
Universidade Federal da Bahia
Escola Politécnica
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

MODELAGEM DINÂMICA DA ESTRUTURA DA BASE MÓVEL DE ROBÔS MANIPULADORES COM INCLUSÃO DAS NÃO LINEARIDADES DE ENTRADA

Autor: Tania Luna Laura
Orientador: Prof. Dr. Jês de Jesus Fiais Cerqueira
Co-Orientador: Profa. Dra. Cristiane Corrêa Paim

*Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Bahia,
para preenchimento de requisitos parciais à obtenção do
Título de*

MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Banca Examinadora

Dr. Jês de Jesus Fiais Cerqueira - **UFBA** (Presidente)
Dra. Cristiane Corrêa Paim - **UFBA** Dr. Augusto Loureiro da Costa - **UFBA**
Dr. Edson Roberto De Pieri - **UFSC**

Salvador-BA, 08 de Junho de 2006.

Resumo

Esta dissertação apresenta a modelagem dinâmica da estrutura de uma base móvel de robôs manipuladores com duas rodas ativas, acionadas por motores de corrente contínua, considerando as não linearidades na entrada do sistema. As não linearidades modeladas são caracterizadas como do tipo zona morta e do tipo saturação.

Considera-se que, a não linearidade do tipo zona morta é decorrente do arrastamento da estrutura da base móvel sobre a superfície de movimento, estando portanto relacionada com a modelagem do atrito seco existente no subsistema mecânico. A não linearidade do tipo saturação é decorrente da estrutura construtiva do acionamento eletrônico dos motores elétricos, estando relacionada com a modelagem do subsistema eletrônico.

O modelo dinâmico da estrutura de base móvel de robôs manipuladores com duas rodas ativas é usado para a construção de um bloco de simulação de malha aberta em ambiente MATLAB *Simulink*[®], proporcionando aos projetistas a simulação com dados reais de todos os componentes do sistema e características ambientais. Isto possibilita uma visão geral do desempenho do sistema operando em condições próximas às específicas, permitindo também a substituição de componentes e a imposição de condições específicas de imperfeições ou não linearidades.

Apresenta-se a verificação experimental de não linearidades de entrada em um sistema real, o sistema *Khepera*[®] da K-Team S. A., validando assim as imperfeições as quais um sistema real está exposto em seu ambiente de aplicação, e finalmente a aplicação do bloco de simulação de malha aberta em ambiente MATLAB *Simulink*[®].

Palavras Chave

Robôs móveis, Modelagem, Zona Morta, Saturação.

Abstract

This dissertation presents the dynamic model including nonlinearities in the input of the system for a mobile robot with two active wheels. The mobile robot is driven by direct current motors. The input nonlinearities modelled are the dead zone and the saturation.

It is considered that the dead zone is decurrent of the sliding of the body of the mobile robot on surface of movement therefore being related to the modelling of the friction static that there is on the mechanical subsystem. The saturation is decurrent of the constructive structure of the driven of the motor electric, being related to the modelling of the electronic subsystem.

The dynamic model of the mobile robot with two active wheels is used for the construction of a block of simulation into MATLAB *Simulink*[®] that it provides to the designers the simulation with real data of all the components of the system and of the environment typical. This makes possible a observation of the performance of the system when it is operating close to actual conditions, allowing the substitution of components and the imposition of specific conditions for imperfections or nonlinearities.

It is presented finally the experimental verification of the input nonlinearities and the application of the block of simulation of the MATLAB *Simulink*[®] in a real system, the system *Khepera*[®] of K-Team S.A., verifying itself thus, the imperfections that a real system is exposed in its environment of application.

Key Words

Mobile robot, Modelling, Dead zone, Saturation.

Agradecimentos

- Ao DEE da UFBa por ter proporcionado a oportunidade de realização do curso de mestrado.
- À **CAPES** pela concessão de uma bolsa de estudos durante a realização do curso.
- À **FAPESB** pela compra do Sistema Robótico Modular *Khepera*®
- Ao Prof. Dr. Jês de Jesus Fiais Cerqueira por ter me aceito como orientanda, pela paciência e excelente orientação.
- À Profa. Dra. Cristiane Corrêa Paim, pelos conhecimentos compartilhados das ferramentas para simulação de sistemas, sugestões que auxiliaram a elaboração da dissertação.
- Aos comentários e as sugestões dos membros da banca examinadora desta dissertação: Prof. Dr. Augusto Loreiro da Costa, da UFBa; Prof. Dr. Edson Roberto De Pieri, da UFSC.
- Aos professores e funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Bahia pelo apoio e incentivo.
- Aos colegas que tive a oportunidade de conhecer durante a pós-graduação na UFBa, em especial aos do Departamento de Engenharia Elétrica, que me proporcionaram momentos especiais e de muita alegria.
- Aos colegas do LSI Taniel, Reinaldo, Danilo, Armando, Adriane e Denes pelas trocas de idéias durante o curso e pela boa vontade de me ajudar a superar dificuldades técnicas e de comunicação.

- Aos grandes amigos Edson, Deise, Martinha, Fabiano, Alberto, Rodolfo e Zoni que tive a oportunidade de conhecer em Salvador que me deram muitos incentivos e momentos de alegria.
- A minha família de Salvador: Ana Isabela, Luciana, Cristiane, Fernando, Carlos Eduardo, Robson e Yan por me acolherem em seus corações, por compartilhar muitos momentos de alegria e pelos incentivos à conclusão deste trabalho.
- A toda mi familia de Puno y en especial a mis hermanos Carolina, Luz Milagro, Doris Petrona e Abimael, por los buenos ejemplos y por soportar mi ausencia.
- Un agradecimiento especial a mis padres Lizandro e Silvia por haberme dado la vida, por el inmenso amor, la educación y la confianza que depositaron en mi.
- Por fim, agradeço a Deus, pela essência de todas as coisas e por completar o significado deste trabalho.

Índice

Resumo	iii
Abstract	v
Agradecimentos	vii
Índice	ix
Lista de Figuras	xiii
Lista de Tabelas	xvii
1 Introdução	1
1.1 Contribuições e Propostas da dissertação	3
1.2 Estrutura do Texto	4
2 Preliminares Teóricas	7
2.1 Introdução	7
2.2 Não linearidades	8
2.2.1 Zona Morta	9
2.2.2 Saturação	10
2.2.3 Sistemas Mecânicos com Atrito	11
2.3 Acionamento de Motores de Corrente Contínua	13
2.3.1 Controle dos conversores CC-CC	14

2.3.2	Conversor CC-CC em Ponte Completa	15
2.3.3	PWM com chaveamento de tensão bipolar	18
2.4	Considerações Importantes no Acionamento de um Motor de CC	19
2.5	Dinâmica do Motor de Corrente Contínua	20
2.6	Cinemática da estrutura de base de um robô móvel	22
2.6.1	Representação da posição da estrutura de base de um robô móvel	23
2.6.2	Restrições cinemáticas da roda	25
2.6.3	Restrições Cinemáticas da estrutura de base de um robô móvel .	27
2.6.4	Manobrabilidade e Mobilidade de um robô móvel	30
2.6.5	Espaço de Trabalho de um Robô Móvel	30
2.7	Sumário	32
3	Modelagem Dinâmica da Estrutura de Base de um Robô Móvel	33
3.1	Introdução	33
3.2	Modelagem Matemática da base móvel	34
3.2.1	Dinâmica da Estrutura da base móvel com inclusão do Atuador Elétrico	36
3.3	Modelo Dinâmico do Veículo Implementado em Ambiente MATLAB <i>Simulink</i> [®]	45
3.4	Sumário	45
4	Aplicação do modelo dinâmico em um sistema real	47
4.1	Introdução	47
4.2	Sistema Robótico Móvel <i>Khepera</i> [®]	48
4.3	Aplicação do Modelo Dinâmico no Sistema Robótico <i>Khepera</i> [®]	50
4.3.1	Não Linearidades de Entrada	54
4.3.2	Resultados das Simulações	57
4.4	Sumário	74

5	Considerações Finais	77
5.1	Sugestões de Futuros Trabalhos	78
	Referências Bibliográficas	79
A	Modelo Dinâmico do Veículo Implementado em Ambiente MATLAB	83
A.1	Modelo Dinâmico do Veículo Implementado em Ambiente MATLAB <i>Simulink</i> [®]	83
A.1.1	Entrada considerando não linearidades	85
A.1.2	Estrutura da base de robôs manipuladores	86
A.1.3	Cinemática direta da estrutura da base de robôs manipuladores	86
B	Variação dos Parâmetros das Matrizes A e B	91

Lista de Figuras

2.1	Não linearidade do tipo zona morta simétrica.	9
2.2	Não linearidade do tipo saturação simétrica.	10
2.3	Atrito entre duas superfícies.	11
2.4	Curva característica do atrito.	12
2.5	Corpo colocado sobre uma superfície rugosa.	13
2.6	Modulação por largura de pulso PWM.	14
2.7	Esquema de acionamento de um motor de corrente contínua.	16
2.8	PWM com comutação bipolar	17
2.9	Modelo de campo elétrico do motor.	20
2.10	Modelo mecânico do motor elétrico.	22
2.11	Referência global e referência local do robô móvel.	24
2.12	Roda padrão fixa e seus parâmetros	26
2.13	Roda padrão manobrável e seus parâmetros	27
2.14	Rodas sem restrições.	28
3.1	Diagrama das forças e torques que atuam sobre a base móvel.	34
3.2	Implementação do modelo da base móvel em ambiente MATLAB <i>Simulink</i> ®	44
4.1	Sistema robótico móvel modular <i>Khepera</i>	49
4.2	Tensões efetivas nos motores elétricos em função da largura de pulso aplicada na entrada.	54

4.3	Sinal de entrada e velocidades da estrutura de base móvel	58
4.4	Estados dos motores da estrutura de base móvel	59
4.5	Velocidades e trajetórias da estrutura da base móvel com tensão de $V_d = 4,2 V$, massa de $M = 0.108 kg$ em diferentes espaços de trabalho. . . .	60
4.6	Velocidades e trajetórias da estrutura da base móvel com tensão de $V_d = 3,8 V$, massa de $M = 0.108 kg$ em diferentes espaços de trabalho. . . .	61
4.7	Velocidades e trajetórias da estrutura da base móvel com tensão de $V_d = 3,4 V$, massa de $M = 0.108 kg$ em diferentes espaços de trabalho. . . .	62
4.8	Velocidades e trajetórias da estrutura da base móvel com tensão de $V_d = 4,2 V$, massa de $M = 0.137 kg$ em diferentes espaços de trabalho. . . .	63
4.9	Velocidades e trajetórias da estrutura da base móvel com tensão de $V_d = 3,8 V$, massa de $M = 0.137 kg$ em diferentes espaços de trabalho	64
4.10	Velocidades e trajetórias da estrutura da base móvel com tensão de $V_d = 3,4 V$, massa de $M = 0.137 kg$ em diferentes espaços de trabalho. . . .	65
4.11	Velocidades e trajetórias da estrutura da base móvel com tensão de $V_d = 4,2 V$, massa de $M = 0.222 kg$ em diferentes espaços de trabalho. . . .	66
4.12	Velocidades e trajetórias da estrutura da base móvel com tensão de $V_d = 3,8 V$, massa de $M = 0.222 kg$ em diferentes espaços de trabalho. . . .	67
4.13	Velocidades e trajetórias da estrutura da base móvel com tensão de $V_d = 3,4 V$, massa de $M = 0.222 kg$ em diferentes espaços de trabalho. . . .	68
4.14	Velocidades da estrutura de base móvel para diferentes tensões.	69
4.15	Velocidades da estrutura de base móvel para diferentes tensões e massas.	70
A.1	Modelo da estrutura da base de robôs manipuladores com inclusão das não linearidades de entrada em malha aberta.	84
A.2	Subsistema da entrada não linear.	85
A.3	Subsistema da estrutura da base.	87
A.4	Geração do PWM bipolar.	88
A.5	Subsistemas da soma dos parâmetros dos atuadores	89
A.6	Subsistema da cinemática direta.	90

B.1	Variações dos parâmetros das matrizes A e B sem carga.	93
B.2	Variações dos parâmetros das matrizes A e B transportando carga. . . .	94

Lista de Tabelas

4.1	Parâmetros medidos para os diferentes módulos do sistema robótico <i>Khepera</i>	53
4.2	Parâmetros da estrutura da base do sistema robótico <i>Khepera</i>	53
4.3	Exemplo de limites das zonas mortas obtidos para o <i>Khepera</i>	56
4.4	Velocidade da estrutura da base do sistema robótico <i>Khepera</i> alcançada em 1 segundo.	71
4.5	Velocidade da estrutura da base do sistema robótico <i>Khepera</i> alcançada em 200 milisegundos.	72

Capítulo 1

Introdução

As estruturas tradicionais de robôs manipuladores com base fixa tem concentrado as atenções dos pesquisadores durante muitos anos principalmente devido a uma necessidade específica imposta pelo conceito de manufatura flexível e de baixo custo como a implementada atualmente com sucesso em subsistemas de montagem na indústria automobilística. Porém, nos últimos anos tem havido uma apreciável concentração de esforços de pesquisadores no desenvolvimento e domínio de tecnologia para robôs manipuladores com base móvel, também chamados de robôs móveis, aumentando portanto a flexibilidade no uso e o leque de aplicações dos robôs. Neste recente domínio de concentração de esforços da robótica observam-se algumas características teóricas e práticas particulares distintas das existentes nos sistemas de base fixa e já relatadas amplamente em artigos científicos e livros textos (Smith, 2001; Nicosia *et al.*, 2001; Angeles, 2003; Siegwart e Nourbakhsh, 2004).

Uma opção compacta e versátil para estrutura de base móvel dos manipuladores é o uso de veículos com rodas acionadas por motores elétricos, em geral motores de corrente contínua. Uma base deste tipo muito usada é a constituída de duas rodas do tipo fixas unidirecionais e mais dois pontos de contato (ou rodas do tipo castor) para deslizamento na superfície de movimento - *two-wheel differential drive*, como por exemplo o sistema *Pioneer*[®] da MobileRobots Inc., o sistema *Khepera*[®] da K-Team S. A., e muitos sistemas usados em competições acadêmicas de futebol de robôs. O subsistema mecânico deste tipo de base é relativamente simples de ser concebido e construído, possuindo também um modelo cinemático simples e inversível, o que possibilita uma rápida geração de trajetórias no espaço de atuadores a partir da trajetória no espaço

cartesiano, o que facilita em muito a implementação da estrutura de controle.

Os modelos dinâmicos para os sistemas *two-wheel differential drive* apresentados na literatura concentram-se na descrição da dinâmica do subsistema mecânico com a inclusão da dinâmica do acionamento elétrico em forma reduzida, sem levar em conta as imperfeições existentes no sistema e suas conseqüentes não linearidades impostas. Adicionalmente, as ferramentas de projeto disponíveis não permitem uma integração otimizada dos subsistemas mecânico, elétrico e eletrônico de forma a conduzir a especificações apropriadas para cada componente do sistema em função do desempenho desejado para todo o sistema.

Quando se trabalha com um sistema mecânico com movimento cartesiano, cujo objetivo é realizar uma determinada tarefa dentro de um espaço de trabalho cartesiano, geralmente a exatidão requerida para o movimento é elevada, como ocorre com dispositivos de microposicionamento (Selmic e Lewis, 2000). Particularmente, sistemas mecânicos que requerem controle de movimento são matematicamente de forma lagrangeana e muitas vezes precedidos por algumas não linearidades na entrada que podem ser caracterizadas como de quatro tipos: zona morta; *backlash*; saturação; ou histerese (Spong e Vidyasagar, 1989; Sage *et al.*, 1999; Tao e Kokotovic, 1995).

A zona morta é a faixa operacional do atuador que não produz resposta na dinâmica no sistema em função do sinal de controle aplicado em qualquer instante de tempo. Logo, o sistema opera como um sistema dinâmico não forçado. Esta característica é encontrada em muitos atuadores, sendo comuns em servoválvulas hidráulicas e servomotores elétricos. Este tipo de não linearidade é de difícil modelagem podendo inclusive ser variante no tempo (Tao e Kokotovic, 1994). Caso a presença da zona morta na entrada de um sistema não seja considerada no projeto do sistema de controle, este pode operar com ciclos limites (Jang *et al.*, 2005).

O atrito é um fenômeno importante em muitos sistemas com movimento mecânico. O atrito pode provocar erros no rastreamento, ciclos limite, e movimentos indesejados. Um bom modelo para o atrito é essencial para analisar a estabilidade de tais sistemas, prever ciclos limites e encontrar parâmetros adequados para os controladores. Em aplicações de posicionamento de elevada precisão e operando em baixas velocidades os resultados não são satisfatórios quando o atrito não é adequadamente modelado (Canudas de Wit *et al.*, 1995). Um tipo particular de atrito, o atrito seco, quando da sua existência, faz com que o sistema apresente comportamentos característicos da zona

morta.

A não linearidade de entrada do tipo saturação, são restrições de limites máximo e mínimo impostas ao atuador, existentes em todos os sistemas, atuam de forma a deteriorar o desempenho do sistema, fazendo com que existam estados inalcançáveis e comportamentos dinâmicos não rastreáveis. A grande maioria dos projetistas desconsideram este fenômeno objetivando simplificar suas análises e soluções (Perez *et al.*, 2003).

Atualmente, os motores elétricos de corrente contínua são sempre acionados com o auxílio de uma fonte de alimentação cujo ganho é sujeito à saturação (Sage *et al.*, 1999), tendo em vista o uso de circuitos eletrônicos de potência modulados por largura de pulso (**PWM** - *Pulse Width Modulation*). Assim, o sistema passa a apresentar restrições de entrada, e como consequência a produzir uma degradação no seu desempenho. Portanto, a modelagem correta destas restrições é muito importante para quantificar e entender os aspectos fundamentais desta degradação.

A não linearidade do tipo *backlash* não é considerada neste trabalho devido à existência comercial de acoplamentos mecânicos que compensam este efeito como pode ser visto em FAULHABER Group (2005).

1.1 Contribuições e Propostas da Dissertação

As principais contribuições e propostas desta dissertação são as seguintes:

- (i) Apresentar a modelagem da estrutura de uma base móvel de robôs manipuladores com duas rodas ativas, acionadas por motores elétricos de corrente contínua, considerando as não linearidades na entrada do sistema. As não linearidades modeladas são caracterizadas como do tipo zona morta e do tipo saturação. A não linearidade do tipo zona morta está relacionada com a modelagem do atrito existente no subsistema mecânico e a não linearidade do tipo saturação está relacionada com a modelagem do subsistema eletrônico de acionamento dos motores de corrente contínua.
- (ii) Apresentar um bloco de simulação em ambiente MATLAB *Simulink*[®] desenvolvido a partir do modelo que proporciona à projetistas a simulação com dados reais de todos os componentes do sistema e características ambientais. Isto possibilita

uma visão geral do desempenho do sistema operando em condições próximas às específicas, permitindo também a substituição de componentes e a imposição de condições específicas de imperfeições ou não linearidades. Adicionalmente torna-se uma excelente ferramenta de ensino acadêmico, visto ser esta estrutura de veículo muito usada em atividades de ensino.

Como contribuições e propostas adicionais esta dissertação apresenta:

- (i) A aplicação em um sistema real, o *Khepera*[®] da K-Team S. A. do modelo da estrutura de uma base móvel de robôs manipuladores com duas rodas ativas, acionadas por motores elétricos de corrente contínua, considerando as não linearidades na entrada do sistema.
- (ii) Verificação das imperfeições as quais um sistema real está exposto em seu ambiente de aplicação.
- (iii) Verificação experimental das não linearidades do tipo zona morta e do tipo saturação à entrada dos atuadores que movimentam a estrutura da base móvel.

1.2 Estrutura do Texto

O capítulo 2 apresenta os conceitos teóricos preliminares necessários para compreensão do conteúdo da dissertação, objetivando um entendimento ou vocabulário comum sobre alguns conceitos e definições. Inicialmente, são apresentadas definições sobre algumas não linearidades inerentes a um sistema real. Em seguida, são apresentados alguns tópicos sobre o acionamento e a dinâmica de motores de corrente contínua. Finalmente, são apresentados conceitos sobre cinemática de um veículo, sua representação de posição e suas restrições cinemáticas.

No capítulo 3, é feita uma análise matemática da dinâmica da estrutura de base de robôs manipuladores com duas rodas ativas com inclusão do atuador elétrico considerando as não linearidades na entrada e a implementação do modelo em Ambiente MATLAB *Simulink*[®].

O capítulo 4, apresenta o sistema *Khepera*[®] da K-Team S. A., a aplicação do modelo da estrutura de uma base móvel de robôs manipuladores com duas rodas ativas, acionadas por motores elétricos de corrente contínua, considerando as não linearidades

na entrada do sistema em um sistema real, resultados obtidos com a utilização do bloco de simulação em ambiente MATLAB *Simulink*[®] e também a verificação das imperfeições as quais um sistema real está exposto em seu ambiente de aplicação.

O capítulo 5 apresenta algumas considerações finais, bem como sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Preliminares Teóricas

Este capítulo apresenta os conceitos teóricos preliminares necessários para compreensão do conteúdo da dissertação, objetivando um entendimento ou vocabulário comum sobre alguns conceitos e definições. Inicialmente, são apresentadas definições sobre algumas não linearidades inerentes a um sistema real. Em seguida, são apresentados alguns tópicos sobre o acionamento e a dinâmica de motores de corrente contínua. Finalmente, são apresentados conceitos sobre cinemática de um veículo, sua representação de posição e suas restrições cinemáticas.

2.1 Introdução

REQUER-SE estratégias de controle adequadas para sistemas com movimento mecânico, particularmente para robôs móveis, quando se deseja rastreamentos de trajetórias convergentes, pois o desempenho destes é limitado pela presença de algumas não linearidades como zona morta, saturação, *backlash* e atrito (Spong e Vidyasagar, 1989; Sage *et al.*, 1999; Selmic e Lewis, 2000; Jang, 2001).

Por apresentar características de torques medianamente elevados, por gerar movimentos com precisão e apresentarem em geral facilidade de implementação do sistema de controle e baixo custo, a maioria de atuadores em robôs manipuladores são elétricos. Destes, os motores de corrente contínua ainda possuem grande leque de aplicabilidade.

O acionamento dos motores elétricos de corrente contínua é feito com o auxílio de

uma fonte de alimentação cujo ganho é sujeito à saturação (Mohan *et al.*, 1995; Sage *et al.*, 1999), tendo em vista o uso de circuitos eletrônicos de potência modulados por largura de pulso (**PWM** - *Pulse Width Modulation*). Assim, apresentam restrições na entrada, e como consequência produz-se uma degradação no seu desempenho (Perez *et al.*, 2003).

A cinemática é o estudo mais básico que descreve o comportamento dos sistemas mecânicos. Para o projeto de sistemas robóticos apropriados à realização de determinadas tarefas, necessita-se compreender o comportamento mecânico do robô (Siegwart e Nourbakhsh, 2004).

2.2 Não linearidades

Diferentes tipos de não linearidades inerentes aos sistemas são inevitáveis e podem ser encontradas em sistemas de controle reais (Ogata, 1982). As não linearidades do tipo zona morta, saturação e atrito são os mais comuns, e podem ser encontradas nos atuadores. Estas não linearidades também são chamadas de não linearidades duras [descontínuas] por Selmic *et al.* (2003). A imprecisão dos componentes mecânicos e da natureza das leis físicas, fazem destes atuadores sistemas não-lineares.

A zona morta é uma não linearidade estática, que descreve a insensibilidade do sistema a pequenos sinais. Embora haja algumas aplicações de malha aberta onde a característica de zona morta é altamente desejável, na maioria das aplicações de sistemas realimentados a zona morta tem efeitos não desejáveis na dinâmica e desempenho do sistema de controle. Isto representa uma perda de informação quando o sinal ingressa na zona morta, causando ciclos limites e erros de rastreamento (Jang *et al.*, 2005).

A saturação no atuador não apenas deteriora o desempenho do sistema causando elevados sobre-sinais de controle e longo tempo de estabilização no sistema, mas conduz também à instabilidade desde que a malha de controle esteja inoperante em tal situação (Jang *et al.*, 2005). Conseqüentemente, seus efeitos no desempenho do sistema estão sempre presentes se não foram compensados adequadamente pelo sistema de controle.

Uma das causas mais comuns de não linearidade é o atrito, que limita o desempenho dos sistemas de controle industrial. O atrito é comum em todos os sistemas mecânicos e conseqüentemente inevitável em sistemas de controle de tais, causando erros de rastreamento, ciclos limite e outros efeitos não desejáveis (Selmic *et al.*, 2003).

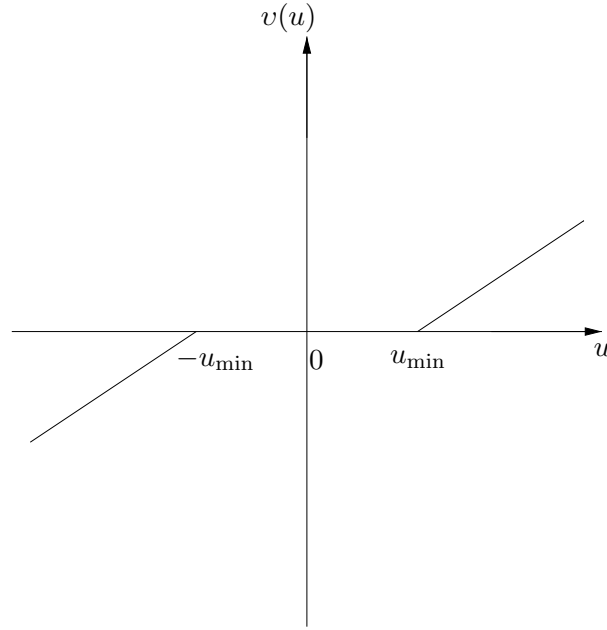


Figura 2.1: Não linearidade do tipo zona morta simétrica.

Na literatura, demonstra-se formalmente para mecanismos com um simple grau de liberdade DOF, com presença de atrito estático diferente de zero e atrito de Coulomb mínimo possuem ciclos limite. Demonstra-se também que estes mecanismos somente com atrito de Coulomb não levam a ciclos limite (Armstrong e Amin, 1996).

2.2.1 Zona Morta

A não linearidade tipo zona morta também é chamada de não linearidade de limiar. Uma curva característica de resposta simétrica e linear de um atuador é vista na figura 2.1, onde $v(u)$ é a resposta do atuador ao sinal de controle u . Pode-se observar nesta figura que o atuador responde matematicamente na forma

$$v(u) = \begin{cases} m[u(t) - \text{sgn}(u(t))u_{\min}] & \text{se } |u| \geq u_{\min} \\ 0 & \text{se } |u| < u_{\min} \end{cases}$$

onde $u_{\min}$ é o valor mínimo de sinal de controle capaz de alterar a posição do atuador, $m \in \mathbb{R}_+^*$ é uma constante linear e $\text{sgn}(u(t))$ é o sinal matemático da variável de controle. Note que para $|u| < u_{\min}$ o sistema terá uma dinâmica forçada e que para $|u| \geq u_{\min}$ o comportamento será de um sistema não forçado [isto é, com entrada nula] (Vidyasagar, 1993).

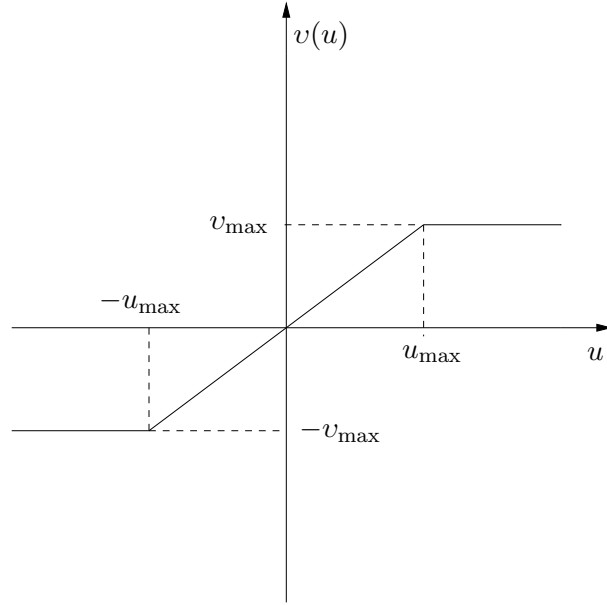


Figura 2.2: Não linearidade do tipo saturação simétrica.

Todas as aproximações conhecidas na compensação de zona morta supõem que a função da zona morta pode ser parametrizada usando poucos parâmetros, tais como largura da zona morta e inclinação (Selmic *et al.*, 2003). É importante observar que na prática a não linearidade do tipo zona morta é assimétrica e com a largura desconhecida, e isto dificulta a sua compensação (Jang, 2001).

2.2.2 Saturação

A não linearidade do tipo saturação inclui restrição de magnitude no valor de resposta do atuador. Quando um atuador alcança um limite, este é chamado de “saturado” desde que os esforços para um aumento adicional da saída do atuador mediante o sinal de controle, não resultariam em nenhum aumento da saída (Selmic *et al.*, 2003).

Uma curva característica para a não linearidade tipo saturação é vista na figura 2.2, sendo $\pm u_{\max}$ os valores limites da resposta do atuador. Para $|u(t)| \leq u_{\max}$ o atuador responde proporcionalmente ao sinal de controle. Para qualquer outro valor de $|u(t)|$ o atuador responderá com valor constante chamado de valor saturação, ou seja

$$v(u) = \begin{cases} \text{sgn}(u(t))v_{\max} & \text{se } |u| > u_{\max} \\ m u(t) & \text{se } |u| \leq u_{\max} \end{cases}$$

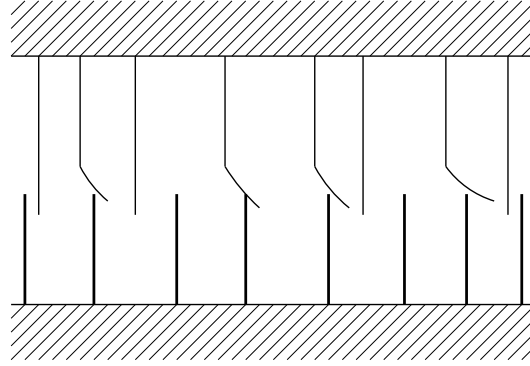


Figura 2.3: Atrito entre duas superfícies.

Pode-se observar que com a combinação destas duas não linearidades, o sistema apenas apresentará resposta forçada dentro de duas faixas de sinais de controle: $[-u_{\max}; -u_{\min})$ e $(u_{\min}; u_{\max}]$. Logo, a determinação dessas duas faixas é de fundamental importância no projeto do sistema e de sua estratégia de controle, afim que o mesmo possa ter o comportamento desejado.

2.2.3 Sistemas Mecânicos com Atrito

O deslizamento, o rolamento e qualquer pequeno contato entre diferentes corpos em movimento relativo resultam em forças de atrito ou resistência mecânica. Na maioria dos casos, as forças de atrito presentes são uma combinação do atrito viscoso, do atrito estático e de alguns outros tipos de atrito (Ogata, 2003).

No nível microscópico, o contato entre superfícies é muito irregular. Pode-se visualizar o contato entre dois corpos rígidos como o contato entre cerdas elásticas. Quando uma força tangencial é aplicada, para que exista movimento as cerdas deflexionam-se como uma mola fazendo com que parte da força tangencial seja consumida para vencer o atrito estático, como é ilustrado na figura 2.3. Para que haja um deslizamento ou movimento, é necessário que a força tangencial aplicada seja maior que um determinado valor de limiar. O fenômeno é altamente aleatório devido às formas irregulares das superfícies (Canudas de Wit *et al.*, 1995).

O atrito estático atinge seu valor máximo quando o deslizamento entre as duas superfícies é eminente, como é indicado na figura 2.4. Imediatamente após o início do movimento, a magnitude da força de atrito pode decrescer rapidamente quando o sis-

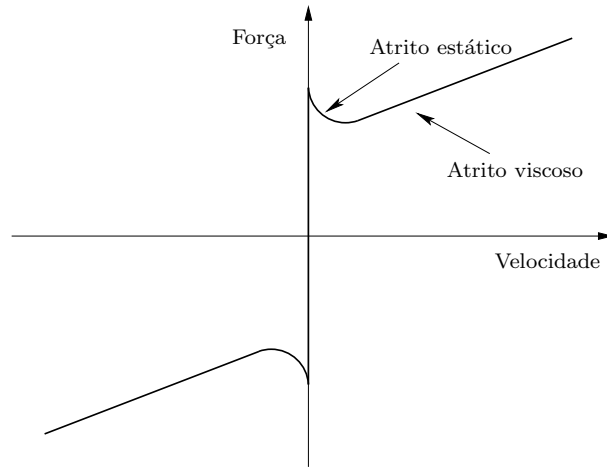


Figura 2.4: Curva característica do atrito.

tema é lubrificado. A força de atrito que atua sobre o corpo quando este se movimenta de forma uniforme é chamado de atrito deslizante ou cinético, algumas vezes também chamado de atrito de Coulomb. Os coeficientes de atrito estático e por deslizamento dependem principalmente da natureza das superfícies em contato e da lubrificação do sistema (Armstrong-Hélouvry *et al.*, 1994). Conseqüentemente o atrito passaria a depender somente da velocidade. O atrito pode também depender da posição, mas esta dependência é insignificante (Selmic *et al.*, 2003).

O atrito seco é o atrito estático que se observa quando corpos com superfícies não lubrificadas deslizam um sobre o outro. Neste caso, a força de atrito estática permanece quase inalterada após o início do deslocamento relativo, caracterizando a não linearidade do tipo zona morta.

O atrito viscoso é o atrito que se observa quando um corpo desliza sobre uma superfície ou corpo, sendo este atrito proporcional à velocidade de deslizamento.

No sistema mostrado na figura 2.5, as forças que atuam sobre o corpo além das forças de tração e a força de atrito F_{atrito} , são a força gravitacional mg e a força normal F_{normal} , a qual é gerada na superfície onde o corpo está em repouso ou deslizando-se, de tal forma que empurra o corpo para acima. A magnitude de F_{normal} e a magnitude da força máxima de atrito estático $F_{estático}$, são proporcionais entre elas. A relação $F_{estático}/F_{normal}$, chamada de coeficiente de atrito estático, é representado por μ_s , ou ainda $\mu_s = F_{estático}/F_{normal}$.

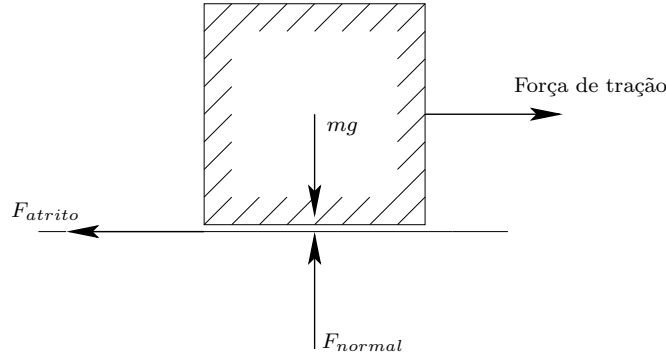


Figura 2.5: Corpo colocado sobre uma superfície rugosa.

A força de atrito estático $F_{estatico}$ pode ter qualquer valor entre zero, quando nenhuma força se aplica paralela à superfície e, um valor máximo $\mu_s F_{normal}$ ou,

$$0 < F_{atrito} < \mu_s F_{normal} \quad (2.1)$$

Se a força de atrito é aquela que se observa no movimento uniforme do corpo, a relação $F_{cinetico}/F_{normal}$ conhecida como coeficiente de atrito por deslizamento ou atrito cinético, pode também ser expressa como μ_k , ou ainda $\mu_k = F_{cinetico}/F_{normal}$, onde $F_{cinetico}$ é a magnitude da força de atrito durante o movimento uniforme.

Assim, quando o corpo está em movimento a força de deslizamento ou atrito cinético é dado por

$$F_{cinetico} = \mu_k F_{normal} \quad (2.2)$$

Note que o atrito estático máximo é maior que o atrito por deslizamento $\mu_s > \mu_k$. Os coeficientes de atrito estático e por deslizamento dependem, principalmente da natureza das superfícies em contato (Ogata, 2003). Quando o deslizamento se dá entre superfícies não lubrificadas pode-se considerar $\mu_s \cong \mu_k$.

2.3 Acionamento de Motores de Corrente Contínua

Conversores de corrente contínua-corrente contínua [CC-CC] são usados extensamente em fontes de alimentação reguladas por comutação, mais conhecidas como fontes chaveadas e em aplicações de acionamento de motores de corrente contínua. Os conversores com chaveamento são usados para converter uma entrada de CC não regulada

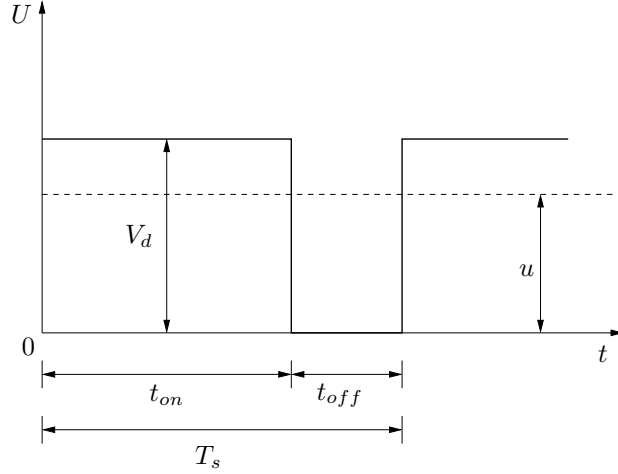


Figura 2.6: Modulação por largura de pulso PWM.

em uma saída controlada de CC, sendo esta um nível de tensão desejado (Mohan *et al.*, 1995).

2.3.1 Controle dos conversores CC-CC

Em conversores CC-CC, a tensão média da saída deve ser controlada em um nível de tensão desejada. O conversor por chaveamento utiliza uma ou mais chaves para transformar um nível de tensão CC em outros CC. Em um conversor CC-CC com uma determinada tensão de entrada, a tensão média da saída é controlada pelo tempo de condução $[t_{on}]$ e pelo tempo de bloqueio $[t_{off}]$ das chaves. Considerando que a frequência não varia, então $T_s = t_{on} + t_{off}$, sendo T_s o período de chaveamento, t_{on} o tempo de condução, e t_{off} o tempo de bloqueio ou também chamado tempo de corte. Este método é conhecido como modulação por largura de pulso (**PWM**), como indicado na figura 2.6.

Utilizando como referência Sira Ramirez e Lischinsky Arenas (1990), um operador *PWM* pode ser definido da seguinte maneira:

$$PWM(t_K) = \begin{cases} V_d, & t_k < t \leq t_k + \bar{\delta}T_s \\ 0, & t_k + \bar{\delta}T_s < t \leq t_k + T_s \end{cases}$$

sendo $t_k = k T_s$, $k \in \mathbb{N}$, o incremento do tempo, e $\bar{\delta}$ uma função que varia em um intervalo fechado $[0; 1] \subset \mathbb{R}$ e conhecido como largura de pulso ou ciclo de trabalho. O

ciclo de trabalho também pode ser definido como a relação entre o intervalo de condução das chaves e o período de chaveamento $\bar{\delta} = t_{on}/T_s$ ou definido pela relação entre a tensão média terminal na carga, u , e a tensão de entrada V_d na forma

$$\bar{\delta} = \frac{u}{V_d} \quad (2.3)$$

2.3.2 Conversor CC-CC em Ponte Completa

O conversor CC-CC em ponte completa mostrado na figura 2.7, tem como alimentação principal [tensão de entrada] uma tensão fixa V_d . Na saída do conversor tem-se uma tensão média u , que pode ser controlada em magnitude e também em polaridade. Igualmente, a magnitude e a direção da corrente da saída i_o podem ser controladas.

Neste conversor os diodos estão conectados de forma antiparalela com as chaves. Deve-se fazer uma distinção importante entre o estado ligado e o estado de condução de uma chave. Estando os diodos em antiparalelo com as chaves, quando uma chave é comandada para ser ligada, esta pode ou não conduzir corrente, a depender da direção da corrente na saída i_o . Se a chave conduz corrente, então a chave está em estado de condução. Nenhuma distinção é requerida quando a chave está em estado desligado ou bloqueada.

Este conversor conta com dois terminais, A e B. Cada terminal tem duas chaves e seus respectivos diodos antiparalelos. As duas chaves de cada terminal comutam, de tal maneira que quando uma delas esteja desligada, a outra chave estará ligada. Portanto, as duas chaves nunca estarão desligadas simultaneamente. Então, a corrente de saída i_o , indicada na figura 2.7, fluirá continuamente. Assim, a tensão de saída é determinada somente pelo estado das chaves. Da figura 2.7, no terminal A a tensão de saída V_{AN} , com referência ao ponto negativo N, é determinada pelo estado da chave. Quando a chave ch_{A+} está ligada, a corrente de saída fluirá através de ch_{A+} se i_o for positivo, ou esta fluirá através de D_{A+} se i_o for negativo. Em um outro caso, ao estar ligado, ch_{A+} assegura que a tensão no ponto A seja a mesma da entrada. Assim,

$$V_{AN} = V_d \quad (\text{Se } ch_{A+} \text{ está ligada e } ch_{A-} \text{ está desligada}) \quad (2.4)$$

Igualmente, quando a chave ch_{A-} está ligada, uma corrente negativa i_o fluirá através de ch_{A-} (desde que D_{A+} esteja polarizado inversamente) e uma corrente positiva i_o fluirá

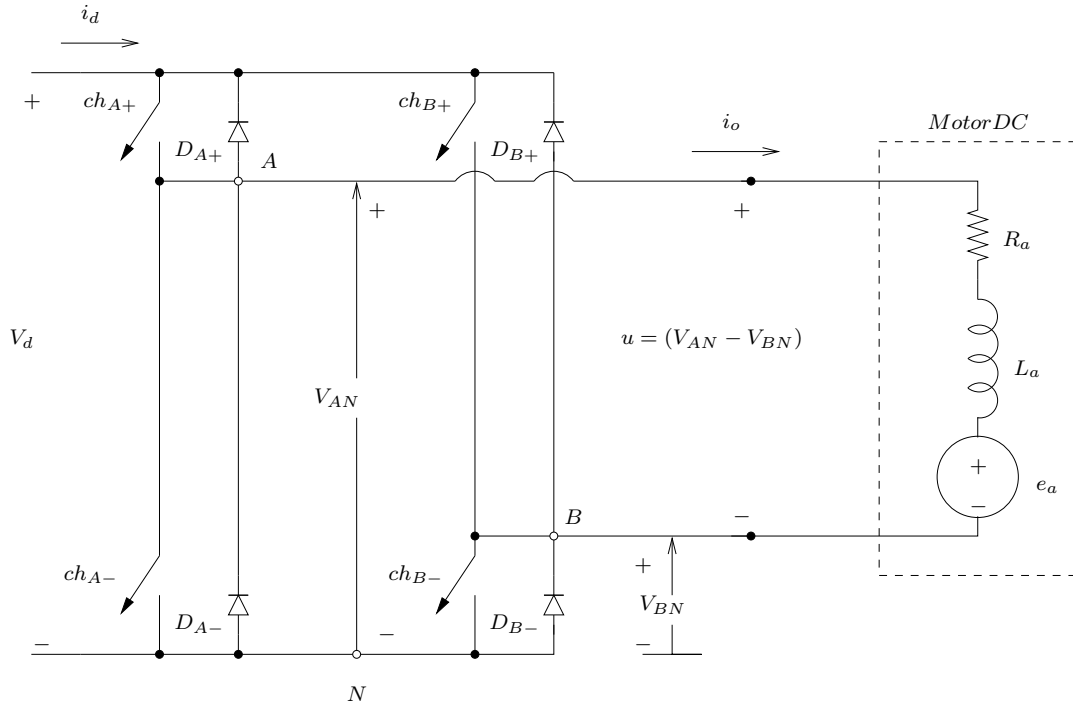


Figura 2.7: Esquema de acionamento de um motor de corrente contínua.

através de D_{A-} . Assim,

$$V_{AN} = 0 \quad (\text{Se } ch_{A-} \text{ está ligada e } ch_{A+} \text{ está desligada}) \quad (2.5)$$

As equações (2.4) e (2.5) mostram que V_{AN} depende somente do estado de condução da chave e é independente da direção de i_o . Conseqüentemente, a tensão de saída do conversor no terminal A, com frequência de chaveamento em um período de tempo T_s , depende somente da tensão de entrada V_d e a razão cíclica de ch_{A+} :

$$V_{AN} = \frac{V_d t_{on} + 0 \cdot t_{off}}{T_s} = V_d \cdot \text{razão cíclica de } ch_{A+} \quad (2.6)$$

em que t_{on} e t_{off} são intervalos de condução e bloqueio de ch_{A+} , respectivamente.

Argumentos similares aplicam-se ao conversor no terminal B, e V_{BN} depende de V_d e a razão de ciclo da chave ch_{B+} :

$$V_{BN} = V_d \cdot \text{razão cíclica de } T_{B+} \quad (2.7)$$

independente da direção de i_o . Portanto, a saída do conversor $u = (V_{AN} - V_{BN})$ pode ser controlada pela razão cíclica das chaves e é independente da magnitude e da direção de i_o (Mohan *et al.*, 1995).

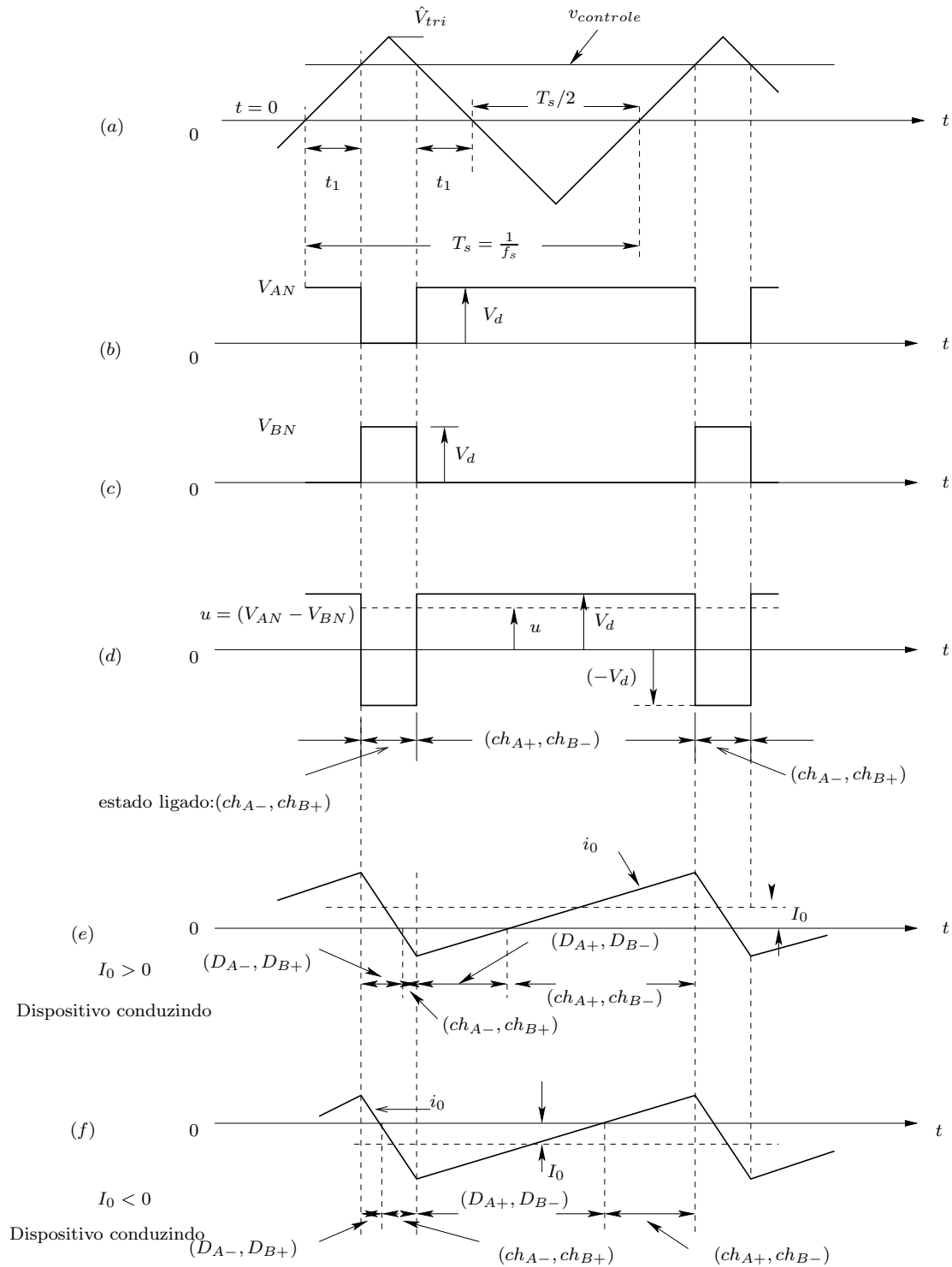


Figura 2.8: PWM com comutação bipolar

2.3.3 PWM com chaveamento de tensão bipolar

Neste tipo de chaveamento de tensão, as chaves (ch_{A+}, ch_{B-}) e (ch_{B+}, ch_{A-}) são tratadas como dois pares de chaves [dois pares de chaves que são simultaneamente ligadas e desligadas]. Um dos dois pares de chaves está sempre ligado.

Os sinais de chaveamento são gerados pela comparação de uma onda triangular v_{tri} com um sinal de referencia $v_{controle}$ também conhecida como tensão de controle, sendo que a frequência de chaveamento é a mesma da onda triangular. Quando $v_{controle} > v_{tri}$, ch_{A+} e ch_{B-} são ligadas. Caso contrário ch_{A-} e ch_{B+} são ligadas. Os ciclos de condução das chaves podem ser obtidos a partir da figura 2.8a. Escolhe-se arbitrariamente a origem do tempo, conforme a figura 2.8a:

$$v_{tri} = \hat{V}_{tri} \frac{t}{T_s/4} \quad 0 < t < \frac{1}{4}T_s \quad (2.8)$$

Para $t = t_1$ na figura 2.8a, $v_{tri} = v_{controle}$. Portanto,

$$t_1 = \frac{v_{controle} T_s}{\hat{V}_{tri} 4} \quad (2.9)$$

Da figura 2.8 pode-se observar que a duração do tempo de condução t_{on} do par 1 das chaves (ch_{A+}, ch_{B-}) é

$$t_{on} = 2t_1 + \frac{1}{2}T_s \quad (2.10)$$

Assim, a razão cíclica da equação (2.10) é

$$\bar{\delta}_1 = \frac{t_{on}}{T_s} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{v_{controle}}{\hat{V}_{tri}} \right) \quad (ch_{A+}, ch_{B-}) \quad (2.11)$$

Assim, a razão cíclica $\bar{\delta}_2$ do par de chaves 2 (ch_{B+}, ch_{A-}) é

$$\bar{\delta}_2 = 1 - \bar{\delta}_1 \quad (ch_{B+}, ch_{A-}) \quad (2.12)$$

Usando o antecedente das razões cíclicas da figura 2.8 pode-se obter V_{AN} e V_{BN} das equações (2.6) e (2.7) respectivamente. Portanto,

$$u = V_{AN} - V_{BN} = \bar{\delta}_1 V_d - \bar{\delta}_2 V_d = (2\bar{\delta}_1 - 1)V_d \quad (2.13)$$

Substituindo $\bar{\delta}_1$ da equação (2.11) na equação (2.13) tem-se

$$u = \frac{V_d}{\hat{V}_{tri}} v_{controle} = k v_{controle} \quad (2.14)$$

em que $k = V_d/\hat{V}_{tri} = \text{constante}$. Esta equação mostra que a tensão média na saída varia linearmente com o sinal de controle na entrada, similar a um amplificador linear. A forma de onda da tensão na saída u na figura 2.8d mostra os saltos da tensão entre $+V_d$ e $-V_d$.

Note também que a razão cíclica $\bar{\delta}_1$ na equação (2.11) varia entre 0 e 1 dependendo da magnitude e polaridade de $v_{controle}$. Portanto u pode ser continuamente variado na escala de $-V_d$ a V_d . A tensão de saída do conversor é independente da corrente de saída i_0 .

A média da corrente na saída I_0 pode ser positiva ou negativa. Para pequenos valores de I_0 , i_0 durante um ciclo ambos podem ser positivo e negativo, como é mostrado na figura 2.8e para $I_0 > 0$, em que a média do fluxo de energia é de V_d a u , e na figura 2.8f para $I_0 < 0$, em que a média do fluxo de energia é de u a V_d (Mohan *et al.*, 1995).

2.4 Considerações Importantes no Acionamento de um Motor de CC

Da figura 2.7 que ilustra o esquema para o acionamento de um motor de corrente contínua e considerando o acionamento de um motor com chaveamento do tipo bipolar¹ (Mohan *et al.*, 1995), tomando o ponto N da figura 2.7 como referência, tem-se que a tensão média na saída é $u = V_{AN} - V_{BN}$, sendo $V_{AN} = \bar{\delta} V_d$ e $V_{BN} = (1 - \bar{\delta}) V_d$ com $\bar{\delta} \in [0; 1]$. A relação entre a fonte de tensão primária e a tensão média de saída pode então ser representada da seguinte maneira:

$$u(t) = \delta(t) V_d \quad (2.15)$$

com $\delta = (2\bar{\delta} - 1) \in [-1; 1] \subset \mathbb{R}$.

A partir da equação (2.15), note que o controle do motor passa a ser feito não mais pela tensão, sendo ele feito então pela largura de pulso $\delta(t)$. A dinâmica desta variável está restrita ao intervalo $[-1; 1] \subset \mathbb{R}$ independente do valor de V_d . Logo, nesta situação temos que $\delta_{\max} = 1$. Contudo, considera-se as imperfeições físicas existentes

¹Neste tipo de chaveamento, no mesmo instante de tempo em que as chaves (ch_{A+}, ch_{B-}) são fechadas as chaves (ch_{B+}, ch_{A-}) são abertas e no mesmo instante de tempo em que as chaves (ch_{A+}, ch_{B-}) são abertas as chaves (ch_{B+}, ch_{A-}) são fechadas

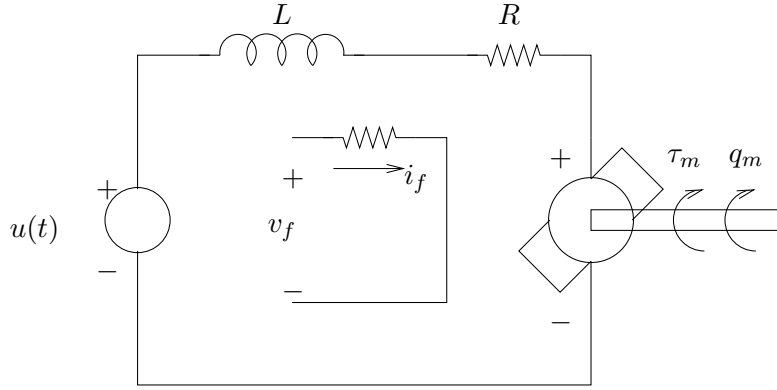


Figura 2.9: Modelo de campo elétrico do motor.

no sistema de acionamento, verifica-se que $u(t)$ pode não atingir o valor de $\pm V_d$ quando $\delta(t) = \pm 1$ na equação (2.15) e que V_d pode ser variante no tempo.

Basicamente pode-se enumerar duas imperfeições:

- (i) **Consideração de chaves não ideais:** Estas chaves são transistores que apresentam uma queda de tensão quando usados como chaves em condução chamada de tensão de saturação, V_{sat} , que variam entre 0.1 a 0.3 volts para transistores comuns. V_{sat} pode ser desprezado para valores elevados de V_d , no entanto, para valores baixos de V_d , o que ocorre em sistema embarcados e com baterias servindo como fonte primária de tensão, o mesmo não pode ser feito.
- (ii) **O próprio V_d :** Em sistemas embarcados autônomos com baterias servindo como fonte primária de tensão, diminui o seu valor com passar do tempo de funcionamento do sistema. A diminuição do valor de V_d pode ser modelada como uma perturbação $\Delta V_d(t)$ e com a criação de uma nova variável V'_d na forma

$$V'_d(t) = V_d - 2 V_{sat} - \Delta V_d(t) \quad (2.16)$$

para substituir V_d na equação (2.15) e com isso manter $\delta_{max} = 1$.

2.5 Dinâmica do Motor de Corrente Contínua

Um motor de corrente contínua pode ser subdividido em dois sub-sistemas; um elétrico e outro mecânico, como mostrado na figuras 2.9 e 2.10. A equação dinâmica do

sub-sistema elétrico dada por

$$L \frac{d i(t)}{dt} + R i(t) + e_{em}(t) = u(t) \quad (2.17)$$

em que L é a indutância da armadura, R é a resistência do motor da armadura, $i(t)$ é a corrente elétrica evoluindo no tempo, $e_{em}(t)$ é a força contra-eletromotriz gerada na armadura do motor, e $u(t)$ é a tensão elétrica de alimentação do motor. Para motores com campo constante, a força contra-eletromotriz é proporcional à velocidade angular do eixo do motor na forma:

$$e_{em}(t) = k_{em} \omega_m \quad (2.18)$$

em que $\omega_m = \dot{q}_m$ é a velocidade angular do eixo do motor, q_m posição angular do eixo e k_{em} é a constante de força contra-eletromotriz.

A evolução do torque motor no tempo, $\tau_m(t)$ é proporcional à corrente elétrica no formato

$$\tau_m(t) = k_t i(t) \quad (2.19)$$

onde k_t é a constante de torque.

No acionamento de uma carga por um motor elétrico de CC muitas vezes são usados sistemas de acoplamento para adequar o movimento ou torque do motor elétrico ao movimento ou torque requerido pela carga. Assim, tem-se a seguinte relação entre os movimentos na carga e no motor elétrico:

$$N = \frac{\omega_m}{\omega_c} \quad (2.20)$$

sendo N o fator de redução de velocidade e ω_c a velocidade angular da carga.

A relação entre os torques na carga, $\tau_c(t)$, e o torque motor em regime permanente é dada por:

$$\tau_c(t) = \eta N \tau_m(t)$$

onde $\eta \in [0; 1] \subset \mathbb{R}$ é a eficiência mecânica do acoplamento.

A equação dinâmica do sub-sistema mecânico é dada por

$$\tau_m(t) = J_m \dot{w}_m + B_m w_m + \frac{\tau_c(t)}{\eta N} \quad (2.21)$$

sendo $J_m = J_a + J_g$ o momento de inércia do atuador [i.e., a soma dos momentos de inércia do eixo do motor e do sistema redutor], B_m o coeficiente de atrito viscoso.

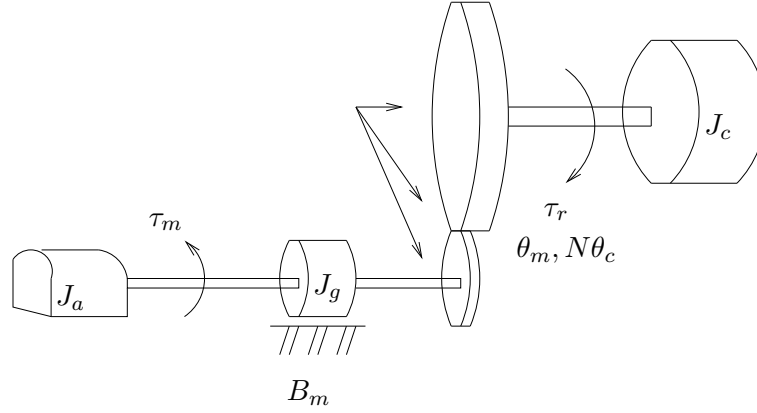


Figura 2.10: Modelo mecânico do motor elétrico.

A combinação das equações (2.17), (2.18), (2.19) e (2.21) produz

$$\begin{aligned}
 u(t) = & \frac{L J_m}{k_t} \ddot{w}_m + \left[\frac{L B_m + R J_m}{k_t} \right] \dot{w}_m + \left[\frac{R B_m + k_t k_{em}}{k_t} \right] w_m + \\
 & + \frac{L}{\eta N k_t} \dot{\tau}_c(t) + \frac{R}{\eta N k_t} \tau_c(t)
 \end{aligned} \quad (2.22)$$

Assim, a equação dinâmica do motor de corrente contínua pode ser descrita pela equação

$$\begin{aligned}
 \delta(t) = & \frac{L J_m}{k_t V'_d} \ddot{w}_m + \left[\frac{L B_m + R J_m}{k_t V'_d} \right] \dot{w}_m + \left[\frac{R B_m + k_t k_{em}}{k_t V'_d} \right] w_m + \\
 & + \frac{L}{\eta N k_t V'_d} \dot{\tau}_c(t) + \frac{R}{\eta N k_t V'_d} \tau_c(t)
 \end{aligned} \quad (2.23)$$

onde $\delta(t)$ é a largura de pulso aplicada nas terminais do motor.

2.6 Cinemática da estrutura de base de um robô móvel

Sistemas mecânicos com movimento e particularmente os robôs móveis são descritas por um conjunto de coordenadas generalizadas e estão sujeitas à restrições cinemáticas [condição de rolamento das rodas sobre o plano], as quais são expressas pela relação das coordenadas generalizadas e suas derivadas (Campion *et al.*, 1991; Campion *et al.*, 1996).

O alvo desta seção é dar uma apresentação geral e homogeneizada da introdução à modelagem cinemática dos robôs móveis [WMR *Wheeled Mobile Robots*]. Para aprofundar mais neste tema ver D'Andréa-Novel *et al.* (1991), Campion *et al.* (1996) e Siegwart e Nourbakhsh (2004). Nesta seção utiliza-se a nomenclatura dada em Siegwart e Nourbakhsh (2004). Vale ressaltar que as estruturas de base de robôs móveis são na realidade estruturas de veículos em geral autônomos.

Desenvolver um modelo completo para o movimento de um robô móvel é um processo fundamental. Cada roda contribui com o movimento da estrutura de base do robô móvel, e ao mesmo tempo impõe restrições sobre o seu movimento. A disposição das rodas está em função da geometria do chassi, e conseqüentemente suas restrições combinam para dar forma às restrições no movimento total do chassi. Mas as forças e restrições de cada roda devem ser expressas com respeito a um ambiente livre de obstáculos e consistente da referência (Siegwart e Nourbakhsh, 2004).

2.6.1 Representação da posição da estrutura de base de um robô móvel

Durante esta análise serão feitas as seguintes suposições:

- (i) A estrutura de base móvel do robô é um corpo rígido sobre as rodas, operando sobre um plano horizontal.
- (ii) As dimensões do chassi sobre o plano horizontal são três: duas para posição no plano e uma para a orientação ao longo do eixo vertical, o qual é ortogonal ao plano.
- (iii) As rodas são rígidas não deformáveis. Esta suposição é razoável, uma vez que as rodas são não pneumáticas.
- (iv) Não há escorregamento nas rodas, ou seja todo movimento produzido pela roda corresponde a um movimento no corpo da estrutura de base móvel, definido matematicamente pelo acoplamento mecânico N , como mostra a expressão (2.20).

Naturalmente, há adicionais graus de liberdade e de flexibilidade devido aos eixos da roda, com o fim de obter uma direção desejada. Entretanto pelo chassi considera-se

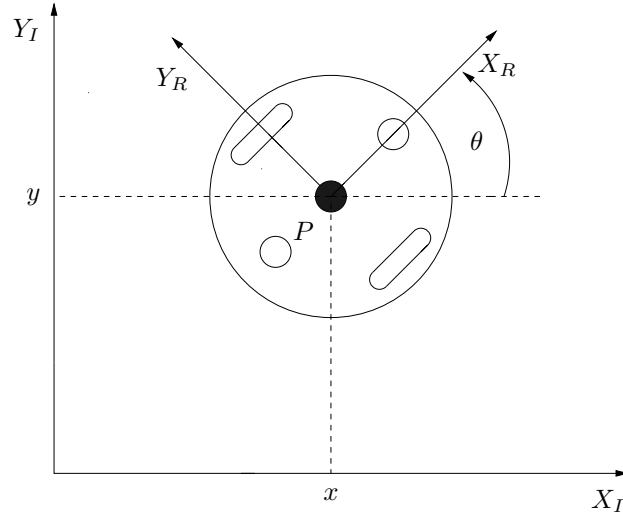


Figura 2.11: Referência global e referência local do robô móvel.

à estrutura de base do robô móvel somente como um corpo rígido, ignorando as juntas e graus de liberdade internos da estrutura de base e as rodas.

Para especificar a posição do veículo sobre o plano estabelece-se uma relação entre a referência global do plano e a referência local do veículo como na figura 2.11. Os eixos X_I e Y_I definem uma base inercial arbitrária sobre o plano como a referência global desde a origem O : $\{X_I, Y_I\}$, ter sempre presente que existe um eixo Z_I perpendicular ao plano XY . Para especificar a posição do veículo, escolhe-se um ponto P sobre o chassi, este como ponto de referência. A base $\{X_R, Y_R\}$ indica os dois eixos relativos ao ponto P sobre o chassi, ou seja a referência local do veículo. A posição de P na referência global é especificada pelas coordenadas x e y , e a diferença angular entre as referências global e local está dada por θ . Pode-se descrever o posicionamento do veículo como um vetor com apenas estes três elementos. Note que se utiliza o subíndice I para esclarecer que a base desta posição é com referência às escalas globais:

$$\xi_I = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Para descrever o movimento do veículo em termos dos componentes de movimento, é necessário mapear o movimento ao longo dos eixos de referência global em relação ao movimento ao longo dos eixos de referência local do veículo. Naturalmente o ma-

peamento está em função do posicionamento do veículo. Este mapeamento é realizado usando a matriz de rotação ortogonal:

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Esta matriz é usada para mapear o movimento da referência global X_I, Y_I em relação à referência local X_R, Y_R . Esta operação é indicada por $R(\theta)\xi_I$, pois este cálculo depende do valor de θ :

$$\xi_R = R(\theta)\xi_I \quad (2.26)$$

2.6.2 Restrições cinemáticas da roda

O primeiro passo para obter o modelo cinemático da estrutura da base de um robô móvel é expressar as restrições de movimento de cada roda individualmente. Supõe-se que durante o movimento, as rodas permanecem verticais ao plano [significa que estão paralelas ao eixo Z_R] e giram ao redor do eixo horizontal e em todos os casos existe simplesmente um ponto de contato entre a roda e o plano. Além disso, supõe-se que não há nenhum deslizamento neste único ponto de contato (Balakrishna e Ghosal, 1995). Isto é, a roda submete-se ao movimento somente sob circunstâncias de rolamento e rotação ao redor da linha central vertical $[Z'_R]$ através do ponto de contato.

Conforme estas suposições, apresenta-se duas restrições para cada tipo de roda. A primeira restrição aborda contato-rolamento, a roda deve rolar quando o movimento ocorre no sentido apropriado. A segunda restrição reforça o conceito da não existência de deslizamento lateral, que a roda não deve deslizar-se ortogonal ao seu plano.

Rodas Fixas Padrão

Na figura 2.12, o centro da roda indicado por A, é um ponto fixo da escala de referência. A posição na base X_R, Y_R é caracterizada usando coordenadas polares para a distância $\overline{PA} = l$ e o ângulo α . A orientação das rodas no plano com relação a $\overline{PA}$ é representada pelo ângulo constante β . A rotação do ângulo da roda ao redor do eixo horizontal é indicado por $q(t)$ e o raio da roda é indicado por r . A posição da roda então é caracterizada por 4 constantes; α , β , l , r , e o seu movimento por um ângulo

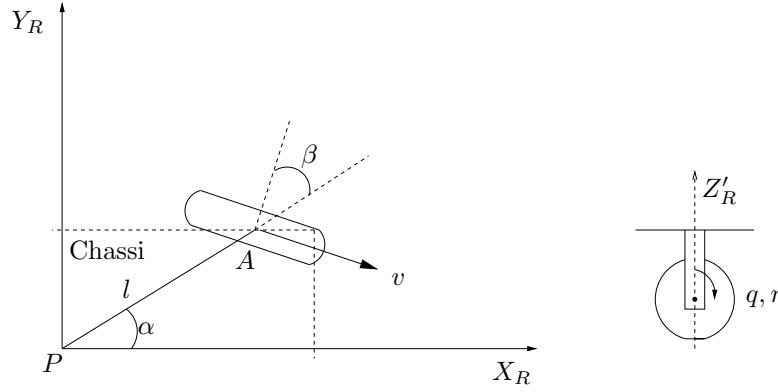


Figura 2.12: Roda padrão fixa e seus parâmetros

variável $q(t)$. Com esta descrição, as componentes da velocidade do ponto de contato são facilmente calculáveis e pode-se deduzir as duas seguintes restrições:

(i) Ao longo do plano da roda:

$$\begin{bmatrix} \sin(\alpha + \beta) & -\cos(\alpha + \beta) & (-l)\cos\beta \end{bmatrix} R(\theta)\dot{\xi} - r\dot{q} = 0 \quad (2.27)$$

(ii) Ortogonal ao plano da roda:

$$\begin{bmatrix} \cos(\alpha + \beta) & \sin(\alpha + \beta) & l\sin\beta \end{bmatrix} R(\theta)\dot{\xi} = 0 \quad (2.28)$$

Rodas Padrão Manobráveis

As rodas padrão manobráveis se diferenciam das rodas padrão fixas somente por ter um adicional grau de liberdade. As rodas podem girar ao redor do eixo vertical passando através do centro das rodas e o ponto de contato com a superfície. As equações de posição das rodas padrão manobráveis são idênticas às das rodas padrão fixas, com uma exceção: a orientação das rodas do chassi do veículo não é mais um valor fixo único β . Este varia em função do tempo: $\beta(t)$, como é indicado na figura 2.13.

(i) A restrição de rolamento é:

$$\begin{bmatrix} \sin(\alpha + \beta) & \cos(\alpha + \beta) & (-l)\cos\beta \end{bmatrix} R(\theta)\dot{\xi} - r\dot{q} = 0 \quad (2.29)$$

(ii) A restrição de deslizamento é:

$$\begin{bmatrix} \cos(\alpha + \beta) & \sin(\alpha + \beta) & l\sin\beta \end{bmatrix} R(\theta)\dot{\xi} = 0 \quad (2.30)$$

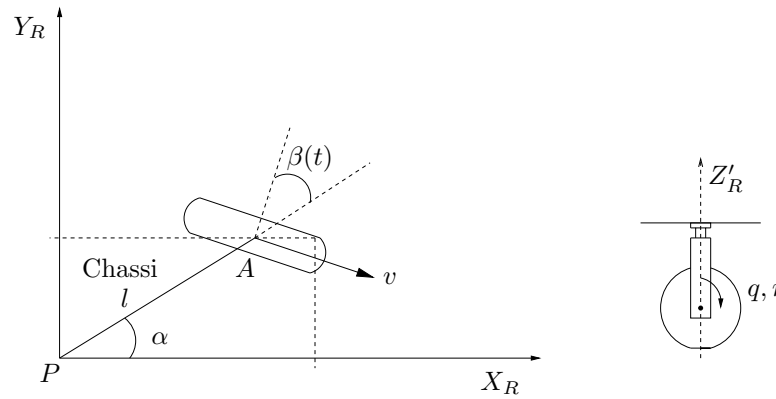


Figura 2.13: Roda padrão manobrável e seus parâmetros

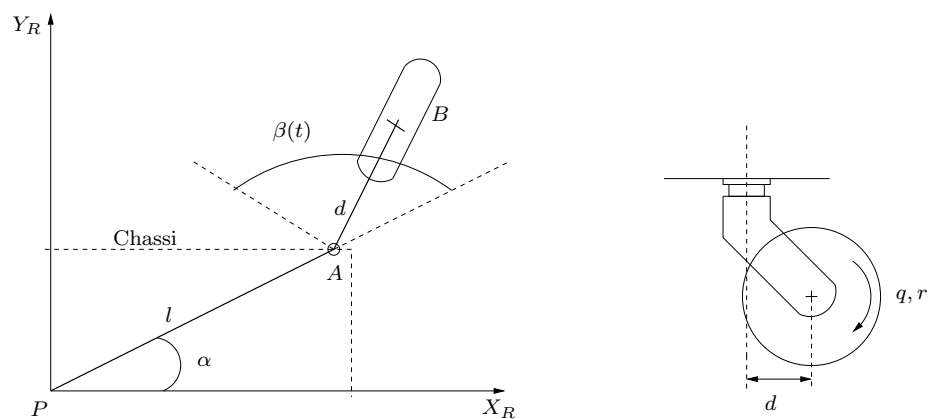
2.6.3 Restrições Cinemáticas da estrutura de base de um robô móvel

Dada uma estrutura de base de um robô móvel com M rodas, pode-se calcular as restrições cinemáticas desta. A idéia chave é que cada roda impõe zero ou mais restrições sobre o seu movimento, e assim o processo é simplesmente uma combinação apropriada de todas as restrições cinemáticas das rodas colocadas no chassi da estrutura de base do robô móvel.

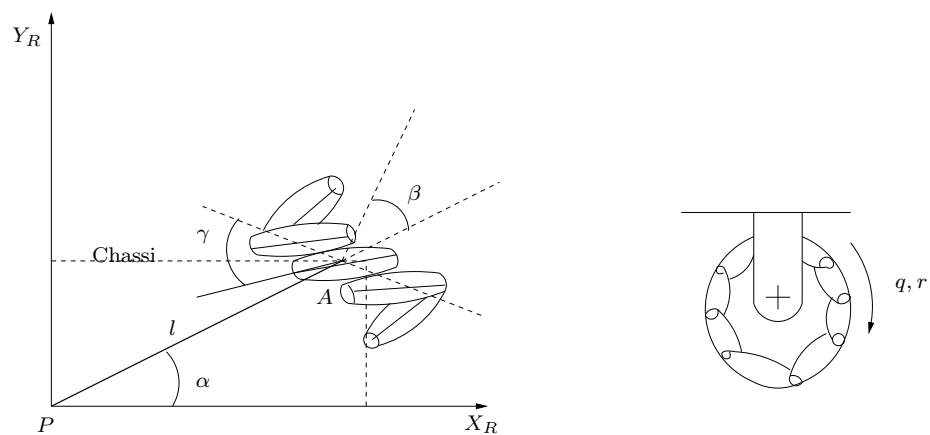
Existem diversos tipos de rodas classificadas dentro de cinco categorias segundo Siegwart e Nourbakhsh (2004):

- (i) Rodas padrão fixas [ver figura 2.12]
- (ii) Rodas padrão manobráveis [ver figura 2.13]
- (iii) Rodas castor [ver figura 2.14(a)]
- (iv) Rodas suecas [ver figura 2.14(b)]
- (v) Rodas esféricas [ver figura 2.14(c)]

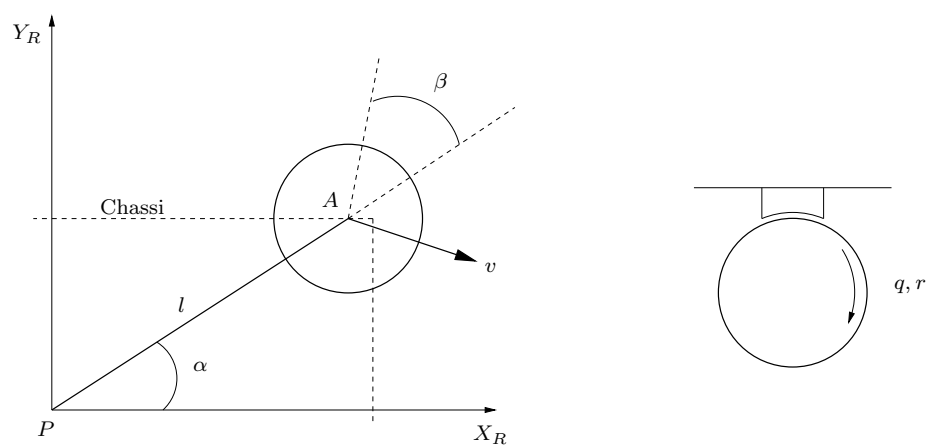
Sendo que, as rodas castor, suecas e esféricas, não impõem restrições cinemáticas sobre o chassi do robô, isto significa que se movimentam livremente ao redor do eixo Z'_R . Assim, somente as rodas padrão fixas e as rodas padrão manobráveis têm impacto sobre a cinemática do chassi do robô móvel e, por isto, requerem consideração quanto



(a) Roda castor e seus parâmetros.



(b) Roda sueca e seus parâmetros.



(c) Roda esférica e seus parâmetros.

Figura 2.14: Rodas sem restrições.

às restrições cinemáticas da estrutura de base do robô móvel (D'Andréa-Novel *et al.*, 1991; Champion *et al.*, 1996).

Supõe-se que a estrutura da base de um robô móvel tem N rodas padrão, compostas pelas rodas padrão fixas N_f , e rodas padrão manobráveis N_s . $\beta_s(t)$ indica a variável ângulo manobrável da roda padrão manobrável N_s . No entanto, β_f refere-se à orientação da roda padrão fixa N_f . No caso de giro da roda, ambas rodas, tanto a fixa como a manobrável, têm posições rotatórias ao redor do eixo horizontal que variam como uma função do tempo. Indica-se separadamente o caso fixo do manobrável como $q_f(t)$ e $q_s(t)$, e utiliza-se $q(t)$ como uma matriz agregada que combina ambos os valores:

$$q(t) = \begin{bmatrix} q_f(t) \\ q_s(t) \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

As restrições de rolamento de todas as rodas são agora coletadas em uma simples expressão:

$$J_1(\beta_s)R(\theta)\dot{\xi}_I - J_2\dot{q} = 0 \quad (2.32)$$

Esta expressão se assemelha bastante à restrição de rolamento de uma simples roda, no caso substituindo por simples matrizes. Assim, considera-se todas as rodas. J_2 é uma matriz diagonal constante $N \times N$ cujas entradas são os raios de todas as rodas padrão. $J_1(\beta_s)$ indica uma matriz com projeções dos movimentos de todas as rodas ao longo dos planos individuais:

$$J_1(\beta_s) = \begin{bmatrix} J_{1f} \\ J_{1s}(\beta_s) \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Note que na equação 2.33 $J_1(\beta_s)$ está somente em função de β_s e não de β_f . Isto porque a orientação da roda manobrável varia como uma função do tempo, visto que a orientação das rodas padrão fixas são constantes. J_{1f} é conseqüentemente uma matriz constante de projeções para todas as rodas padrão fixas e tem a dimensão $(N_f \times 3)$ com cada linha formada por três termos. $J_{1s}(\beta_s)$ é uma matriz de tamanho $(N_s \times 3)$ com cada linha formada por três termos para cada roda padrão manobrável.

Em resumo, a equação (2.32) representa a restrição de todas as rodas padrão que giram ao redor do eixo horizontal com uma quantidade apropriada de movimento sobre o plano, de modo que exista um ponto de contato com a superfície. Utiliza-se a mesma técnica para coletar as restrições de deslizamento de todas as rodas dentro de uma simples expressão.

$$C_1(\beta_s)R(\theta)\dot{\xi}_I = 0 \quad (2.34)$$

$$C_1(\beta_s) = \begin{bmatrix} C_{1f} \\ C_{1s}(\beta_s) \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

C_{1f} e C_{1s} são matrizes $(N_f \times 3)$ e $(N_s \times 3)$ respectivamente, cujas linhas têm os três termos das matrizes das equações (2.28) e (2.30) para todas as rodas padrão fixas e manobráveis. Assim, a equação (2.34) é uma restrição sobre todas as rodas padrão, e seus componentes de movimento ortogonal ao plano fazem-se zero. Estas restrições de deslizamento sobre as rodas têm um significado importante de impacto sobre a manobrabilidade do chassi da estrutura de base de um robô móvel.

2.6.4 Manobrabilidade e Mobilidade de um robô móvel

Para um robô móvel a manobrabilidade é equivalente ao controle dos graus de liberdade deste. Como o robô móvel opera situado em algum espaço de trabalho, a questão é situar a análise neste espaço de trabalho. É de vital importância considerar a maneira como o veículo pode usar o controle dos graus de liberdade para se posicionar no espaço de trabalho (Siegwart e Nourbakhsh, 2004). A manobrabilidade define então a capacidade do veículo de mudar de direção em seu movimento.

A mobilidade cinemática do chassi de uma estrutura de base de um robô móvel é sua habilidade de mover-se diretamente no ambiente. As restrições básicas que limitam a mobilidade são regras que cada roda deve satisfazer, sendo esta a restrição de deslizamento. Em conseqüência, formalmente deriva-se a mobilidade da estrutura da base móvel de um robô manipulador a partir da equação (2.34). Uma análise mais detalhada pode ser vista em *Campion et al.* (1996) e *Siegwart e Nourbakhsh* (2004).

2.6.5 Espaço de Trabalho de um Robô Móvel

Definir o espaço de trabalho de um robô móvel é útil primeiramente, porque se examinam suas velocidades admissíveis. Dados as restrições cinemáticas da estrutura da base móvel de um robô manipulador, estas velocidades descrevem as componentes

independentes de movimento que a estrutura da base móvel pode controlar (Siegwart e Nourbakhsh, 2004).

Robôs Móveis Holonômicos

Quando se descreve o espaço de trabalho de um robô móvel, freqüentemente o conceito holonômico é usado. O termo holonômico tem aplicabilidade larga em diversas áreas matemáticas incluindo equações diferenciais, funções e expressões restritas. Em robótica móvel, o termo refere-se especificamente a restrições cinemáticas do chassi do veículo.

Um sistema não-holonômico é um sistema com uma ou mais restrições cinemáticas não-holonômicas. Uma restrição cinemática holonômica pode ser expressa como uma função explícita de variável de posição. Por exemplo, no caso de uma estrutura da base de um robô móvel com uma simples roda padrão fixa, uma restrição cinemática holonômica deve ser somente expressa usando $\alpha_1, \beta_1, l_1, r_1, q_1, x, y, \theta$. Tal restrição não pode usar a derivada destes valores, tais como: $\dot{q}$ ou $\dot{\xi}$.

Uma restrição cinemática não-holonômica requer o relacionamento diferencial, tal como a derivada da variável de posição. Além disso, não pode ser integrado somente para fornecer uma restrição nos termos das variáveis de posições. Deste último ponto de vista os sistemas não-holonômicos são freqüentemente chamados sistemas não integráveis. Assim, os sistemas não-holonômicos obedecem as seguintes restrições:

- (i) Considere a restrição de deslizamento da roda padrão fixa:

$$\begin{bmatrix} \cos(\alpha + \beta) & \sin(\alpha + \beta) & l \sin \beta \end{bmatrix} R(\theta) \dot{\xi}_I = 0 \quad (2.36)$$

A restrição é não integrável, dependendo explicitamente do movimento do veículo. Assim, a restrição de deslizamento é uma restrição não-holonômica.

- (ii) A única restrição cinemática não-holonômica de rolamento da roda padrão fixa é:

$$\begin{bmatrix} -\sin(\alpha + \beta) & \cos(\alpha + \beta) & l \cos \beta \end{bmatrix} R(\theta) \dot{\xi}_I + r \dot{q} = 0 \quad (2.37)$$

Esta restrição requer que cada roda relacione a rapidez de giro desta com a rapidez do movimento projetado ao longo do plano da roda.

2.7 Sumário

Neste capítulo foram apresentados conceitos importantes para a compreensão dos capítulos seguintes. Na seção 2.2 foram apresentados definições de algumas não linearidades que são inerentes em sistemas reais de controle, sendo estas não linearidades de tipo zona morta e saturação, também foi apresentada uma definição de atrito. A seção 2.3 apresentou um tópico sobre o acionamento de motores de corrente contínua, controle de conversores CC-CC, conversor CC-CC em ponte completa, PWM com chaveamento de tensão bipolar. Na seção 2.4 foi apresentado uma consideração importante para sistemas acionados com motores elétricos de CC. A seção 2.5 apresentou a dinâmica do motor de corrente contínua. Finalmente na seção 2.6 apresentou-se um tópico de cinemática para uma estrutura da base de um robô móvel.

Capítulo 3

Modelagem Dinâmica da Estrutura de Base de um Robô Móvel

Neste capítulo, é feita uma análise matemática da dinâmica da estrutura de base de robôs manipuladores com duas rodas ativas com inclusão do atuador elétrico considerando as não linearidades na entrada e a implementação do modelo em Ambiente MATLAB Simulink®.

3.1 Introdução

SISTEMAS mecânicos que requerem controle de movimento são matematicamente de forma lagrangeana (Lewis *et al.*, 1997; Lewis *et al.*, 1999; Selmic e Lewis, 2000; Jang, 2001). Particularmente, para a análise da dinâmica da estrutura de base de robôs manipuladores as equações lagrangeanas são de vital importância. Os movimentos gerados pela estrutura de base móvel de robôs manipuladores são respostas a torques aplicados externamente (Cerqueira, 2001).

Atualmente estão sendo estudados controladores que fazem uso de modelos de referência de torques ou forças acopladas onde são incluídos explicitamente no controlador de cada junta [também conhecida como controle no espaço de atuadores] (Spong e Vidyasagar, 1989). Esta estratégia inclui também a compensação da mudança do momento de inércia e do atrito. A compensação do atrito requer um conhecimento de leis que descrevam o comportamento do atrito nas juntas e os coeficientes associados (Elhami e Brookfield, 1997).

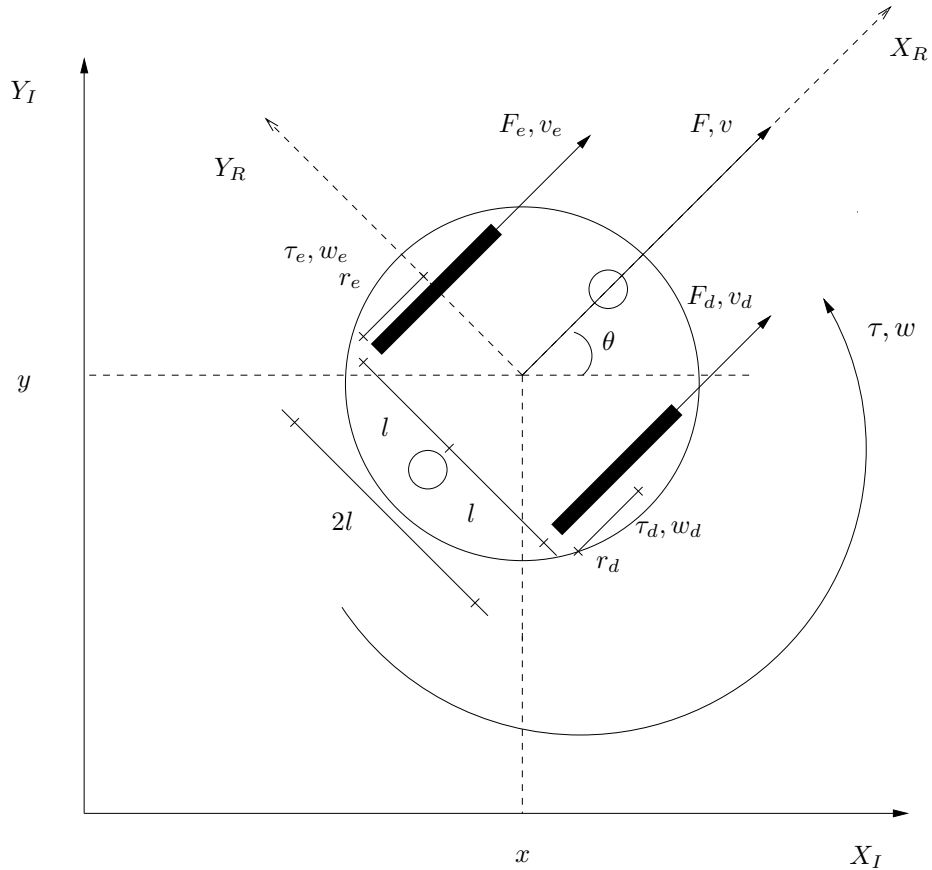


Figura 3.1: Diagrama das forças e torques que atuam sobre a base móvel.

A análise dinâmica da estrutura de base de robôs manipuladores coloca restrições adicionais no espaço de trabalho e na trajetória devido às considerações da massa e da força. Um robô manipulador é também limitado pela sua dinâmica. Por exemplo, um centro de gravidade elevado limita o raio de giro prático e rápido. A análise dinâmica é importante para o estabelecimento de estruturas de controle apropriadas para a realização das tarefas com exatidão e velocidade desejadas (Siegwart e Nourbakhsh, 2004).

3.2 Modelagem Matemática da base móvel

Na figura 3.1 é representada uma base móvel com duas rodas no espaço cartesiano, o principal ponto sob análise é o centro do corpo da base x e y e sua orientação θ , que é o ângulo entre o vetor de orientação da base móvel e o eixo das abscissas.

Inicialmente, considere que

$$v_e = w_e r_e$$

$$v_d = w_d r_d$$

onde v_e , v_d , w_e , w_d , r_e , r_d , são as velocidades lineares, velocidades angulares e raios das rodas esquerda e direita, respectivamente.

A velocidade linear média do centro da base é dada pela expressão

$$v = \frac{v_d + v_e}{2}$$

o que resulta em

$$v = \left(\frac{r_d}{2}\right) w_d + \left(\frac{r_e}{2}\right) w_e. \quad (3.1)$$

A velocidade angular média do centro da base móvel é

$$w = \frac{v_d - v_e}{2l}$$

o que resulta em

$$w = \left(\frac{r_d}{2l}\right) w_d - \left(\frac{r_e}{2l}\right) w_e. \quad (3.2)$$

Por outro lado, deseja-se encontrar os valores de w_d e w_e em função de v e w . Somando-se as equações (3.1) e (3.2)

$$w_d = \left(\frac{1}{r_d}\right) v + \left(\frac{l}{r_d}\right) w \quad (3.3)$$

e, subtraindo as equações (3.1) e (3.2)

$$w_e = \left(\frac{1}{r_e}\right) v - \left(\frac{l}{r_e}\right) w \quad (3.4)$$

Das equações (3.3) e (3.4) pode-se dizer que o comportamento dinâmico da estrutura da base móvel pode ser dividido em dois: comportamento linear e comportamento angular, sendo as variáveis de controle a velocidade linear e a velocidade angular, respectivamente.

As forças existentes nas rodas que movimentam a estrutura da base móvel são representadas por $F_d = \tau_d/r_d$ e $F_e = \tau_e/r_e$, força na roda direita e força na roda esquerda, respectivamente. Assim, a força total que movimenta a estrutura da base móvel é descrita por $F = F_d + F_e$, ou ainda,

$$F = \frac{1}{r_d} \tau_d + \frac{1}{r_e} \tau_e \quad (3.5)$$

De forma similar os torques presentes nas rodas são definidas como $\tau_d = F_d l$ e $\tau_e = F_e l$, torque na roda direita e torque na roda esquerda, respectivamente. Assim, o torque total que faz girar a estrutura da base móvel é descrito por $\tau = F_d l - F_e l$ ou ainda,

$$\tau = \frac{l}{r_d} \tau_d - \frac{l}{r_e} \tau_e \quad (3.6)$$

As equações dinâmicas para o movimento do centro da base móvel são dadas pela soma das forças que atuam na base móvel, ou seja, para o movimento retilíneo

$$F = M\dot{v} + B_{lin}v \quad (3.7)$$

$$M\dot{v} + B_{lin}v = \left(\frac{1}{r_d}\right) \tau_d + \left(\frac{1}{r_e}\right) \tau_e \quad (3.8)$$

e para o movimento rotacional

$$\tau = J\dot{w} + B_{ang}w \quad (3.9)$$

$$J\dot{w} + B_{ang}w = \left(\frac{l}{r_d}\right) \tau_d - \left(\frac{l}{r_e}\right) \tau_e \quad (3.10)$$

onde M e J representam a massa e o momento de inércia do corpo do veículo, B_{lin} e B_{ang} são as constantes dos atrito linear e angular respectivamente, e τ_d e τ_e são respectivamente os torques aplicados nos centros das rodas direita e esquerda.

3.2.1 Dinâmica da Estrutura da base móvel com inclusão do Atuador Elétrico

Pode-se fazer uma mudança de variáveis nas equações (3.1) e (3.2) com o objetivo de se obter novas equações em função das velocidades nos eixos dos motores e não no eixo das rodas. Procedendo assim tem-se

$$v = \frac{r_d}{2 N_d} w_{md} + \frac{r_e}{2 N_e} w_{me} \quad (3.11)$$

e

$$w = \frac{r_d}{2 l N_d} w_{md} - \frac{r_e}{2 l N_e} w_{me} \quad (3.12)$$

onde N_d e N_e são os fatores de redução de velocidade dos motores direito e esquerdo e w_{md} e w_{me} são as velocidades angulares no eixo dos motores.

A partir das equações (3.11) e (3.12), pode-se obter suas respectivas derivadas. Assim, tem-se a derivada da velocidade linear média da estrutura da base móvel

$$\dot{v} = \frac{r_d}{2N_d}\dot{w}_{md} + \frac{r_e}{2N_e}\dot{w}_{me}. \quad (3.13)$$

Procedendo similarmente, tem-se a derivada da velocidade angular da estrutura da base móvel

$$\dot{w} = \frac{r_d}{2lN_d}\dot{w}_{md} - \frac{r_e}{2lN_e}\dot{w}_{me}. \quad (3.14)$$

Partindo das equações (3.8) e (3.10), multiplica-se a equação (3.8) por l e somado com a equação (3.10), obtém-se

$$\frac{2l}{r_d}\tau_d = lM\dot{v} + lB_{lin}v + J\dot{w} + B_{ang}w$$

ou ainda,

$$\tau_d = \frac{r_dM}{2}\dot{v} + \frac{r_dB_{lin}}{2}v + \frac{r_dJ}{2l}\dot{w} + \frac{r_dB_{ang}}{2l}w. \quad (3.15)$$

Da mesma forma multiplica-se a equação (3.8) por $(-l)$ e somado com a equação (3.10) tem-se,

$$\frac{-2l}{r_e}\tau_e = -lM\dot{v} - lB_{lin}v + J\dot{w} + B_{ang}w$$

ou ainda,

$$\tau_e = \frac{r_eM}{2}\dot{v} + \frac{r_eB_{lin}}{2}v - \frac{r_eJ}{2l}\dot{w} - \frac{r_eB_{ang}}{2l}w. \quad (3.16)$$

As equações (3.15) e (3.16) descrevem os torques nos eixos das rodas direita e esquerda, respectivamente. Estas equações estão em função das velocidades linear e angular da estrutura da base móvel.

Com o objetivo de encontrar uma equação do torque no eixo da roda que esteja em função das velocidades no eixo do motor e não no eixo da roda substituem-se as equações (3.11),(3.12),(3.13) e (3.14) na equação (3.15). Assim,

$$\begin{aligned} \tau_d = & \frac{r_dM}{2} \left(\frac{r_d}{2N_d}\dot{w}_{md} + \frac{r_e}{2N_e}\dot{w}_{me} \right) + \frac{r_dB_{lin}}{2} \left(\frac{r_d}{2N_d}w_{md} + \frac{r_e}{2N_e}w_{me} \right) + \\ & + \frac{r_dJ}{2l} \left(\frac{r_d}{2lN_d}\dot{w}_{md} - \frac{r_e}{2lN_e}\dot{w}_{me} \right) + \frac{r_dB_{ang}}{2l} \left(\frac{r_d}{2lN_d}w_{md} - \frac{r_e}{2lN_e}w_{me} \right). \end{aligned}$$

Re-arrumando esta equação, tem-se

$$\begin{aligned} \tau_d = & \frac{r_d^2}{4N_d} \left(M + \frac{J}{l^2} \right) \dot{w}_{md} + \frac{r_dr_e}{4N_e} \left(M - \frac{J}{l^2} \right) \dot{w}_{me} + \frac{r_d^2}{4N_d} \left(B_{lin} + \frac{B_{ang}}{l^2} \right) w_{md} + \\ & + \frac{r_dr_e}{4N_e} \left(B_{lin} - \frac{B_{ang}}{l^2} \right) w_{me}. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Procede-se analogamente com a finalidade de obter o torque no eixo da roda esquerda. Substituem-se as equações (3.11),(3.12),(3.13) e (3.14) na equação (3.16), resultando em

$$\begin{aligned} \tau_e = & \frac{r_e M}{2} \left(\frac{r_d}{2N_d} \dot{w}_{md} + \frac{r_e}{2N_e} \dot{w}_{me} \right) + \frac{r_e B_{lin}}{2} \left(\frac{r_d}{2N_d} w_{md} + \frac{r_e}{2N_e} w_{me} \right) + \\ & - \frac{r_e J}{2l} \left(\frac{r_d}{2lN_d} \dot{w}_{md} - \frac{r_e}{2lN_e} \dot{w}_{me} \right) - \frac{r_e B_{ang}}{2l} \left(\frac{r_d}{2lN_d} w_{md} - \frac{r_e}{2lN_e} w_{me} \right). \end{aligned}$$

Re-arrumando esta equação tem-se,

$$\begin{aligned} \tau_e = & \frac{r_d r_e}{4N_d} \left(M - \frac{J}{l^2} \right) \dot{w}_{md} + \frac{r_e^2}{4N_e} \left(M + \frac{J}{l^2} \right) \dot{w}_{me} + \frac{r_d r_e}{4N_d} \left(B_{lin} - \frac{B_{ang}}{l^2} \right) w_{md} + \\ & + \frac{r_e^2}{4N_e} \left(B_{lin} + \frac{B_{ang}}{l^2} \right) w_{me}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

As equações (3.17) e (3.18) podem também ser derivadas. Assim, a derivada do torque no eixo da roda direita fica:

$$\begin{aligned} \dot{\tau}_d = & \frac{r_d^2}{4N_d} \left(M + \frac{J}{l^2} \right) \ddot{w}_{md} + \frac{r_d r_e}{4N_e} \left(M - \frac{J}{l^2} \right) \ddot{w}_{me} + \frac{r_d^2}{4N_d} \left(B_{lin} + \frac{B_{ang}}{l^2} \right) \dot{w}_{md} + \\ & + \frac{r_d r_e}{4N_e} \left(B_{lin} - \frac{B_{ang}}{l^2} \right) \dot{w}_{me}. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Da mesma forma a derivada do torque no eixo da roda esquerda fica:

$$\begin{aligned} \dot{\tau}_e = & \frac{r_d r_e}{4N_d} \left(M - \frac{J}{l^2} \right) \ddot{w}_{md} + \frac{r_e^2}{4N_e} \left(M + \frac{J}{l^2} \right) \ddot{w}_{me} + \frac{r_d r_e}{4N_d} \left(B_{lin} - \frac{B_{ang}}{l^2} \right) \dot{w}_{md} + \\ & + \frac{r_e^2}{4N_e} \left(B_{lin} + \frac{B_{ang}}{l^2} \right) \dot{w}_{me}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Por outro lado, a equação (2.23) que representa a equação dinâmica de um motor de corrente contínua, pode ser particularizada, como uma equação que descreve a equação dinâmica de cada um dos motores que acionam as rodas direita e esquerda, respectivamente. Assim, a equação para a roda direita é,

$$\begin{aligned} \delta_d(t) = & \frac{L_d J_{md}}{k_{td} V'_d} \ddot{w}_{md} + \left[\frac{L_d B_{md} + R_d J_{md}}{k_{td} V'_d} \right] \dot{w}_{md} + \left[\frac{R_d B_{md} + k_{td} k_{emd}}{k_{td} V'_d} \right] w_{md} + \\ & + \frac{L_d}{\eta N_d k_{td} V'_d} \dot{\tau}_d + \frac{R_d}{\eta N_d k_{td} V'_d} \tau_d, \end{aligned} \quad (3.21)$$

e a equação para a roda esquerda é,

$$\begin{aligned} \delta_e(t) = & \frac{L_e J_{me}}{k_{te} V'_d} \ddot{w}_{me} + \left[\frac{L_e B_{me} + R_e J_{me}}{k_{te} V'_d} \right] \dot{w}_{me} + \left[\frac{R_e B_{me} + k_{te} k_{eme}}{k_{te} V'_d} \right] w_{me} + \\ & + \frac{L_e}{\eta_e N_e k_{te} V'_d} \dot{\tau}_e + \frac{R_e}{\eta_e N_e k_{te} V'_d} \tau_e. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Substituindo as equações (3.17) e (3.19) na equação (3.21), tem-se

$$\begin{aligned}
\delta_d(t) = & \left[(L_d r_d^2 / 4 \eta_d K_{td} N_d^2 V_d') (M + J/l^2 + 4 \eta_d N_d^2 J_{md}/r_d^2) \right] \ddot{w}_{md} + \\
& + \left[(L_d r_d r_e / 4 \eta_d K_{td} N_d N_e V_d') (M - J/l^2) \right] \ddot{w}_{me} + \\
& + \left\{ r_d^2 / 4 \eta_d K_{td} N_d^2 V_d' \left[L_d (B_{lin} + B_{ang}/l^2 + 4 \eta_d N_d^2 B_{md}/r_d^2) + R_d (M + \right. \right. \\
& + J/l^2 + 4 \eta_d N_d^2 J_{md}/r_d^2) \left. \right] \right\} \dot{w}_{md} + \left\{ (r_d r_e / 4 \eta_d K_{td} N_d N_e V_d') \left[L_d (B_{lin} + \right. \right. \\
& - B_{ang}/l^2) + R_d (M - J/l^2) \left. \right] \right\} \dot{w}_{me} + \left[(R_d r_d^2 / 4 \eta_d K_{td} N_d^2 V_d') (B_{lin} + \right. \\
& + B_{ang}/l^2 + 4 \eta_d N_d^2 B_{md}/r_d^2 + 4 \eta_d K_{td} K_{emd} N_d^2 / R_d r_d^2) \left. \right] w_{md} + \\
& + \left[(R_d r_d r_e / 4 \eta_d K_{td} N_d N_e V_d') (B_{lin} - B_{ang}/l^2) \right] w_{me}. \tag{3.23}
\end{aligned}$$

Substituindo as equações (3.18) e (3.20) na equação (3.22), tem-se

$$\begin{aligned}
\delta_e(t) = & \left[(L_e r_d r_e / 4 \eta_e K_{te} N_d N_e V_d') (M - J/l^2) \right] \ddot{w}_{md} + \\
& + \left[(L_e r_e^2 / 4 \eta_e K_{te} N_e^2 V_d') (M + J/l^2 + 4 \eta_e N_e^2 J_{me}/r_e^2) \right] \ddot{w}_{me} + \\
& + \left\{ (r_d r_e / 4 \eta_e K_{td} N_d N_e V_d') \left[L_e (B_{lin} - B_{ang}/l^2) + R_e (M - J/l^2) \right] \right\} \dot{w}_{md} + \\
& + \left\{ (r_e^2 / 4 \eta_e K_{te} N_e^2 V_d') \left[L_e (B_{lin} + B_{ang}/l^2 + 4 \eta_e N_e^2 B_{me}/r_e^2) + R_e (M + \right. \right. \\
& + J/l^2 + 4 \eta_e N_e^2 J_{me}/r_e^2) \left. \right] \right\} \dot{w}_{me} + \left[(R_e r_d r_e / 4 \eta_e K_{te} N_d N_e V_d') (B_{lin} + \right. \\
& - B_{ang}/l^2) \left. \right] w_{md} + \left[(R_e r_e^2 / 4 \eta_e K_{te} N_e^2 V_d') (B_{lin} + B_{ang}/l^2 + \right. \\
& + 4 \eta_e N_e^2 B_{me}/r_e^2 + 4 \eta_e K_{te} K_{eme} N_e^2 / R_e r_e^2) \left. \right] w_{me}. \tag{3.24}
\end{aligned}$$

Da equação (3.23) pode-se obter o valor de $\ddot{w}_{md}$ na forma

$$\begin{aligned}
\ddot{w}_{md} = & \left\{ (4 \eta_d K_{td} N_d^2 V_d' / L_d) \left[l^2 / (r_d^2 l^2 M + r_d^2 J + 4 \eta_d l^2 N_d^2 J_{md}) \right] \right\} \delta_d(t) + \\
& - \left\{ (N_d r_d r_e / N_e) \left[l^2 / (r_d^2 l^2 M + r_d^2 J + 4 \eta_d l^2 N_d^2 J_{md}) \right] (M - J/l^2) \right\} \ddot{w}_{me} + \\
& - \left\{ r_d^2 \left[(B_{lin} + B_{ang}/l^2 + 4 \eta_d N_d^2 B_{md}/r_d^2) + (R_d / L_d) (M + J/l^2 + \right. \right. \\
& + 4 \eta_d N_d^2 J_{md}/r_d^2) \left. \right] \left[l^2 / (r_d^2 l^2 M + r_d^2 J + 4 \eta_d l^2 N_d^2 J_{md}) \right] \right\} \dot{w}_{md} + \\
& - \left\{ (N_d r_d r_e / N_e) \left[(B_{lin} - B_{ang}/l^2) + (R_d / L_d) (M - J/l^2) \right] \left[l^2 / (r_d^2 l^2 M + \right. \right. \\
& + r_d^2 J + 4 \eta_d l^2 N_d^2 J_{md}) \left. \right] \right\} \dot{w}_{me} - \left\{ (R_d r_d^2 / L_d) \left[l^2 / (r_d^2 l^2 M + r_d^2 J + \right. \right. \\
& + 4 \eta_d l^2 N_d^2 J_{md}) \left. \right] (B_{lin} + B_{ang}/l^2 + 4 \eta_d N_d^2 B_{md}/r_d^2 + \\
& + 4 \eta_d K_{td} K_{emd} N_d^2 / R_d r_d^2) \left. \right\} w_{md} - \left\{ (R_d N_d r_d r_e / N_e L_d) \left[l^2 / (r_d^2 l^2 M + \right. \right. \\
& + r_d^2 J + 4 \eta_d l^2 N_d^2 J_{md}) \left. \right] (B_{lin} - B_{ang}/l^2) \right\} w_{me}. \tag{3.25}
\end{aligned}$$

Da equação (3.24) pode-se obter o valor de $\ddot{w}_{me}$

$$\begin{aligned} \ddot{w}_{me} = & \left\{ (4 \eta_e K_{te} N_e^2 V_d' / L_e) \left[l^2 / (r_e^2 l^2 M + r_e^2 J + 4 \eta_e l^2 N_e^2 J_{me}) \right] \right\} \delta_e(t) + \\ & - \left\{ (N_e r_e r_d / N_d) \left[l^2 / (r_e^2 l^2 M + r_e^2 J + 4 \eta_e l^2 N_e^2 J_{me}) \right] (M - J / l^2) \right\} \ddot{w}_{md} + \\ & - \left\{ r_e^2 \left[(B_{lin} + B_{ang} / l^2 + 4 \eta_e N_e^2 B_{me} / r_e^2) + (R_e / L_e) (M + J / l^2 + \right. \right. \\ & + 4 \eta_e N_e^2 J_{me} / r_e^2) \left. \right] (l^2 / r_e^2 l^2 M + r_e^2 J + 4 \eta_e l^2 N_e^2 J_{me}) \right\} \dot{w}_{me} + \\ & - \left\{ (N_e r_e r_d / N_d) \left[(B_{lin} - B_{ang} / l^2) + (R_e / L_e) (M - J / l^2) \right] \left[l^2 / (r_e^2 l^2 M + \right. \right. \\ & + r_e^2 J + 4 \eta_e l^2 N_e^2 J_{me}) \left. \right] \right\} \dot{w}_{md} - \left\{ (R_e r_e^2 / L_e) \left[l^2 / (r_e^2 l^2 M + r_e^2 J + \right. \right. \\ & + 4 \eta_e l^2 N_e^2 J_{me}) \left. \right] (B_{lin} + B_{ang} / l^2 + 4 \eta_e N_e^2 B_{me} / r_e^2 + \\ & + 4 \eta_e K_{te} K_{eme} N_e^2 / R_e r_e^2) \right\} w_{me} - \left\{ (R_e N_e r_e r_d / N_d L_e) \left[l^2 / (r_e^2 l^2 M + \right. \right. \\ & + r_e^2 J + 4 \eta_e l^2 N_e^2 J_{me}) \left. \right] (B_{lin} - B_{ang} / l^2) \right\} w_{md}. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Para facilitar a manipulação da equação (3.25) associa-se constantes aos diversos coeficientes resultando em:

$$\ddot{w}_{md} = -\bar{k}_1 \dot{w}_{md} - \bar{k}_2 \ddot{w}_{me} - \bar{k}_3 w_{md} - \bar{k}_4 \dot{w}_{me} - \bar{k}_5 w_{me} + \bar{k}_6 \delta_d(t). \quad (3.27)$$

Da mesma forma com a equação (3.26)

$$\ddot{w}_{me} = -\bar{k}_7 \dot{w}_{me} - \bar{k}_8 \ddot{w}_{md} - \bar{k}_9 w_{me} - \bar{k}_{10} \dot{w}_{md} - \bar{k}_{11} w_{md} + \bar{k}_{12} \delta_e(t). \quad (3.28)$$

Multiplicando a equação (3.27) por $-\bar{k}_8$ e somando com a equação (3.28) tem-se

$$\begin{aligned} \ddot{w}_{me} = & -\frac{(\bar{k}_7 - \bar{k}_8 \bar{k}_4)}{(1 - \bar{k}_2 \bar{k}_8)} \dot{w}_{me} - \frac{(\bar{k}_9 - \bar{k}_8 \bar{k}_5)}{(1 - \bar{k}_2 \bar{k}_8)} w_{me} - \frac{(\bar{k}_{10} - \bar{k}_8 \bar{k}_1)}{(1 - \bar{k}_2 \bar{k}_8)} \dot{w}_{md} + \\ & - \frac{(\bar{k}_{11} - \bar{k}_8 \bar{k}_3)}{(1 - \bar{k}_2 \bar{k}_8)} w_{md} + \frac{\bar{k}_{12}}{(1 - \bar{k}_2 \bar{k}_8)} \delta_e(t) - \frac{\bar{k}_8 \bar{k}_6}{(1 - \bar{k}_2 \bar{k}_8)} \delta_d(t) \end{aligned} \quad (3.29)$$

Multiplicando a equação (3.28) por $-\bar{k}_2$ e somando com a equação (3.27) tem-se

$$\begin{aligned} \ddot{w}_{md} = & -\frac{(\bar{k}_1 - \bar{k}_2 \bar{k}_{10})}{(1 - \bar{k}_2 \bar{k}_8)} \dot{w}_{md} - \frac{(\bar{k}_3 - \bar{k}_2 \bar{k}_{11})}{(1 - \bar{k}_2 \bar{k}_8)} w_{md} - \frac{(\bar{k}_4 - \bar{k}_2 \bar{k}_7)}{(1 - \bar{k}_2 \bar{k}_8)} \dot{w}_{me} + \\ & - \frac{(\bar{k}_5 - \bar{k}_2 \bar{k}_9)}{(1 - \bar{k}_2 \bar{k}_8)} w_{me} + \frac{\bar{k}_6}{(1 - \bar{k}_2 \bar{k}_8)} \delta_d(t) - \frac{\bar{k}_2 \bar{k}_{12}}{(1 - \bar{k}_2 \bar{k}_8)} \delta_e(t). \end{aligned} \quad (3.30)$$

Sendo

$$\begin{aligned}
\bar{k}_1 &= \{ [l^2 r_d^2 (L_d B_{lin} + R_d M) + r_d^2 (L_d B_{ang} + R_d J) + 4l^2 \eta_d N_d^2 (L_d B_{md} + \\
&\quad + R_d J_{md})] / L_d \} [1 / (r_d^2 l^2 M + r_d^2 J + 4\eta_d l^2 N_d^2 J_{md})] \\
\bar{k}_2 &= (N_d r_d r_e / N_e) [(M l^2 - J) / (r_d^2 l^2 M + r_d^2 J + 4\eta_d l^2 N_d^2 J_{md})] \\
\bar{k}_3 &= [r_d^2 R_d (l^2 B_{lin} + B_{ang}) + 4\eta_d N_d^2 l^2 (R_d B_{md} + K_{td} K_{emd})] / [L_d (r_d^2 l^2 M + \\
&\quad + r_d^2 J + 4\eta_d l^2 N_d^2 J_{md})] \\
\bar{k}_4 &= (N_d r_d r_e / N_e) \{ [l^2 (L_d B_{lin} + R_d M) - (L_d B_{ang} + R_d J)] / [L_d (r_d^2 l^2 M + r_d^2 J + \\
&\quad + 4\eta_d l^2 N_d^2 J_{md})] \} \\
\bar{k}_5 &= (N_d r_d r_e R_d / N_e L_d) [(l^2 B_{lin} - B_{ang}) / (r_d^2 l^2 M + r_d^2 J + 4\eta_d l^2 N_d^2 J_{md})] \\
\bar{k}_6 &= (4\eta_d K_{td} N_d^2 V'_d / L_d) [l^2 / (r_d^2 l^2 M + r_d^2 J + 4\eta_d l^2 N_d^2 J_{md})] \\
\bar{k}_7 &= \{ [l^2 r_e^2 (L_e B_{lin} + R_e M) + r_e^2 (L_e B_{ang} + R_e J) + 4l^2 \eta_e N_e^2 (L_e B_{me} + \\
&\quad + R_e J_{me})] / L_e \} [1 / (r_e^2 l^2 M + r_e^2 J + 4\eta_e l^2 N_e^2 J_{me})] \\
\bar{k}_8 &= (N_e r_e r_d / N_d) [(M l^2 - J) / (r_e^2 l^2 M + r_e^2 J + 4\eta_e l^2 N_e^2 J_{me})] \\
\bar{k}_9 &= [r_e^2 R_e (l^2 B_{lin} + B_{ang}) + 4\eta_e N_e^2 l^2 (R_e B_{me} + K_{te} K_{eme})] / [L_e (r_e^2 l^2 M + \\
&\quad + r_e^2 J + 4\eta_e l^2 N_e^2 J_{me})] \\
\bar{k}_{10} &= (N_e r_e r_d / N_d) \{ [l^2 (L_e B_{lin} + R_e M) - (L_e B_{ang} + R_e J)] / [L_e (r_e^2 l^2 M + r_e^2 J + \\
&\quad + 4\eta_e l^2 N_e^2 J_{me})] \} \\
\bar{k}_{11} &= (N_e r_e r_d R_e / N_d L_e) [(l^2 B_{lin} - B_{ang}) / (r_e^2 l^2 M + r_e^2 J + 4\eta_e l^2 N_e^2 J_{me})] \\
\bar{k}_{12} &= (4\eta_e K_{te} N_e^2 V'_d / L_e) [l^2 / (r_e^2 l^2 M + r_e^2 J + 4\eta_e l^2 N_e^2 J_{me})]
\end{aligned}$$

A equação de estado pode ser construída

$$\begin{bmatrix} w_{md} \\ \dot{w}_{md} \\ \ddot{w}_{md} \\ w_{me} \\ \dot{w}_{me} \\ \ddot{w}_{me} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 & -a_1 & 0 & -a_4 & -a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -a_6 & -a_5 & 0 & -a_8 & -a_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{md} \\ w_{md} \\ \dot{w}_{md} \\ q_{me} \\ w_{me} \\ \dot{w}_{me} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ b_1 & -b_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -b_3 & b_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_d(t) \\ v_e(t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & c_1 & 0 & 0 & c_2 & 0 \\ 0 & c_3 & 0 & 0 & c_4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{md} \\ w_{md} \\ \dot{w}_{md} \\ q_{me} \\ w_{me} \\ \dot{w}_{me} \end{bmatrix}$$

em que

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{(\bar{k}_1 - \bar{k}_2 \bar{k}_{10})}{(1 - \bar{k}_2 \bar{k}_8)} & a_2 &= \frac{(\bar{k}_3 - \bar{k}_2 \bar{k}_{11})}{(1 - \bar{k}_2 \bar{k}_8)} & a_3 &= \frac{(\bar{k}_4 - \bar{k}_2 \bar{k}_7)}{(1 - \bar{k}_2 \bar{k}_8)} & a_4 &= \frac{(\bar{k}_5 - \bar{k}_2 \bar{k}_9)}{(1 - \bar{k}_2 \bar{k}_8)} \\ a_5 &= \frac{(\bar{k}_{10} - \bar{k}_8 \bar{k}_1)}{(1 - \bar{k}_2 \bar{k}_8)} & a_6 &= \frac{(\bar{k}_{11} - \bar{k}_8 \bar{k}_3)}{(1 - \bar{k}_2 \bar{k}_8)} & a_7 &= \frac{(\bar{k}_7 - \bar{k}_8 \bar{k}_4)}{(1 - \bar{k}_2 \bar{k}_8)} & a_8 &= \frac{(\bar{k}_9 - \bar{k}_8 \bar{k}_5)}{(1 - \bar{k}_2 \bar{k}_8)} \\ b_1 &= \frac{\bar{k}_6}{(1 - \bar{k}_2 \bar{k}_8)} & b_2 &= \frac{\bar{k}_2 \bar{k}_{12}}{(1 - \bar{k}_2 \bar{k}_8)} & b_3 &= \frac{\bar{k}_8 \bar{k}_6}{(1 - \bar{k}_2 \bar{k}_8)} & b_4 &= \frac{\bar{k}_{12}}{(1 - \bar{k}_2 \bar{k}_8)} \\ c_1 &= \frac{r_d}{2 N_d} & c_2 &= \frac{r_e}{2 N_e} & c_3 &= \frac{r_d}{2 l N_d} & c_4 &= -\frac{r_e}{2 l N_e} \end{aligned}$$

e

$$v_d(t) = \begin{cases} \delta_{md_{\max}} - \delta_{md_{\min}+} & \text{se } u_{md} > \delta_{md_{\max}} \\ u_{md}(t) - \delta_{md_{\min}+} & \text{se } \delta_{md_{\min}+} \leq u_{md} \leq \delta_{md_{\max}} \\ 0 & \text{se } \delta_{md_{\min}-} < u_{md} < \delta_{md_{\min}+} \\ u_{md}(t) - \delta_{md_{\min}-} & \text{se } -\delta_{md_{\max}} \leq u_{md} \leq \delta_{md_{\min}-} \\ -\delta_{md_{\max}} - \delta_{md_{\min}-} & \text{se } u_{md} < -\delta_{md_{\max}} \end{cases}$$

$$v_e(t) = \begin{cases} \delta_{me_{\max}} - \delta_{me_{\min}+} & \text{se } u_{me} > \delta_{me_{\max}} \\ u_{me}(t) - \delta_{me_{\min}+} & \text{se } \delta_{me_{\min}+} \leq u_{me} \leq \delta_{me_{\max}} \\ 0 & \text{se } \delta_{me_{\min}-} < u_{me} < \delta_{me_{\min}+} \\ u_{me}(t) - \delta_{me_{\min}-} & \text{se } -\delta_{me_{\max}} \leq u_{me} \leq \delta_{me_{\min}-} \\ -\delta_{me_{\max}} - \delta_{me_{\min}-} & \text{se } u_{me} < -\delta_{me_{\max}} \end{cases}$$

Neste modelo, $u_{md}(t) \in \mathbb{R}$ e $u_{me}(t) \in \mathbb{R}$ são os sinais de controle e $v_d(t) \in [(-\delta_{md_{\max}} - \delta_{md_{\min}-}); (\delta_{md_{\max}} - \delta_{md_{\min}+})] \subset \mathbb{R}$ e $v_e(t) \in [(-\delta_{me_{\max}} - \delta_{me_{\min}-}); (\delta_{me_{\max}} - \delta_{me_{\min}+})] \subset \mathbb{R}$ são as entradas do sistema após a consideração das imperfeições. Os valores $\delta_{md_{\max}}$ e $\delta_{me_{\max}}$ são constantes e iguais a uma unidade. $\delta_{md_{\min}-}$, $\delta_{md_{\min}+}$, $\delta_{me_{\min}-}$ e $\delta_{me_{\min}+}$ são respectivamente os limites em sentido negativo e positivo para as zonas mortas referentes aos atuadores direito e esquerdo, decorrentes do arrastamento da base móvel sobre a superfície de movimento, admitindo-se portanto a zona morta como

sendo assimétrica. Estes valores devem ser obtidos experimentalmente devido ao fato de serem muito dependentes do espaço operacional e da maneira que o sistema é construído fisicamente. No entanto, fazendo-se algumas considerações de simetria no sistema, é possível demonstrar o valor do $\delta_{m_{\min}}$.

Partindo da equação (2.15), sabe-se que $i(t) = u(t)/R$, ou ainda, $i(t) = \delta(t) V'_d/R$. Assim, a equação do torque pode ser escrita em função da largura de pulso

$$\tau = \frac{K_t V'_d \delta(t)}{R}$$

ou em função da largura mínima de pulso, como

$$\tau' = \frac{N K_t V'_d \delta_{m_{\min}}}{R} \quad (3.31)$$

Assume-se que antes do veículo iniciar algum tipo de movimento, tem que vencer uma força limiar conhecida como força de atrito seco. Esta força pode ser representada da seguinte maneira $F_{\text{atrito}} = \frac{1}{r} \tau'$ ou

$$F_{\text{atrito}} = \frac{N K_t V'_d \delta_{m_{\min}}}{r R}$$

Assim, o valor da largura de pulso mínima que movimenta o motor é

$$\delta_{m_{\min}} = \frac{F_{\text{atrito}} r R}{N k_t V'_d} \quad (3.32)$$

sendo que F_{atrito} é o valor de limiar da força de atrito seco suportado pelo motor elétrico, r é o raio da roda, R é a resistência elétrica do motor, N é a taxa de redução de velocidade do acoplamento mecânico, k_t é a constante de torque do motor e V'_d é a tensão da fonte primária que alimenta o motor corrigidas as imperfeições. Obviamente durante a etapa de projeto estes valores podem ser atribuídos a critério do projetista.

Observações Importantes

Da modelagem dinâmica desenvolvida na seção 3.2 pode-se fazer observações muito importantes para especificações de projeto como:

- (i) O “tamanho” das rodas por exemplo, realizam um papel muito importante no projeto de um veículo. Isto se reflete na velocidade que o veículo pode alcançar. Pode-se notar que se as rodas, especificamente os raios das rodas [r =raio da roda] fossem bem maiores que a distancia l [l é a distancia entre a roda e o ponto central

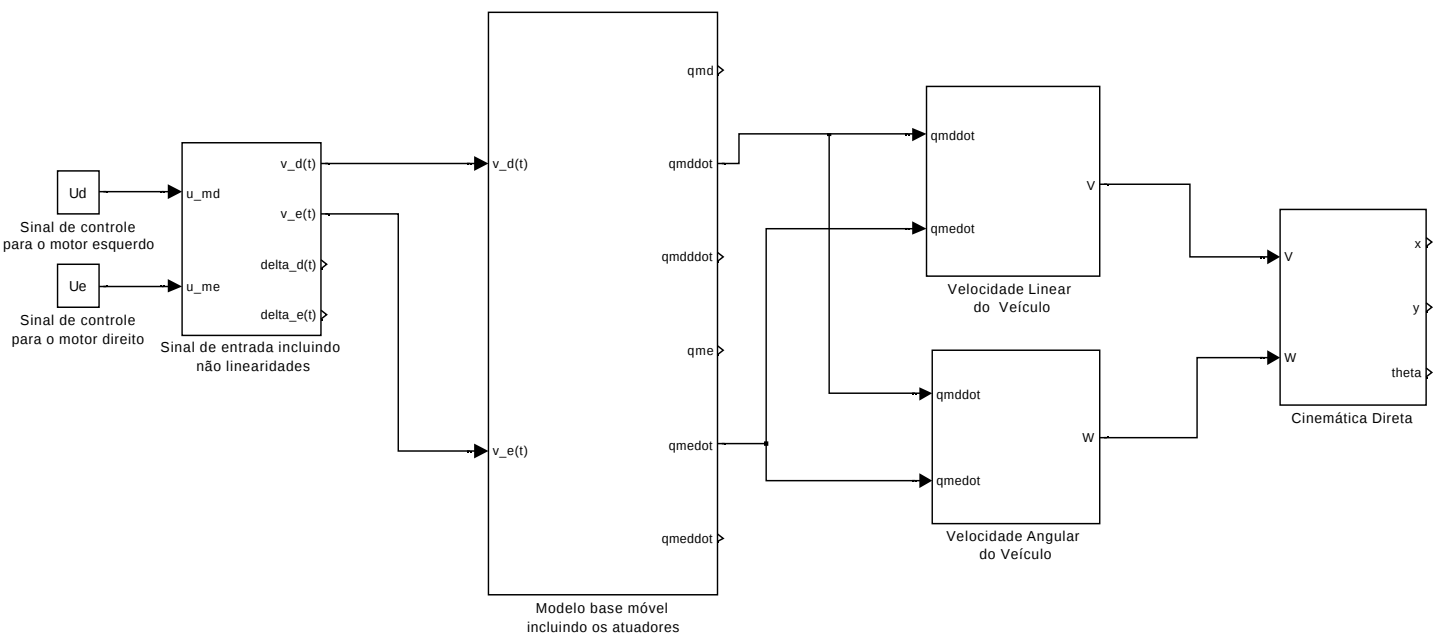


Figura 3.2: Implementação do modelo da base móvel em ambiente MATLAB Simulink®

do chassi do veículo], a tendência do torque no veículo é diminuir, e a velocidade no veículo tende a incrementar, mas, a zona morta nos atuadores do veículo vai incrementar não sendo isto conveniente para o projeto.

- (ii) A “distribuição” das rodas no chassi do veículo também é um item muito importante a ser considerado na hora de projetar um veículo. Sendo que, o acoplamento dinâmico existente entre as rodas depende da distância entre elas.

3.3 Modelo Dinâmico do Veículo Implementado em Ambiente MATLAB *Simulink*®

O modelo desenvolvido na seção 3.2 proporcionou o desenvolvimento de um bloco de simulação em ambiente MATLAB *Simulink*®, visto na figura 3.2, que permite aos projetistas a simulação com dados reais de todos os componentes do sistema e características ambientais e a obtenção dos parâmetros da equação de estado do sistema para uso na especificação do sistema de controle entre outras utilidades. Isto possibilita uma visão geral do desempenho do sistema operando em condições próximas às específicas, permitindo a substituição de componentes e a imposição de condições específicas de imperfeições ou não linearidades. Adicionalmente torna-se uma excelente ferramenta de ensino acadêmico, visto ser esta estrutura de veículo muito usada em atividades de ensino.

3.4 Sumário

Neste capítulo apresentou-se o desenvolvimento do modelo da estrutura de uma base móvel para robôs manipuladores com duas rodas ativas, acionadas por motores elétricos de corrente contínua, considerando as não linearidades na entrada do sistema. As não linearidades modeladas foram caracterizadas como do tipo zona morta e do tipo saturação. A não linearidade do tipo zona morta é decorrente do deslizamento da base móvel sobre a superfície de movimento, estando portanto relacionada com a modelagem do atrito seco existente no sub-sistema mecânico e a não linearidade do tipo saturação é decorrente da estrutura construtiva do acionamento eletrônico dos motores elétricos, estando relacionada com a modelagem do subsistema eletrônico. Finalmente este modelo

é usado para a construção de um bloco de simulação em ambiente MATLAB *Simulink*[®] que proporciona aos projetistas a simulação com dados reais de todos os componentes do sistema e características ambientais. Isto possibilita uma visão geral do desempenho do sistema operando em condições próximas às especificadas, permitindo também a substituição de componentes e a imposição de condições específicas de imperfeições ou não linearidades.

Capítulo 4

Aplicação do modelo dinâmico em um sistema real

Este capítulo apresenta o sistema Khepera[®] da K-Team S. A., a aplicação do modelo desenvolvido no capítulo precedente em um sistema real, resultados obtidos com a utilização do bloco de simulação em ambiente MATLAB Simulink[®] e também a verificação das imperfeições as quais um sistema real está exposto em seu ambiente de aplicação.

4.1 Introdução

ESTRUTURAS mecânicas dotadas de movimento conseguiram o seu maior sucesso na indústria de manufatura, especialmente manipuladores robóticos que realizam movimentos com elevadas velocidades e que requerem grande exatidão. Os manipuladores comerciais sofrem de uma desvantagem fundamental: ausência de mobilidade. Um manipulador de base fixa tem uma escala limitada de movimento. Já um robô móvel estaria apto a navegar no espaço de trabalho, aplicando flexivelmente suas habilidades da forma mais efetiva (Siegwart e Nourbakhsh, 2004).

Hoje em dia, pode-se construir robôs móveis pequenos com numerosos atuadores e sensores que são controlados por leves e rápidos sistemas computacionais compactos que são carregados no próprio robô. Devido à capacidade de mobilidade e movimento sem supervisão, a estrutura da base móvel sem a ferramenta é também conhecida como veículo autônomo (Braunl, 2003). Na verdade, todas as estruturas da base de robôs

móveis são veículos.

4.2 Sistema Robótico Móvel *Khepera*[®]

O sistema robótico móvel *Khepera*[®], que encontra-se atualmente em sua segunda versão e pode ser visualizado na figura 4.1, é um robô móvel, modular e multi-funcional dedicado às atividades de ensino pesquisa e desenvolvimento. Seus principais módulos físicos disponíveis são:

- (i) Módulo da base móvel com duas rodas ativas unidirecionais;
- (ii) Módulo da garra articulada com dois graus de liberdade;
- (iii) Módulo de comunicação com estação rádio móvel e estação rádio base;
- (iv) Módulos de visão artificial e
- (v) Módulo de extensão eletrônica.

As ferramentas computacionais para utilização do sistema podem ser desenvolvidas em *GNU C cross-compiler*, em SysQuake, em MATLAB[®] e em LabVIEW[®]. Adicionalmente, o sistema pode ser simulado a partir do simulador WEBOTS[®] da Cyberbotics Ltd.

O módulo da base móvel possui duas rodas tracionadas mais dois apoios [pontos de deslizamento com a superfície de movimento] que contribuem para o equilíbrio da base e cada roda é acionada por um motor de corrente contínua da série 1212-N004-G fabricado pela FAULHABER MINIMOTOR S.A., sendo cada motor acoplado a cada roda por uma caixa de engrenagens de relação de redução de velocidade 25:1. O acionamento de cada motor é realizado a partir do controle de um modulador de larguras de pulso digital [PWMD] com frequência de 20 KHz e resolução de 9 bits. No eixo de cada motor também é acoplado um *encoder* incremental que produz 24 pulsos por cada ciclo de 360° de giro do motor, gerando um total de 600 pulsos cada ciclo de 360° de giro de cada roda, correspondendo a 12 pulsos/milímetro. A fonte primária de alimentação de energia elétrica para o sistema robótico móvel é constituída de quatro baterias da série TMK Ni-MH de 1,2/280 volts/mA cada. Oito sensores infravermelhos do tipo TCRT1000 estão localizados ao redor do veículo, e podem ser usados para a detecção

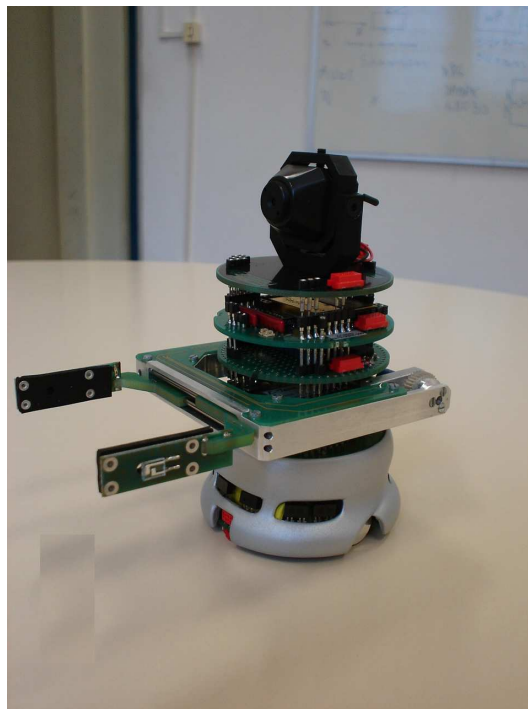


Figura 4.1: Sistema robótico móvel modular *Khepera*.

de obstáculos. Segundo o fabricante, a base pode transportar uma carga total com massa de até 250 gramas (KTeam, 1998).

O subsistema eletrônico digital da base é gerenciado por um microprocessador da família 68331 fabricado pela Motorola, que trabalha com 512 Kbytes de memória *Flash* e mais 512 Kbytes de memória RAM. Este subsistema eletrônico possui residente um sistema operacional em tempo real (BIOS - *Basic Input Output System*) com várias funções e rotinas computacionais destinadas ao desenvolvimento de aplicações (Franzi, 1998).

O módulo da garra articulada tem uma configuração básica que torna possível a manipulação de objetos com massa de até 50 gramas, segundo o fabricante, sendo composto por um braço e uma pinça com um total de dois graus de liberdade. O braço é acionado por um motor DC acoplado a um sensor de posição de 8 bits de resolução que cobre completamente os possíveis ângulos de ação. A pinça possui abertura máxima de 55mm, e possui também um sensor de posição. Mais dois sensores são acoplados à pinça: um de resistividade elétrica e o outro de presença de objetos. Este módulo possui subsistema eletrônico independente, gerenciado por um microprocessador 68HC11 da

Motorola com 256 bytes de RAM (KTeam, 1999a).

No módulo de comunicação, a estação rádio móvel é um rádio modem compacto e inteligente que opera nas frequências de 418 MHz a 433,920 MHz com uma taxa de transmissão de 9600 bits por segundo, e possui um processador Motorola M68331 para gerenciar a comunicação, que inclui: codificação; transmissão e recepção; detecção e correção de erro, suportando o protocolo de rede de multiprocessamento, que permite a comunicação com outros *kheperas* que possuam estação rádio móvel. A estação rádio base é um rádio modem compacto, com protocolo padrão RS232, conectado a um *host computer* e adaptado para suportar uma rede com até 31 estações rádio móveis. A base possui um processador local Motorola 68HC11 para a gerenciamiento do processo de comunicação (KTeam, 1999c; KTeam, 1999b).

4.3 Aplicação do Modelo Dinâmico no Sistema Robótico

Khepera[®]

O modelo dinâmico da estrutura de base de robôs móveis com duas rodas ativas com inclusão de não linearidades de entrada desenvolvido no capítulo 3 é da forma

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}(t) \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t) \begin{bmatrix} v_d(t) \\ v_e(t) \end{bmatrix} \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C} \mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (4.1)$$

onde $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^6$,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 & -a_1 & 0 & -a_4 & -a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -a_6 & -a_5 & 0 & -a_8 & -a_7 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ b_1 & -b_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -b_3 & b_4 \end{bmatrix}$$

e

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & c_1 & 0 & 0 & c_2 & 0 \\ 0 & c_3 & 0 & 0 & c_4 & 0 \end{bmatrix}$$

As informações necessárias para a determinação dos parâmetros deste modelo bem como os processamentos numéricos a serem realizados foram desenvolvidos no capítulo 3.

Na tabela 4.1 são apresentadas algumas informações obtidas a partir de medições feitas diretamente no sistema físico *Khepera*. Na tabela 4.2 são listadas informações obtidas de fabricantes dos demais componentes do sistema e outras obtidas a partir do processamento das equações desenvolvidas na modelagem do sistema e apresentadas no capítulo anterior. Existem alguns parâmetros que são desconhecidos como os coeficientes de atrito linear e angular, pois estes dependem do ambiente de trabalho (superfície de contato com as rodas) e do centro de gravidade da estrutura da base móvel. Desse modo, o que se pode fazer é calcular os limites máximos e mínimos destes parâmetros a partir do processamento das equações desenvolvidas na seção 2.5 e durante a modelagem do sistema no capítulo 3.

Assim, partindo da equação (2.21) em regime permanente e dados proporcionados pelo fabricante do atuador¹, tem-se

$$\tau_m(t) = B_m w_m \quad (4.2)$$

em que $\tau_m = 0.02656 \times 10^{-3}$ Nm é o torque do motor que foi obtido a partir da constante de torque do motor $K_t = 1.66 \times 10^{-3}$ Nm/A e a corrente sem carga do motor $i(t) = 0.016$ A. Estes dados são fornecidos pelo fabricante do motor. O valor de velocidade do motor sem carga é $w_{m_n} = 2199.05$ rad/seg [velocidade nominal]. Assim, a partir da equação (4.2), pode-se obter o coeficiente de atrito viscoso máximo $B_m = 12 \times 10^{-9}$ Nm s/rad.

¹FAULHABER MINIMOTOR S.A.

Uma vez encontrados w_{m_n} e B_m , pode-se obter os valores máximos das velocidades linear e angular da estrutura da base móvel:

- (i) A partir da equação (3.11), considere que os motores e as rodas da estrutura da base móvel são iguais $r_d = r_e$ e $w_{md_n} = w_{me_n}$, respectivamente. Assim, a velocidade linear máxima é expressa como $v_{max} = (r/N) w_{m_n}$ e finalmente o valor desta é $v_{max} = 0.66$ m/seg.
- (ii) A partir da equação (3.12), considere que os motores e as rodas da estrutura da base móvel são iguais $r_d = r_e$ e $w_{md_n} = w_{me_n}$, respectivamente. Supõe-se que a estrutura da base móvel ilustrada na figura 3.1 gira completamente em um sentido, este giro pode ser horário ou anti-horário, caso o giro seja anti-horário, as duas rodas giram no mesmo sentido e a uma velocidade idêntica. Assim, a velocidade angular máxima pode se expressa como $w_{max} = (r/l N) w_{m_n}$, e finalmente o valor desta é $w_{max} = 24$ rad/seg.

Para encontrar os coeficientes máximos de atrito linear e angular, considera-se as equações (3.8) e (3.10) em regime permanente, e o torque na roda como $\tau_{roda} = N \tau_{m_n}$, τ_{m_n} é o torque no motor sem carga [dado fornecido pelo fabricante $\tau_{m_n} = 0,28 \times 10^{-3}$ Nm]. Assim,

- (i) Considerando que as rodas e os torques nas rodas da estrutura da base móvel são iguais $r_d = r_e$ e $\tau_d = \tau_e$, respectivamente. Da equação (3.8) tem-se $B_{lin} v = 2 \tau_{roda}/r$, r é o raio das rodas, o coeficiente máximo de atrito linear é $B_{lin} = 2.8$ N-s/m.
- (ii) Considerando que as rodas e os torques nas rodas da estrutura da base móvel são iguais $r_d = r_e$ e $\tau_d = \tau_e$, respectivamente. Da equação (3.10) tem-se $B_{ang} w = 2 l \tau_{roda}/r$, r é o raio das rodas, o coeficiente máximo de atrito angular é $B_{ang} = 2 \times 10^{-3}$ Nm-s/rad.

Os parâmetros das matrizes **A**, **B** e **C** são obtidos substituindo os parâmetros das tabelas 4.1 e 4.2 no modelo do sistema dinâmico da estrutura de base com inclusão

Tabela 4.1: Parâmetros medidos para os diferentes módulos do sistema robótico *Khepera*.

Massa da base móvel	108,146 g
Diâmetro do veículo	70,00mm
Distância entre as rodas	53,0 mm
Raio da cada roda	7,5 mm
Massa do módulo da garra	84,975 g
Diâmetro do módulo da garra	78,00mm
Massa do módulo da câmera	28,698 g
Diâmetro do módulo da câmera	56,00mm
Massa do módulo de rádio	49,569 g
Diâmetro do módulo de rádio	56,00mm

Tabela 4.2: Parâmetros da estrutura da base do sistema robótico *Khepera*.

K_{td}, K_{te}	0,00166 N m/A
K_{emd}, K_{eme}	0,00166 Volt s/rad
N_d, N_e	25
L_d, L_e	0.00018 H
R_d, R_e	21,5 Ω
J_{md}, J_{me}	$0,2 \times 10^{-7} kgm^2$
B_{md}, B_{me}	12×10^{-9} N m s/rad
B_{lin}	de 0 a 2,8 N s/m
B_{ang}	de 0 a 2×10^{-3} N m s/rad
J	$6,615 \times 10^{-5} kgm^2$
η	0,94

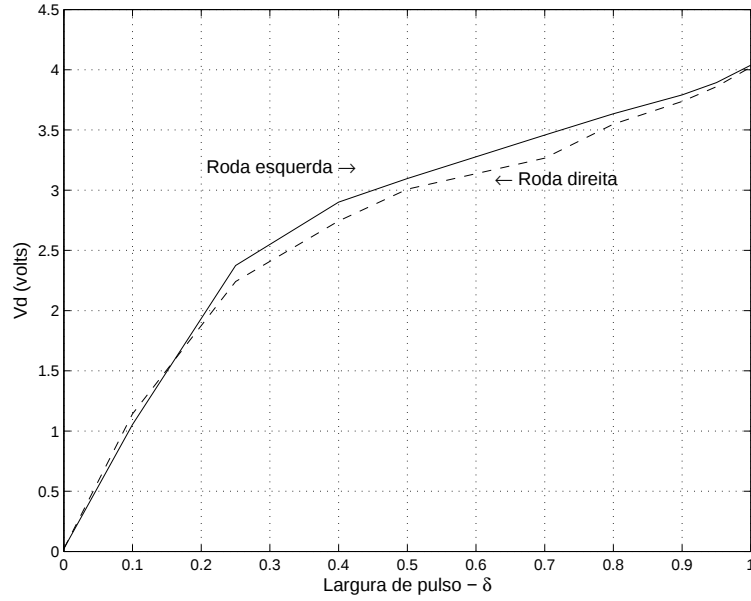


Figura 4.2: Tensões efetivas nos motores elétricos em função da largura de pulso aplicada na entrada.

de não linearidades resultando em:

$$\begin{aligned}
 a_1 &= (1,15 \pm 0,09) \times 10^5 s^{-1} & a_2 &= (8,70 \pm 2,14) \times 10^5 s^{-2} \\
 a_3 &= (-2,30 \pm 0,42) \times 10^3 s^{-1} & a_4 &= (-1,87 \pm 0,66) \times 10^4 s^{-2} \\
 a_5 &= (-2,30 \pm 0,42) \times 10^3 s^{-1} & a_6 &= (-1,87 \pm 0,66) \times 10^4 s^{-2} \\
 a_7 &= (1,15 \pm 0,09) \times 10^5 s^{-1} & a_8 &= (8,70 \pm 2,14) \times 10^5 s^{-2} \\
 b_1 &= (1,58 \pm 0,15) \times 10^9 s^{-1} & b_2 &= (3,01 \pm 0,34) \times 10^7 s^{-1} \\
 b_3 &= (3,01 \pm 0,34) \times 10^7 s^{-1} & b_4 &= (1,58 \pm 0,15) \times 10^9 s^{-1} \\
 c_1 &= 0,15 \times 10^{-3} m & c_2 &= 0,15 \times 10^{-3} m \\
 c_3 &= 5,66 \times 10^{-3} & c_4 &= -5,66 \times 10^{-3}
 \end{aligned}$$

onde os respectivos valores estão indicados pelo seus valores médios e suas faixas de variações.

4.3.1 Não Linearidades de Entrada

A não linearidade do tipo saturação pode ser parametrizada a partir das informações fornecidas pelo fabricante (KTeam, 1998). As quatro baterias associadas

em série que alimentam o sistema produzem uma tensão $V_d = 4,8 V$. Um sistema de monitoramento em tempo real residente na *BIOS* interrompe o funcionamento quando a tensão das baterias atinge o nível de $4,0 V$. Logo, a partir da equação (2.16) e considerando $V_{sat} = 0,3 V$ podemos concluir que V'_d pode variar no tempo entre $4,2 V$ [inicial] a $3,4 V$ [final], quando da interrupção do funcionamento do sistema.

Para verificação experimental deste efeito, foi feito um experimento que consistia na aplicação do sinal de largura de pulso nas entradas do sistema e a observação da tensão efetiva nos terminais dos motores, com as baterias em plena carga, como mostrado na figura 4.2. Os resultados mostram que as tensões elétricas efetivas sobre os motores para a condição $\delta = 1$ é menor que a tensão V_d e que ao considerarmos a influência da diminuição do valor V_d com o uso do sistema de forma autônoma isto passa a ser muito impactante do ponto de vista de controle e planejamento de tarefas, pois a tensão máxima que poderia ser aplicada em cada motor seria de $3,2 V$. Note a tensão nominal de cada motor é de $4,0 V$ e que com tensão elétrica menor do que esta aplicada nos terminais do motor não é possível atingir a velocidade nominal.

A não linearidade do tipo zona morta é difícil de ser parametrizada a priori, visto esta depender fortemente da superfície sobre a qual o veículo está se movimentando. Assim, foi elaborado um experimento para verificação da não linearidade do tipo zona morta para o sistema em qualquer superfície de movimentação, que é suposta plana e sem inclinação. O acionamento das rodas é feito a partir da especificação das larguras de pulso dos **PWMD**, que podem teoricamente variar dentro do intervalo $[-1; 1]$ como demonstrado no capítulo 2. Como a resolução de cada **PWMD** é de 9 bits, pode-se variar as larguras de pulso correspondentes aos motores direito e esquerdo (δ_{md} e δ_{me}) em sentido para frente e para trás a partir da largura $(000)_2$, sendo portanto o nono bit o bit identificador de sinal, isto é, se o movimento é para frente (+) ou para trás (-).

O experimento foi elaborado como segue. A base móvel foi colocada sobre uma mesa devidamente limpa, plana e sem inclinação. A partir da largura de pulso $(000)_2$, a largura de pulso de cada **PWMD** era incrementada [decrementado] em uma unidade [isto é, $(001)_2$], e era mantida neste valor durante um período de tempo de 1 [um] segundo. O objetivo desta espera era para permitir ao sistema atingir algum ponto de estabilização dinâmica, caso o estímulo fosse suficiente para provocar alguma alteração na sua dinâmica. Durante este período de 1 segundo os estados do sistema eram medidos afim de verificar alguma alteração em sua dinâmica. Caso houvesse alguma alteração

Tabela 4.3: Exemplo de limites das zonas mortas obtidos para o *Khepera*.

Condição do Veículo	Roda Direita		Roda Esquerda	
Veículo sem carga adicional	$\delta_{md_{\min+}}$	0.198	$\delta_{me_{\min+}}$	0.182
	$\delta_{md_{\min-}}$	-0.226	$\delta_{me_{\min-}}$	-0.222
	$\delta_{md_{\min+}}$	0.163	δ_{me}	0
	δ_{md}	0	$\delta_{me_{\min+}}$	0.194
	δ_{md}	0	$\delta_{me_{\min-}}$	-0.198
	$\delta_{md_{\min-}}$	-0.250	δ_{me}	0
	$\delta_{md_{\min+}}$	0.219	$\delta_{me_{\min-}}$	-0.188
	$\delta_{md_{\min-}}$	-0.247	$\delta_{mde_{\min+}}$	0.185
Veículo transportando a garra	$\delta_{md_{\min+}}$	0.366	$\delta_{me_{\min+}}$	0.370
	$\delta_{md_{\min-}}$	-0.395	$\delta_{me_{\min-}}$	-0.395
	$\delta_{md_{\min+}}$	0.408	δ_{me}	0
	δ_{md}	0	$\delta_{me_{\min+}}$	0.389
	δ_{md}	0	$\delta_{me_{\min-}}$	-0.423
	$\delta_{md_{\min+}}$	0.330	$\delta_{me_{\min-}}$	-0.330
	$\delta_{md_{\min-}}$	-0.307	$\delta_{me_{\min+}}$	0.307
Veículo transportando a garra e câmera de vídeo	$\delta_{md_{\min+}}$	0.439	$\delta_{me_{\min+}}$	0.439
	$\delta_{md_{\min-}}$	-0.454	$\delta_{me_{\min-}}$	-0.451
	$\delta_{md_{\min+}}$	0.486	δ_{me}	0
	δ_{md}	0	$\delta_{me_{\min+}}$	0.452
	δ_{md}	0	$\delta_{me_{\min-}}$	-0.439
	$\delta_{md_{\min-}}$	-0.439	δ_{me}	0
	$\delta_{md_{\min+}}$	0.407	$\delta_{me_{\min-}}$	-0.407
	$\delta_{md_{\min-}}$	-0.402	$\delta_{me_{\min+}}$	0.402

na dinâmica do sistema [isto é, o sistema deixasse o estado estacionário], a largura de pulso em questão seria considerada como o limite da zona morta para cada entradas [sendo $\delta_{md_{\min+}}$ e $\delta_{me_{\min+}}$ para frente e $\delta_{md_{\min-}}$ e $\delta_{me_{\min-}}$ para trás]. O procedimento foi repetido várias vezes considerando diferentes condições de carga sobre a base móvel, apresentando acentuada repetibilidade.

Os resultados são apresentados na tabela 4.3. Pode-se observar a partir desta tabela que o efeito zona-morta é muito dependente do tipo de movimento que se deseja realizar com o veículo [isto é, se o movimento é para frente ou para trás, curva à direita ou à esquerda] e do tipo de carga que o veículo transporta [isto é, quanto maior o peso transportado maior é o efeito da zona morta]. Uma particularidade a ser notada é que no *Khepera* o efeito da zona morta para os movimentos para trás é ligeiramente maior que o efeito para os movimentos para frente, o que pode indicar uma distribuição não uniforme das massas dos componentes construtivos do sistema. Para a condição do veículo transportando a garra articulada e a câmara de vídeo, quase a metade da largura de pulso disponível é gasta para vencer o efeito da zona morta, o que implica impossibilidade do veículo atingir a velocidade nominal em alguma operação.

4.3.2 Resultados das Simulações

Considerando a estrutura da base móvel e a carga que esta pode transportar [garra articulada e/ou câmara de vídeo], realizam-se algumas simulações com o modelo desenvolvido no capítulo 3 e implementado no ambiente MATLAB *Simulink*®. Veja a figura 3.2. Com o objetivo de observar as máximas velocidades lineares e as máximas velocidades angulares que a estrutura da base móvel sem carga [Massa de 0,108 kg] e a estrutura da base móvel transportando carga, garra articulada e/ou câmara de vídeo [Massa de 0,137 kg e Massa de 0,222 kg] conseguem atingir em diferentes ambientes de trabalho [coeficientes de atrito variam $\beta_{lin} = 0$ e $\beta_{ang} = 0$, $\beta_{lin} = 1.4$ e $\beta_{ang} = 0,001$ e $\beta_{lin} = 2,8$ e $\beta_{ang} = 0,002$], com variação da tensão da fonte de alimentação principal do sistema [$V'_d = 4,2V$, $V'_d = 3,8V$ e $V'_d = 3.4V$] e considerando as não linearidades do tipo zona morta e do tipo saturação quando o veículo se movimenta para frente, $\delta_{md_{\max+}}$ e $\delta_{me_{\max+}}$ durante um período de tempo de 1 segundo. Foram utilizados os dados proporcionados pelo fabricante, dados que resultaram de manipulações de variáveis durante a obtenção do modelo e dados da verificação experimental das não linearidades no atuador, conforme indicadas nas tabelas 4.1, 4.2 e 4.3.

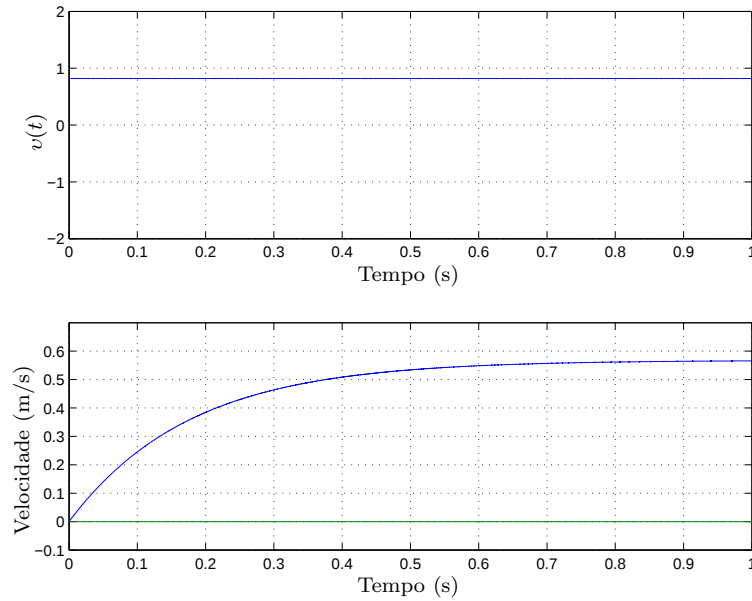


Figura 4.3: Sinal de entrada e velocidades da estrutura de base móvel

As simulações seguem o esquema abaixo:

- (i) Considera-se a estrutura da base móvel sem carga e a estrutura da base móvel transportando carga, presupondo-se que está em contato com o ambiente de trabalho, isto é, existência de um ponto de contato das rodas com o meio [variam-se os coeficientes de atrito linear e angular] e considerando que as baterias estão completamente carregadas.
- (ii) Considera-se o item anterior, (i), e a diminuição da tensão nas baterias.
- (iii) Considera-se a estrutura da base móvel sem carga e no caso quando transporta carga em um ambiente de trabalho específico [a média dos coeficientes de atrito linear e angular] considerando a queda de tensão nas baterias.
- (iv) Considera-se um ambiente de trabalho específico e uma tensão média das baterias, considerando a estrutura da base móvel sem carga e transportando carga.

Conforme descrito no capítulo 3 no tópico sobre o acionamento de motores de corrente contínua e na verificação experimental [seção 4.3.1], sabe-se que o acionamento das rodas é feito a partir da especificação das larguras de pulso dos **PWMD**, que podem teoricamente variar dentro do intervalo $[-1; 1]$ à entrada dos atuadores. Na figura 4.3

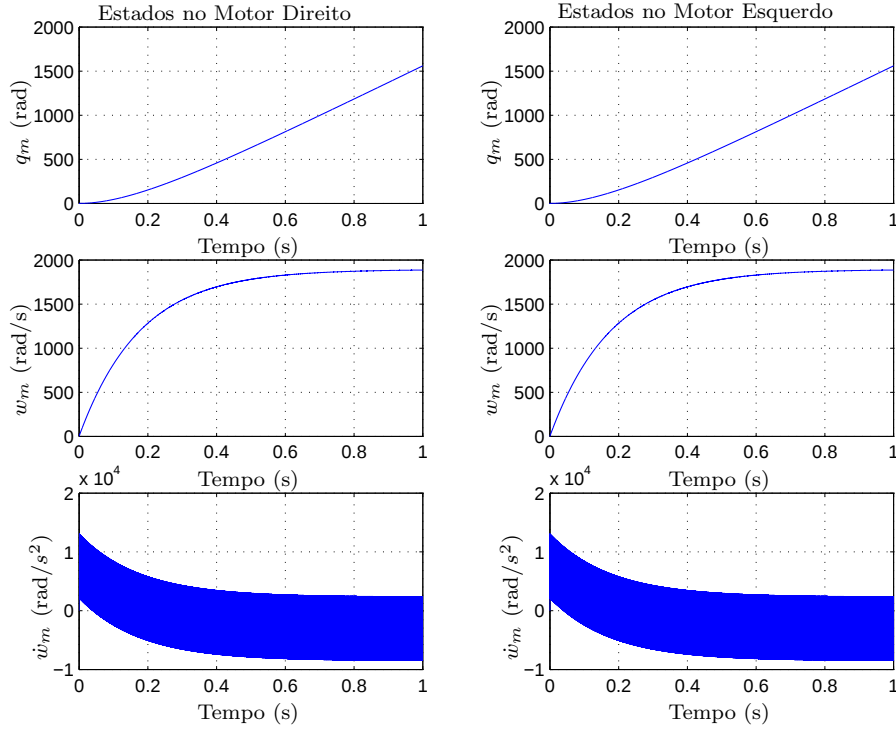
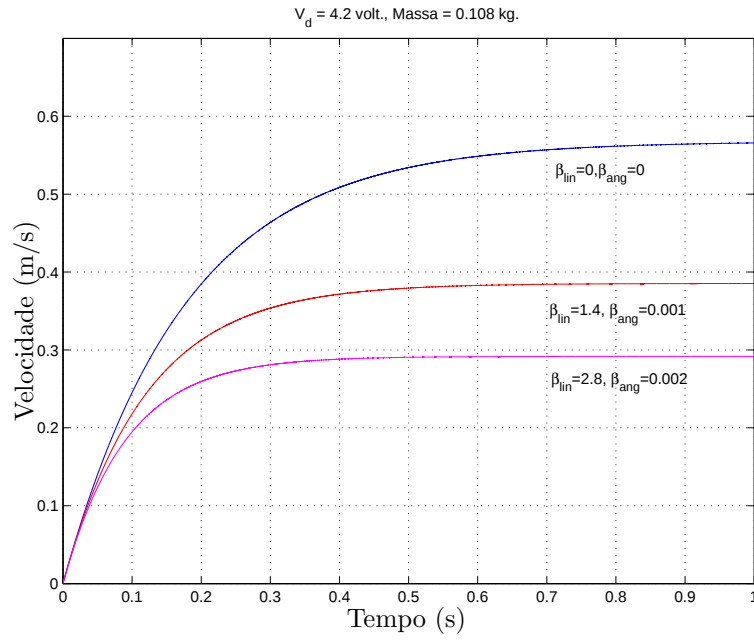


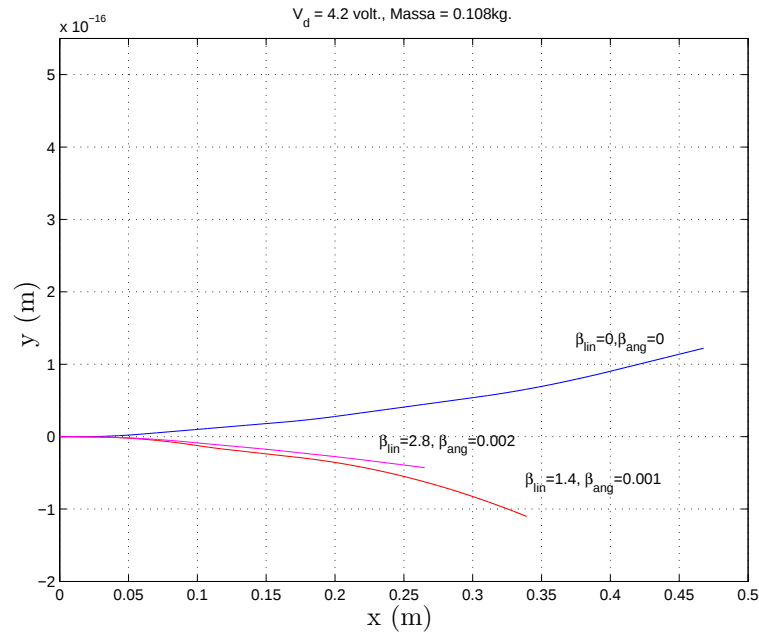
Figura 4.4: Estados dos motores da estrutura de base móvel

mostra-se o tipo de sinal injetado na entrada da estrutura da base móvel [degrau unitario após as não linearidades] e a máxima velocidade linear e a velocidade angular que pode alcançar a estrutura da base móvel sem carga, considerando a saturação simétrica e a zona morta assimétrica [$\delta_{md_{\min+}} = 0.182$ e $\delta_{md_{\min-}} = -0.222$, $\delta_{me_{\min+}} = 0.182$ e $\delta_{me_{\min-}} = 0.222$] quando a base móvel vai para frente durante o período de tempo de 1s. Pode-se notar, que para estas condições a velocidade linear da estrutura da base móvel sem carga varia crescentemente segundo a injeção das larguras de pulso nas entradas dos motores até alcançar uma velocidade máxima, para estas condições a máxima velocidade angular da estrutura da base móvel é mínima comparada com a velocidade linear e é considerada como zero.

A figura 4.4 mostra os estados dos motores que acionam as rodas da estrutura da base móvel do sistema robótico, com o objeto de ilustrar a resposta em cada um dos motores tendo na entrada um sinal degrau unitário após as imperfeições. Note que em ambos motores [motor direito e motor esquerdo] registram-se posições iguais, conseqüentemente, velocidades e acelerações iguais que darão movimento à estrutura da base móvel.

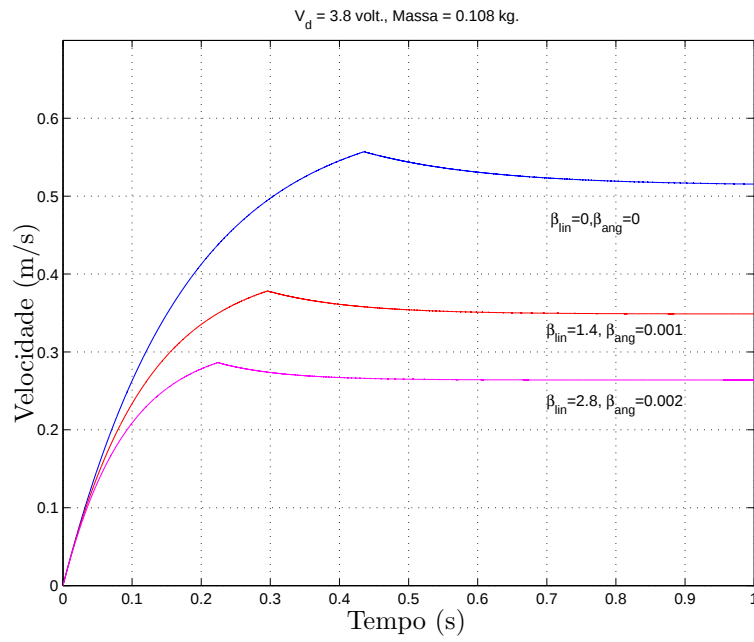


(a) Velocidades da estrutura da base móvel.

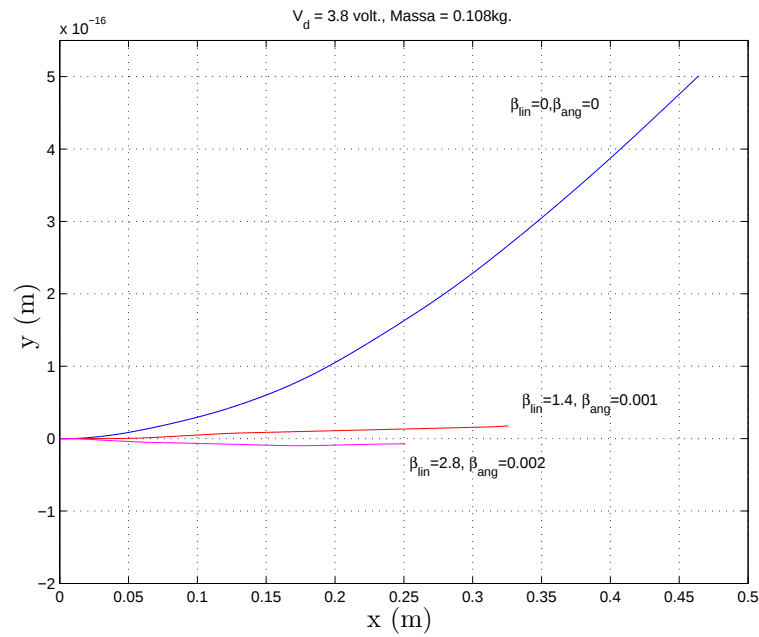


(b) Trajetórias da estrutura da base móvel.

Figura 4.5: Velocidades e trajetórias da estrutura da base móvel com tensão de $V_d = 4,2 \text{ V}$, massa de $M = 0.108 \text{ kg}$ em diferentes espaços de trabalho.

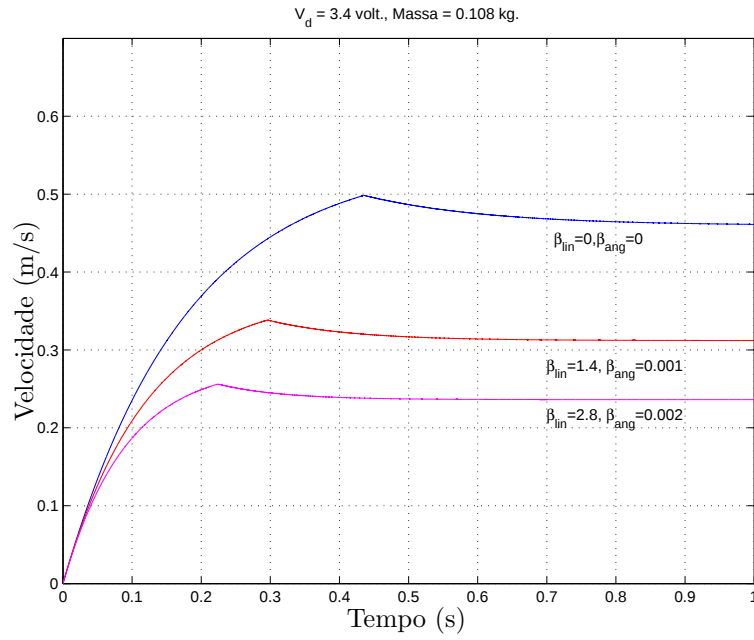


(a) Velocidades da estrutura da base móvel.

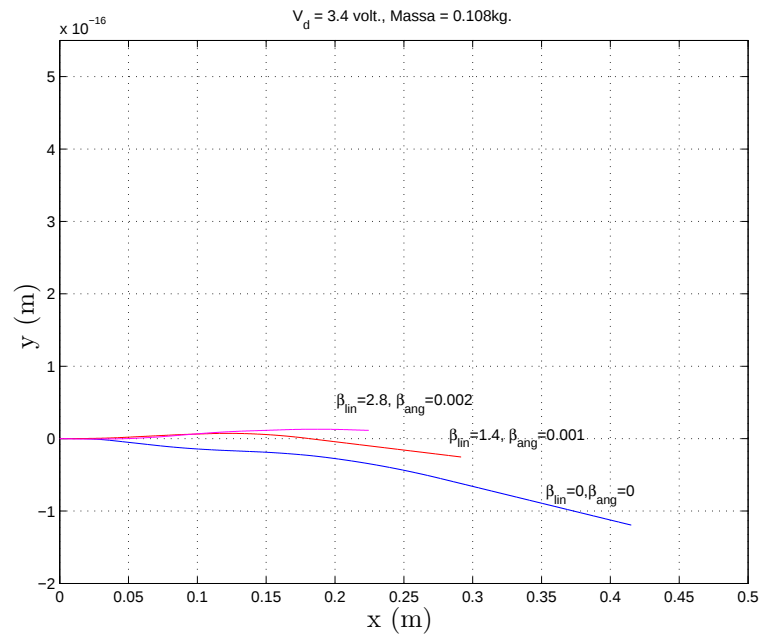


(b) Trajetórias da estrutura da base móvel.

Figura 4.6: Velocidades e trajetórias da estrutura da base móvel com tensão de $V_d = 3,8 \text{ V}$, massa de $M = 0.108 \text{ kg}$ em diferentes espaços de trabalho.

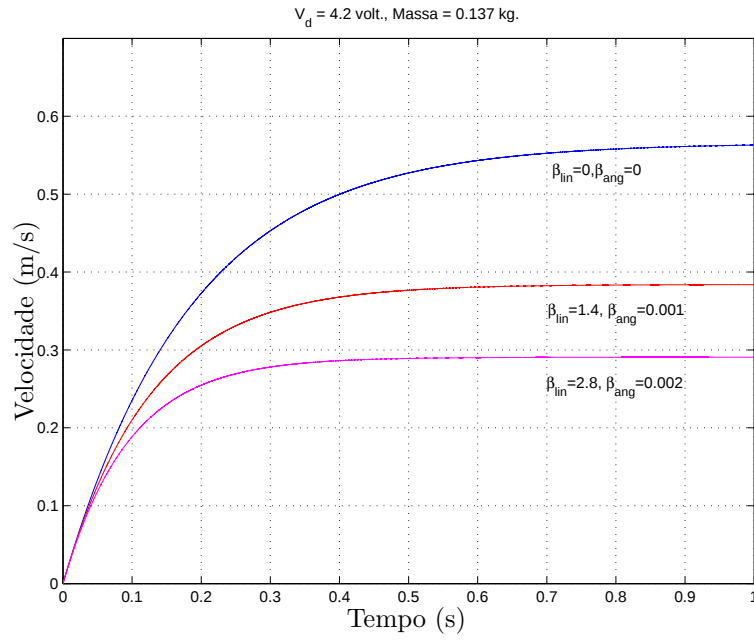


(a) Velocidades da estrutura da base móvel.

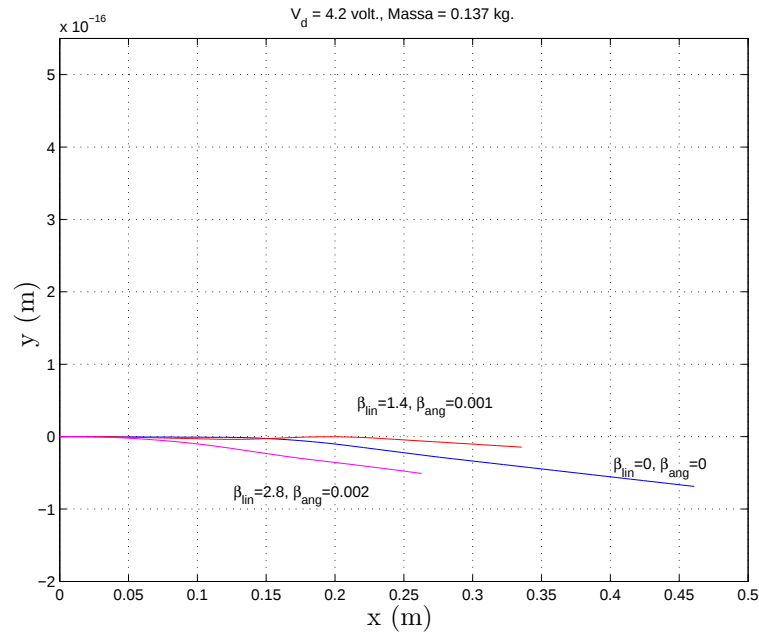


(b) Trajetórias da estrutura da base móvel.

Figura 4.7: Velocidades e trajetórias da estrutura da base móvel com tensão de $V_d = 3,4 V$, massa de $M = 0.108 kg$ em diferentes espaços de trabalho.

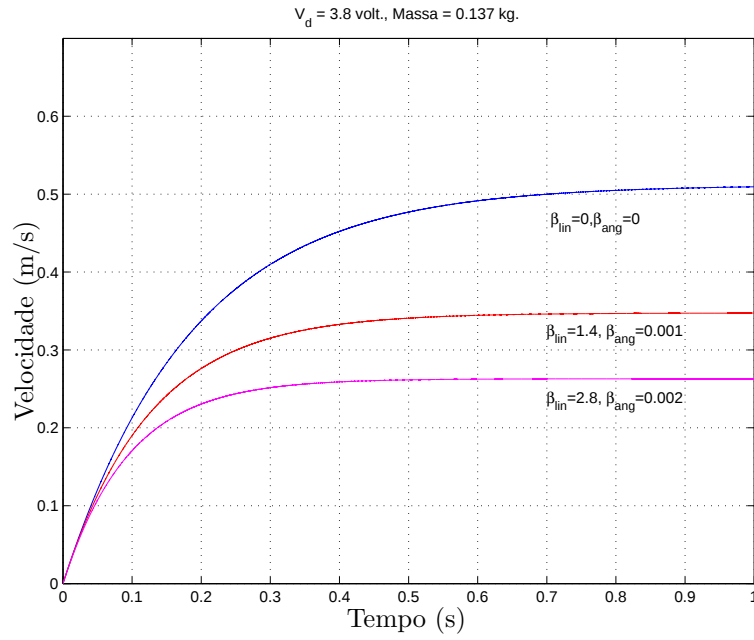


(a) Velocidades da estrutura da base móvel.

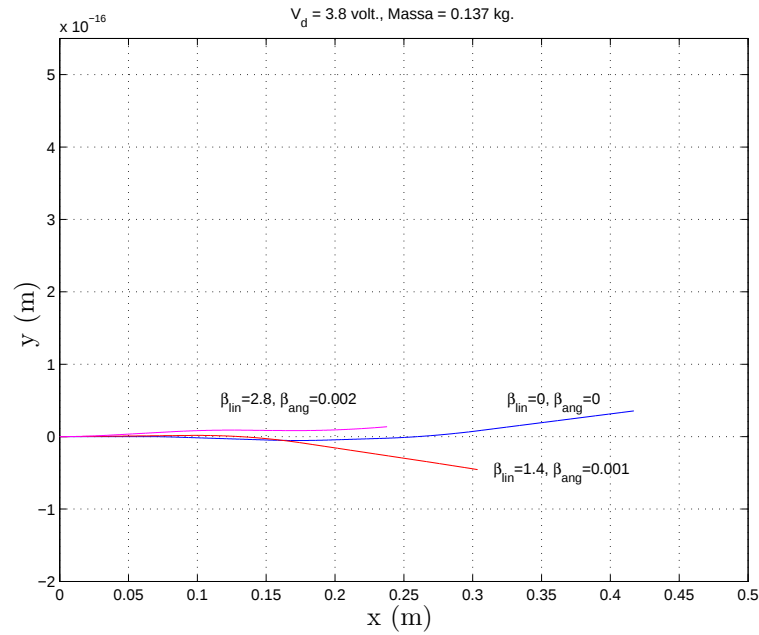


(b) Trajetórias da estrutura da base móvel.

Figura 4.8: Velocidades e trajetórias da estrutura da base móvel com tensão de $V_d = 4,2 \text{ V}$, massa de $M = 0.137 \text{ kg}$ em diferentes espaços de trabalho.

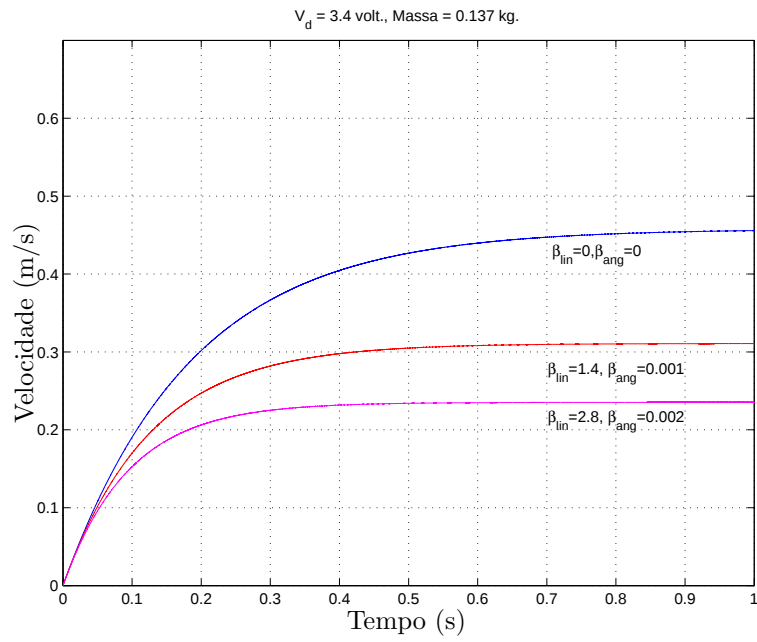


(a) Velocidades da estrutura da base móvel.

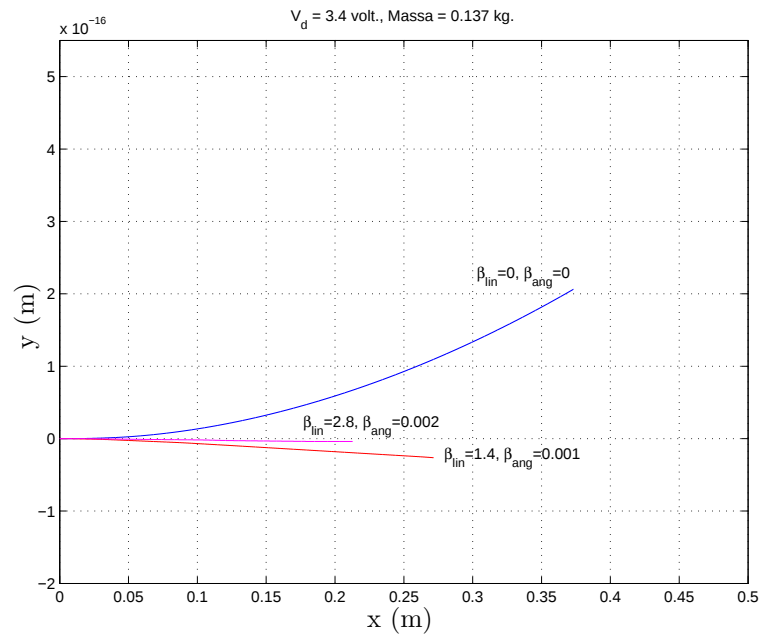


(b) Trajetórias da estrutura da base móvel.

Figura 4.9: Velocidades e trajetórias da estrutura da base móvel com tensão de $V_d = 3,8 \text{ V}$, massa de $M = 0.137 \text{ kg}$ em diferentes espaços de trabalho .

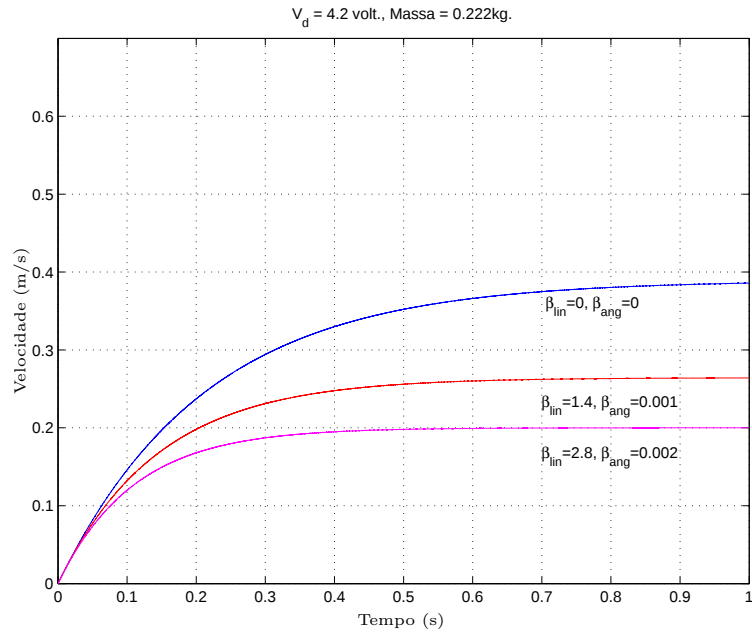


(a) Velocidades da estrutura da base móvel.

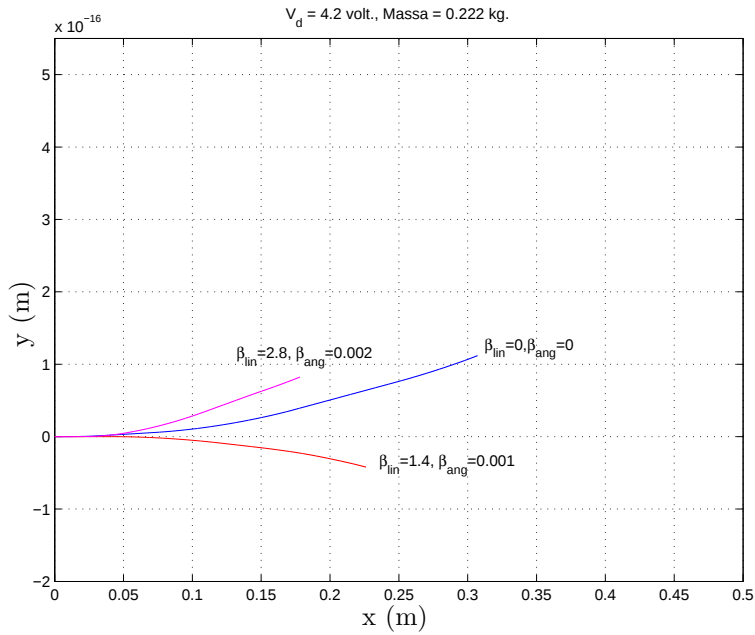


(b) Trajetórias da estrutura da base móvel.

Figura 4.10: Velocidades e trajetórias da estrutura da base móvel com tensão de $V_d = 3,4 V$, massa de $M = 0.137 kg$ em diferentes espaços de trabalho.

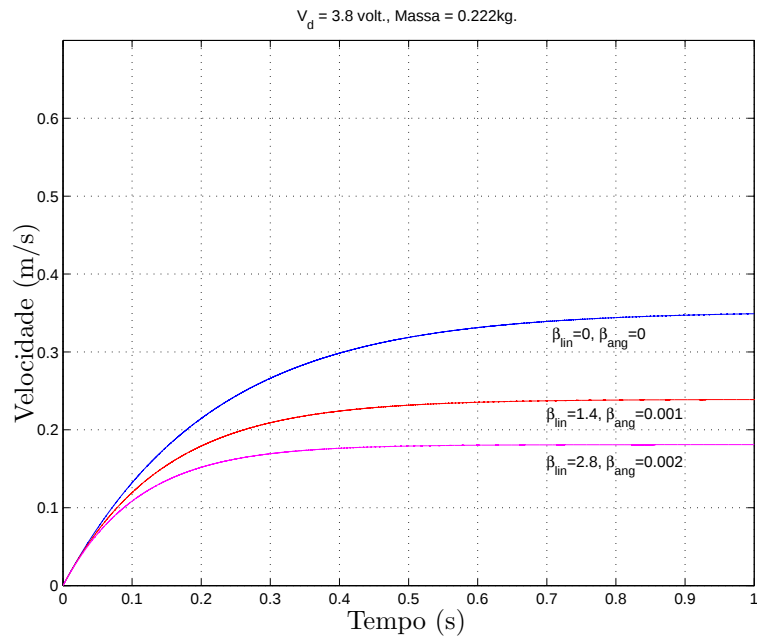


(a) Velocidades da estrutura da base móvel.

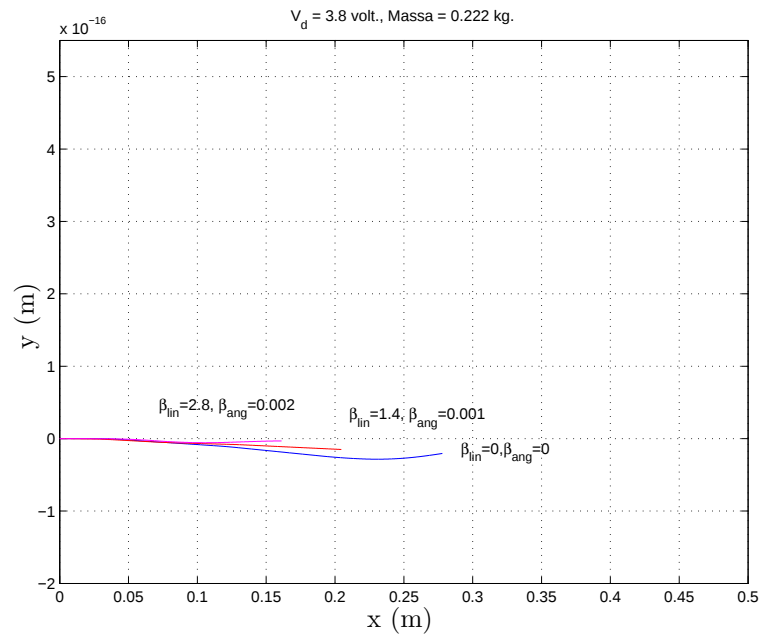


(b) Trajetórias da estrutura da base móvel.

Figura 4.11: Velocidades e trajetórias da estrutura da base móvel com tensão de $V_d = 4,2 \text{ V}$, massa de $M = 0.222 \text{ kg}$ em diferentes espaços de trabalho.

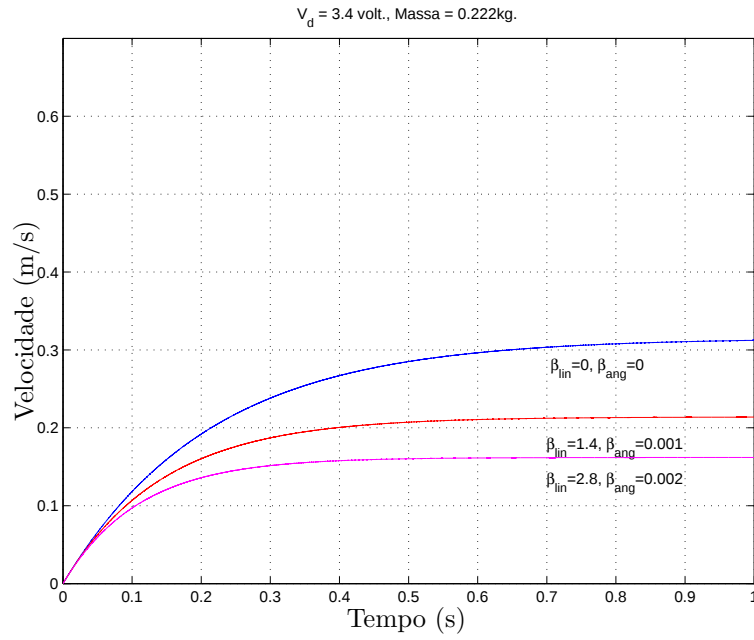


(a) Velocidades da estrutura da base móvel.

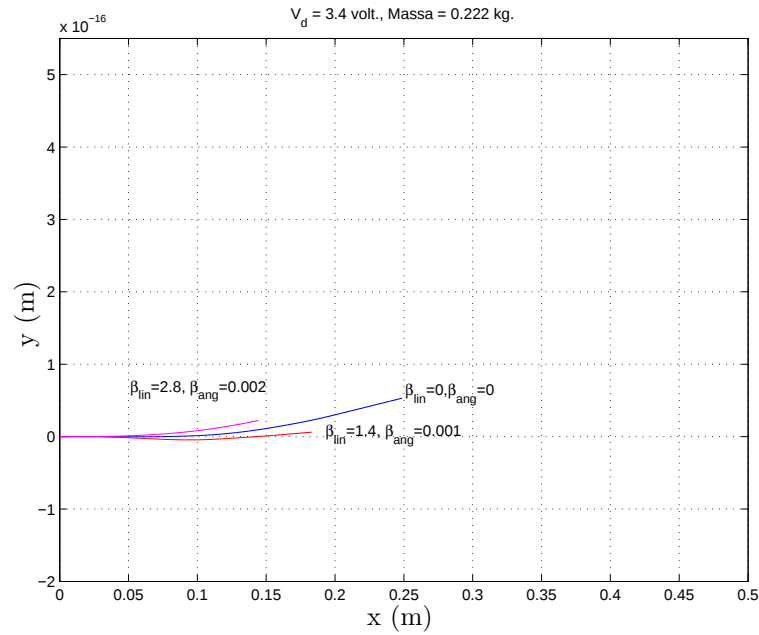


(b) Trajetórias da estrutura da base móvel.

Figura 4.12: Velocidades e trajetórias da estrutura da base móvel com tensão de $V_d = 3,8 \text{ V}$, massa de $M = 0.222 \text{ kg}$ em diferentes espaços de trabalho.

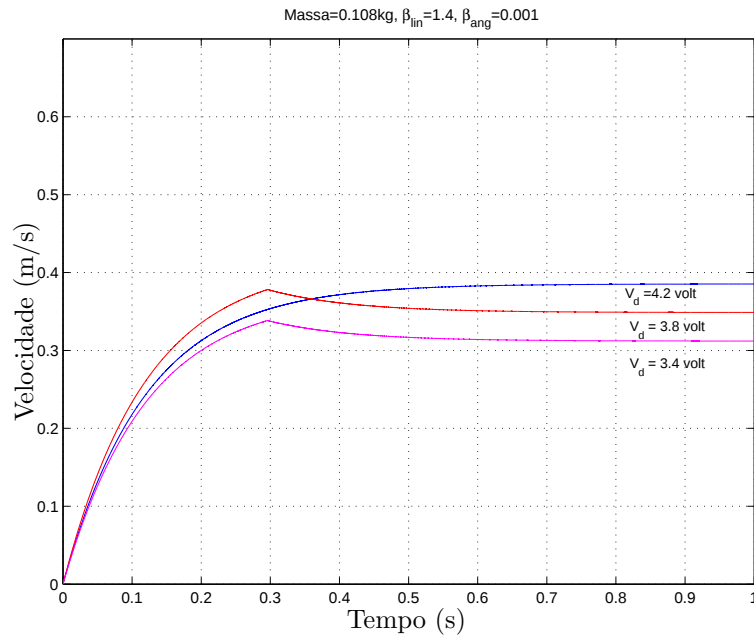


(a) Velocidades da estrutura da base móvel.

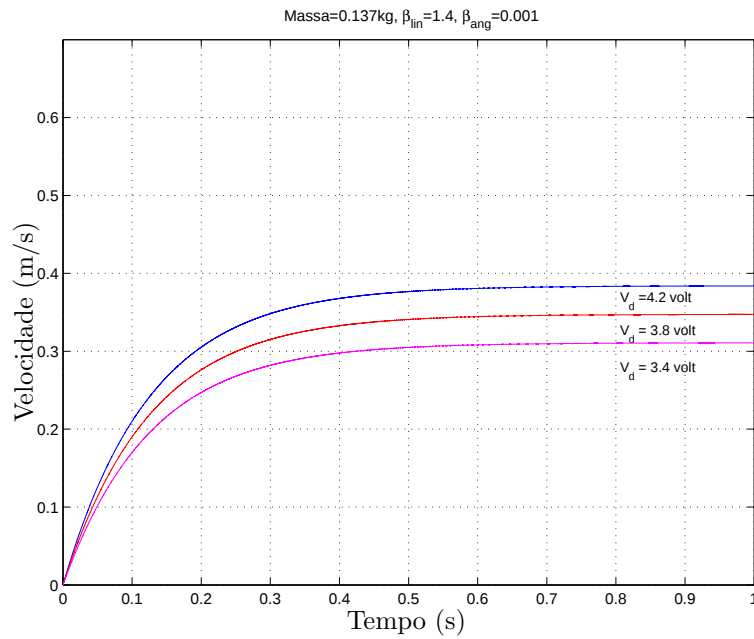


(b) Trajetórias da estrutura da base móvel.

Figura 4.13: Velocidades e trajetórias da estrutura da base móvel com tensão de $V_d = 3,4\text{ V}$, massa de $M = 0.222\text{ kg}$ em diferentes espaços de trabalho.

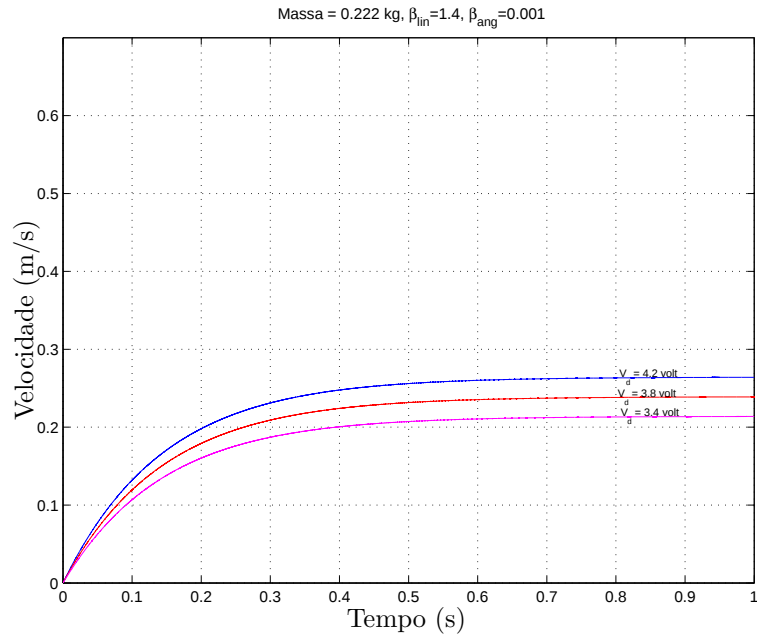


(a) Velocidades da estrutura da base móvel.

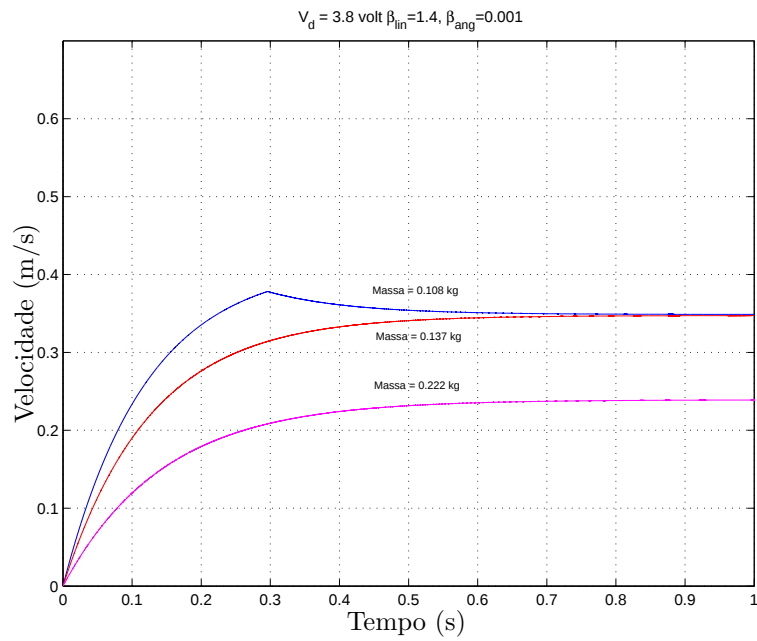


(b) Velocidades da estrutura da base móvel transportando a garra.

Figura 4.14: Velocidades da estrutura de base móvel para diferentes tensões.



(a) Velocidades da estrutura da base móvel transportando a garra e a câmara.



(b) Velocidades da estrutura de base móvel para diferentes cargas.

Figura 4.15: Velocidades da estrutura de base móvel para diferentes tensões e massas.

Tabela 4.4: Velocidade alcançada em 1 segundo^a

Condição do Veículo	Coeficientes de atrito		Tensão Variante $V_d'(t)$		
	β_{lin}	β_{ang}	4.2	3.8	3.4
Veículo sem carga adicional	0	0	0,565	0,518	0,461
	1.4	0.001	0,383	0,345	0,311
	2.8	0.002	0,292	0,264	0,239
Veículo transportando a garra	0	0	0,564	0,509	0,457
	1.4	0.001	0,382	0,345	0,311
	2.8	0.002	0,291	0,263	0,239
Veículo transportando a garra e câmera de vídeo	0	0	0,385	0,350	0,310
	1.4	0.001	0,264	0,243	0,218
	2.8	0.002	0,200	0,184	0,168

^aEsta tabela apresenta as velocidades em [m/s] alcançadas em 1 segundo pela estrutura da base móvel em diferentes condições: Quando os coeficientes de atrito variam, quando as tensões variam e quando a estrutura da base móvel transporta diferentes cargas.

Como resultado das simulações, as figuras 4.5, 4.6, 4.7, 4.8, 4.9, 4.10, 4.11, 4.12 e 4.13 ilustram as velocidades lineares e trajetórias da estrutura da base móvel em diferentes condições alcançadas em um período de tempo de 1 segundo.

Como consequência das simulações ilustradas nas figuras 4.5, 4.6, 4.7, 4.8, 4.9, 4.10, 4.11, 4.12 e 4.13, conseguiu-se plotar gráficos adicionais que ajudam à verificação visual do funcionamento do sistema, sendo estas as figuras 4.14 e 4.15a, que mostram as velocidades alcançadas da estrutura da base móvel sem carga, estrutura de base móvel transportando carga, com diferentes tensões na fonte de alimentação primária em um mesmo ambiente de trabalho, e a figura 4.15b, que indica as velocidades que alcança a estrutura da base móvel transportando diferentes cargas em um mesmo ambiente de trabalho.

Para um melhor entendimento, foram elaboradas as tabelas 4.4 e 4.5 a partir das simulações mostradas nas figuras 4.5, 4.6, 4.7, 4.8, 4.9, 4.10, 4.11, 4.12 e 4.13, onde na tabela 4.4 indicam as velocidades alcançadas em um período de tempo de 1s e, na tabela 4.5 indica as velocidades alcançadas em um período de tempo de 200ms.

Pode-se notar que, para a estrutura da base móvel sem carga adicional [massa de

Tabela 4.5: Velocidade alcançada em 200 milisegundos^b

Condição do Veículo	Coeficientes de atrito		Tensão Variante $V'_d(t)$		
	β_{lin}	β_{ang}	4.2	3.8	3.4
Veículo sem carga adicional	0	0	0,386	0,413	0,370
	1.4	0.001	0,313	0,338	0,300
	2.8	0.002	0,262	0,276	0,250
Veículo transportando a garra	0	0	0,375	0,338	0,300
	1.4	0.001	0,306	0,275	0,249
	2.8	0.002	0,254	0,231	0,209
Veículo transportando a garra e câmera de vídeo	0	0	0,238	0,221	0,195
	1.4	0.001	0,200	0,175	0,167
	2.8	0.002	0,178	0,155	0,135

^bEsta tabela apresenta as velocidades em [m/s] alcançadas em 200 milisegundos pela estrutura da base móvel em diferentes condições: Quando os coeficientes de atrito variam, quando as tensões variam e quando a estrutura da base móvel transporta diferentes cargas.

0,108 kg], com as baterias completamente carregadas $V'_d = 4,2 V$ e, considerando a não existência de pontos de contato das rodas com o espaço de trabalho, ou seja, com os coeficientes de atrito linear e angular $\beta_{lin} = 0$ e $\beta_{ang} = 0$ [motores rodando em vazio] como mostrado na tabela 4.4:

- (i) A velocidade máxima que a estrutura de base móvel pode atingir é de 0,565 m/s, sendo esta a velocidade alcançada em regime permanente.
- (ii) A velocidade alcançada em 200ms é de 68,32% da velocidade alcançada em regime permanente [0,565 m/s]. Assim a constante de tempo do sistema pode ser tomada como aproximadamente 200ms.
- (iii) Percebe-se que à medida que as baterias vão descarregando, as velocidades que a estrutura da base móvel pode atingir vão diminuindo em 91,68% [com $V'_d = 3,8 V$] e 81,59% [com $V'_d = 3,4 V$] da velocidade alcançada em regime permanente [0,565 m/s] com as baterias completamente carregadas [$V_d = 4,2 V$].

Quando a estrutura de base móvel com ou sem carga entra em contato com o

meio [espaço de trabalho], isto é, existe um ponto de contato das rodas com o meio, percebe-se uma variação nos coeficientes de atrito tanto linear como angular, $\beta_{lin} \neq 0$ e $\beta_{ang} \neq 0$.

No caso particular, quando a estrutura da base móvel sem carga, com os coeficientes de atrito linear $\beta_{lin} = 1.4$ e angular $\beta_{ang} = 0.001$ e as baterias completamente carregadas $V'_d = 4.2 V$ como mostrado na tabela 4.4:

- (i) A velocidade máxima que a estrutura da base móvel pode alcançar em regime permanente é de 0,383 m/s, isto equivale a 67,79% da velocidade [0,565 m/s] que a estrutura da base móvel sem carga consegue atingir quando não está em contato com o meio.
- (ii) A velocidade da estrutura da base móvel sem carga alcançada em 200ms é de 81,72% da velocidade alcançada em regime permanente [0,383 m/s].
- (iii) A medida que as baterias vão descarregando, as velocidades alcançadas pela estrutura da base móvel sem carga vão diminuindo em 90,00% [com $V'_d = 3,8 V$] e 81,20% [com $V'_d = 3,4 V$] da velocidade alcançada inicialmente [0,383 m/s] com as baterias completamente carregadas $V'_d = 4.2 V$.
- (iv) A medida que os coeficientes de atrito vão incrementando [isto pode ser interpretado como se o ambiente de trabalho fosse cada vez mais rugoso β_{lin} incrementa e β_{ang} incrementa], a velocidade da estrutura da base móvel sem carga começa a diminuir em 67,79% [com $\beta_{lin} = 1.4$ e $\beta_{ang} = 0.001$] e 51,68% [com $\beta_{lin} = 2.8$ e $\beta_{ang} = 0.002$] da velocidade alcançada em regime permanente [0,565 m/s] sem pontos de contato com o meio [$\beta_{lin} = 0$ e $\beta_{ang} = 0$].

Considera-se agora que a estrutura da base móvel transporta carga, garra articulada e câmara de vídeo [massa de 0,222 kg] estando em contato com o meio e com as baterias completamente carregadas $V'_d = 4.2V$. Especificamente, quando os coeficientes de atrito linear e atrito angular são, $\beta_{lin} = 1.4$ e $\beta_{ang} = 0.001$:

- (i) A velocidade máxima que a estrutura da base móvel com carga pode alcançar é de 0,264 m/s em regime permanente ou equivalente a 68,57% da velocidade alcançada [0,385 m/s] pela estrutura da base móvel com carga quando não está em contato com o meio [$\beta_{lin} = 0$ e $\beta_{ang} = 0$], ou 46,72% da velocidade alcançada [0,565 m/s]

pela estrutura e base móvel sem carga e sem contanto com o meio [massa de 0,108 kg e $\beta_{lin} = 0$ e $\beta_{ang} = 0$].

- (ii) A estrutura da base móvel transportando carga, em 200ms alcança uma velocidade de 75,75% da velocidade alcançada em regime permanente.
- (iii) Quando as baterias da estrutura da base móvel transportando carga começam a diminuir, as velocidades deste também começam a diminuir em 92,04% [com $V'_d = 3,8 V$] e 82,57% [com $V'_d = 3,4 V$] da velocidade alcançada em regime permanente [0,264 m/s] com $V'_d = 4,2 V$.
- (iv) Quando coeficientes de atrito linear e angular vão incrementando, a velocidade alcançada pela estrutura da base móvel com carga diminui em 51,94% [$\beta_{lin} = 2,8$ e $\beta_{ang} = 0,002$] da velocidade alcançada [0,385 m/s] pela estrutura da base móvel com carga quando não está em contato com o meio [$\beta_{lin} = 0$ e $\beta_{ang} = 0$].

Dos resultados das simulações e das tabelas 4.4 e 4.5, pode-se concluir que, quando a estrutura da base móvel sem carga e em contato com o meio, dependendo da rugosidade deste [quando os coeficientes de atrito incrementam], a velocidade na estrutura de base móvel começa a diminuir. Igualmente, à medida que as baterias começam a descarregar a velocidade da estrutura de base móvel começa a diminuir.

Finalmente, quando a estrutura da base móvel transporta carga [garra articulada e/ou a câmara de vídeo], como era de se esperar a velocidade diminui de forma impactante levando em conta que está em contato com o meio e que as baterias vão descarregando com o passar do tempo. Analisando as trajetórias (x, y) alcançadas, estas refletem as variações das velocidades para todos os casos considerados nas simulações.

4.4 Sumário

Neste capítulo aplicou-se o modelo desenvolvido no capítulo 3 da estrutura de uma base móvel para robôs manipuladores com duas rodas ativas, acionadas por motores elétricos de corrente contínua, considerando as não linearidades na entrada do sistema aplicadas ao sistema *Khepera*[®] da K-Team S. A. Na seção 4.2 apresentou-se uma descrição completa do *Khepera*[®] da K-Team S. A. Na seção 4.3 é feita a aplicação do modelo dinâmico no sistema robótico *Khepera*[®], que é composto por dois pontos importantes. O primeiro, é a parte experimental, onde é verificado experimentalmente as

não linearidades existentes à entrada da estrutura da base móvel que são a zona morta e a saturação. A não linearidade do tipo zona morta é decorrente do arrastamento da estrutura da base móvel sobre a superfície de movimento e, a não linearidade do tipo saturação é decorrente da estrutura construtiva do acionamento eletrônico dos motores elétricos. Verificou-se também que a não linearidade da zona morta para a estrutura da base móvel em questão é completamente assimétrica. O segundo ponto, é a parte das simulações do modelo dinâmico da estrutura da base móvel implementado no ambiente MATLAB *Simulink*[®], produto destas são as diferentes velocidades alcançadas pela estrutura da base móvel sem carga e transportando carga durante um período de tempo de 1s.

Capítulo 5

Considerações Finais

Os sistemas físicos apresentam imperfeições que muitas vezes não são modeladas pelas abordagens convencionais de projeto. Dentre as imperfeições em sistemas com movimento mecânico duas são muito impactantes: a zona morta que depende do ambiente de operação e a carga de massa no sistema; e a saturação que é de natureza estrutural. A inclusão destas imperfeições nos modelos de veículos usados como base móvel de robôs, conforme apresentado no capítulo 3, são de auxílio na etapa de projeto de tais sistemas. A aplicação deste modelo no sistema robótico *Khepera*[®] da K-Team S. A., trouxe á luz fatos importantes.

Ao se considerar os efeitos da zona morta e da saturação no projeto de sistemas pode-se verificar a necessidade de alterar as especificações de alguns componentes. No caso do sistema *Khepera*[®] da K-Team S. A., considerando o efeito da zona morta, para o sistema atingir condições de operação com transporte próximas às nominais seria apropriado o redimensionamento dos motores elétricos afim de possibilitar que uma maior parcela do torque disponível no motor seja usado para produzir movimento mecânico e não para vencer o atrito seco. Considerando o efeito da saturação, observa-se que o sistema de alimentação por baterias está subdimensionado em função das imperfeições do sistema, necessitando também de um redimensionamento afim de possibilitar um planejamento de tarefas que explore todo o potencial nominal do sistema.

Adicionalmente, o modelo desenvolvido no capítulo 3 permitiu a construção de um bloco para simulação em ambiente MATLAB *Simulink*[®] para auxílio à projetistas no desenvolvimento do sistema. Na aplicação ao sistema *Khepera*[®] da K-Team S. A., foi possível a obtenção dos parâmetros do modelo em equação de estados e a obtenção

das velocidades que este sistema alcança segundo variam as massas [quando o veículo transporta carga] e os ambientes de trabalho.

5.1 Sugestões de Futuros Trabalhos

- (i) Projetar estruturas de controle que suportem variações paramétricas, em particular para o sistema *Khepera*[®] da K-Team S. A. considerando não linearidades na entrada no espaço de atuadores.
- (ii) Projetar estruturas de controle sofisticadas para o sistema *Khepera*[®] da K-Team S. A. no espaço cartesiano.
- (iii) Implementar o modelo dinâmico da estrutura da base de robôs manipuladores com a inclusão de não linearidades no simulador WEBOTS[®] da Cyberbotics Ltd.
- (iv) Estender esta modelagem dinâmica da estrutura da base de robôs móveis com duas rodas ativas incluindo as não linearidades na entrada à de uma estrutura com três ou mais rodas.
- (v) Implementar o modelo dinâmico de um veículo de três ou mais rodas no simulador WEBOTS[®] da Cyberbotics Ltd., e/ou em ambiente MATLAB *Simulink*[®]
- (vi) Projetar veículos que possam ou não transportar carga, mas, que tenham condições apropriadas para implementar estruturas de controle que suportem variações paramétricas e assim, alcancem condições de operação bem próximas às nominais.
- (vii) Projetar um controlador adaptativo para a estrutura da base de robôs móveis com zonas mortas desconhecidas no espaço de atuadores.
- (viii) Projetar um controlador adaptativo para a estrutura de robôs móveis no espaço cartesiano.
- (ix) Projetar um compensador de saturação e zona morta para a estrutura de robôs móveis no espaço de juntas usando redes neurais e lógica nebulosa.
- (x) Projetar um controlador usando redes neurais e/ou lógica nebulosa para a estrutura de robôs móveis no espaço cartesiano.

Referências Bibliográficas

- Angeles, J. (2003). *Fundamentals of Robotic Mechanical Systems: Theory, Methods, and Algorithms*. Second ed.. Springer-Verlag New York, Inc.
- Armstrong, B. e B. Amin (1996). PID control in the presence of static friction: A comparison of algebraic and describing function analysis. *Automatica* **32**(5), 679–692.
- Armstrong-Hélouvry, B., P. Dupont e C. Canudas de Wit (1994). A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction. *Automatica* **30**(7), 1083–1138.
- Balakrishna, R. e Ashitava Ghosal (1995). Modeling of slip for wheeled mobile robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **11**(1), 126–132.
- Braunl, T. (2003). *Embedded Robotics: Mobile Robot Design and Applications with Embedded Systems*. Springer-Verlag Berlin Heildberg.
- Campion, G., B. D’Andréa-Novel e G. Bastin (1991). Modelling and state feedback control of nonholonomic mechanical systems. Em: *Proceedings of the 30th Conference on Decision and Control*. Brighton, England. pp. 1184–1188.
- Campion, G., G. Bastin e B. D’Andréa-Novel (1996). Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots. *IEEE Transaction on Robotics and Automation* **12**(1), 47–62.
- Canudas de Wit, C., H. Olsson, K. J. Aström e P. Lischinsky (1995). A new model for control of system with friction. *IEEE Transactions on Automatic Control* **40**(3), 419–425.

- Cerqueira, J.J.F (2001). Identificação de Sistemas Dinâmicos Usando Redes Neurais Artificiais: Uma Aplicação a Manipuladores Robóticos. Tese de Doutorado. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas.
- D'Andréa-Novel, B., G. Bastin e G. Campion (1991). Modelling and control of non holonomic wheeled mobile robots. Em: *Proceedings of the 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Sacramento, California. pp. 1130–1135.
- Elhami, M. R. e D. J. Brookfield (1997). Sequential identification of coulomb and viscous friction in robot drives. *Automatica* **33**(3), 393–401.
- FAULHABER Group (2005). *Precision Gearheads Technical Information*. FAULHABER Group.
- Franzi, E. (1998). *Khepera Bios 5.0 Reference Manual*. K-Team S. A.
- Jang, J. O. (2001). A deadzone compensator of a dc motor system using fuzzy logic control. *IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics-Part C: Applications and Reviews* **31**(1), 42–48.
- Jang, J. O., H. T. Chung e G. J. Jeon (2005). Saturation and deadzone compensation of systems using neural network and fuzzy logic. Em: *2005 American Control Conference*. Portland-Or, USA. pp. 1715–1720.
- KTeam (1998). *Khepera2 - User Manual*. K-Team S. A.
- KTeam (1999a). *Khepera - Gripper User Manual*. K-Team S. A.
- KTeam (1999b). *Khepera - Radio Base User Manual*. K-Team S. A.
- KTeam (1999c). *Khepera - Radio Turret User Manual*. K-Team S. A.
- Lewis, F. L., K. Liu e R. Selmic (1997). Adaptative fuzzy logic compensation of actuator deadzones. *Journal of Robotic Systems* **16**(6), 501–511.
- Lewis, F. L., W. K. Tim, L. Z. Wang e Z. X. Li (1999). Deadzone compesation in motion control systems using adaptive fuzzy logic control. *IEEE Transactions on Control System Technology* **7**(6), 731–742.

- Mohan, N., T. M. Undeland e W. P. Robbins (1995). *Power Electronics: Converters, Applications and Design*. John Wiley & Sons.
- Nicosia, S., B. Siciliano, A. Bicchi e P. Valigi (2001). *RAMSET: Articulated and mobile Robotics for Services and Technologies*. Vol. 270 de *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. First ed.. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, Inc.
- Ogata, K. (1982). *Engenharia de Controle Moderno*. Prentice Hall do Brasil Ltda.
- Ogata, K. (2003). *System Dynamics*. Prentice Hall.
- Perez, T., G. C. Goodwin e M. M. Serón (2003). Performance degradation in feedback control due to constraints. *IEEE Transactions on Automatic Control* **48**(8), 1381–1385.
- Sage, H. G., M. F. De Mathelin e E. Ostertag (1999). Robust control of robot manipulators: A survey. *International Journal of Control* **72**(16), 1498–1522.
- Selmic, R. R. e F. L. Lewis (2000). Deadzone compensation in motion control systems using neural networks. *IEEE Transactions on Automatic Control* **45**(4), 602–613.
- Selmic, R. R., V. V. Phoha e F. L. Lewis (2003). Intelligent compensation of actuator nonlinearities. Em: *Conference on Decision and Control*. Maui-Hawaii, USA. pp. 4327–4332.
- Siegwart, R. e I. R. Nourbakhsh (2004). *Introduction to Autonomous Mobile Robots*. The MIT Press. London, England.
- Sira Ramirez, H. e P. Lischinsky Arenas (1990). Dynamical discontinuous feedback control of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* **35**(12), 1373–1378.
- Smith, P. P. (2001). *Active Sensor for Local Planning in Mobile Robotics*. Vol. 26 de *World Scientific Series in Robotics and Intelligent Systems*. First ed.. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- Spong, M. W. e M. Vidyasagar (1989). *Robot Dynamics and Control*. John Wiley & Sons.
- Tao, G. e P. V. Kokotovic (1994). Adaptative control of plants with unknown dead-zones. *IEEE Transactions on Automatic Control* **39**(1), 59–68.

- Tao, G. e P. V. Kokotovic (1995). Adaptative control of systems with unknown output backlash. *IEEE Transactions on Automatic Control* **40**(2), 326–330.
- Vidyasagar, M. (1993). *Nonlinear Systems Analysis*. Second ed.. Prentice-Hall, Inc.. Englewood Cliffs, New Jersey, USA.

Apêndice A

Modelo Dinâmico do Veículo Implementado em Ambiente MATLAB

Este apêndice tem o objetivo de mostrar o modelo dinâmico da estrutura da base de robôs manipuladores implementado no ambiente MATLAB *Simulink*[®]. Como descrito no capítulo 3 esta estrutura da base de robôs manipuladores é composta por duas rodas ativas acionadas por motores elétricos de corrente contínua e mais dois pontos de apoio, sabe-se também que esta pode transportar diferentes cargas.

A.1 Modelo Dinâmico do Veículo Implementado em Ambiente MATLAB *Simulink*[®]

A figura A.1 mostra o modelo dinâmico da estrutura da base de robôs manipuladores incluindo as não linearidades de entrada em malha aberta implementado em Ambiente MATLAB *Simulink*[®]. Este é formado por cinco subsistemas:

- (i) Entrada considerando não linearidades
- (ii) Estrutura da base de robôs manipuladores
- (iii) Velocidade linear da estrutura da base de robôs manipuladores

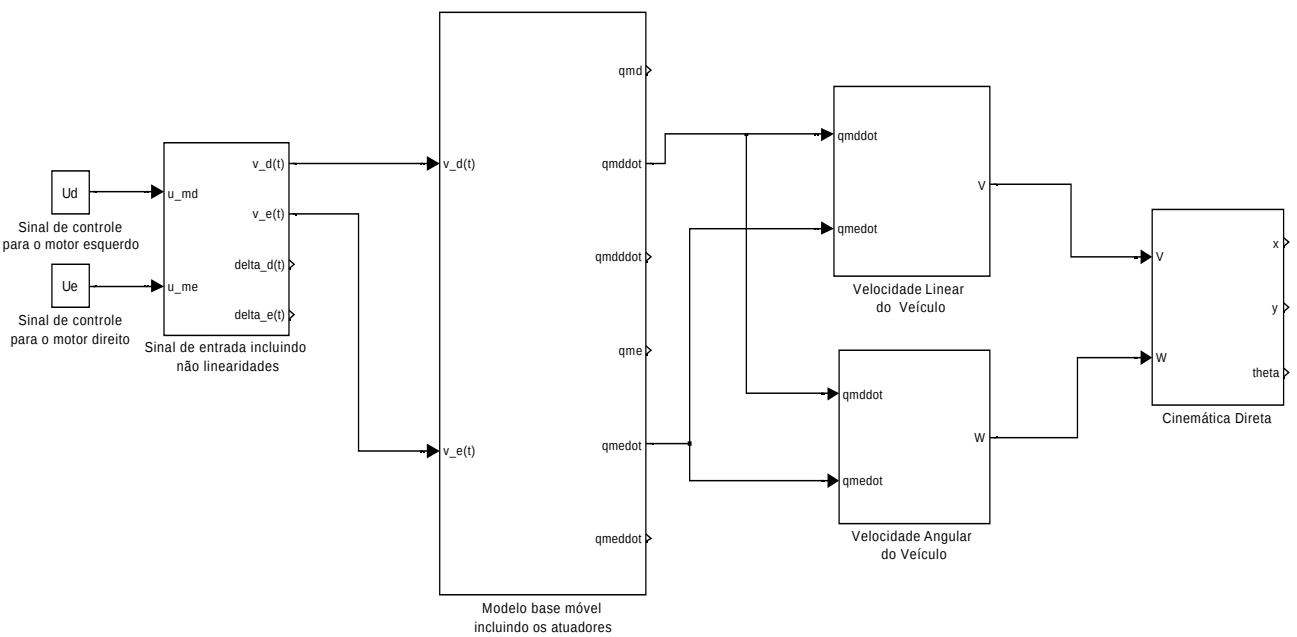


Figura A.1: Modelo da estrutura da base de robôs manipuladores com inclusão das não linearidades de entrada em malha aberta.

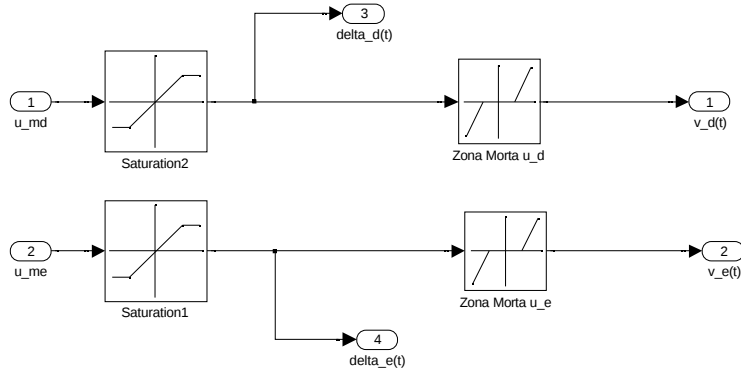


Figura A.2: Subsistema da entrada não linear.

- (iv) Velocidade angular da estrutura da base de robôs manipuladores
- (v) Cinemática direta da estrutura da base de robôs manipuladores

A.1.1.1 Entrada considerando não linearidades

Considera-se que o sinal injetado neste subsistema é o sinal que vem do controlador. A figura A.2 mostra os blocos internos que formam o subsistema de entrada, note que logo na entrada tem-se o bloco da não linearidade de saturação seguido do bloco da não linearidade de zona morta, sendo este o sinal de cada entrada do subsistema do modelo da estrutura da base móvel. Neste subsistema, note que os dois grupos de blocos são iguais, mas, não significa que os parâmetros de entrada que vem do controlador e os limites da não linearidade do tipo zona morta sejam iguais. No caso dos blocos da não linearidade do tipo saturação são iguais.

A.1.2 Estrutura da base de robôs manipuladores

A figura A.3 mostra os blocos que conformam este subsistema, estes blocos são mascarados [sendo inicializadas por programas de extensão .m] com o objetivo de fazer este subsistema mais amigável, sendo que todos os dados do sistema [dados da estrutura da base do robô manipulador] deverão ser colocados nestes subsistemas [dados do atuador direito e dados do atuador esquerdo]. Na figura A.4 visualiza-se a composição interna do subsistema de geração do PWM bipolar e na figura A.5 pode-se visualizar a composição interna do subsistema da soma dos parâmetros dos atuadores direito e esquerdo, respectivamente.

A.1.3 Cinemática direta da estrutura da base de robôs manipuladores

Finalmente, com o objetivo de ter a informação de trajetória da estrutura da base do robô manipulador implementou-se o subsistema da cinemática direta, a figura A.6 mostra os componentes internos deste subsistema.

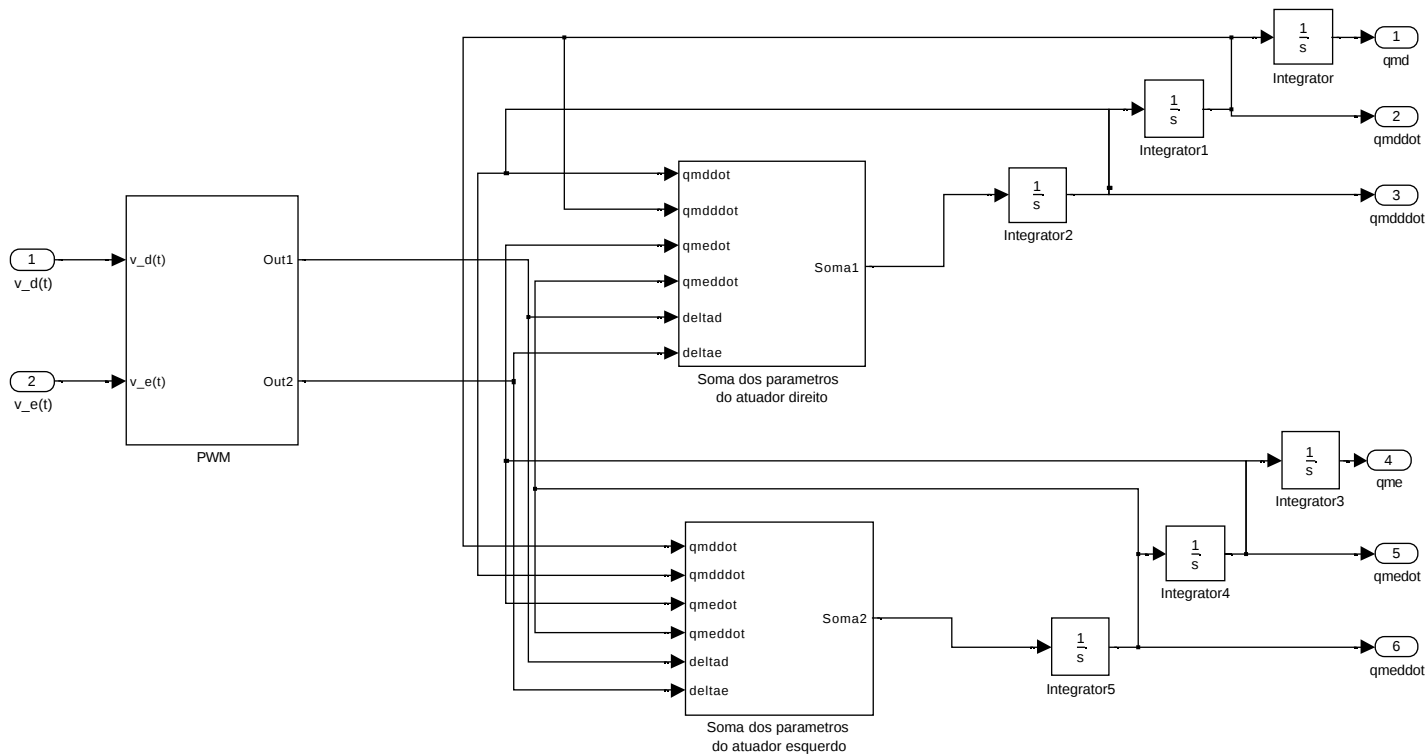


Figura A.3: Subsistema da estrutura da base.

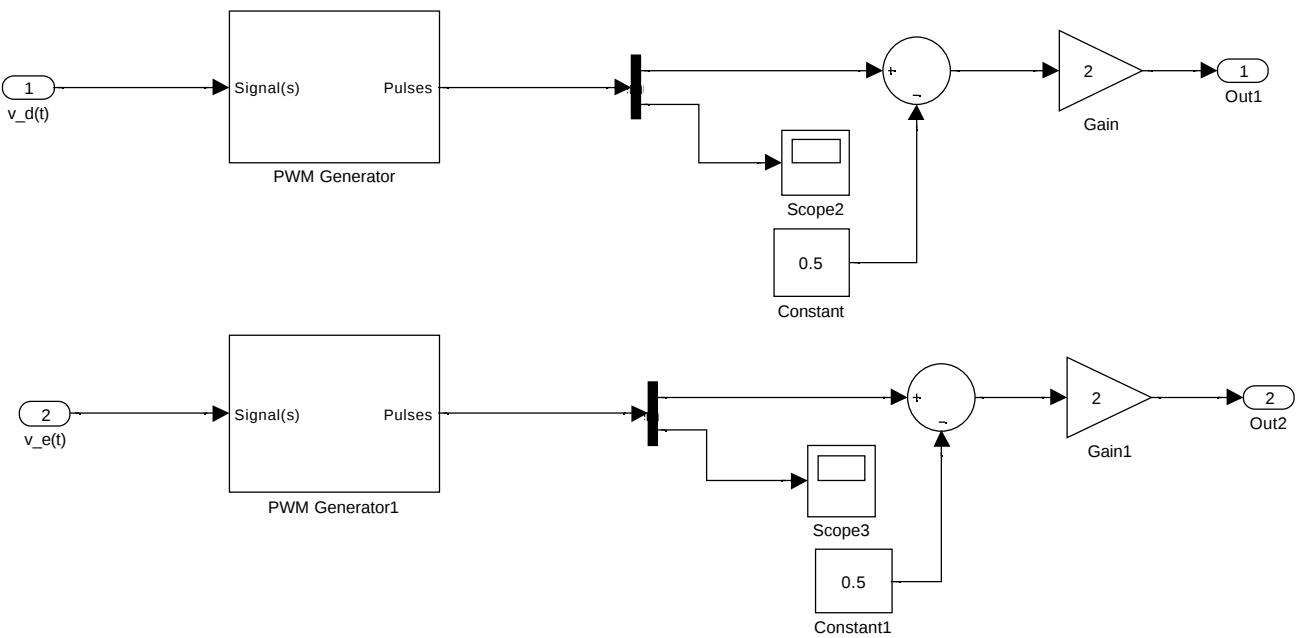
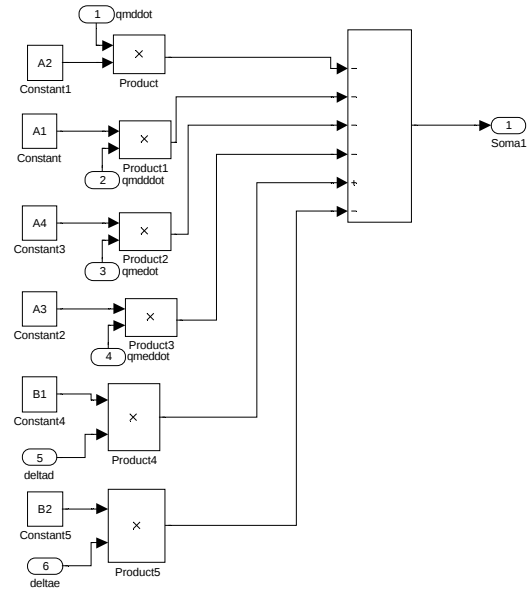
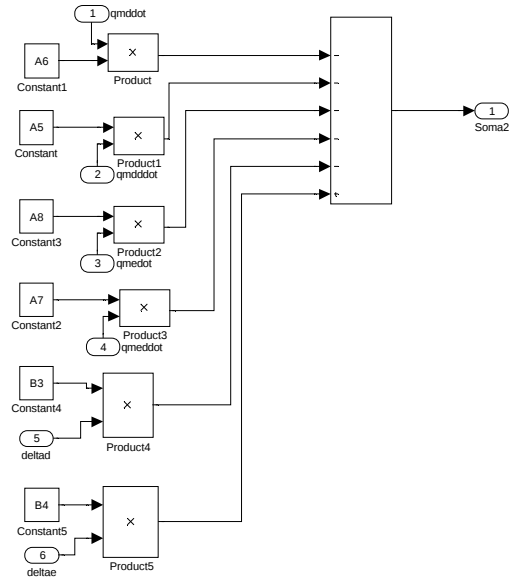


Figura A.4: Geração do PWM bipolar.



(a) Soma dos parâmetros do atuador direito.



(b) Soma dos parâmetros do atuador esquerdo.

Figura A.5: Subsistemas da soma dos parâmetros dos atuadores

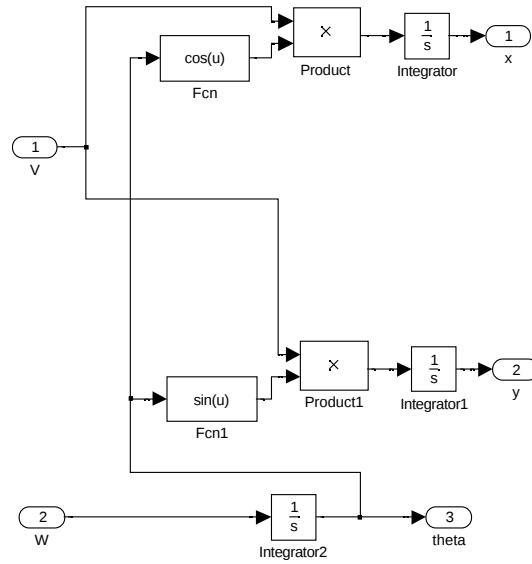


Figura A.6: Subsistema da cinemática direta.

Apêndice B

Variação dos Parâmetros das Matrizes A e B

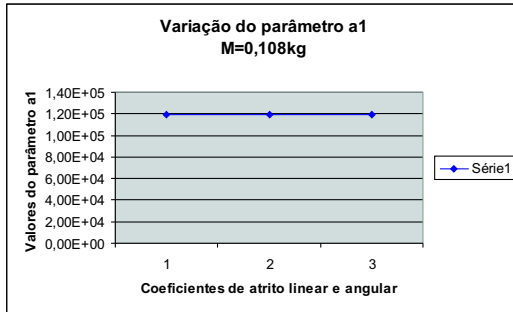
A simulação do modelo dinâmico da estrutura da base de robôs manipuladores com a inclusão das não linearidades na entrada desenvolvido no capítulo 3 e implementado no ambiente MATLAB *Simulink*® fez possível a obtenção dos parâmetros das matrizes A e B do modelo em equação de estados e conseguiu-se notar as suas variações quando a estrutura da base de robôs manipuladores entra em contato com o ambiente de trabalho [coeficientes de atrito linear e angular variam] de maneira autônoma [tendo como fonte de alimentação principal somente as baterias ou seja V_d' tende a diminuir]. Nas figuras B.1 mostram-se somente a variação de seis parâmetros, sendo que os outros seis são idênticos aos ilustrados. Assim, $a_1 = a_7$, $a_2 = a_8$, $a_3 = a_5$, $a_4 = a_6$, $b_1 = b_4$ e $b_2 = b_3$.

As figuras B.1(a), B.1(b), B.1(c) e B.1(d) mostram as variações dos parâmetros a_1 , a_2 , a_3 e a_4 , respectivamente, quando a estrutura da base móvel sem carga entra em contato com o meio. Os números 1, 2 e 3 indicam meios diferentes $\beta_{lin} = 0$ e $\beta_{ang} = 0$, $\beta_{lin} = 1,4$ e $\beta_{ang} = 0,001$, $\beta_{lin} = 2,8$ e $\beta_{ang} = 0,002$, respectivamente.

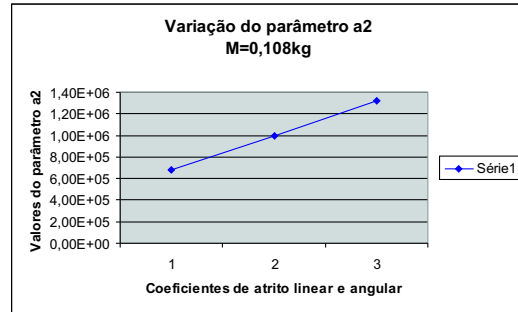
As figuras B.1(e) e B.1(f) mostram as variações dos parâmetros b_1 e b_2 , respectivamente, quando a estrutura da base móvel sem carga entra em contato com o meio e de maneira autônoma. Os números 1, 2, 3 e 4 indicam variação na fonte de alimentação principal $V_d' = 4,2 V$, $V_d' = 4,0 V$, $V_d' = 3,8 V$ e $V_d' = 3,4 V$, respectivamente.

As figuras B.2(a), B.2(b), B.2(c) e B.2(d) mostram as variações dos parâmetros a_1 , a_2 , a_3 e a_4 , respectivamente, quando a estrutura da base móvel transporta carga [massa varia] em um ambiente de trabalho homogêneo [$\beta_{lin} = 1,4$ e $\beta_{ang} = 0,001$] e as

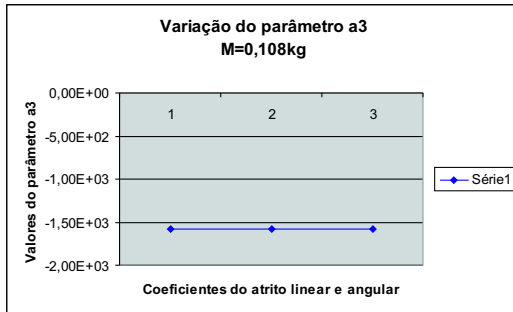
figuras B.2(e) e B.2(f) mostram as variações dos parâmetros b_1 e b_2 , respectivamente, com uma tensão definida [$V_d' = 4,0 V$]. Os números 1, 2 e 3 indicam que as cargas a serem transportadas incrementam-se.



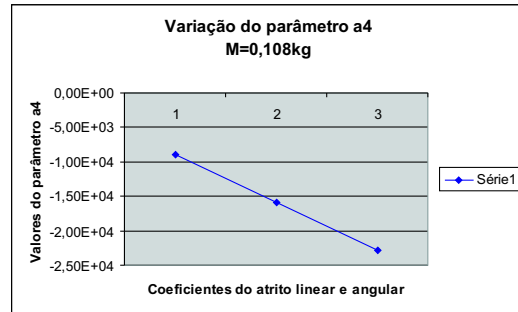
(a) Parâmetro a_1 .



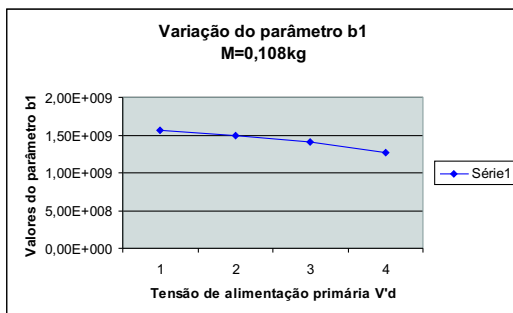
(b) Parâmetro a_2 .



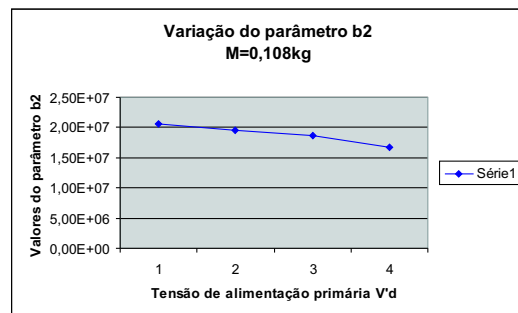
(c) Parâmetro a_3 .



(d) Parâmetro a_4 .



(e) Parâmetro b_1 .



(f) Parâmetro b_2 .

Figura B.1: Variações dos parâmetros das matrizes A e B sem carga.

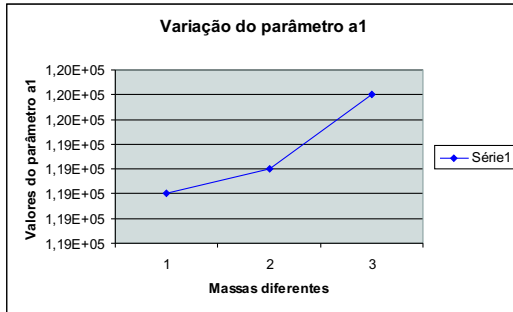
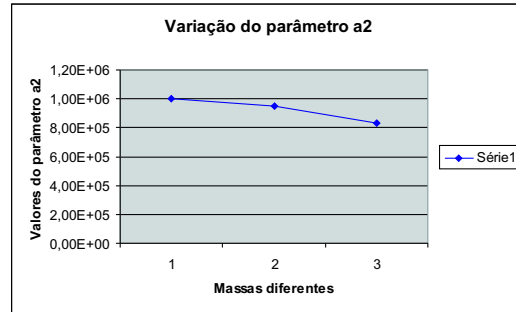
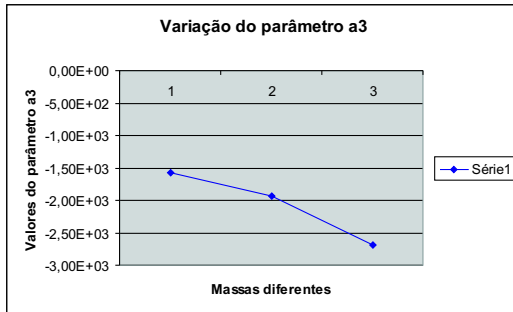
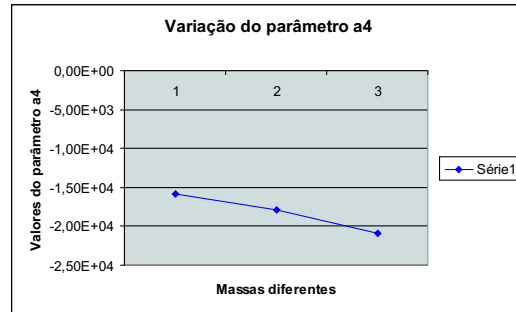
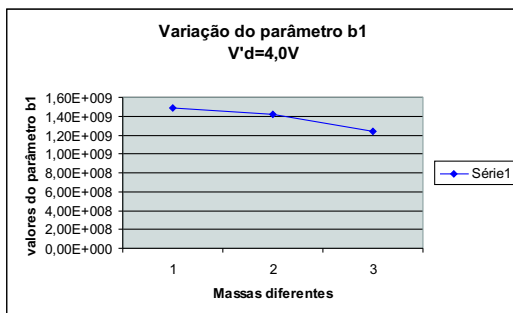
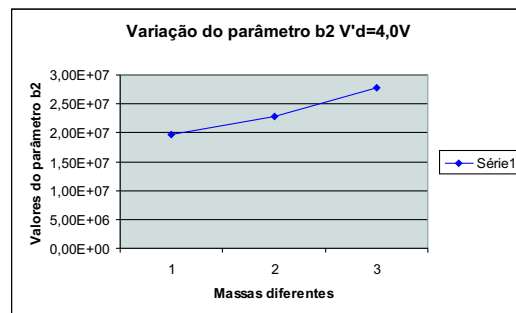
(a) Parâmetro a_1 .(b) Parâmetro a_2 .(c) Parâmetro a_3 .(d) Parâmetro a_4 .(e) Parâmetro b_1 .(f) Parâmetro b_2 .

Figura B.2: Variações dos parâmetros das matrizes A e B transportando carga.