5.5.2.

Os mesmos procedimentos adotados durante a simulação do cenário 01, são utilizados no cenário 02 e os resultados obtidos referente as correntes nos indutores e tensão de saída podem ser verificados por meio da Figura 6.3.

Assim como no cenário anterior, é aplicada a ferramenta de transformada rápida de Fourier do software Altair Psim, à corrente no indutor L_1 , a fim de verificar de forma indireta a frequência de comutação e a discrepância relativa do valor encontrado em relação ao proposto na Tabela 6.1.

O valor de frequência obtido para o cenário em questão é 9.796,68 Hz, sendo a sua discrepância relativa igual a 2,0332%.

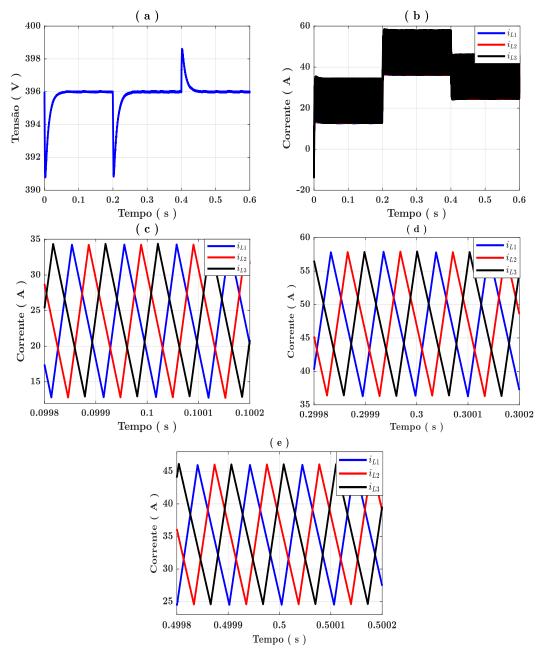
6.0.3 Cenário 03

No terceiro cenário analisado, o ganho estático adotado para o conversor é $\frac{7}{4}$, contemplando a situação abordada no subtópico 5.5.3.

Os mesmos procedimentos adotados durante a simulação do cenário 02, são utilizados no cenário 03 e os resultados obtidos referente as correntes nos indutores e tensão de saída podem ser verificados por meio da Figura 6.4.

Assim como no cenário anterior, é aplicada a ferramenta de transformada rápida de Fourier do software Altair Psim, à corrente no indutor L_1 , a fim de verificar de forma indireta a frequência de comutação e a discrepância relativa do valor encontrado em relação ao proposto na Tabela 6.1.

Figura 6.3: Comportamento da tensão de saída e corrente nos indutores ante variação de carga (cenário 02)



(a) Curvas da tensão sobre o capacitor; (b) Curvas das correntes nos indutores; (c) Curvas das correntes nos indutores sem variação de carga; (d) Curvas das correntes nos indutores ante a primeira variação de carga; (e) Curvas das correntes nos indutores ante a segunda variação de carga;

O valor de frequência obtido para o cenário em questão é $10.132,2\,\mathrm{Hz},$ sendo a sua discrepância relativa igual a 1,332%.

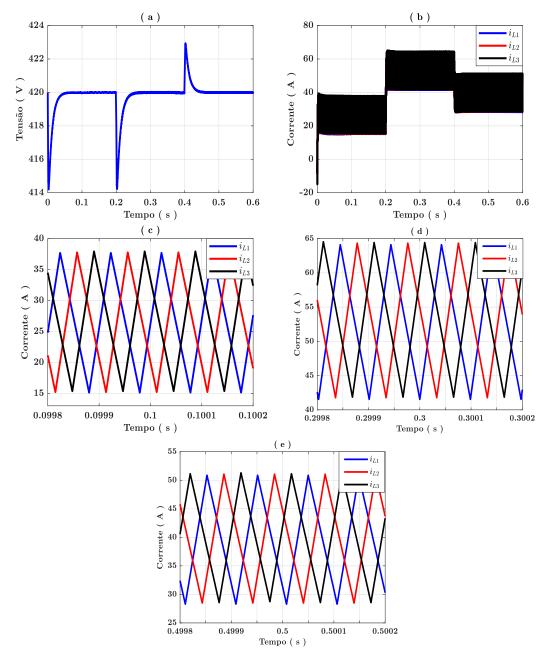


Figura 6.4: Comportamento da tensão de saída e corrente nos indutores ante variação de carga (cenário 03)

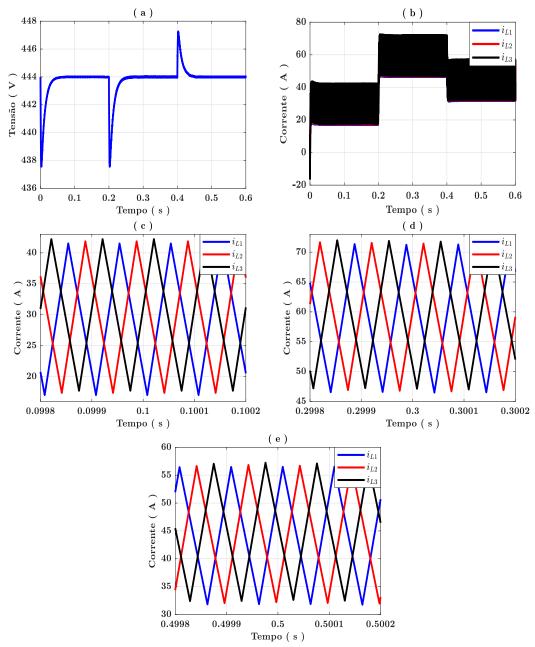
(a) Curvas da tensão sobre o capacitor; (b) Curvas das correntes nos indutores; (c) Curvas das correntes nos indutores sem variação de carga; (d) Curvas das correntes nos indutores ante a primeira variação de carga; (e) Curvas das correntes nos indutores ante a segunda variação de carga;

6.0.4 Cenário 04

No quarto cenário analisado, o ganho estático adotado para o conversor é $\frac{37}{20}$, contemplando a situação abordada no subtópico 5.5.4.

Os mesmos procedimentos adotados durante a simulação do cenário 03, são utilizados no cenário 04 e os resultados obtidos referente as correntes nos indutores e tensão de saída podem ser verificados por meio da Figura 6.5.

Figura 6.5: Comportamento da tensão de saída e corrente nos indutores ante variação de carga (cenário 04)



(a) Curvas da tensão sobre o capacitor; (b) Curvas das correntes nos indutores; (c) Curvas das correntes nos indutores sem variação de carga; (d) Curvas das correntes nos indutores ante a primeira variação de carga; (e) Curvas das correntes nos indutores ante a segunda variação de carga;

Assim como no cenário anterior, é aplicada a ferramenta de transformada rápida de Fourier do software Altair Psim, à corrente no indutor L_1 , a fim de verificar de forma indireta a frequência de comutação e a discrepância relativa do valor encontrado em relação ao proposto na Tabela 6.1.

O valor de frequência obtido para o cenário em questão é $9.990,2\,\mathrm{Hz},$ sendo a sua discrepância relativa igual a 0.098%.

6.0.5 Cenário 05

No quinto cenário analisado, o ganho estático adotado para o conversor é 02, contemplando a situação abordada no subtópico 5.5.5.

Os mesmos procedimentos adotados durante a simulação do cenário 04, são utilizados no cenário 05 e os resultados obtidos referente as correntes nos indutores e tensão de saída podem ser verificados por meio da Figura 6.6.

Assim como no cenário anterior, é aplicada a ferramenta de transformada rápida de Fourier do software Altair Psim, à corrente no indutor L_1 , a fim de verificar de forma indireta a frequência de comutação e a discrepância relativa do valor encontrado em relação ao proposto na Tabela 6.1.

O valor de frequência obtido para o cenário em questão é $9.987,9\,\mathrm{Hz}$, sendo a sua discrepância relativa igual a 0.121%.

6.0.6 Cenário 06

No sexto cenário analisado, o ganho estático adotado para o conversor é 03, contemplando a situação abordada no subtópico 5.5.6.

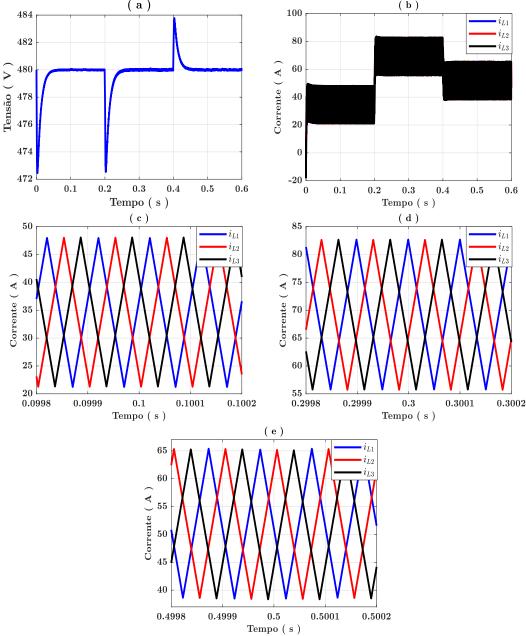
Os mesmos procedimentos adotados durante a simulação do cenário 05, são utilizados no cenário 06 e os resultados obtidos referente as correntes nos indutores e tensão de saída podem ser verificados por meio da Figura 6.7.

Assim como no cenário anterior, é aplicada a ferramenta de transformada rápida de Fourier do software Altair Psim, à corrente no indutor L_1 , a fim de verificar de forma indireta a frequência de comutação e a discrepância relativa do valor encontrado em relação ao proposto na Tabela 6.1.

Figura 6.6: Comportamento da tensão de saída e corrente nos indutores ante variação de carga (cenário 05)

(a)

(b)



(a) Curvas da tensão sobre o capacitor; (b) Curvas das correntes nos indutores; (c) Curvas das correntes nos indutores sem variação de carga; (d) Curvas das correntes nos indutores ante a primeira variação de carga; (e) Curvas das correntes nos indutores ante a segunda variação de carga;

O valor de frequência obtido para o cenário em questão é 9.921,29 Hz, sendo a sua discrepância relativa igual a 0.7871%.

A Tabela 6.3 traz um resumo dos cenários analisados, com as discrepâncias

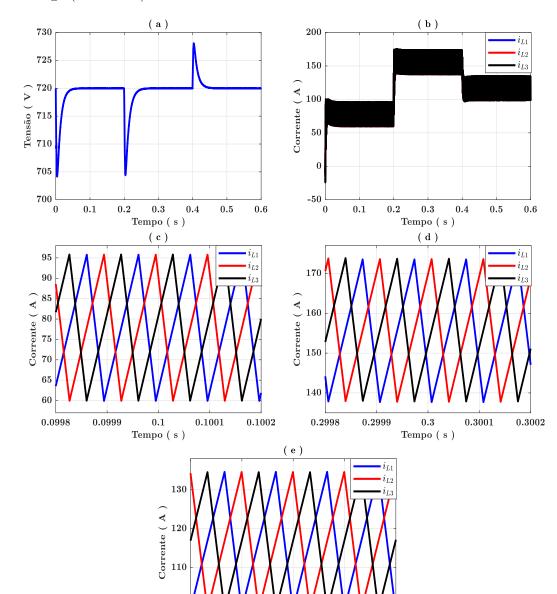


Figura 6.7: Comportamento da tensão de saída e corrente nos indutores ante variação de carga (cenário 06)

(a) Curvas da tensão sobre o capacitor; (b) Curvas das correntes nos indutores; (c) Curvas das correntes nos indutores sem variação de carga; (d) Curvas das correntes nos indutores ante a primeira variação de carga; (e) Curvas das correntes nos indutores ante a segunda variação de carga;

0.5 Tempo (s)

0.5001

0.5002

Fonte: Autoria própria

100

0.4998

0.4999

relativa da frequência de comutação, ganhos estáticos, tensão de entrada e o valor médio de tensão na saída do conversor.

Tabela 6.3: Tabela de resultados

Cenário	Ganho	$\left rac{ ext{F}- ext{F}_{ ext{ref}}}{ ext{F}_{ ext{ref}}} ight 100$	Entrada	Saída
01	$\frac{3}{2}$	2,321	240V	$359,\!996V$
02	$\frac{33}{20}$	2,0332	240V	$395,\!998V$
03	$\frac{7}{4}$	1,332	240V	419,995V
04	$\frac{37}{20}$	0,098	240V	$444,\!003V$
05	02	0,121	240V	480,004V
06	03	0,7871	240V	$720,\!003V$

Capítulo 7

Conclusões e Trabalhos Futuros

Este trabalho teve como principal objetivo principal a analise e implementação de um sistema de controle por modos deslizantes aplicado um conversor *boost* intercalado bidirecional de três células simulado no software Altair Psim. Diante dos principais resultados alcançados, conclui-se que:

- O modelo comutado e médio linearizado do conversor boost intercalado mostraramse apropriados para implementação das técnicas de controle propostas;
- O sistema de controle contínuo clássico e discretizado aplicado ao conversor *boost* intercalado mostrou-se eficaz na regulação da tensão de saída do conversor;
- As limitações do método de controle por modos deslizantes analisado, foram apresentadas de modo claro e direto, ampliando a compreensão sobre o método.
- A analise gráfico matemática das correntes nos indutores, mostrou-se adequada para a obtenção dos valores limites das superfícies auxiliares;
- A metodologia de controle por modos deslizantes apresentada demonstrou eficacia na regulação das correntes nos indutores do conversor;
- O compensador PI, utilizado em conjunto com o sistema de controle por modos deslizante, mostrou-se adequando para o fornecimento dos sinais de referência de corrente;

Graças aos resultados de simulação obtidos, pode-se constatar que o sistema de controle por modo deslizante analisado mostra-se promissor.

As atividades futuras terão como principal objetivo, a implantação física do conversor e do sistema de controle por modos desliante, a fim de se realizar testes experimentais. O sistema de controle será implementado utilizando portas lógicas e amplificadores operacionais, e os resultados obtidos poderão serem vistos por meio de um osciloscópio.

Como propostas para continuação desse trabalho tem-se:

- Analisar o comportamento do conversor boost intercalado e do sistema de controle por modos deslizante, quanto interligado a um inversor de frequência, para o desenvolvimento de uma UPS de baixa potência;
- Desenvolver um protótipo do conversor boost intercalado e do sistema de controle por modos deslizante;
- Adaptar o sistema de controle de modo que ele possa modificar os limites dos blocos de histerese ante a variações da tensão de entrada;
- Desenvolver um protótipo de UPS de baixa potência composta pelo conversor boost intercalado;

Referências Bibliográficas

Jaber A Abu-Qahouq, Nattorn Pongratananukul, Issa Batarseh, and Takis Kasparis.
Multiphase voltage-mode hysteretic controlled vrm with dsp control and novel current sharing. In Proceedings of the Fourth IEEE International Caracas Conference on Devices, Circuits and Systems (Cat. No. 02TH8611), pages P017–P017. IEEE, 2002.

Ashfaq Ahmed. Eletrônica de potência. Pearson Education do Brasil, 2009.

Khalifa Al-Hosani and Vadim I Utkin. Multiphase power boost converters with sliding mode. In 2009 IEEE Control Applications, (CCA) & Intelligent Control, (ISIC), pages 1541–1544. IEEE, 2009.

Yazan M Alsmadi, Vadim Utkin, Mohammed A Haj-ahmed, and Longya Xu. Sliding mode control of power converters: Dc/dc converters. *International Journal of Control*, 91(11):2472–2493, 2017.

Seddik Bacha, Iulian Munteanu, Antoneta Iuliana Bratcu, et al. Power electronic converters modeling and control. *Advanced textbooks in control and signal processing*, 454:454, 2014.

Ivo Barbi and Denizar Cruz Martins. Conversores cc-cc básicos não isolados. Florianópolis, SC-Brasil-Edição dos Autores, 2000.

Andrzej Bartoszewicz. Sliding mode control. BoD-Books on Demand, 2011.

Issa Batarseh and Ahmad Harb. Power electronics. In Springer Nature. Springer, 2018.

Henrique AC Braga and Ivo Barbi. Conversores estáticos multiníveis—uma revisão. SBA Controle & Automação, 11(01):20–28, 2000.

- Chi-Tsong Chen. Analog and digital control system design: transfer-function, statespace, and algebraic methods. Oxford University Press, Inc., 2006.
- Nasir Coruh, Satilmis Urgun, Tarik Erfidan, and Semra Ozturk. A simple and efficient implementation of interleaved boost converter. In 2011 6th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, pages 2364–2368. IEEE, 2011.
- Stephen J Dodds et al. Feedback control. Springer, 2015.
- Christopher Edwards and Sarah Spurgeon. Sliding mode control: theory and applications. Crc Press, 1998.
- R.W. Erickson and D. Maksimović. Fundamentals of Power Electronics. Springer International Publishing, 2020. ISBN 9783030438791.
- Gene F Franklin, J David Powell, and Abbas Emami-Naeini. Sistemas de controle para engenharia. Bookman Editora, 2013.
- Bernard Friedland. Control system design: an introduction to state-space methods. Courier Corporation, 2005.
- Arnab Ghosh and Subrata Banerjee. A comparison between classical and advanced controllers for a boost converter. In 2018 IEEE International Conference on Power Electronics, Drives and Energy Systems (PEDES), pages 1–6. IEEE, 2018.
- Wei Gu, Weihong Qiu, Wenkai Wu, and Issa Batarseh. A multiphase dc/dc converter with hysteretic voltage control and current sharing. In *APEC. Seventeenth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (Cat. No. 02CH37335)*, volume 2, pages 670–674. IEEE, 2002.
- Daniel W Hart. Eletrônica de potência: análise e projetos de circuitos. McGraw Hill Brasil, 2016.
- Robert J Heaston. Modern control theory; state-of-the-art review. 1995.
- L Hoon. Chattering suppression in sliding mode control system. PhD thesis, Ph. D. Thesis, Mechanical Engineering, Ohio State University, 2007.

- IEA. World Energy Outlook 2022. IEA, Paris, France, 2022.
- IEA. Electricity Market Report 2023. IEA, Paris, France, 2023.
- Hasan Komurcugil, Samet Biricik, Sertac Bayhan, and Zhen Zhang. Sliding mode control: Overview of its applications in power converters. *IEEE Industrial Electronics Magazine*, 15(1):40–49, 2020.
- CQ Lee, K Siri, and T-F Wu. Dynamic current distribution controls of a parallel connected converter system. In PESC'91 Record 22nd Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, pages 875–881. IEEE, 1991.
- Hoon Lee, Vadim I Utkin, and Andrey Malinin. Chattering reduction using multiphase sliding mode control. *International Journal of Control*, 82(9):1720–1737, 2009.
- Jieli Li, Charles R Sullivan, and Aaron Schultz. Coupled-inductor design optimization for fast-response low-voltage dc-dc converters. In APEC. Seventeenth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (Cat. No. 02CH37335), volume 2, pages 817–823. IEEE, 2002.
- Mariano Lopez, L Garcia De Vicuna, Miguel Castilla, Oscar Lopez, and Joan Majo. Interleaving of parallel dc-dc converters using sliding mode control. In *IECON'98*. Proceedings of the 24th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (Cat. No. 98CH36200), volume 2, pages 1055–1059. IEEE, 1998.
- Marcos Antônio Severo Mendes. Associação em Paralelo de Conversores Estáticos cecc: Uma Contribuição às Estratégias de Controladores. PhD thesis, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais. Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, 1996.
- Farhan Mumtaz, Nor Zaihar Yahaya, Sheikh Tanzim Meraj, Balbir Singh, Ramani Kannan, and Oladimeji Ibrahim. Review on non-isolated dc-dc converters and their control techniques for renewable energy applications. *Ain Shams Engineering Journal*, 12(4): 3747–3763, 2021.
- Luana K Melgaço Pereira, Seleme I Seleme, and João Lucas da Silva. Generalized mathematical model for an n-cell interleaved boost converter. In 2019 IEEE 15th

- Brazilian Power Electronics Conference and 5th IEEE Southern Power Electronics Conference (COBEP/SPEC), pages 1–6. IEEE, 2019.
- C.L. Phillips and R.D. Harbor. Sistemas de controle e realimentação. Makron, 1997.
 ISBN 9788534605960.
- Muhammad H Rashid. Eletrônica de potência: dispositivos, circuitos e aplicações. Tradução de L. Abramowicz, 48, 2014.
- K Siri and CQ Lee. Current distribution control of converters connected in parallel. In Conference Record of the 1990 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting, pages 1274–1280. IEEE, 1990.
- Siew-Chong Tan, YM Lai, and K Tse Chi. An evaluation of the practicality of sliding mode controllers in dc-dc converters and their general design issues. In 2006 37th IEEE Power Electronics Specialists Conference, pages 1–7. IEEE, 2006.
- Siew-Chong Tan, Yuk-Ming Lai, and Chi-Kong Tse. Sliding mode control of switching power converters: techniques and implementation. CRC press, 2012.
- Vadim Utkin. Sliding mode control of dc/dc converters. *Journal of the Franklin Institute*, 350(8):2146–2165, 2013.
- Vadim Utkin, Jürgen Guldner, and Jingxin Shi. Sliding mode control in electromechanical systems. CRC press, 2017.

Apêndice A

Diagrama de Blocos dos Modelos

Figura A.1: Diagrama de blocos do modelo comutado.

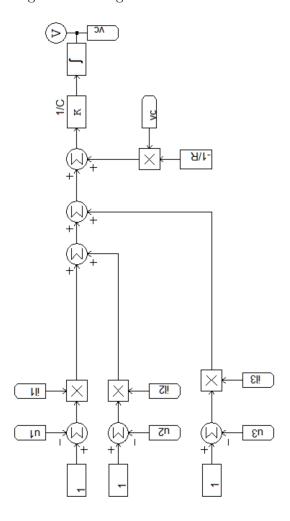
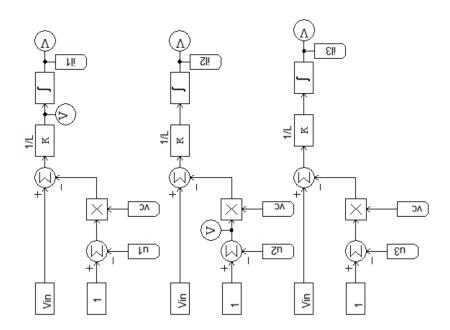


Figura A.2: Diagrama de blocos do modelo comutado.



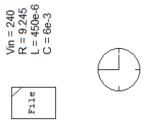
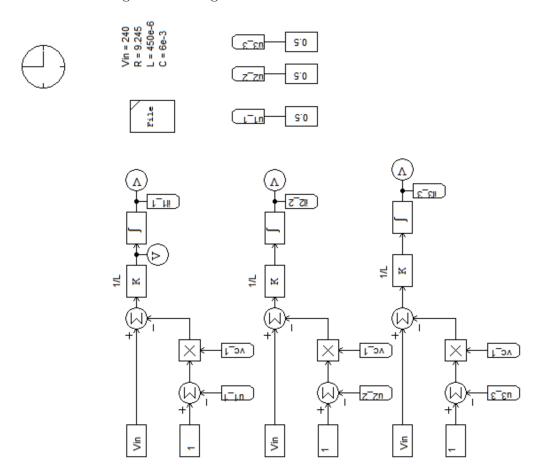


Figura A.3: Diagrama de blocos do modelo médio.

Figura A.4: Diagrama de blocos do modelo médio.



Apêndice B

Diagrama Elétrico do Conversor

Figura B.1: Diagrama do Conversor Boost Intercalado

Apêndice C

Estrutura de Controle por Modos Deslizantes

Figura C.1: Diagrama elétrico do conversor e sistema de controle por modos deslizante

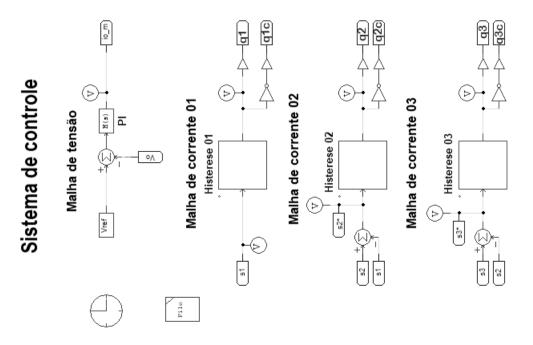
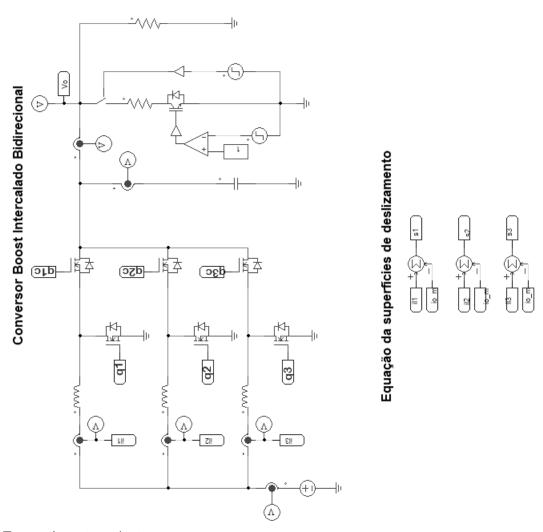


Figura C.2: Diagrama elétrico do conversor e sistema de controle por modos deslizante



Apêndice D

Algoritmos Utilizados nos Blocos de Histerese

```
Algorithm 1 Algoritmo de histerese para a primeira célula.
```

```
S_1 \leftarrow 0
u_1 \leftarrow 0
u_{aux} \leftarrow 0
\Delta \leftarrow c_1
if S_1 > \frac{\Delta}{2} then
u_1 \leftarrow 0
else if S_1 < -\frac{\Delta}{2} then
u_1 \leftarrow 1
else
u_1 \leftarrow u_{aux}
end if
u_{aux} \leftarrow u_1
```

Algorithm 2 Algoritmo de histerese para a segunda e terceira célula.

```
egin{aligned} S_k^* &\leftarrow 0 \ u_k &\leftarrow 0 \ u_{aux} &\leftarrow 0 \ 	ext{if } S_{k^*} &> S_{2^*_{max}} 	ext{ then} \ u_k &\leftarrow 0 \ 	ext{else if } S_{k^*} &< S_{2^*_{min}} 	ext{ then} \ u_k &\leftarrow 1 \ 	ext{else} \ u_k &\leftarrow u_{aux} \ 	ext{end if} \ u_{aux} &\leftarrow u_k \end{aligned}
```