



Universidade Federal da Bahia
Escola Politécnica
Departamento de Engenharia Elétrica
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica



CONTROLE POR COMPENSAÇÃO DE ESCORREGAMENTO EM BASES HOLONÔMICAS DE ROBÔS MÓVEIS USANDO UM NEURO-CONTROLADOR

Autor: César Augusto Peña Fernández
Orientador: Prof. Dr. Jês de Jesus Fiais Cerqueira

*Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Bahia,
para preenchimento de requisitos parciais à obtenção do
Título de*

MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Banca Examinadora

Dr. Jês de Jesus Fiais Cerqueira - **UFBA** (Presidente)
Dr. Augusto Cesar Pinto Loureiro da Costa - **UFBA**
Dr. Antonio Marcos Nogueira de Lima - **UFCG**
Dr. Paulo César Machado de Abreu Farias - **UEFS**

Salvador-BA, 21 de Dezembro de 2009.

This document is “public domain”. It may be printed and distributed free of charge in its original form (including the list of authors). If it is changed or if parts of it are used within another document, then the author list must include all the original authors AND that author (those authors) who has (have) made the changes. When this document is used commercially, the GNU copyleft applies.

FICHA CATALOGRÁFICA

Peña Fernández, César Augusto

Controle por Compensação de Escorregamento em Bases
Holonômicas de Robôs Moveis usando um Neuro-Controlador/
César Augusto Peña Fernández - Salvador, BA:[s.n.], 2009

Orientador: Jês de Jesus Fiais Cerqueira.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal da Bahia,
Escola Politécnica, Departamento de Engenharia Elétrica.

1. Controle em cascata. 2. Compensação de Escorregamento.
3. Robô móvel com três rodas suecas. 4. Controle e estimador
de força. 5. Controle de velocidade com compensação de
Escorregamento. 6. Controle adaptativo usando RNA's.
I. Cerqueira, Jês de Jesus Fiais. II. Universidade Federal
da Bahia. DEpartamento de Engenharia Elétrica III. Título.

*Bom mesmo é ir à luta com
determinação, abraçar a vida
com paixão, perder com classe
e vencer com ousadia, porque o
mundo pertence a quem se
atreve e a vida é muito para
ser insignificante.*

Charles Chaplin

Resumo

Nesta dissertação é proposto um sistema de controle da velocidade no espaço dos atuadores com compensação de escorregamento de uma base móvel de robôs com três rodas suecas, acionadas por motores elétricos de corrente contínua. É revista a modelagem dinâmica para o veículo com atrito e escorregamento nas rodas e finalmente é usada uma técnica de controle independente nos atuadores. Neste projeto considera-se a não linearidade inerente de zona morta, relacionada diretamente com os componentes de atrito estático do subsistema mecânico em movimento do robô e o escorregamento presente nas rodas. A primeira parte desta dissertação é dedicada às teorias preliminares sobre modelagem e compensação de escorregamento em sistemas mecânicos.

Desse modo, o controle com compensação de escorregamento de uma base holonômica para um veículo é o aporte principal desta dissertação. Implementa-se o controle com compensação de escorregamento usando um neuro-controlador em blocos de simulação no ambiente *Simulink*/MATLAB®. Os resultados das simulações na modelagem do robô *Axebot* mostram que, apesar das diversas dificuldades impostas pelos aspectos construtivos do sistema, o controle proposto é uma boa alternativa para controle de não-linearidades.

Palavras Chave

Robô móvel, Controle independente dos atuadores, controle de velocidade, compensação de escorregamento, simulação, *Axebot*.

Abstract

This dissertation presents the dynamic model including nonlinearities in the input of the system for a mobile robot with three active wheels. The mobile robot is driven by CC electrical motors. A dynamical model is shown for the vehicle with friction its dependence with slip and the independence control technique is applied.

This design takes account the inherent dead-zone nonlinearity, directly related to the static friction components of the mechanical subsystem of the mobile robot and the slip over each wheel. The first part of this dissertation is dedicated to preliminary theories on slip modeling and compensation in mechanical systems. The control this vehicle with friction compensation is, then, the main contribution of this work. The modeling and implementation of control with slip compensation using a Neuro-controller, in simulation blocs *Simulink*/MATLAB®, is firstly presented. Simulation and experimental results on model of *Axebot* robot show that, despite all the difficulties imposed by constructive aspects of the system, the proposed control scheme is a good alternative for the controlling of non-linearities.

Palavras Chave

Mobile Robot, Independent control, velocity control, Slip compensation, simulation, Axebot.

Agradecimentos

- Ao DEE da UFBA por ter proporcionado a oportunidade de realização do curso de mestrado.
- À **CNPq** pela concessão de uma bolsa de estudos durante a realização do curso.
- Ao Prof. Dr. J  s de Jesus Fiais Cerqueira, orientador deste trabalho, por ter me aceito como orientado, e pela compreensão emprestada.
- Aos comentários e as sugestões dos membros da banca examinadora desta disserta  o: Prof. Dr. Dr. J  s de Jesus Fiais Cerqueira, da UFBA; Prof. Dr. Augusto Cesar Pinto Loureiro da Costa, da UFBA; Prof. Dr. Antonio Marcos Nogueira de Lima, da UFCG e ao Prof. Dr. Paulo César Machado de Abreu Farias, da UEFS.
- Aos professores e funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Bahia pelo apoio e incentivo.
- Aos colegas que tive a oportunidade de conhecer durante a p  s-gradua  o na UFBA, que me proporcionaram momentos especiais no desenvolvimento da minha forma  o como mestre em Engenharia Elétrica.
-    Cidade de Salvador na Bahia (Brasil), por ser tão agradável.
- Agradeço a meus pais César Augusto Pe  a, Blanca Nubia Fernández Astudillo e a minha irmã Alexandra Lorena Pe  a Fernández pelo fato de ser minha família.

Índice

	v
Resumo	vii
Abstract	ix
Agradecimentos	xi
Índice	xiii
Lista de Figuras	xix
Lista de Tabelas	xxv
Nomenclatura	xxvii
1 Introdução	1
1.1 Formulação do Problema	4
1.2 Contribuições e Propostas da dissertação	7
1.3 Estrutura do Texto	8
2 Preliminares Teóricas	11
2.1 Introdução	11

2.2	Inclusão das Não Linearidades de Entrada	12
2.3	Acionamento Elétrico com Motores de CC	14
2.3.1	Considerações sobre Acionamento de Motores de CC	15
2.3.2	Dinâmica do Motor CC	17
2.4	Modelo Matemático dos Atuadores	18
2.5	Modelo Dinâmico de uma Base móvel Holonômica incluindo as Rodas Suecas	19
2.5.1	Atuadores Independentes	21
2.5.2	Cinemática da Base Móvel	22
2.5.3	Restrições Cinemáticas	24
2.6	Atrito	26
2.6.1	Atrito dependente do Escorregamento	26
2.7	Dinâmica não linear da Base Móvel Holonômica com inclusão do Es- corregamento	29
2.7.1	Dinâmica não linear no Espaço das Variáveis de Estado $\mathbf{q}_i(t)$ e $\mathbf{s}(t)$	31
2.8	Sumário	33
3	Controle de Velocidade e Implementação com RNA	35
3.1	Introdução	35
3.2	Redes Neurais para o Controle não linear	37
3.2.1	Controle por Modelo de Referência	37
3.3	Modelo NARMA-L2	40
3.3.1	Identificação dos atuadores da Base Móvel usando o Modelo NARMA-L2	42
3.3.2	Modelo aproximado dos atuadores usando RNAs	45

3.4	Controle de Velocidade usando uma Rede Neural Recorrente	58
3.5	Controle no Espaço de Trabalho da Base Móvel	62
3.6	Sumário	63
4	Compensação de Escorregamento de uma Base Móvel Holonômica	65
4.1	Introdução	65
4.2	Modelo Elétrico Simplificado	66
4.3	Estimador e Controlador de Força	68
4.3.1	Estimação de Força usando Detecção Digital de Velocidade . .	70
4.4	Projeto do sistema de Controle	71
4.4.1	Controlador de Força	73
4.4.2	Controlador PI com Anti Wind-up	76
4.5	Compensação do Escorregamento	77
4.5.1	Compensação do Atrito	77
4.5.2	Condições de Rolamento Puro	79
4.6	Sumário	80
5	Implementação do Sistema de Controle	83
5.1	Introdução	83
5.2	Estimador e Controlador de Força nas Rodas para o Robô	84
5.2.1	Estimador de Força	84
5.2.2	Controlador de Força nas Rodas	87
5.3	Controlador de Velocidade Angular com Compensação de Escorrega- mento	90
5.3.1	Excitação de cada subsistema SISO e Amostragem	92

5.3.2	Identificação de cada subsistema SISO usando o modelo NARMA-L2	94
5.3.3	Excitação do modelo de Referência de cada subsistema SISO	95
5.3.4	Treinamento do Neuro-controlador usando o algoritmo BFGS	98
5.4	Resultados de Simulação	101
5.5	Sumário	110
6	Considerações Finais	117
6.1	Relevância das Metodologias Propostas	118
6.2	Sugestões de Futuros Trabalhos	119
	Referências Bibliográficas	121
A	Redes Neurais como Aproximadores Universais	129
A.1	Funções Sigmoidais	129
A.2	Redes MLP Recorrentes	130
B	Algoritmo de Levenberg-Marquardt	133
B.1	Gradiente Descendente	133
B.2	Algoritmo de Levenberg-Marquardt	135
C	Algoritmo de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS)	137
D	Robô Axebot	141
E	Mecânica de Lagrange e Bases Holonômicas	151
E.1	Mecânica de Lagrange	151
E.1.1	Coordenadas Cartesianas	151
E.1.2	Restrições e Graus de Liberdade	151

E.1.3	Forças	152
E.1.4	Coordenadas Generalizadas	152
E.2	Componentes Generalizadas das Forças	153
E.2.1	Deslocamento virtual	153
E.2.2	Trabalho virtual	153
E.2.3	Sistema Holonômico	153
E.2.4	Componentes Generalizadas das Forças	154
E.3	Equações de Lagrange para o Movimento de Sistemas Holonômicos .	155
E.3.1	Bases Holonômicas de Robôs Móveis	158
F	Sinal PRBS	159
F.1	Cuidados Práticos	160
Índice	Remissivo	163

Lista de Figuras

1.1	Base móvel do Axebot.	6
1.2	Trajectoria descrita por uma base omnidirecional.	7
2.1	Não linearidade do tipo zona morta simétrica.	13
2.2	Não linearidade do tipo Saturação.	14
2.3	Esquema de acionamento de um motor CC.	16
2.4	Modelo Elétrico do motor CC.	17
2.5	Sistema de coordenadas, ângulos e diagrama das forças e torques que atuam sob a base móvel.	20
2.6	Referência Global e local do robô móvel.	23
2.7	Roda Omnidirecional e seus parâmetros.	25
2.8	Exemplos de tipos de atrito: A força de atrito é dada pela função estática, exceto na velocidade nula. a) Atrito de Coulomb; b) atrito de Coulomb mais o efeito de <i>Stiction</i> ; c) atrito de Coulomb mais o efeito de <i>Stiction</i> e de <i>Stribeck</i>	27
2.9	Curva μ_a versus s	29
3.1	Estrutura de controle indireto com modelo de referência usando Redes Neurais.	38

3.2	Estrutura para identificação de cada atuador usando o modelo NARMA-L2.	44
3.3	RNA com uma camada oculta implementada para identificação das funções não lineares $\bar{f}_0(\cdot)$ e $\bar{g}_0(\cdot)$	45
3.4	Autocovariância linear, $\Phi_{y_i}(\tau)$ e não linear, $\Phi_{y_i^2}(\tau)$	51
3.5	Entrada e Saída do modelo fenomenológico com Escorregamento variável na roda $s_i \in [0,0.7]$. Foram usados os seguintes parâmetros: $V'_{d_i} = 5.4$ V, $M = 1.83$ Kg, $J_{\omega_i} = 8.1 \times 10^{-4}$ Kg-m ² , $K_{t_i} = 0.0059$ N-m/A, $K_{em_i} = 0.0059$ V-s/rad, $\eta = 0.83$, $R_i = 1.710 \Omega$, $N = 19$, $r_\omega = 0.072$ m, $J = 2.125$ Kg-m ² , dados obtidos do robô <i>Axebot</i> construído na UFBA (Veja o Apêndice D).	52
3.6	Comparação do modelo NARMA-L2 (usando um período de amostragem de $T_s = 0.01$ s) com o modelo fenomenológico inserindo escorregamento aleatório $s_i \in [0,0.7]$	53
3.7	Teste do modelo NARMA-L2 (usando um período de amostragem de $T_s = 0.01$ s) inserindo escorregamento aleatório $s_i \in [0,0.7]$	54
3.8	Entrada e Saída do modelo fenomenológico com Escorregamento constante na roda, $s_i = 0.5$. Foram usados os seguintes parâmetros: $V'_{d_i} = 5.4$ V, $M = 1.83$ Kg, $J_{\omega_i} = 8.1 \times 10^{-4}$ Kg-m ² , $K_{t_i} = 0.0059$ N-m/A, $K_{em_i} = 0.0059$ V-s/rad, $\eta = 0.83$, $R_i = 1.710 \Omega$, $N = 19$, $r_\omega = 0.072$ m, $J = 2.125$ Kg-m ² , dados obtidos do robô <i>Axebot</i> construído na UFBA (Veja o Apêndice D).	55
3.9	Comparação do modelo NARMA-L2 (usando um período de amostragem de $T_s = 0.01$ s) com o modelo fenomenológico inserindo escorregamento constante, $s_i = 0.5$	56
3.10	Teste do modelo NARMA-L2 (usando um período de amostragem de $T_s = 0.01$ s) inserindo escorregamento constante $s_i = 0.5$	57
3.11	Diagrama do sistema de controle de velocidade de atuadores independentes.	59

3.12	Estrutura de um controlador com RNAs para o sistema SISO relacionado a cada atuador.	61
4.1	Diagrama em blocos do acionamento de um motor CC , controle em cascata usado em robôs móveis.	66
4.2	Representação em blocos do modelo contínuo elétrico reduzido da i -ésima roda do veículo.	68
4.3	Modelo discreto elétrico reduzido / Observador discreto da força na i -ésima roda do veículo.	69
4.4	Simulação do seguimento da força real pela força estimada para as três rodas com os seguintes parâmetros: $u_i(t) = 0.4V$, $s_i(t) = 0.5$, $V'_{d_i} = 5.4$ V, $M = 1.83$ Kg, $J_{\omega_i} = 8.1 \times 10^{-4}$ Kg-m ² , $K_{t_i} = 0.0059$ N-m/A, $K_{em_i} = 0.0059$ V-s/rad, $\eta = 0.83$, $R_i = 1.710$ Ω , $N = 19$, $r_\omega = 0.072$ m, $J = 2.125$ Kg-m ² , dados obtidos do robô <i>Axebot</i> construído na UFBA (veja Apêndice D).	72
4.5	Estratégia de controle de velocidade na base móvel com compensação de escorregamento.	74
4.6	Diagrama em blocos do esquema de controle de força da i -ésima roda a partir do estimador. Aqui ω_{m_i} é proporcionado pelas medições feitas com os encoders nos motores.	75
4.7	Controlador PI com Anti Wind-up em tempo contínuo e tempo discreto.	78
4.8	Modelo de referência.	81
5.1	Resposta ao degrau do motor CC do veículo robô <i>Axebot</i>	85
5.2	Simulação do seguimento da força real pela força estimada para uma Roda com os seguintes parâmetros: $\delta_i(t) = 0.4V$, $s_i(t) = 0.5$, $V'_{d_i} = 5.4$ V, $M = 1.83$ Kg, $J_{\omega_i} = 8.1 \times 10^{-4}$ Kg-m ² , $K_{t_i} = 0.0059$ N-m/A, $K_{em_i} = 0.0059$ V-s/rad, $\eta = 0.83$, $R_i = 1.710$ Ω , $N = 19$, $r_\omega = 0.072$ m, $J = 2.125$ Kg-m ² , dados obtidos do robô <i>Axebot</i> construído na UFBA (Veja Apêndice D).	86

5.3	Controle de força de uma roda com referência de velocidade angular 5 rad/s usando um controlador PI Digital <i>sem</i> Proteção Anti-Windup com parâmetros $k_i = 99$, $k_p = 0.55$ e $T_s = 0.01$ s.	88
5.4	Controle de força de uma roda com referência de velocidade angular 5 rad/s usando um controlador PI Digital <i>com</i> Proteção Anti-Windup com parâmetros $k_i = 99$, $k_p = 0.55$ e $T_s = 0.01$ s.	89
5.5	Estratégia de controle de velocidade na base móvel com compensação de escorregamento.	91
5.6	Resposta da velocidade angular aparente da roda usando um degrau de 0.9 N na referência de força no subsistema SISO.	92
5.7	Resposta da velocidade angular aparente da roda usando 1 rad/s na referência.	93
5.8	Excitação de cada sistema SISO.	94
5.9	Erro de treinamento usando o algoritmo <i>Backpropagation</i> de Levenberg-Marquardt.	95
5.10	Resposta da velocidade angular aparente da roda usando um degrau de 1 rad/s na referência no modelo de referência $H_1(z)$	97
5.11	Excitação de cada sistema SISO de Referência.	98
5.12	Resposta da velocidade angular aparente da roda usando um degrau de 1 rad/s na referência no modelo de referência $H_2(z)$	99
5.13	Controle de Velocidade com compensação de Escorregamento usando um modelo referência que cumpre as condições de Rolamento ideal. .	100
5.14	Evolução do erro médio quadrático dos segmentos $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ no treinamento do neuro-controlador usando o algoritmo BFGS.	102
5.15	Evolução do erro médio quadrático dos segmentos $\lambda_5, \lambda_6, \lambda_7, \lambda_8$ no treinamento do neuro-controlador usando o algoritmo BFGS.	103
5.16	Evolução do erro médio quadrático dos segmentos $\lambda_9, \lambda_{10}, \lambda_{11}, \lambda_{12}$ no treinamento do neuro-controlador usando o algoritmo BFGS.	104

5.17	Evolução do erro médio quadrático dos segmentos λ_{13} , λ_{14} , λ_{15} , λ_{16} no treinamento do neuro-controlador usando o algoritmo BFGS. . . .	105
5.18	Evolução do erro médio quadrático dos segmentos λ_{17} , λ_{18} , λ_{19} , λ_{20} no treinamento do neuro-controlador usando o algoritmo BFGS. . . .	106
5.19	Neuro-controlador implementado em blocos de <i>Simulink</i> [®] /MATLAB.	107
5.20	Controle <i>com</i> compensação de Escorregamento para uma referência de velocidade de 1 rad/s e escorregamento variável de 0 a 0.7 e usando o modelo de referência $H_1(z)$	108
5.21	Controle <i>sem</i> compensação de Escorregamento para uma referência de velocidade de 1 rad/s e escorregamento variável de 0 a 0.7 e usando o modelo de referência $H_1(z)$	109
5.22	Controle <i>com</i> compensação de Escorregamento para uma referência de velocidade de 3 rad/s e escorregamento variável de 0 a 0.7 e usando o modelo de referência $H_1(z)$	112
5.23	Controle <i>com</i> compensação de Escorregamento para uma referência de velocidade de 5 rad/s e escorregamento variável de 0 a 0.7 e usando o modelo de referência $H_1(z)$	113
5.24	Controle <i>com</i> compensação de Escorregamento para uma referência de velocidade de 5 rad/s e escorregamento variável de 0 a 1.0 e usando o modelo de referência $H_1(z)$	114
5.25	Controle <i>com</i> compensação de Escorregamento para uma referência de velocidade de 5 rad/s e escorregamento constante de 0.8 e usando o modelo de referência $H_1(z)$	115
5.26	Controle <i>com</i> compensação de Escorregamento para uma referência de velocidade de 5 rad/s e escorregamento variável de 0 a 0.7 e usando o modelo de referência $H_2(z)$	116
A.1	Rede de Elman	131
A.2	Rede de Jordan	131

A.3	Rede recorrente NARX com modo Paralelo.	132
D.1	Robô Móvel Omnidirecional AxeBot	142
D.2	Motor CC AMax-22 de 3.5 W da Marca <i>Maxon</i>	143
D.3	Encoder de 16 pulsos por volta com dois canais.	143
D.4	Placa <i>BrainStem Moto</i> 1.0 da empresa <i>Acromane</i> Inc.	144
D.5	Módulo de acionamento com ponte H para cada motor CC.	145
D.6	Base Móvel do Axebot e Hardware.	146
D.7	Câmara <i>CMUCam2</i>	146
D.8	Sensores de posição <i>Sharp</i> GP2D120.	147
F.1	Sinal PRBS.	161
F.2	Esquema para geração de um sinal PRBS de sequência m com $n=6$. .	162

Lista de Tabelas

D.1	Parâmetros do Robô AxeBot utilizados nos experimentos e nas simulações.	147
D.2	Dados de Referência usados para os testes de simulação.	148
D.3	Dados do Motor.	148
D.4	Dados do Encoder.	149
D.5	Dados da Caixa de redução planetária.	149
F.1	Conexões para gerar sinais de sequência m	162

Nomenclatura

A menos que referência contrária seja fornecida, os símbolos matemáticos abaixo possuem os seguintes significados:

C^∞	Conjunto de difeomorfismos de classe infinita.
$\mathbb{R}$	Conjunto dos números reais.
$\mathbb{C}$	Conjunto dos números complexos.
$\mathbb{R}_+^*$	Conjunto dos números reais não negativos.
$\mathbb{N}$	Conjunto dos números naturais.
ω	Velocidade Angular real do Veículo (rad/s).
v	Velocidade Linear real do Veículo (m/s).
$\bar{\omega}$	Velocidade Angular aparente do Veículo (rad/s).
$\bar{v}$	Velocidade Linear aparente do Veículo (m/s).
v_x	Velocidade Linear real do Veículo no eixo x (m/s).
v_y	Velocidade Linear real do Veículo no eixo y (m/s).
$\bar{v}_x$	Velocidade Linear aparente do Veículo no eixo x (m/s).
$\bar{v}_y$	Velocidade Linear aparente do Veículo no eixo y (m/s).
ω_{ω_i}	Velocidade Angular real da roda i (rad/s).
$\bar{\omega}_{\omega_i}$	Velocidade Angular aparente da roda i (rad/s).
v_{ω_i}	Velocidade Linear real na roda i (m/s).
$\bar{v}_{\omega_i}$	Velocidade Linear aparente na roda i (m/s).
ω_{m_i}	Velocidade Angular do Motor i (rad/s).

ω_{ref}	Velocidade Angular de referência (rad/s).
F_{ref}	Força de Referência nas Rodas (N).
r_{ω}	Raio das rodas (m).
F_{ω_i}	Força existente na roda i (N).
$\bar{F}_{\omega_i}$	Força Aparente na i -ésima Roda (N).
F_{μ}	Força de Atrito (N).
τ_{ω_i}	Torque existente na roda i (N-m).
τ_{μ}	Torque de atrito (N-m).
$\bar{\tau}_{\omega_i}$	Torque Aparente na i -ésima Roda (N-m).
μ	Coefficiente de atrito.
τ_{am_i}	Torque de Atrito no motor i (N-m).
τ_{m_i}	Torque do motor i (N-m).
N_{μ}	Força Normal nas Rodas (N).
s_i	Escorregamento na i -ésima roda.
N_p	Número de pulsos por volta do Encoder.
K_n	Constante de conversão relacionado à resolução do encoder.
x_i	i -ésimo regressor de entrada à rede neural.
b	Vetor de Bias.
W	Matriz de pesos sinápticos da camada oculta.
P	Matriz de pesos sinápticos da camada de saída.
δ_i	Largura de Pulso do sinal PWM $\in [-1,1]$.
$\bar{\delta}_{max}$	Largura de pulso Máxima para o sinal PWM.
$\bar{\delta}_{min}$	Largura de pulso Máxima para o sinal PWM.
α_{ω_i}	Ângulo para a i -ésima roda (rad).
$\pm u_{\text{max}}, \pm v_{\text{max}}$	Limites de saturação no Atuador.
$\pm u_{\text{min}}$	Limites de zona morta no Atuador.
$S(u)$	Não-linearidade do tipo Saturação.
$D(u)$	Não-linearidade do tipo Zona Morta.
i_{ω_i}	Corrente no motor i (N-m).
l	Distância do centro da base móvel à cada roda (m).
V_d	Tensão de Alimentação contínua do Veículo (V).
V'_{d_i}	Tensão de Alimentação do motor i (V).

V_{AN}	Potencial de Chaveamento A (V).
V_{BN}	Potencial de Chaveamento B (V).
V_{sat}	Potencial de Saturação dos Transistores (V).
ΔV_d	Desgaste da bateria de CC (V).
M	Massa do Veículo (kg).
R	Resistência de cada Motor (Ω).
L	Indutância de cada Motor (H).
N	Fator de redução da caixa de engrenagens.
K_{t_i}	Constante de torque do Motor i (N-m/A).
K_{em_i}	Constante de Força contra-eletromotriz do motor i (Vs/rad).
J	Constante de Inércia do Veículo (kg-m ²).
J_{m_i}	Constante de Inércia do motor i (kg-m ²).
J_{ω_i}	Constante de Inércia da roda i (kg-m ²).
J_a	Momento de Inércia do eixo do motor i (kg-m ²).
J_g	Momento de Inércia do sistema redutor do motor i (kg-m ²).
X_i	Componente no eixo x do marco de referência global (m).
Y_i	Componente no eixo y do marco de referência global (m).
X_r	Componente no eixo x do marco de referência local (m).
Y_r	Componente no eixo y do marco de referência local (m).
t_p	Tempo do pulso do Encoder (s).
T_{ds}	Retardo máximo apresentado pelo Encoder (s).
T_c	Período de chaveamento (s).
T_s	Período de amostragem (s).
t_a	Tempo de acomodação para cada SISO (s).
d	Grau de Relatividade.
k_c	Ganho do controlador PI.
z_0	Zero do controlador PI.
k_p	Constante proporcional do controlador PI.
k_i	Constante de Integração do controlador PI.
T_N	Tempo de duração da ação integral (s).
$r_{uy}(\tau)$	Função de Correlação cruzada entre os sinais $u(t)$ e $y(t)$.
$E[\cdot]$	Esperança Matemática.

$\mathcal{L}$	Lagrangeano.
f_{ε}^k	Composição da função f , k -vezes iterada.
$\sigma(\cdot)$	Função Sigmoidal.
λ_i	i -ésimo segmento do controlador.
α	Ganho de adaptação.
$u_i(k), y_i(k)$	Par tipo <i>Input-Output</i> para o i -ésimo sistema SISO.
$y^r(k)$	Saída do modelo de Referência.
$F(\cdot)$	Função não-linear.
$\bar{F}(\cdot)$	Função não-linear por expansão de Taylor.
$\mathbf{A}$	Matriz de transformação entre velocidades da base e as rodas.
$\mathcal{F}_{\mathbf{q}}$	Forças generalizadas com respeito à posição global da base.
$\mathcal{F}_{\boldsymbol{\theta}}$	Forças generalizadas com respeito à orientação da base.
$\boldsymbol{\Sigma}$	Modelo em espaço de estados da base móvel.
$\bar{\boldsymbol{\Sigma}}$	$\boldsymbol{\Sigma}$ considerando a transformação $\mathbf{A}$.
$\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_{i,d}$	Modelo em espaço de estados de cada sistema SISO.
$\mathbf{x}_i(k)$	Vetor de estados para o i -ésimo sistema SISO.
$\mathbf{q}_r(t)$	Vetor de posicionamento local da base móvel.
$\mathbf{q}_i(t)$	Vetor de posicionamento global da base móvel.
$\mathbf{R}_r^i$	Matriz de rotação ortogonal.
$\mathbf{s}$	Vetor de escorregamentos nas rodas.
$\bar{\mathbf{v}}$	Vetor $[\bar{v}_x \ \bar{v}_y \ \bar{\omega}]^T$.
$\bar{\mathbf{v}}_{\omega}$	Vetor $[\bar{v}_{\omega_1} \ \bar{v}_{\omega_2} \ \bar{v}_{\omega_3}]^T$.
$\boldsymbol{\theta}$	Vetor orientações nas rodas.
$\boldsymbol{\Gamma}_t$	Vetor de torque nos motores.
$\mathbf{F}_t$	Vetor de forças de tração nas rodas.
γ	Ângulo entre o eixo de rolamento e o principal.
$(\cdot)^T$	Operador Transposto.
$diag(\cdot)$	Matriz diagonal.
$\ \cdot\ $	Norma Euclidiana.
$\triangleq$	Igualdade por definição.
$f_0(\cdot), g_0(\cdot)$	Funções não-lineares do modelo NARMA-L2.
PWM	Pulse Width Modulation.

RNA	Rede Neuronal Artificial.
MLP	Multi-Layer Perceptron.
BFGS	Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno.
ARMA	Auto-Regressive Moving Average.
NARMA	Nonlinear Auto-Regressive Moving Average.
TDL	Tapped Delay Line.
GDL	Graus De Liberdade.
DOF	Degree Of Freedom.
DDOF	Differentials Degree Of Freedom.

Capítulo 1

Introdução

OS projetos desenvolvidos no campo do controle para bases Omnidirecionais de robôs móveis tem sido nos últimos anos a razão de muitos estudos. Em geral os robôs móveis terrestres, também chamados de **AGV's** (do inglês *Autonomous Guided Vehicles*), são veículos motorizados e com rodas. Este tipo de veículos interagem com o ambiente de trabalho usando diferentes tipos de sensores: de distância, posição, velocidade, força e visão artificial. Em relação à localização eles podem ser externos ou internos. Os sensores internos são aqueles que estão localizados no próprio corpo do robô e se movimentam juntamente com o mesmo, enquanto que os sensores externos são fixos ao ambiente ou em algum outro sistema móvel e observam o movimento do veículo¹ (Spong e Vidyasagar, 1989; Sanca, 2006; Smith, 2001; Nicosia *et al.*, 2001; Angeles, 2003; Siegwart e Nourbakhsh, 2004).

Quando se trabalha com um sistema mecânico em movimento, como é o caso dos robôs manipuladores móveis, cujo objetivo é realizar uma determinada tarefa, geralmente a resolução e a repetitibilidade requerida para o movimento é na ordem de 10^{-6} m, como ocorre com dispositivos de micro posicionamento (Selmic e Lewis, 2000). Para garantir a precisão e a exatidão, é fundamental conhecer e compreender o sistema antes de manipulá-lo. Para este propósito, o sistema

¹Além desta classificação os sensores podem fornecer um conhecimento local (estados internos do robô, ex: velocidades e posições dos motores), ou um conhecimento global (estados do robô em relação ao ambiente de trabalho, ex: velocidade e posição cartesiana do robô)

pode ser estudado usando um modelo que também pode ser considerado um pré-requisito para que uma estrutura de controle ou gerenciamento possa ser posta em operação (Cerqueira, 2001). O modelo é uma representação aproximada do comportamento real do sistema. Existem diversas formas ou tipos de modelos que podem ser usados ou selecionados dependendo do objetivo de seu uso. Muitos sistemas dinâmicos, independente de serem mecânicos, elétricos, térmicos, hidráulicos, econômicos, biológicos, podem ser modelados por equações diferenciais. A resposta de um sistema dinâmico a uma determinada entrada (*função de excitação*) pode ser obtida se estas equações diferenciais são solucionáveis. Cada modelo usa leis físicas que governam um particular sistema (ex: *leis de Newton* para sistemas mecânicos, *leis de Kirchhoff* para sistemas elétricos, *leis do mercado* para sistemas econômicos) (Ogata, 1982; Ogata, 1987; Dorf e Bishop, 1998; Chen, 1999; Spong e Vidyasagar, 1989).

Os robôs móveis possuem uma estrutura dinâmica descrita usualmente na forma de *Lagrange* (Lewis *et al.*, 1999; Selmic e Lewis, 2000) e *Newtoniana* (Altpeter, 1999; Wei *et al.*, 2004), o que conduz ao desenvolvimento de equações de movimento para diversas localizações do veículo em termos de parâmetros inerciais de seus elementos. Métodos convencionais como as formulações de *Lagrange-Euler* e *Newton-Euler* podem se aplicar sistematicamente para desenvolver equações de movimentos dinâmicos (Spong e Vidyasagar, 1989). Particularmente os sistemas mecânicos que requerem controle de movimento são descritos matematicamente de forma lagrangeana e muitas vezes precedidos por algumas não linearidades na entrada que podem ser caracterizadas nos tipos: zona morta; *backlash*; saturação; ou histerese (Spong e Vidyasagar, 1989; Sage *et al.*, 1999; Tao e Kokotovic, 1995).

Em um sistema, a não linearidade do tipo zona morta é considerada como a faixa operacional do atuador que não produz resposta na dinâmica no sistema em função do sinal de controle aplicado em qualquer instante de tempo. Logo, nesta faixa o sistema opera como um sistema dinâmico não forçado. Esta característica é encontrada em muitos atuadores, sendo comuns em servoválvulas hidráulicas e servomotores elétricos (Tao e Kokotovic, 1996). Este tipo de não linearidade é de difícil modelagem podendo inclusive ser variante no tempo (Tao e Kokotovic, 1994; Lewis *et al.*, 1997; Lewis *et al.*, 1999; Laura *et al.*, 2006b). Caso a presença da zona

morta na entrada de um sistema não seja considerada no projeto do sistema de controle, este pode operar com ciclos limites (Jang *et al.*, 2005).

Em um veículo com três rodas acionadas por atuadores elétricos, a não linearidade do tipo zona morta é em geral decorrente de forças de reação inerentes causadas pelos componentes do atrito nos eixos do movimento e do efeito do *escorregamento* produzido principalmente pela estrutura das rodas. O atrito é um fenômeno muito complexo, causado por não linearidades tais como: *Stiction*; Histerese; Efeito de *Stribeck*; *Stick-Slip*; Viscosidade; e dependência da frequência de entrada (Olsson *et al.*, 1997). Em aplicações de posicionamento de elevada precisão (ao redor de $0.1 \mu\text{m}$) em baixas velocidades os resultados não são satisfatórios quando o atrito não é adequadamente modelado (Canudas de Wit *et al.*, 1995). Um tipo particular de atrito, o atrito seco, faz com que o sistema apresente comportamentos característicos da zona morta. Por outra parte, o escorregamento é um fenômeno importante em muitos sistemas com movimento mecânico. Em uma base móvel com três rodas o escorregamento pode provocar erros no rastreamento, ciclos limite, e movimentos indesejados (Balakrishna e Ghosal, 1995). Um bom modelo para o escorregamento é essencial para analisar a estabilidade de tais sistemas, prever ciclos limites e encontrar parâmetros adequados para os controladores. Sendo de vital importância a relação existente entre o escorregamento e o atrito presente em cada roda.

A não linearidade de entrada do tipo saturação é caracterizado por restrições de limites máximo e mínimo impostas ao atuador, existentes em todos os subsistemas de um sistema de controle. Estas restrições atuam de forma a deteriorar o desempenho do sistema, fazendo com que existam estados inalcançáveis e comportamentos dinâmicos não rastreáveis. A grande maioria dos projetistas desconsideram este fenômeno objetivando simplificar suas análises e soluções (Perez *et al.*, 2003).

Antes os motores elétricos eram acionados usando uma fonte de alimentação que não considerava a faixa de saturação. Atualmente, os motores elétricos de corrente contínua são sempre acionados com o auxílio de uma fonte de alimentação cujo ganho é sujeito à saturação (Sage *et al.*, 1999), tendo em vista o uso de circuitos eletrônicos de potência **PWM**². Assim, o sistema passa a apresentar restrições de

²Os circuitos **PWM** (do inglês *Pulse Width Modulation*) são encarregados de modular por

entrada, e como consequência a produzir uma degradação no seu desempenho. Portanto, a modelagem correta destas restrições é muito importante para quantificar e entender os aspectos fundamentais desta degradação. A não linearidade do tipo *backlash* não é considerada neste trabalho devido à existência comercial de acoplamentos mecânicos que compensam este efeito, como pode ser visto em FAULHABER Group (2005).

Cruz *et al.* (2008) apresentou o modelo para um veículo com três rodas omnidirecionais considerando as não linearidades do tipo zona morta e saturação. Considerou como entradas as larguras de pulso, e como saídas as velocidades angulares das rodas. Forneceu assim um completo conhecimento local do sistema. Nos testes por simulação do modelo observou-se que as imperfeições são decorrentes de perturbações que atuam como forças de reação para o caso da zona morta e limites de operação em amplitude do modulador **PWM** para o caso da saturação.

Na literatura técnica vários esquemas de compensação adaptativos têm sido propostos para estimar e compensar o efeito do escorregamento relacionado à não linearidade tipo zona morta (Shekhar, 1997; Stonier *et al.*, 2007; Williams *et al.*, 2002). A maioria destes compensadores utilizam modelos aproximados para parametrizar a zona morta e introduzir funções contínuas suaves, para o controle do sistema.

1.1 Formulação do Problema

A base móvel considerada aqui é a do robô Axebot com três rodas omnidirecionais (também conhecidas como rodas *suecas*) acionadas independentemente por motores **CC** de 3.5 W e dispostas a 120° umas das outras (Ver figura 1.1(a)). No robô o subsistema de detecção digital³ para medir a velocidade angular das rodas utiliza um tempo de atualização de 10ms para o contador de posição enquanto que a constante de tempo da dinâmica de cada motor é muito pequena (64.327 μ s), o que impossibilita considerar uma malha de controle para a corrente do motor em

largura pulso um sinal analógico.

³Aqui o subsistema de detecção digital de velocidade é o hardware usado para medição que usa como mecanismo três encoders.

cada atuador, mas facilita a simplificação do seu modelo dinâmico para posteriores processos de estimação de força nas rodas. O robô usa três pontes H controlados por duas placas de processamento BRAINSTEM MOTO 1.0 da empresa *Acroname Robotics, Inc* baseada no microcontrolador PIC18C252 da *Microchip*[®]. Mais detalhes sobre as características do hardware usado pelo Axebot podem ser observadas no apêndice D.

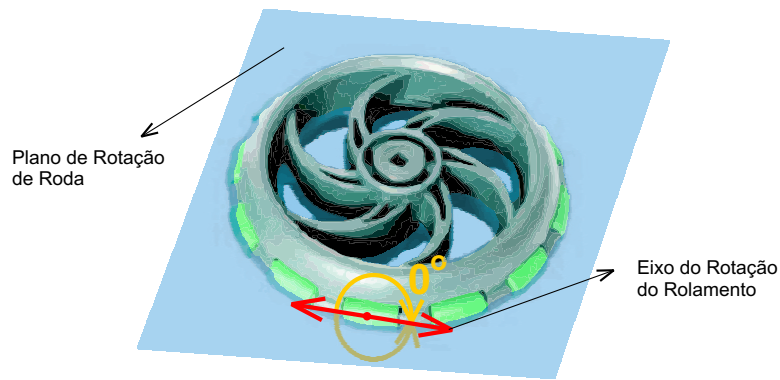
O robô é um sistema com três graus de liberdade (**GDL**) cujas saídas são representadas pelas velocidades nas rodas. Pela estrutura física das rodas a base possui uma configuração omnidirecional. Neste tipo de configuração o número de velocidades independentes alcançáveis iguala os graus de liberdade do robô. Estas condições podem surgir de restrições físicas, no caso do Axebot é porque as rodas têm rolamentos ligados ao perímetro com eixo de rotação paralelo ao plano de rotação da roda⁴, assim cada roda tem três graus de liberdade (ver figura 1.1(b)). A configuração destas rodas fazem com que elas apresentem escorregamento, isto é, o movimento produzido pela roda não é inteiramente convertido em um correspondente movimento da estrutura da base móvel. O problema do escorregamento dificulta fazer o seguimento de trajetórias (ver figura 1.2), além de que as variáveis reais de velocidade são desconhecidas impossibilitando a sua estimação e compensação direta. Como vamos ver nos capítulos posteriores a proposta de controle é baseada em uma compensação em cascata que associa a cada resposta desejada às condições de rolamento puro.

A dificuldade deste tipo de bases móveis está no fato das mesmas serem em geral multivariáveis, com não linearidades na entrada e holonômicas. A característica multivariável é evidente quando se sabe que são acionados por dois ou mais atuadores. Quando consideramos as restrições holonômicas estamos nos referindo às restrições físicas da base e os obstáculos que restringem o espaço de trabalho (por exemplo: um robô circular de raio r não pode estar próximo de obstáculos a uma distância $d < r$), no apêndice E é apresentado na forma matemática o termo “holonômia” associado a sistemas robóticos e suas restrições no espaço de trabalho.

⁴O ângulo exato entre o plano de rolamento da roda e os rolamentos é definido como γ , e no Axebot é de 0° . No seção 2.5.3 do capítulo 2 são explicadas as restrições cinemáticas da base móvel em termos deste ângulo.



(a) Vista inferior do Axebot.

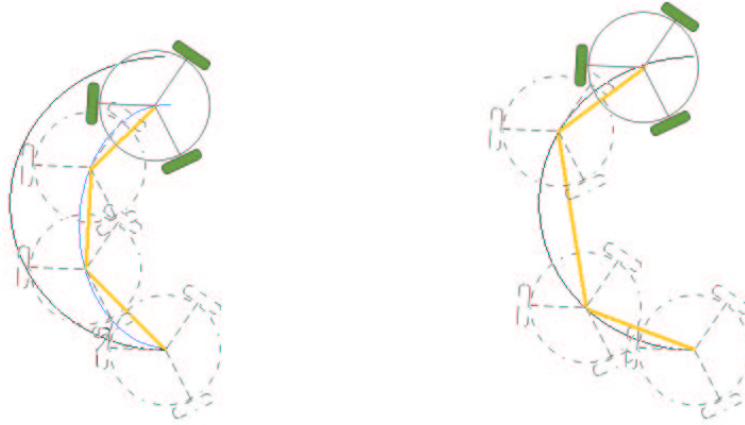


(b) Roda Omnidirecional usada no Axebot.

Figura 1.1: Base móvel do Axebot.

Na maioria da literatura especializada encontrada (caracterizando os recentes desenvolvimentos de sistemas robóticos como robôs móveis, de duas e três rodas, em planejamento do movimento, seguimento de trajetória, estabilização num ponto de equilíbrio, etc.) foram projetados sistemas de controle sem o conhecimento do comportamento local do robô frente às não linearidades de entrada no sistema. As não linearidades deformam as ações de controle, sendo a instabilidade uma das mais comuns.

O problema da zona morta está diretamente ligado aos componentes não lineares de atrito. O atrito é um dos motivos pelos quais os motores elétricos da base móvel aceleram e freiam com bastante frequência. Numa base com três rodas



(a) Com escorregamento.

(b) Sem escorregamento.

Figura 1.2: Trajetória descrita por uma base omnidirecional.

o atrito nas rodas apresenta uma mudança no coeficiente de adesão deteriorando o comportamento do sistema (Balakrishna e Ghosal, 1995). A mudança no coeficiente de adesão pode ser modelada a partir do *escorregamento* (ou *Slip* em Inglês) o que facilita a interpretação da não linearidade nas respostas de velocidade das rodas como perturbações. Para solucionar este problema se planeja um controle independente de atuadores (cada um dos atuadores é controlado como se não existisse acoplamento) que permita atenuar ao mínimo o efeito tipo “perturbação” produzido pelo escorregamento na saída do sistema.

1.2 Contribuições e Propostas da Dissertação

O objeto desta Dissertação é contribuir com um esquema de controle para o modelo apresentado por Cruz (2007) fazendo compensação de escorregamento relacionando-o ao problema principal: o atrito. O controle de uma base móvel com três rodas suecas, incluindo a não linearidade do tipo zona morta é analisado e resolvido.

As principais contribuições e propostas desta dissertação são as seguintes:

- Apresenta um controle em cascata para a velocidade dos motores nas três rodas do veículo;
- Apresenta a técnica de compensação do escorregamento para o veículo, utilizando o modelo de Burckhardt;
- A aplicação dos desenvolvimentos nos algoritmos da modelagem fenomenológica do robô *Axebot*.

Como contribuições e propostas adicionais esta dissertação apresenta:

- Verificação por simulação das não linearidades do tipo zona morta e do tipo saturação à entrada dos atuadores que movimentam a estrutura da base móvel em ambiente *Simulink*[®] do MATLAB.

1.3 Estrutura do Texto

O texto está organizado da seguinte forma:

- O capítulo 2 apresenta os conceitos teóricos a partir dos quais foi feita a modelagem da base de três rodas e que são necessários para a compreensão do conteúdo desta dissertação, objetivando o entendimento sobre alguns conceitos e definições acerca de sistemas e suas formas de representação. Aborda o problema das não linearidades zona morta devido ao atrito e sua dependência do escorregamento segundo o modelo de Burckhardt.
- No capítulo 3, apresentam-se as metodologias vistas na literatura e as propostas usadas para o controle de velocidade no espaço dos atuadores com compensação de escorregamento em sistemas mecânicos em movimento. Uma extensão com compensação adaptativa independente de escorregamento nos atuadores e finalmente a síntese do controlador usando redes neurais.
- No capítulo 4, é feita a modelagem e controle com compensação de escorregamento de um veículo com três rodas suecas. São considerados modelos

simplificados para os motores elétricos e, também são feitos o estimador e o controle de força nas rodas.

- No capítulo 5 são apresentados os testes de simulação para o controle local da velocidade das rodas com compensação de escorregamento, e a validação da metodologia de controle do capítulo 4 com uma metodologia de controle sem compensação aplicada na modelagem fenomenológica desenvolvida para o robô *Axebot* por Cruz (2007).
- O Capítulo 6 apresenta as considerações finais e sugestões, para trabalhos futuros acerca do projeto e controle de robôs móveis.

Capítulo 2

Preliminares Teóricas

Este capítulo apresenta os conceitos teóricos preliminares da modelagem da base móvel omnidirecional necessários para compreensão do trabalho aqui desenvolvido. Inicialmente, apresenta-se o conceito de sistema e sua representação. Em seguida, são apresentadas algumas definições importantes do atrito e o escorregamento em sistemas mecânicos e suas propriedades notáveis representadas por modelos matemáticos.

2.1 Introdução

PARA o conceito de *sistema* existem diversas definições. Dandy e Warner (1989) definem como sendo “qualquer coleção de componentes interrelacionados que interagem e trabalham juntos de forma organizada para atingir determinado objetivo”. Close e Frederick (1995) definem como sendo “qualquer coleção de componentes em que os seus elementos interagem para que existam relações de causa-e-efeito entre eles ou entre suas variáveis”.

Em termos gerais, um *sistema* é um objeto em que variáveis de diferentes tipos interagem e produzem algum resultado. O sistema é também gerado por estímulos externos. Os sinais externos que podem ser manipulados são chamados *entradas*. Outros sinais de entrada podem afetar o comportamento da resposta do sistema

chamados de *perturbação* e podem ser divididos em mensuráveis e não mensuráveis (Ljung, 1987).

Quando interagimos com um sistema, necessitamos saber como suas variáveis (sinais) interagem com as outras. Esta interação é representada por um *modelo* do sistema. Para aplicações avançadas é necessário o uso de modelos que descrevam a interação das variáveis do sistema em termos de expressões matemáticas como as equações diferenciais ou equações de diferenças (Ljung, 1987; Aguirre, 2000). Os modelos matemáticos podem além disso ser caracterizados por um número de adjetivos: contínuos ou discretos, determinísticos ou estocásticos, lineares ou não lineares, centralizados ou distribuídos, etc.

2.2 Inclusão das Não Linearidades de Entrada

A grande maioria dos sistemas mecânicos reais possui as principais não linearidades de entrada como zona morta e saturação (Choi, 2001; Vidyasagar, 1993; Tao e Kokotovic, 1994). A não linearidade zona morta é um fenômeno encontrado em diversos sistemas especialmente naqueles que utilizam atuadores do tipo servo-válvulas hidráulicas ou servo-motores elétricos (Tao e Kokotovic, 1996). Ela é a faixa operacional do atuador que não produz resposta na dinâmica do sistema em função do sinal de controle aplicado em qualquer instante de tempo. Sua presença normalmente causa degradação de desempenho do controlador, podendo levar ao aparecimento de ciclos-limites no sistema em malha fechada. Diversas estratégias de controle podem ser empregadas para minimizar a perda de desempenho causada por este tipo de não linearidade, como por exemplo o uso de técnicas neuronais (Selmic e Lewis, 2000).

Quando se trata de robôs, a zona morta é causada pelo atrito estático. Os robôs móveis aceleram e freiam com bastante frequência, o que torna a zona morta um efeito impactante que pode gerar um desempenho pobre em termos do consumo de potência e seguimento da referência.

A não linearidade do tipo zona morta pode ser representada pela curva característica de resposta linear de um atuador, como mostrado na figura 2.1, onde $D(u)$ é a resposta do atuador ao sinal de controle u . A resposta deste atuador pode ser

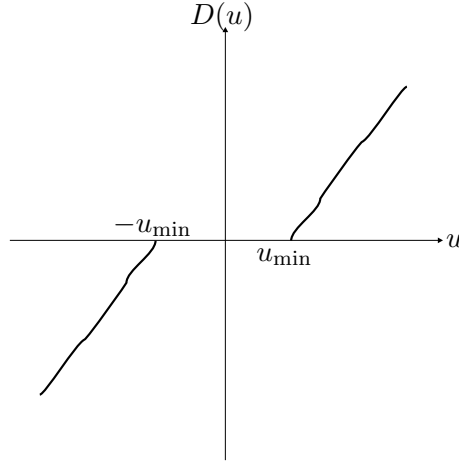


Figura 2.1: Não linearidade do tipo zona morta simétrica.

modelada matematicamente na forma

$$D(u) = \begin{cases} m \left[u(t) - \frac{u(t)}{|u(t)|} u_{\min} \right] & , \quad |u(t)| > u_{\min} \\ 0 & , \quad |u(t)| \leq u_{\min} \end{cases} \quad (2.1)$$

onde $u_{\min}$ é o valor mínimo do sinal de controle capaz de alterar a posição do atuador, $m \in \mathbb{R}_+^*$ é uma constante linear.

A não linearidade do tipo saturação é constituída pelas restrições de limites máximo e mínimo impostas ao atuador. Uma curva característica para a saturação é mostrada na figura 2.2, sendo $\pm u_{\max}$ os valores limites da resposta do atuador.

Para $|u| \leq u_{\max}$, o atuador responde proporcionalmente ao sinal de controle, e para qualquer outro valor de $|u|$, o atuador responderá com valor quase constante chamado valor de saturação, $u_{\max}$ ou $-u_{\max}$, dependendo do sentido de atuação imposto pelo controlador. Matematicamente, este comportamento pode ser descrito pela expressão

$$S(u) = \begin{cases} \frac{u(t)}{|u(t)|} v_{\max}(t) & , \quad |u(t)| > u_{\max} \\ mu(t) & , \quad |u(t)| \leq u_{\max}. \end{cases} \quad (2.2)$$

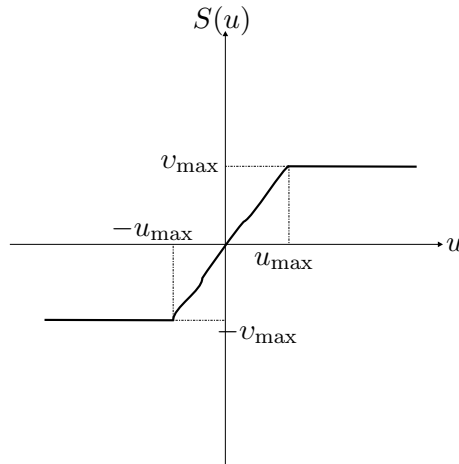


Figura 2.2: Não linearidade do tipo Saturação.

É muito comum sistemas reais apresentarem a superposição da zona morta e da saturação, como ocorre com os sistemas robóticos, em especial os que possuem base móvel.

2.3 Acionamento Elétrico com Motores de CC

Este tipo de acionamento é um dos tipos mais usados. Não propicia altas velocidades, mas a repetibilidade e a precisão são grandes. Os robôs móveis de base holonômica como o Axebot são acionados por motores de corrente contínua (CC). No apêndice D pode-se observar as características técnicas do motor de corrente contínua AMax-22 da marca *Maxon* usado na base móvel do robô Axebot.

Os motores são operados por circuitos elétricos que têm moduladores por largura de pulso (ou PWM do inglês *Pulse Width Modulation*) integrados pela placa BRAINSTEM MOTO 1.0 da empresa *Acroname Robotics, Inc* que oferecem sinais PWM com frequências entre 2.5kHz e 5Mhz, no apêndice D pode-se observar uma descrição mais detalhada desta placa. Para garantir o nível de tensão desejado à saída de cada circuito eletrônico é usado um conversor CC-CC. Estes circuitos utilizam uma ou mais chaves para transformar uma fonte de tensão contínua constante em uma fonte ajustável de tensão contínua.

A tensão média de saída é controlada pelo tempo de condução (t_{on}) e pelo tempo de bloqueio (t_{off}) das chaves. Seja $T_c = t_{on} + t_{off}$ o período de chaveamento, sendo $f_c = \frac{1}{T_c}$ a frequência de chaveamento.

Um operador PWM pode ser definido na forma

$$PWM(t_k) = \begin{cases} V_d(t), & t_k < t \leq t_k + \bar{\delta}T_c \\ -V_d(t), & t_k + \bar{\delta}(t)T_c < t \leq t_k + T_c \end{cases}$$

sendo $t_k = kT_c$, com $k \in \mathbb{N}$, o incremento do tempo, $\bar{\delta}(t)$ é uma função conhecida como largura de pulso ou ciclo de trabalho e ela varia em um intervalo fechado $[0,1] \subset \mathbb{R}$.

O ciclo de trabalho também pode ser definido como a relação entre a tensão média terminal na carga, $u(t)$, e a tensão de entrada $V_d(t)$ na forma

$$\delta(t) = 2\bar{\delta}(t) - 1 = \frac{u(t)}{V_d(t)}.$$

ou

$$u(t) = \delta(t)V_d(t)$$

para $\delta(t) \in [-1,1] \subset \mathbb{R}$.

2.3.1 Considerações sobre Acionamento de Motores de CC

Na figura 2.3, onde ilustra-se o esquema de acionamento dos motores de corrente contínua, e considerando-se o acionamento com chaveamento bipolar tem-se que a tensão média, na saída (na carga) é $u(t) = V_{AN}(t) - V_{BN}(t)$, sendo $V_{AN}(t) = \bar{\delta}(t)V_d(t)$ e $V_{BN}(t) = (1 - \bar{\delta}(t))V_d(t)$, com $\bar{\delta}(t) \in [0,1]$. Assim a relação entre a fonte de tensão primária e a tensão média de saída pode ser então representada na forma:

$$u(t) = (2\bar{\delta}(t) - 1)V_d(t). \quad (2.3)$$

A partir da equação (2.3) nota-se que o controle do motor passa a ser feito pela largura de pulso do sinal PWM do motor, $\bar{\delta}(t)$. Logo, nesta situação, tem-se que $\bar{\delta}_{max}(t) = 1$. Apesar disso, consideram-se as limitações físicas existentes no sistema

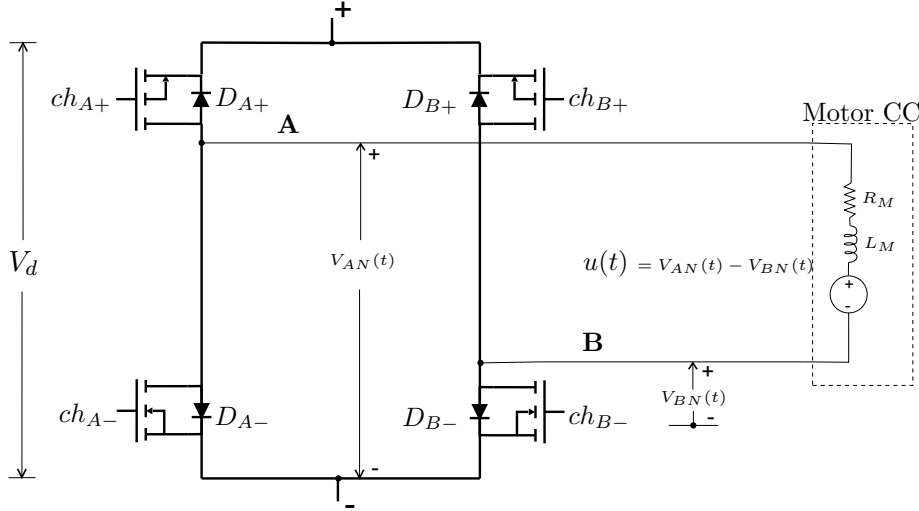


Figura 2.3: Esquema de acionamento de um motor CC.

de acionamento, e verifica-se que $u(t)$ pode não atingir o valor de $\pm V_d(t)$ quando $\bar{\delta}_{max}(t) = 1$ e $\bar{\delta}_{min}(t) = 0$ segundo a equação (2.3).

Uma limitação básica é a consideração de chaves não ideais. Estas chaves são transistores que apresentam uma queda de tensão, quando são usadas como chaves em condução, chamada de tensão de saturação $V_{sat}(t)$ que varia entre 0.1V a 0.3V para transistores comuns, no Axebot a placa LOW VOLTAGE H-BRIDGE usada como ponte H (Figura 2.3) da empresa *Acroname Robotics, Inc* usa transistores MOSFET com potencial de saturação de 0.3V. Para o caso de sistemas embarcados e com bateria como fonte primária esta limitação tem que ser considerada. Para a base holonômica do sistema *Axebot* esta limitação é considerada como uma não linearidade na entrada do tipo *saturação*.

Outra limitação é a diminuição do valor de $V_d(t)$ com o passar do tempo. Para representar esta limitação considera-se uma perturbação $\Delta V_d(t)$ e uma nova variável $V'_d(t)$, na forma

$$V'_d(t) = V_d(t) - 2V_{sat}(t) - \Delta V_d(t). \quad (2.4)$$

Desta maneira a relação entre a fonte de tensão primária e a tensão média de

saída pode ser então representada na forma:

$$u(t) = (2\bar{\delta}(t) - 1)V'_d(t) = \delta(t)V'_d(t). \quad (2.5)$$

2.3.2 Dinâmica do Motor CC

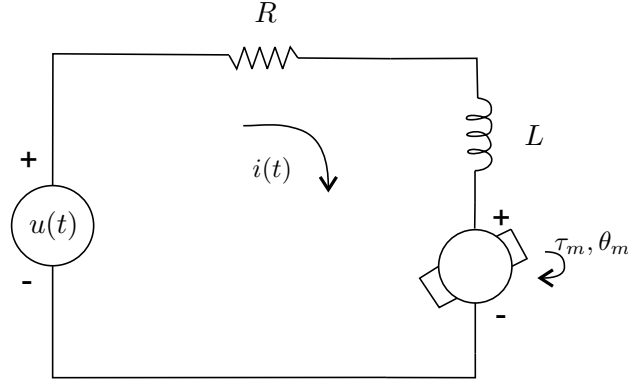


Figura 2.4: Modelo Elétrico do motor CC.

Um motor **CC** (Corrente Contínua) pode ser dividido em dois subsistemas: um elétrico e outro mecânico, como são mostrados na Figura 2.4. A equação dinâmica do sistema elétrico é dada por

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = u(t) - e_{em}(t), \quad (2.6)$$

sendo L é a indutância da armadura, R é a resistência da armadura do motor, $i(t)$ é a corrente elétrica variante no tempo, $u(t)$ é a tensão elétrica de alimentação do motor, e $e_{em}(t)$ é a força contra-eletromotriz gerada na armadura do motor. No Axebot são usados três motores CC modelo AMax-22 da empresa *Maxon Motor* de 3.5 W, no apêndice D pode-se observar os valores de L e R deste motor.

Para motores com campo constante, a força contra-eletromotriz é proporcional à velocidade angular do eixo do motor na forma

$$e_{em}(t) = K_{em}\omega_m(t), \quad (2.7)$$

em que $\omega_m(t)$ é a velocidade angular do eixo do motor, e k_{em} é a constante de força contra-eletromotriz de rotação. O torque do motor pode ser definido como

$$\tau_m(t) = K_t i_\omega(t), \quad (2.8)$$

em que K_t é a constante de torque. A relação entre os torques na carga, $\tau_\omega(t)$ e o torque eletromagnético, $\tau_m(t)$ em regime permanente, é dada por

$$\tau_\omega(t) = \eta N \tau_m(t), \quad (2.9)$$

onde $\eta \in [0,1] \subset \mathbb{R}$ é a eficácia do acoplamento e N é o fator de redução de velocidade definido como

$$N = \frac{\omega_m(t)}{\omega_\omega(t)}, \quad (2.10)$$

sendo $\omega_\omega(t)$ a velocidade angular na carga (ou roda). Conhecendo estas características podemos expressar o modelo mecânico do motor como segue,

$$\tau_m(t) - \frac{\tau_\omega(t)}{\eta N} = J_m \frac{d\omega_m(t)}{dt} \quad (2.11)$$

sendo $J_m = J_a + J_g$ o momento de inércia de cada rotor ou mesmo dizer a soma dos momentos de inércia do eixo do motor (J_a) e do eixo do sistema redutor (J_g).

2.4 Modelo Matemático dos Atuadores

O principal mecanismo para a transferência do torque do eixo da roda para um movimento para frente é a força de atrito. Assim, o movimento de cada roda da base móvel pode ser representada por meio da equação

$$F_\omega(t) = \frac{1}{r_\omega} \left[\tau_\omega(t) - J_\omega \frac{d\omega_\omega(t)}{dt} \right], \quad (2.12)$$

$$F_\omega(t) = M \frac{dv_\omega}{dt}, \quad (2.13)$$

sendo J_ω o momento de inércia da roda, r_ω o raio da roda, $\omega_\omega(t)$ e v_ω a velocidade angular real da roda e a velocidade linear real da roda, respectivamente, M é a massa suportada em cada roda; $\tau_\omega(t)$ e $F_\omega(t)$ são, respectivamente, o torque e a força aplicados em cada roda.

A partir da equação (2.6) tem-se a expressão (2.14) associada a cada roda

$$\frac{di_\omega(t)}{dt} = \frac{1}{L}[u_\omega(t) - K_{em}\omega_m(t) - Ri_\omega(t)], \quad (2.14)$$

sendo L é a indutância de cada motor, $u_\omega(t)$ é a tensão elétrica de alimentação de cada motor, K_{em} é a constante de força contra-eletromotriz de rotação, $\omega_m(t)$ é a velocidade angular direcionada para o eixo do motor de cada roda, e R é a resistência de cada motor da armadura.

A expressão (2.5) mostra a não linearidade de saturação para a variável $\delta(t)$. Agora, aplicando-se (2.5) na equação (2.14) chega-se a

$$\frac{di_\omega(t)}{dt} = \frac{1}{L}[\delta(t)V'_d(t) - K_{em}\omega_m(t) - Ri_\omega(t)], \quad (2.15)$$

onde a variável de entrada para o atuador, ou seja a roda, passa a ser a variável $\delta(t) \in [-1,1]$, ficando por tanto inclusa a saturação no modelo do atuador.

Para a inclusão da *zona morta* no modelo do atuador, ou seja da roda, considere as expressão (2.12) e (2.16)

$$\bar{F}_\omega(t) = F_\omega(t) - F_\mu(t), \quad (2.16)$$

sendo F_μ a força de atrito que interfere e reduz a força líquida de saída do atuador, fazendo com que a força aparente, $\bar{F}_\omega(t)$, aplicada pelo atuador na entrada do sistema seja menor (Cruz, 2007).

2.5 Modelo Dinâmico de uma Base móvel Holonômica incluindo as Rodas Suecas

Na figura 2.5, é apresentada uma base móvel com três rodas no espaço cartesiano. O principal ponto, sob análise, é o centro do corpo da base $\langle X_r, Y_r \rangle$, e sua orientação ϕ , que é o ângulo entre o eixo de orientação da base móvel, o eixo X'_r , e o eixo das abscissas, eixo X_r .

A partir da figura 2.5 pode-se obter as velocidades lineares da base móvel em

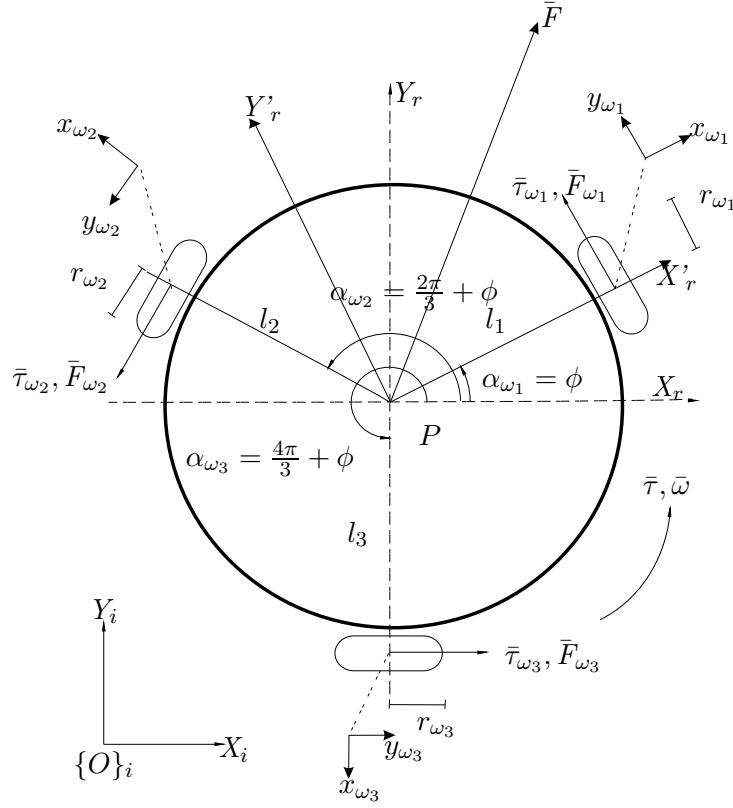


Figura 2.5: Sistema de coordenadas, ângulos e diagrama das forças e torques que atuam sob a base móvel.

termos das velocidades lineares tangenciais aparentes¹ de cada roda em relação à base móvel. Assim seja

$$\bar{v}_x(t) = -\cos(\alpha_{\omega_2})\bar{v}_{\omega_2}(t) + \sin(\alpha_{\omega_3})\bar{v}_{\omega_3}(t) \quad (2.17)$$

$$\bar{v}_y(t) = \bar{v}_{\omega_1}(t) - \sin(\alpha_{\omega_2})\bar{v}_{\omega_2}(t) - \cos(\alpha_{\omega_3})\bar{v}_{\omega_3}(t) \quad (2.18)$$

$$\bar{\omega}(t) = \frac{1}{3} \left(\frac{\bar{v}_{\omega_1}(t)}{l} + \frac{\bar{v}_{\omega_2}(t)}{l} + \frac{\bar{v}_{\omega_3}(t)}{l} \right), \quad (2.19)$$

onde $\bar{v}_x(t)$ e $\bar{v}_y(t)$ são as velocidades lineares de base móvel nos eixos $x(t)$ e $y(t)$,

¹As velocidades aparentes são denotadas com o símbolo barra ($\bar{}$), por exemplo a velocidade aparente da base móvel v é denotada como $\bar{v}$. Como vai se ver nas próximas seções o fato de não poder estimar o escorregamento anula a possibilidade de obviar as variáveis aparentes.

respectivamente; $\bar{\omega}(t)$ é a velocidade angular do centro de massa da base móvel, $\bar{v}_{\omega_1}(t)$, $\bar{v}_{\omega_2}(t)$ e $\bar{v}_{\omega_3}(t)$ são as velocidades lineares tangenciais aparentes de cada roda; e l é a distancia do centro da base móvel à extremidade superior de cada roda.

A partir das equações (2.17),(2.18) e (2.19) chega-se à equação em forma de matriz

$$\bar{\mathbf{v}}(t) = \mathbf{A}\bar{\mathbf{v}}_{\omega}(t), \quad (2.20)$$

com

$$\bar{\mathbf{v}}(t) = \begin{bmatrix} \bar{v}_x(t) \\ \bar{v}_y(t) \\ \bar{\omega}(t) \end{bmatrix}, \quad (2.21)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -\cos(\alpha_{\omega_2}) & \sin(\alpha_{\omega_3}) \\ 1 & -\sin(\alpha_{\omega_2}) & -\cos(\alpha_{\omega_3}) \\ \frac{1}{3l} & \frac{1}{3l} & \frac{1}{3l} \end{bmatrix}, \quad (2.22)$$

$$\bar{\mathbf{v}}_{\omega}(t) = \begin{bmatrix} \bar{v}_{\omega_1}(t) \\ \bar{v}_{\omega_2}(t) \\ \bar{v}_{\omega_3}(t) \end{bmatrix}, \quad (2.23)$$

sendo que $\mathbf{A}^{-1}$ existe para todo valor de α_{ω_i} .

2.5.1 Atuadores Independentes

Da seção 2.4 pôde-se observar que a dinâmica associada a cada roda está representada por um modelo fenomenológico desacoplado da dinâmica das outras duas rodas, o que quer dizer que a dinâmica da base móvel está representada por três sistemas SISO independentes. Mas não acontece o mesmo com a cinemática da base móvel, na expressão (2.20) se mostra como a velocidade em cada roda depende das outras, fazendo com que o sistema seja acoplado nas saídas.

De outra forma, as respostas de velocidade em cada roda com a inclusão do comportamento não linear proporcionado indiretamente pelo escorregamento estão relacionadas com as dinâmicas dos outros atuadores por meio da cinemática inversa. É importante deixar claro que cada velocidade na saída do sistema base móvel é

aparente (com o símbolo barra acima) e tem incluída a dinâmica do escorregamento, pois neste trabalho o atrito que está relacionado com a não linearidade zona morta é proposto como um modelo que depende do escorregamento, como vai se ver na seção 2.7.

Fisicamente, a variação de parâmetros mecânicos e/ou elétricos da base móvel podem diminuir ou fortalecer o acoplamento entre os atuadores. Variando estes parâmetros é possível simplificar o problema de controle a um problema de controle de sistemas SISO desacoplados que têm como entrada a largura do pulso $\delta_i(t)$ do **PWM** e que têm como saída a velocidade angular aparente $\bar{\omega}_{\omega_i}(t)$ do i -ésimo atuador (Laura *et al.*, 2006b; Laura *et al.*, 2006a; Sanca, 2006; Cruz *et al.*, 2008).

2.5.2 Cinemática da Base Móvel

Sistemas mecânicos com movimento, especialmente os robôs móveis, são descritos por um conjunto de coordenadas generalizadas e estão sujeitos às restrições cinemáticas (condições de rolamento e escorregamento das rodas sobre o plano), as quais são expressas pela relação das coordenadas generalizadas e suas derivadas (Campion *et al.*, 1996; Campion *et al.*, 1991).

O desenvolvimento de um modelo cinemático completo, para o movimento de um robô móvel, é um processo de extrema importância. Cada roda contribui com o movimento da estrutura da base e, ao mesmo tempo, impõe restrições sobre o seu movimento. A disposição das rodas varia em relação à geometria do chassi, ao mesmo tempo que suas restrições são combinadas para dar forma às restrições no movimento total da base. As forças e as restrições de cada roda devem se expressar em relação a um ambiente livre de obstáculos (Siegwart e Nourbakhsh, 2004).

Para especificar a posição do veículo sobre o plano, estabelece-se uma relação entre a referência local do veículo, como é mostrado na figura 2.6. Os eixos $X_i(t)$ e $Y_i(t)$ definem uma base inercial arbitrária sobre o plano, como a referência global desde a origem O : $\langle X_i(t), Y_i(t) \rangle$. Tudo isto sem esquecer que existe um eixo $Z_i(t)$ normal ao plano.

Para se especificar a posição do veículo, escolhe-se um ponto P sobre os chassís,

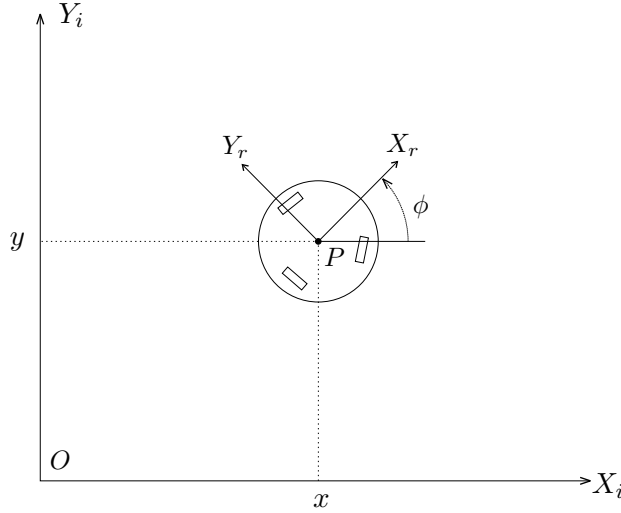


Figura 2.6: Referência Global e local do robô móvel.

e este será o ponto de referência sobre a base. Os eixos ortogonais $X_r(t)$, $Y_r(t)$ constroem a referência local do veículo.

A posição de P em relação à referência global é especificada pelas coordenadas $x(t)$ e $y(t)$, e a diferença angular entre os eixos $X_i(t)$ e $X_r(t)$ fornece a medida de orientação da base, definida por ϕ . Pode-se descrever o posicionamento da base móvel como um vetor com apenas estes três elementos na forma

$$\mathbf{q}_i(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ \phi(t) \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Para descrever o movimento do veículo em termos de suas variáveis cinemáticas é preciso mapear o movimento ao longo dos eixos de referência global em relação ao movimento ao longo dos eixos referência local do móvel. O mapeamento deve ser em função do posicionamento do móvel e dado em função da matriz de rotação ortogonal

$$\mathbf{R}_r^i(\phi(t)) = \begin{bmatrix} \cos(\phi(t)) & \sin(\phi(t)) & 0 \\ -\sin(\phi(t)) & \cos(\phi(t)) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.25)$$

Esta matriz é usada para o mapeamento do movimento da referência global $X_i(t)$, $Y_i(t)$ em relação à referência local $X_r(t)$, $Y_r(t)$. Esta operação é indicada por

$$\mathbf{q}_r = \mathbf{R}_r^i \mathbf{q}_i. \quad (2.26)$$

2.5.3 Restrições Cinemáticas

Para uma base móvel holonômica as rodas suecas têm impacto sobre a cinemática do chassi, por isto, requerem consideração quanto às restrições cinemáticas da estrutura do robô móvel. As rodas suecas consistem em uma roda padrão fixa com rolamentos ligados ao perímetro da roda e permitem que o número de Graus Diferenciáveis de Liberdade (ou DDOF do inglês *Differentials Degree Of Freedom*) da base móvel e o número de Graus de Liberdade de seu espaço de trabalho (DOF, do inglês *Degree of Freedom*) sejam iguais. Estes rolamentos possuem eixos que não são paralelos ao eixo principal do componente da roda padrão fixa. O ângulo exato, γ , entre os eixos de rolamento e o principal pode variar, como se ilustra na figura 2.7(a).

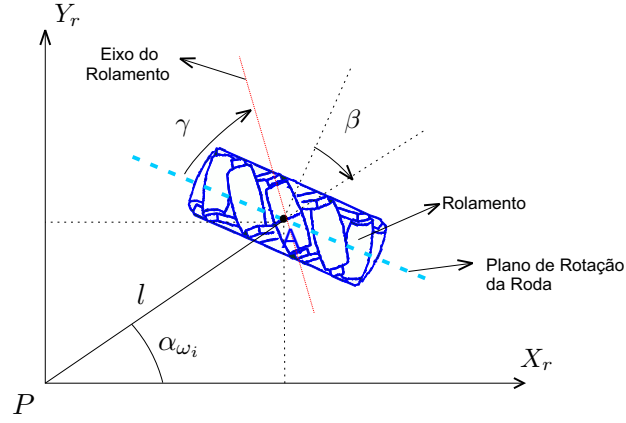
O eixo ao redor do qual cada rolamento gira é um componente nulo de velocidade no ponto de contato com a superfície, ou seja, movendo-se nessa direção não é possível um movimento sem ocorrer escorregamento. A variável de movimento é um componente nulo ao longo do plano da roda, e é dada por

$$\Psi \mathbf{R}_r^i \frac{d\mathbf{q}_i}{dt} - r_\omega \frac{d\varphi}{dt} \cos \gamma = 0 \quad (2.27)$$

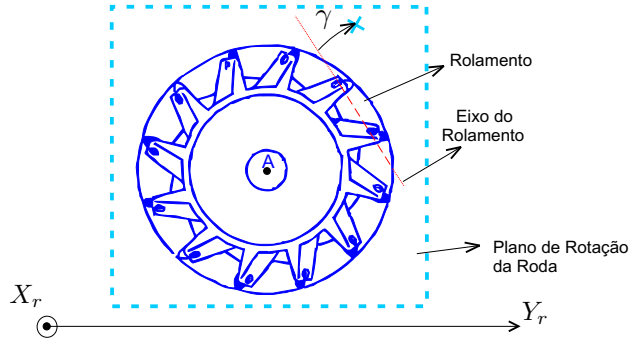
sendo $\Psi = [\sin(\alpha_{\omega_i} + \beta + \gamma) \quad -\cos(\alpha_{\omega_i} + \beta + \gamma) \quad -l \cos(\beta + \gamma)]$ um vetor linha, α_{ω_i} é a orientação da roda com respeito ao marco local da base e β é a orientação da roda em relação ao segmento $\overline{PA} = l$ (Figura 2.7).

Ortogonalmente ao plano da roda, o movimento não é variável por causa da livre rotação $\frac{d\varphi_{s\omega}}{dt}$ dos pequenos rolamentos, dados por

$$\Psi_{s\omega} \mathbf{R}_r^i \frac{d\mathbf{q}_i}{dt} - r_\omega \frac{d\varphi}{dt} \sin \gamma - r_{s\omega} \frac{d\varphi_{s\omega}}{dt} = 0 \quad (2.28)$$



(a) Vista superior.



(b) Vista lateral.

Figura 2.7: Roda Omnidirecional e seus parâmetros.

sendo $\Psi_{sw} = [\cos(\alpha_{\omega_i} + \beta + \gamma) \quad \sin(\alpha_{\omega_i} + \beta + \gamma) \quad l \sin(\beta + \gamma)]$ um vetor linha. O comportamento dessa variável e, conseqüentemente, da roda sueca, muda drasticamente conforme γ varia. Considerando-se $\gamma = 0$ o componente nulo de velocidade está alinhado ao plano da roda. Considerando-se $\gamma = \pi/2$ os rolamentos têm eixos de rotação que são paralelos ao eixo de rotação da roda principal, se este valor for substituído por γ na equação (2.27) o resultado será a variável de escorregamento de uma roda padrão fixa. Por isso, neste trabalho assume-se que $\gamma = 0$ que concorda com a estrutura da roda mostrada na figura 1.1(b).

2.6 Atrito

O atrito e o desgaste não são propriedades intrínsecas dos materiais, mas sim características da interação desses materiais com variáveis operacionais do processo a que estão submetidos, sendo estes responsáveis, respectivamente, por dissipações de energia e matéria. O atrito é a resistência ao deslocamento e é produzido a partir da interação de sólidos em determinadas áreas de contato; enquanto que o desgaste é a perda progressiva de material da superfície de um corpo sólido que tem contato e se movimenta relativamente com outro corpo sólido, líquido ou gasoso (Zum-Gahr, 1987).

O fenômeno de atrito é altamente não linear e pode resultar em ciclos limites e desempenho pobre. Na maioria dos casos as forças de atrito presentes são uma combinação de algumas variedades de atrito, como o estático, o viscoso, e o *stiction*, conforme é apresentado na figura 2.8.

O atrito estático alcança seu valor máximo quando o arrastamento, entre duas superfícies, é eminente. Assim, o atrito estático equivale à máxima força necessária para iniciar o movimento relativo do corpo. O atrito que atua sobre o corpo quando este se movimenta de forma uniforme, é chamado de atrito deslizante ou cinético, também chamado de atrito de Coulomb. O atrito viscoso é o atrito que se observa quando um corpo desliza sobre uma superfície ou corpo, sendo este atrito proporcional à velocidade de deslizamento, como ilustrado na figura 2.8(a). Os coeficientes de atrito estático e por deslizamento dependem principalmente da natureza das superfícies em contato e da lubrificação do sistema. Imediatamente após o início do movimento, quando o sistema é lubrificado, a magnitude da força de atrito pode diminuir rapidamente. Este comportamento é ilustrado na figura 2.8(b), denominado efeito *Stiction*. Na figura 2.8(c) é mostrado o Efeito de *Stribeck*, que é o decréscimo na força de atrito a velocidades baixas.

2.6.1 Atrito dependente do Escorregamento

Note pela equação (2.13) que a força de atrito é responsável pela existência do movimento longitudinal da roda. Os modelos de atrito para rodas mais comuns

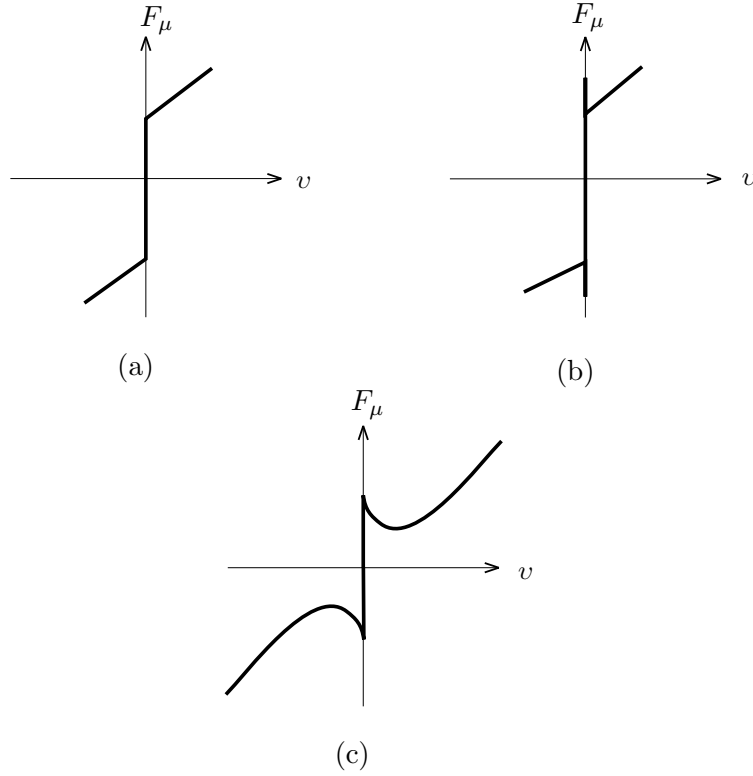


Figura 2.8: Exemplos de tipos de atrito: A força de atrito é dada pela função estática, exceto na velocidade nula. a) Atrito de Coulomb; b) atrito de Coulomb mais o efeito de *Stiction*; c) atrito de Coulomb mais o efeito de *Stiction* e de *Stribeck*

usados na literatura científica são os de relacionamento algébrico de força/escorregamento. Estes modelos de atrito são definidos como mapas sem memória ou como uma dinâmica entre a força de atrito na roda e o escorregamento $s(t)$ definido como

$$s(t) = \frac{v_\omega(t) - \bar{v}_\omega(t)}{\max[v_\omega(t), \bar{v}_\omega(t)]}, \quad (2.29)$$

sendo $v_\omega(t)$ a velocidade linear da roda em relação ao ponto de contato com a superfície de movimento, e que pode ser obtida a partir de sua velocidade angular tangencial, e $\bar{v}_\omega(t)$ a velocidade linear da roda em relação a um referencial externo, também chamada de velocidade aparente. O valor absoluto de escorregamento é definido pelo intervalo $[0,1]$. Quando $s(t) = 0$, não há escorregamento (rolamento puro), onde $s(t) = \pm 1$ indica completo escorregamento/derrapagem. Como resul-

tado disso, o coeficiente de escorregamento é positivo quando o veículo esta em movimento, e negativo quando o mesmo freia.

Os modelos existentes de força/escorregamento descrevem as formas de mapas estáticos $F : s(t) \rightarrow \mu(t)$, eles podem depender também da velocidade da roda $v_\omega(t)$, ou seja, $F : s(t) \times v_\omega(t) \rightarrow \mu(t)$, e variarem quando as características de contato (superfície) mudarem.

Um dos modelos mais conhecidos deste tipo é o de Pacejka (Canudas de Wit *et al.*, 2002; Bakker *et al.*, 1987; Bakker *et al.*, 1989). Este modelo tem sido aplicado em experimentos realizados sobre condições particulares de velocidades linear e angular constantes. O modelo de Pacejka é definido pela expressão chamada de *Fórmula Mágica*, que é dada por

$$y(x) = D \sin(C \tan^{-1}(Bx - E(Bx - \tan^{-1}(Bx)))) \quad (2.30)$$

sendo B , C , D e E os coeficientes de *Rigidez*, *Forma*, *Pico* e *Curvatura*, respectivamente (Olson *et al.*, 2003).

Para efeitos de simulações numéricas mais eficientes o modelo de Pacejka tem a forma

$$\mu_a(s, v, t) = [c_1(1 - e^{-c_2 s(t)}) - c_3 s(t)]e^{-c_4 v(t)}, \quad (2.31)$$

sendo c_1 , c_2 , c_3 e c_4 constantes.

Em um outro modelo, chamado de modelo de Burckhardt (Canudas de Wit *et al.*, 2002; Bakker *et al.*, 1987), é proposta uma independência em relação à velocidade, na forma

$$\mu_a(s, t) = c_1(1 - e^{c_2 s(t)}) - c_3 s(t), \quad (2.32)$$

sendo c_1 , c_2 e c_3 constantes. Uma relação típica entre o coeficiente de atrito, μ_a , e o escorregamento, s , depende da natureza da superfície e o material da roda. Uma relação típica é mostrada na figura 2.9².

²Para o chão úmido as características do slip se incrementam até um valor pico μ_p quando é atingido um 10% do slip e a força de freio atinge um 25%-50% da força vertical da carga. Para o chão seco isto acontece em um 20% do slip e quando é atingido um 70%-90% da força vertical da carga.

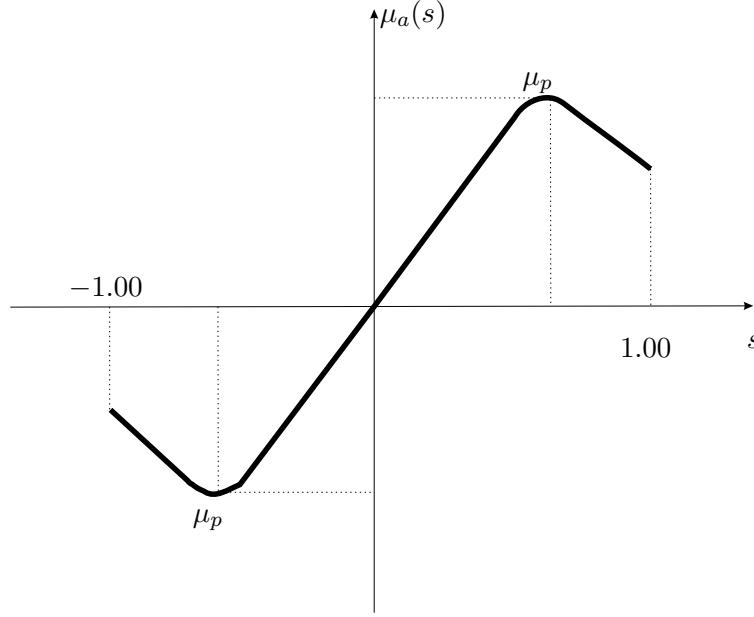


Figura 2.9: Curva μ_a versus s .

2.7 Dinâmica não linear da Base Móvel Holonômica com inclusão do Escorregamento

A base móvel é um sistema com 6 DOF. Três variáveis são para a configuração da base móvel com respeito ao marco global (posição e orientação) contidas no vetor $\mathbf{q}_i$ da equação 2.24 e as outras três variáveis para a configuração interna (orientação das rodas) denotadas no vetor $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T$. Sendo cada θ_i a posição angular da i -ésima roda³.

As forças externas são obtidas do torque τ_{m_i} de cada um dos motores e as forças de tração F_{μ_i} do contato de cada roda com a superfície. Então as forças generalizadas correspondem as coordenadas generalizadas e podem ser expressas como

$$\mathcal{F}_{\mathbf{q}} = \mathbf{Q}(\phi)\mathbf{F}_t \quad (2.33)$$

³Entende-se aqui que as variáveis dependem do tempo, t , a menos que referência contrária seja fornecida, ex: $v_{\omega_i}(t)$ é substituída por v_{ω_i} .

$$\mathcal{F}_\theta = \mathbf{\Gamma}_t - r_\omega \mathbf{F}_t \quad (2.34)$$

sendo que $\mathbf{\Gamma}_t = [\tau_{m_1} \tau_{m_2} \tau_{m_3}]^T \in \mathbb{R}^3$ o vetor de torques dos motores, $\mathbf{F}_t = [F_{\mu_1} F_{\mu_2} F_{\mu_3}]^T \in \mathbb{R}^3$ o vetor de forças de tração produzidas pelo atrito, r_ω o raio de cada roda e

$$\mathbf{Q}(\phi) = \begin{bmatrix} -\sin(\phi) & -\sin(\phi + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\phi + \frac{4\pi}{3}) \\ \cos(\phi) & \cos(\phi + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\phi + \frac{4\pi}{3}) \\ l & l & l \end{bmatrix}.$$

Podemos utilizar a formulação de *Euler-Lagrange* para a dinâmica do sistema da base móvel,

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\rho}_j} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \rho_j} = \mathcal{F}_j \quad (2.35)$$

sendo que

$$\rho_j \in \{x, y, \phi, \theta_1, \theta_2, \theta_3\}$$

e

$$\mathcal{F}_j \in \{\mathcal{F}_q(1), \mathcal{F}_q(2), \mathcal{F}_q(3), \tau_{m_1} - r_\omega F_{\mu_1}, \tau_{m_2} - r_\omega F_{\mu_2}, \tau_{m_3} - r_\omega F_{\mu_3}\}$$

segundo as equações (2.33) e (2.34). Aqui $\mathcal{L}$ é o Lagrangeano do sistema, e para este caso só depende da energia cinética,

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \left[M \left(\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 \right) + J \left(\frac{d\phi}{dt} \right)^2 + \sum_{j=1}^3 J_\omega \left(\frac{d\theta_j}{dt} \right)^2 \right] \quad (2.36)$$

sendo J o momento de inércia do robô, J_ω o momento de inércia de cada roda e M a massa do robô.

Substituindo as equações (2.36), (2.33) e (2.34) na equação (2.35) obtemos

$$\mathbf{M} \frac{d^2 \mathbf{q}_i}{dt^2} = \mathbf{Q}(\phi) \mathbf{F}_t \quad (2.37)$$

$$J_\omega \frac{d^2 \theta}{dt^2} = \mathbf{\Gamma}_t - r_\omega \mathbf{F}_t, \quad (2.38)$$

sendo

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & J \end{bmatrix}.$$

Cada força de tração pode ser expressa na forma $F_{\mu_i} = \mu_a(s_i)N_\mu$, sendo N_μ a força normal no ponto de contato da roda com a superfície para o escorregamento s_i da i -ésima roda usando os mapas vistos na seção 2.6.1.

2.7.1 Dinâmica não linear no Espaço das Variáveis de Estado $\mathbf{q}_i(t)$ e $\mathbf{s}(t)$

As equações (2.37) e (2.38) têm como variáveis de estado o par $(\mathbf{q}_i, \boldsymbol{\theta})$. Mas é possível investigar a dinâmica não linear usando o par independente de variáveis de estado $(\mathbf{q}_i, s)$. Isto fornece uma boa interpretação da dinâmica não linear.

Da expressão (2.29) podemos escrever

$$s_i = \frac{1}{\bar{v}_{\omega_i}} \left[r_\omega \frac{d\theta_i}{dt} - \bar{v}_{\omega_i} \right] \quad (2.39)$$

sendo $\bar{v}_{\omega_i}$ a velocidade linear aparente da i -ésima roda com respeito ao marco global. Por outra parte temos, segundo a expressão (2.20), que

$$\bar{\mathbf{v}}_\omega = \mathbf{A}^{-1}\bar{\mathbf{v}} = \mathbf{A}^{-1}\frac{d\mathbf{q}_i}{dt}, \quad (2.40)$$

com

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{TR}_r^i(\phi) \quad (2.41)$$

e

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & l \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & l \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & l \end{bmatrix}.$$

Conseqüentemente

$$\frac{d\bar{\mathbf{v}}_\omega}{dt} = \mathbf{TR}_r^i \frac{d^2\mathbf{q}_i}{dt^2} + \frac{d\phi}{dt} \mathbf{T} \frac{d\mathbf{R}_r^i}{dt} \frac{d\mathbf{q}_i}{dt},$$

substituindo a equação (2.37),

$$\frac{d\bar{\mathbf{v}}_\omega}{dt} = \mathbf{TR}_r^i \mathbf{M}^{-1} \mathbf{Q}(\phi) \mathbf{F}_t + \frac{d\phi}{dt} \mathbf{T} \frac{d\mathbf{R}_r^i}{dt} \frac{d\mathbf{q}_i}{dt}. \quad (2.42)$$

A equação (2.40) pode ser transformada ao espaço de $\mathbf{s}$ derivando a expressão (2.39) para a i -ésima roda,

$$\begin{aligned} \frac{ds_i}{dt} &= \frac{1}{\bar{v}_{\omega_i}} \left[r_\omega \frac{d^2\theta_i}{dt^2} - \frac{d\bar{v}_{\omega_i}}{dt} \right] - \frac{1}{\bar{v}_{\omega_i}^2} \left[r_\omega \frac{d\theta_i}{dt} - \bar{v}_{\omega_i} \right] \frac{d\bar{v}_{\omega_i}}{dt} \\ &= \frac{1}{\bar{v}_{\omega_i}^2} \left[r_\omega \frac{d^2\theta_i}{dt^2} \bar{v}_{\omega_i} - r_\omega \frac{d\theta_i}{dt} \frac{d\bar{v}_{\omega_i}}{dt} \right], \end{aligned}$$

e usando a equação (2.38),

$$\frac{ds_i}{dt} \bar{v}_{\omega_i}^2 = r_\omega \left(\frac{\tau_{m_i} - r_\omega F_{\mu_i}}{J_\omega} \right) \bar{v}_{\omega_i} - \bar{v}_{\omega_i} (s_i + 1) \frac{d\bar{v}_{\omega_i}}{dt}, \quad (2.43)$$

$$\frac{ds_i}{dt} \bar{v}_{\omega_i} = \left[\left(\frac{r_\omega}{J_\omega} \right) \tau_{m_i} - \left(\frac{r_\omega^2}{J_\omega} \right) F_{\mu_i} - (s_i + 1) \frac{d\bar{v}_{\omega_i}}{dt} \right].$$

Definindo o vetor $\mathbf{s} = [s_1 \ s_2 \ s_3]^T$ para os escorregamentos, usando (2.42) e resumindo em forma de matriz para as três rodas da base móvel,

$$\mathbf{V}_\omega \frac{d\mathbf{s}}{dt} = \frac{r_\omega}{J_\omega} \left[\mathbf{\Gamma}_t - \mathbf{M}^*(\mathbf{s}) \mathbf{M}^{-1} \mathbf{Q}(\phi) \mathbf{F}_t - \mathbf{N}^* \frac{d\mathbf{q}_i}{dt} \right], \quad (2.44)$$

sendo

$$\mathbf{N}^* = \frac{d\phi}{dt} \frac{J_\omega}{r_\omega} (\mathbf{S} + \mathbf{I}) \mathbf{T} \frac{d\mathbf{R}_r^i}{dt},$$

$$\mathbf{M}^*(\mathbf{s}) = l \mathbf{Q}^{-1}(\phi) \mathbf{M} + \frac{J_\omega}{r_\omega} (\mathbf{S} + \mathbf{I}) \mathbf{TR}_r^i,$$

$$\mathbf{S} = \text{diag}(\mathbf{s}),$$

$$\mathbf{V}_\omega = \text{diag}(\bar{\mathbf{v}}_\omega).$$

Assim a dinâmica não linear do sistema no espaço das variáveis $\mathbf{q}_i$ e $\mathbf{s}$ é dada por

$$\Sigma \triangleq \begin{cases} \mathbf{M} \frac{d^2 \mathbf{q}_i}{dt^2} = \mathbf{Q}(\phi) \mathbf{F}_t \\ \mathbf{V}_\omega \frac{d\mathbf{s}}{dt} = \frac{r_\omega}{J_\omega} \left[\Gamma_t - \mathbf{M}^*(\mathbf{s}) \mathbf{M}^{-1} \mathbf{Q}(\phi) \mathbf{F}_t - \mathbf{N}^* \frac{d\mathbf{q}_i}{dt} \right] \end{cases},$$

ou ainda, substituindo a transformação (2.40),

$$\bar{\Sigma} \triangleq \begin{cases} \mathbf{M} \mathbf{A} r \frac{d\bar{\omega}_\omega}{dt} = \mathbf{Q}(\phi) \mathbf{F}_t \\ \mathbf{V}_\omega \frac{d\mathbf{s}}{dt} = \frac{r_\omega}{J_\omega} \left[\Gamma_t - \mathbf{M}^*(\mathbf{s}) \mathbf{M}^{-1} \mathbf{Q}(\phi) \mathbf{F}_t - \mathbf{N}^* \frac{d\mathbf{q}_i}{dt} \right] \end{cases}. \quad (2.45)$$

sendo $\bar{\omega}_\omega = [\bar{\omega}_{\omega_1} \ \bar{\omega}_{\omega_2} \ \bar{\omega}_{\omega_3}]^T$.

De acordo com o dito na seção 2.5.1 podemos aproximar o sistema $\bar{\Sigma}$ a um sistema multivariável não acoplado. Fato que reduz a complexidade para projetar uma estrutura de controle de velocidade no espaço dos atuadores.

Assim, seja $\bar{\Sigma}_{i,d}$ o modelo espaço-estado discreto para o i -ésimo sistema SISO definido pelas funções não lineares f e g . Seja $\mathbf{x}_i(k) = [\bar{\omega}_{\omega_i}(k) \ s_i(k)]^T$ o vetor de estado, $y_i(k) = \bar{\omega}_{\omega_i}(k)$ a saída e $u_i(k) = \delta_i(k)$ a entrada do i -ésimo sistema. Assim,

$$\bar{\Sigma}_{i,d} \triangleq \begin{cases} \mathbf{x}_i(k+1) = f[\mathbf{x}(k), u_i(k)] \\ y_i(k) = g[\mathbf{x}(k)], \end{cases} \quad (2.46)$$

considerando $\{\mathbf{x}_i(k)\}$, $\{u_i(k)\}$, $\{y_i(k)\}$ seqüências discretas no instante k , sendo que $\mathbf{x}(\cdot) \in \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}^2$, $u(\cdot) \in \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}$, $y(\cdot) \in \mathcal{Y} \subseteq \mathbb{R}$ com $f : \mathbb{R}^{2 \times 1} \rightarrow \mathbb{R}^2$, $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ e $f(\cdot, \cdot), g(\cdot) \in C^\infty$.

2.8 Sumário

Neste capítulo foram apresentados conceitos importantes para a abordagem dos capítulos seguintes. A seção 2.1 apresentou uma introdução geral do conceito

“sistema” e suas formas de representação. A seção 2.2 apresentou as não linearidades presentes na entrada do sistema. A seção 2.3 considera o acionamento dos motores elétricos de CC e um análise da sua dinâmica. A seção 2.4 apresentou o modelo matemático dos atuadores da base móvel. A seção 2.5 mostra o modelo dinâmico da base móvel incluindo os atuadores, considerando a cinemática e suas restrições no espaço de trabalho. A seção 2.6 apresentou uma definição do atrito, suas causas, alguns modelos estáticos para sua modelagem e sua dependência do escorregamento explicada com mapas em $\mathbb{R}^2$. A seção 2.7 analisa a dinâmica não linear da base móvel considerando o escorregamento como uma não linearidade no espaço de estados do sistema.

Capítulo 3

Controle de Velocidade e Implementação com RNA

Este capítulo apresenta a teoria de controle de velocidade com compensação de escorregamento em sistemas mecânicos baseado nos modelos de controle com redes neurais e as condições de rolamento ideal. Neste capítulo usa-se os conceitos de controle baseados em redes neurais necessários para entender os objetivos do projeto de controle e para compensar o efeito do escorregamento.

3.1 Introdução

NOS últimos anos, a identificação de sistemas dinâmicos usando redes neurais artificiais (**RNAs**) tem sido uma linha de pesquisa que tem provocado entusiasmo entre pesquisadores. O principal objetivo desta linha de pesquisa é a obtenção de equivalentes artificiais dos sistemas cerebrais que controlam e gerenciam o corpo humano e de outros animais, para aplicações em sistemas diversos.

Vários modelos para células nervosas e suas formas de organização têm sido desenvolvidos. McCulloch e Pitts (1943) propuseram um modelo de **RNA**, concebido como uma soma de entradas modificadas por pesos e com a saída assumindo uma

forma binária, dependendo da soma estar abaixo ou acima de algum valor de disparo (função de ativação). Este modelo foi posteriormente modificado com a saída contínua, limitada e diferenciável (Rumelhart *et al.*, 1986). Uma estrutura adotada atualmente, e muito usada, é em forma de rede e conhecida como *multi-layer feed-forward perceptron* (**MLP**) principalmente após ter sido provada como sendo um modelo matemático de um aproximador universal para algumas configurações de rede (Cybenko, 1989; Hornik *et al.*, 1989; Mhaskar, 1992; Barron, 1993). Este modelo de rede possui parâmetros que podem ser ajustados com base em algum critério de desempenho para que a rede trabalhe com o comportamento desejado.

Existem vários métodos ou algoritmos de estimação de parâmetros que podem ser aplicados a modelos matemáticos. Usualmente estes modelos são baseados em algum método de otimização bem estabelecido conceitualmente. Existem duas metodologias para o desenvolvimento de tais métodos: uma baseada no uso do vetor gradiente; e outra baseada no uso da matriz hessiana. Os métodos baseados no vetor gradiente requerem um esforço computacional relativamente pequeno, enquanto que os métodos baseados na matriz hessiana requerem uma elevada demanda computacional. A elevada demanda computacional imposta pelos métodos baseados na matriz hessiana derivam da necessidade de manipular conjuntamente a inversão da matriz hessiana e todas as tarefas que envolvem o método do gradiente. Na prática, os métodos baseados na matriz hessiana podem atingir uma solução em um menor número de interações que os métodos baseados no vetor gradiente, isto não significa que essa solução seja atingida em tempo menor (veja Robitaille *et al.* (1996) para mais detalhes sobre este tópico).

Para aplicações *on-line* (i.e., com ajustes de parâmetros em tempo real), a demanda computacional imposta pelos métodos baseados na matriz hessiana pode limitar o seu uso em sistemas em que as redes neurais possuem o método de ajuste de parâmetros incorporado e sendo executado em tempo real. Isto pode ocorrer quando o *hardware* não possui a capacidade de processamento necessária para executar todos os procedimentos demandados pelo algoritmo. Em modelos de **RNAs**, os procedimentos para ajustar os parâmetros são conhecidos como aprendizagem (*learning*). O procedimento de aprendizagem do tipo *back-propagation*, que produz em sua saída o vetor gradiente para ajustar os pesos, aplicado inicialmente à rede

MLP por Rumelhart *et al.* (1986) é o mais conhecido e usado até o momento.

3.2 Redes Neurais para o Controle não linear

Modelos de sistemas dinâmicos e seus inversos tem sido de grande utilidade para o controle. Na literatura relacionada existe uma considerável quantidade de estruturas para o controle de sistemas com não linearidades, uma parte delas usando redes neurais configuradas e treinadas com técnicas *on-line* e *off-line*.

Uma metodologia de controle baseada no modelo inverso está construída ligando em série uma aproximação do modelo inverso do sistema em cascata com o sistema real. Assim, os resultados do sistema composto podem ser vistos como um mapeamento entre a resposta desejada e a saída do sistema controlado. Substituindo esse modelo inverso por uma rede neural, o controlador fica dependente do conjunto de parâmetros ou pesos sinápticos. Ainda assim esta metodologia requer um grau de robustez do modelo inverso usado como controlador (Hunt *et al.*, 1992). Para propósitos gerais o grau de robustez pode ser atribuído ao efeito da realimentação, assim a metodologia do modelo inverso pode ser estendida ao uso da aprendizagem *on-line* ou mesmo dizer que os parâmetros do modelo inverso podem ser ajustados durante o processo de controle.

3.2.1 Controle por modelo de Referência

Aqui a resposta do sistema em laço fechado é especificado por um modelo estável de referência que é definido pelo par $\{r(t), y^r(t)\}$. O sistema de controle tenta fazer a saída da planta $y_i(t)$ assintótica à saída do modelo de referência $y^r(t)$, ou ainda

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|y^r(t) - y_i(t)\| \leq \epsilon, \quad (3.1)$$

sendo $\epsilon \geq 0$ uma constante.

Durante 20 anos duas distintas formas de controle adaptativo têm sido usadas para o controle de sistemas não lineares adaptativamente: O *controle direto* e o *controle indireto*. No controle direto os parâmetros do controlador são ajustados para

reduzir a norma do erro de saída. No controle indireto os parâmetros do sistema são estimados e com estes são calculados os parâmetros do controlador assumindo que esses parâmetros sejam os valores verdadeiros do sistema. Geralmente são considerados métodos de controle indireto, sendo usado um método de identificação com redes neurais para aproximar o comportamento do sistema real, chamado de Modelo *Input-Output*. Usando este modelo são ajustados os parâmetros do controlador de forma *off-line*. Na figura 3.1 é apresentada a estrutura para controle adaptativo indireto não linear usando redes neurais. A planta aqui é o sistema SISO associado

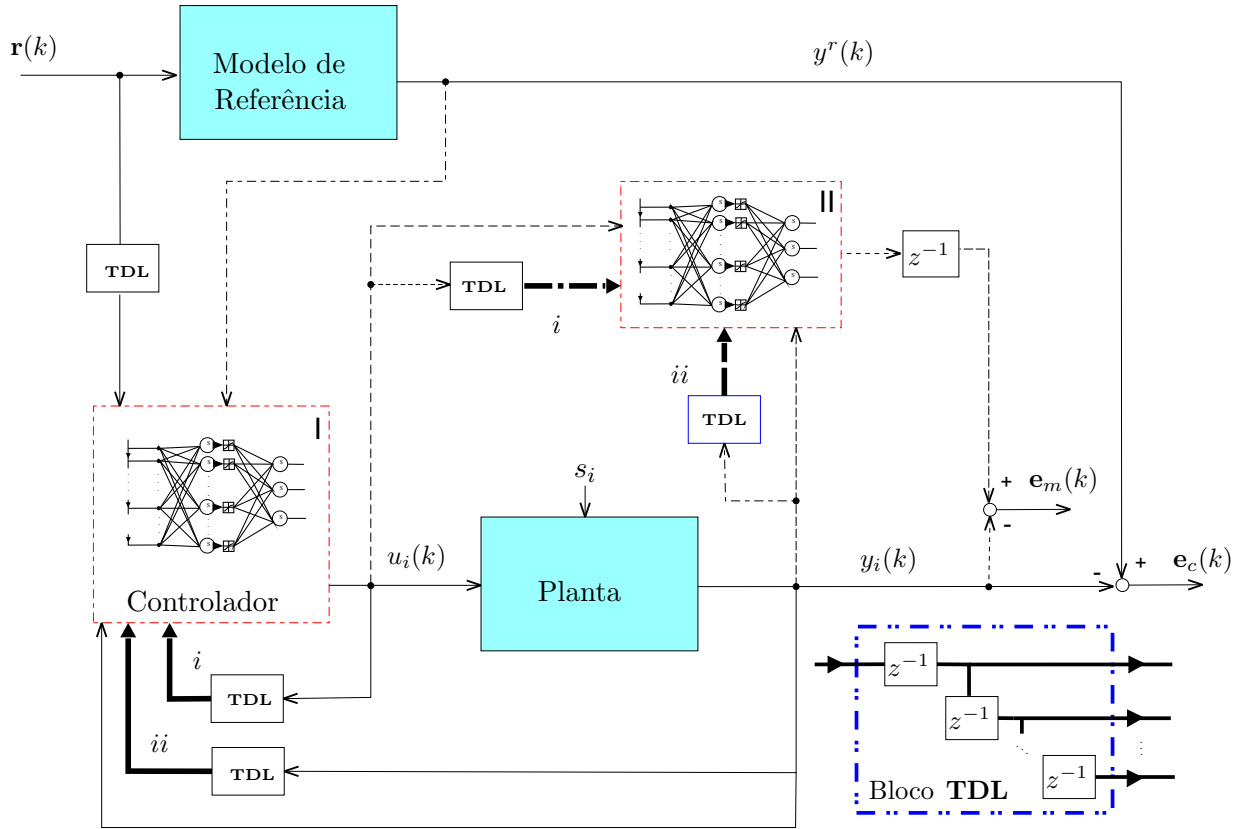


Figura 3.1: Estrutura de controle indireto com modelo de referência usando Redes Neurais.

a cada atuador. Nesta estrutura o erro de controle definido como $e_c(k)$ é usado para treinar a rede neural I que atua como o controlador. A rede neural II se encarrega de aproximar o comportamento da Planta usando o conjunto de regressores da saída

$y_i(k)$ e da entrada $u_i(k)$, que incluem os comportamentos não lineares do sistema. Cada bloco **TDL** (do inglês *Tapped Delay Line*) é encarregado de gerar os regressores. O erro definido como $e_m(k)$ indica quanto o modelo aproximado por II parece com o sistema real.

Esta estrutura de controle está relacionada ao treinamento do modelo inverso das dinâmicas não desejadas, ou mesmo dizer que o processo de treinamento obrigará à rede neural a gerar ações de controle de acordo com a dinâmica imposta pelo modelo de referência para atenuar a não linearidade na saída (como no nosso caso: o escorregamento na velocidade angular de cada roda). Aqui $\mathbf{r}(k)$ é o sinal que excita o sistema contido no modelo de referência que cumpre as condições de rolamento ideal e que indica a saída desejada (velocidade angular). As linhas de pontos indicam ligações *off-line* necessárias para o treinamento do controlador.

Do processo de identificação feito com a rede neural II depende um bom ajuste dos parâmetros do controlador. Assim o problema chave nesta estrutura é obter o mecanismo de ajuste dos parâmetros que leve a diferença apresentada em (3.1) a zero em um número limitado de iterações. Em aplicações comuns o método usado pode ser baseado na regra de atualização do vetor gradiente. A idéia é usar a função de erro quadrático médio $e_r^2(\mathbf{w})$ como um indicador de custo computacional e reduzir seu valor ajustando os pesos sinápticos relacionados à saída da rede neural, $\mathbf{w} = (w_{i,j,k})$, na direção de uma ladeira descendente desta função, ou ainda que

$$\frac{d\mathbf{w}}{dt} = -\alpha \frac{\partial}{\partial \mathbf{w}} e_r^2(\mathbf{w}) \quad (3.2)$$

sendo α uma constante conhecida como o *momentum* ou *ganho de adaptação*.

Na maioria dos casos onde se requer um neuro-controlador a idéia é projetar um modelo que transforme a dinâmica não linear do sistema numa dinâmica linear por cancelamento de não linearidades. Neste capítulo é apresentada a estrutura de identificação usando redes neurais baseada no modelo NARMA-L2 e mostrado como uma rede neural pode ser usada para projetar um controlador adaptativo baseado em redes neurais recorrentes usando um modelo de referência que inclua as condições de rolamento puro para cada roda.

3.3 Modelo NARMA-L2

O modelo NARMA-L2 é uma variante do modelo NARMA¹ que tem sido uma boa opção para o problema de identificação de sistemas não lineares usando somente dados da entrada e saída do sistema quando as funções que descrevem as equações do espaço-estado são desconhecidas. Na maioria dos casos os modelos NARMA são um conjunto de equações complexas que são aproximadas a modelos ARMA (do inglês *Auto-Regressive Moving Average*) que melhoram a compreensão do comportamento do sistema usando magnitudes pequenas da entrada. Até o momento têm sido introduzidos os modelos NARMA-L1 e NARMA-L2 que permitem trabalhar com magnitudes maiores da entrada (Narendra e Parthasarathy, 1990). No nosso caso, para cada sistema $\bar{\Sigma}_{i,d}$ da forma (2.46) pode-se derivar um modelo NARMA.

Um fato importante no momento de fazer controle de um sistema como a base móvel é saber quais variáveis do sistema são acessíveis. Uma ferramenta muito útil que fornece esta informação é o modelo de espaço-estado $\bar{\Sigma}_{i,d}$ definindo em (2.46). Caracterizando as funções $f(\cdot, \cdot)$ e $g(\cdot)$ do modelo espaço-estado o problema de controle fica ligado às três condições seguintes:

- (i) As funções $f(\cdot, \cdot)$ e $g(\cdot)$ são conhecidas e o estado $\mathbf{x}(k)$ é acessível.
- (ii) As funções $f(\cdot, \cdot)$ e $g(\cdot)$ são desconhecidas e o estado $\mathbf{x}(k)$ é acessível.
- (iii) As funções $f(\cdot, \cdot)$ e $g(\cdot)$ são desconhecidas e só a entrada $u(k)$ e a saída $y(k)$ do sistema são acessíveis.

Se o escorregamento é analisado nos dois espaços definidos pelos pares $(\mathbf{q}_i, \mathbf{s})$ e $(\mathbf{q}_i, \boldsymbol{\theta})$ (ver seção 2.7.1 do capítulo 2) os resultados são duas estruturas diferentes para o modelo de referência usado na estrutura de controle adaptativo com **RNAs**. Se o escorregamento é analisado no espaço definido pelo par $(\mathbf{q}_i, \mathbf{s})$ o resultado é que as funções $f(\cdot, \cdot)$ e $g(\cdot)$ são desconhecidas, mas o estado $\mathbf{x}_i(k)$ não é acessível. Isto

¹O modelo NARMA (do inglês *Nonlinear Auto-Regressive Moving Average*) é uma descrição do comportamento *Input-Output* do sistema numa vizinhança $\|\boldsymbol{\delta} - \boldsymbol{\delta}_0\| < \epsilon$ sendo $\boldsymbol{\delta}_0$ o ponto de equilíbrio e ϵ uma constante dentro de um espaço finito dimensional de uma planta discreta no domínio do tempo.

porque o escorregamento é considerado uma perturbação modelada por um sinal não determinístico. De fato só conhecemos a entrada $u_i(k)$ e a saída $y_i(k)$ para cada sistema SISO. Por outro lado podemos considerar as funções $f(\cdot, \cdot)$ e $g(\cdot)$ como conhecidas segundo as equações (2.37) e (2.44) da seção 2.7.1 para estabelecer as condições de rolamento puro no modelo de referência da estrutura de controle.

Como os escorregamentos $s_i(t)$ não são acessíveis e as funções $f(\cdot)$ e $g(\cdot)$ são desconhecidas, o sistema é um claro exemplo de um modelo *Input-Output* que pode ser derivado de (2.46).

Por outro lado, pode-se mostrar que

$$\mathbf{x}_i(k) = \bar{h}[\mathbf{Y}_n(k), \mathbf{U}_{n-1}] \quad (3.3)$$

em uma vizinhança do estado de equilíbrio, (sendo $\mathbf{Y}_n(k)$ a sequência de saída $y_i(k), y_i(k+1), \dots, y_i(k+n-1)$ e $\mathbf{U}_{n-1}(k)$ a sequência de entrada $u_i(k), u_i(k+1), \dots, u_i(k+n-2)$), $\bar{h} : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^{n-1} \rightarrow \mathbb{R}^n$ é uma função diferenciável e suavizada se $\frac{\partial \mathbf{Y}_n(k)}{\partial \mathbf{x}_i(k)}$ é não singular para $\mathbf{x}_i = \mathbf{0}$ e $\mathbf{U}_{n-1} = \mathbf{0}$. Assim,

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i(k+n) &= h[\mathbf{Y}_n(k), \mathbf{U}_n(k)] \\ &= h[y_i(k), y_i(k+1), \dots, y_i(k+n-1), \\ &\quad u_i(k), u_i(k+1), \dots, u_i(k+n-1)] \end{aligned}$$

sendo $h : \mathbb{R}^{2n} \rightarrow \mathbb{R}^n$ uma função suavizada e $\mathbf{U}_n(k)$ a sequência de entrada $u_i(k), u_i(k+1), \dots, u_i(k+n-1)$ (Narendra e Parthasarathy, 1990). Da expressão anterior e sabendo que $y_i(k+n) = g[\mathbf{x}_i(k+n)]$ o modelo NARMA pode ser

$$y_i(k+1) = F[y_i(k), y_i(k-1), \dots, y_i(k-n+1), u_i(k), u_i(k-1), \dots, u_i(k-n+1)]. \quad (3.4)$$

Definição 1. Se

$$\frac{\partial (g \circ f_\varepsilon^k \circ f(\mathbf{x}, u_i))}{\partial u_i} \begin{cases} = 0, & 0 \leq k \leq d-2 \\ \neq 0, & k = d-1 \end{cases},$$

em uma vizinhança Ω do estado de equilíbrio, sendo f_ε quem denota a dinâmica de

$f(\cdot, \cdot)$ e f_ε^k a composição de f k -vezes iterada, então se diz que o sistema tem *grau de relatividade* d .

A definição 1 permite inserir então o conceito de grau de relatividade usando uma nova representação para o modelo *Input-Output* do sistema $\bar{\Sigma}_{i,d}$ segundo o modelo NARMA e pode ser escrito como

$$y(k+d) = \bar{F}[y_i(k), y_i(k-1), \dots, y_i(k-n+1), u_i(k), u_i(k-1), \dots, u_i(k-n+1)]. \quad (3.5)$$

O modelo NARMA-L2 é derivado da expansão em series de Taylor de $\bar{F}$ na equação (3.5) em um domínio compacto $(Y, U) \in \mathcal{K}_Y \times \mathcal{K}_U$ sendo $\mathcal{K}_Y \times \mathcal{K}_U$ um subconjunto compacto de $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$. A expansão é feita ao redor de $y_i(k), y_i(k-1), \dots, y_i(k-n+1), u_i(k) = 0, u_i(k-1), u_i(k-2), \dots, u_i(k-n+1)$. Se $\|u_i(k)\|$ é suficientemente pequeno então o modelo NARMA-L2 é definido como

$$\begin{aligned} y(k+d) = & \bar{f}_0[y_i(k), y_i(k-1), \dots, y_i(k-n+1), \\ & u_i(k-1), u_i(k-2), \dots, u_i(k-n+1)] \\ & + \bar{g}_0[y_i(k), y_i(k-1), \dots, y_i(k-n+1), \\ & u_i(k-1), u_i(k-2), \dots, u_i(k-n+1)]u_i(k), \end{aligned} \quad (3.6)$$

sendo

$$\begin{aligned} \bar{f}_0[y_i(k), y_i(k-1), \dots, y_i(k-n+1), u_i(k-1), u_i(k-2), \dots, u_i(k-n+1)] &\triangleq \\ \bar{F}[y_i(k), y_i(k-1), \dots, y_i(k-n+1), 0, u_i(k-1), u_i(k-2), \dots, u_i(k-n+1)], \end{aligned}$$

e

$$\bar{g}_0 \triangleq \left. \frac{\partial \bar{F}}{\partial u(k)} \right|_{(y_i(k), \dots, y_i(k-n+1), u_i(k)=0, u_i(k-1), \dots, u_i(k-n+1))}.$$

3.3.1 Identificação dos atuadores da Base Móvel usando o Modelo NARMA-L2

Recentemente o uso das redes neurais têm sido uma importante ferramenta na identificação de sistemas não lineares que facilitam a estrutura analítica por ser linear nos parâmetros na maioria dos casos e porque usam superposição de

funções especiais para aproximar comportamentos não lineares garantindo modelos mais simples. Desta maneira as redes neurais tem sido consideradas ferramentas de aproximação universal.

O teorema 1 do apêndice A permite concluir que as **RNAs** com funções de ativação sigmoidal na camada oculta permitem aproximar qualquer tipo de função contínua com uma precisão arbitrariamente relacionada com o número de nodos ou tamanho dos pesos sinápticos.

O modelo NARMA-L2 é usado fazendo uso das capacidades das **RNAs** para aproximar não linearidades. A equação (3.6) pode ser modificada para objetivos práticos pelo modelo

$$\begin{aligned}
y(k+d) = & \bar{f}_0[y_i(k), y_i(k-1), \dots, y_i(k-n+1), \\
& u_i(k), u_i(k-1), u_i(k-2), \dots, u_i(k-n+1)] \\
& + \bar{g}_0[y_i(k), y_i(k-1), \dots, y_i(k-n+1), \\
& u_i(k), u_i(k-1), u_i(k-2), \dots, u_i(k-n+1)]u_i(k+1),
\end{aligned} \tag{3.7}$$

sendo $d \geq 2$. Aqui $y_i(k)$ representa o valor de velocidade angular aparente da roda $\bar{\omega}_{\omega_i}(k)$ e $u_i(k)$ representa a largura do pulso $\delta_i(k)$. A figura 3.2 mostra uma estrutura de identificação usando o modelo NARMA-L2.

O valor de n indica o número de regressores usados no modelo para estimar as funções $\bar{f}_0(\cdot)$ e $\bar{g}_0(\cdot)$. Geralmente este modelo pode utilizar tantos regressores para entrada como para a saída, mas o razão que permite levar uma boa decisão sobre o uso deles esta em que as **RNAs** façam uma boa aproximação do comportamento de cada sistema SISO incluindo o comportamento das não linearidades. Cada um destes conjuntos de regressores são indicados na figura 3.2 por **TDL**_(n-1). Cada bloco cinza é uma representação das funções $\bar{f}_0(\cdot)$ e $\bar{g}_0(\cdot)$. Os pesos sinápticos são indicados pelas matrizes da forma $\mathbf{W}_{i,j}$ e $\sigma_1(\cdot)$ e $\sigma_2(\cdot)$ representam as funções de ativação sigmoidais.

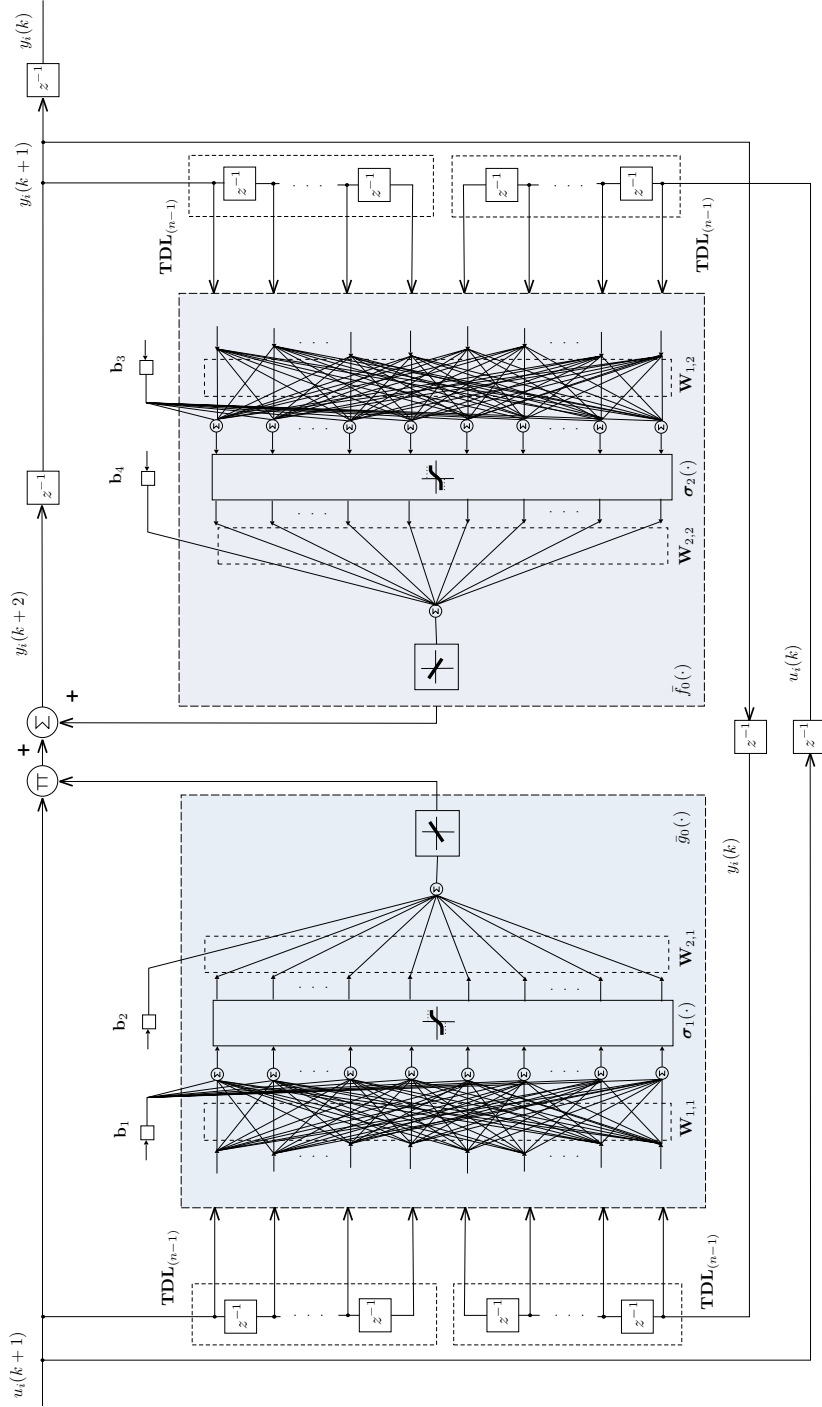


Figura 3.2: Estrutura para identificação de cada atuador usando o modelo NARMA-L2.

3.3.2 Modelo aproximado dos atuadores usando RNAs

A seguir é feita a identificação de um atuador usando uma arquitetura em blocos feita no *Simulink*/MATLAB® e a estrutura apresentada na figura 3.2, com funções de ativação do tipo sigmoidal na sua camada oculta. As funções $\bar{f}_0(\cdot)$ e $\bar{g}_0(\cdot)$ são aproximadas por uma rede neural da forma 5-13-1 (5 entradas, uma camada oculta de 13 neurônios e 1 saída) como vê-se na figura 3.3.

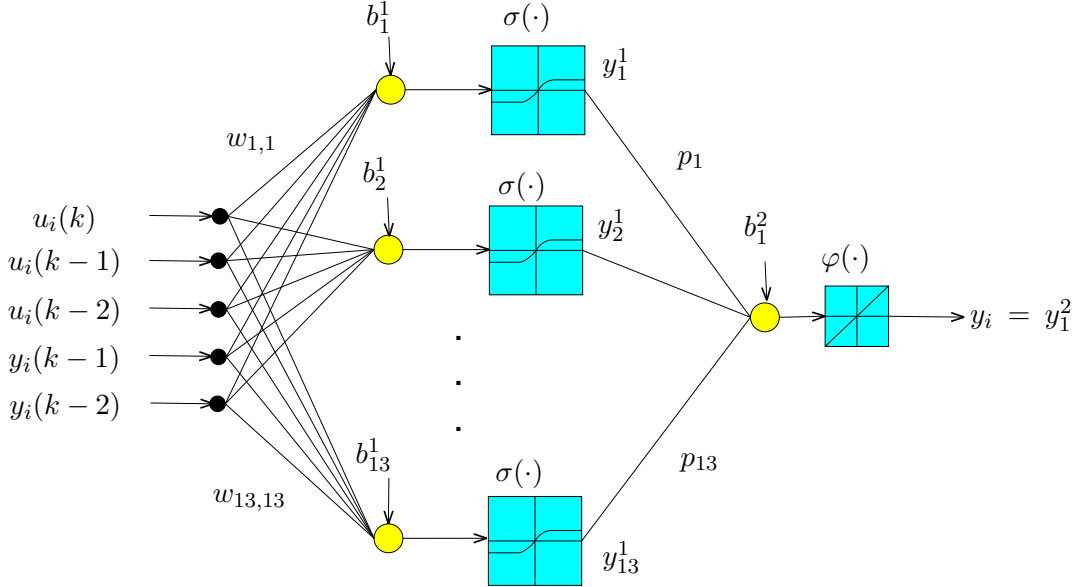


Figura 3.3: RNA com uma camada oculta implementada para identificação das funções não lineares $\bar{f}_0(\cdot)$ e $\bar{g}_0(\cdot)$.

Defina-se as entradas como:

$$x_1 = u_i(k),$$

$$x_2 = u_i(k-1),$$

$$x_3 = u_i(k-2),$$

$$x_4 = y_i(k-1),$$

$$x_5 = y_i(k-2).$$

De acordo com a expressão (A.1) do Apêndice A podemos escrever a estrutura da rede neural da figura 3.3 como

$$\begin{aligned}
y_1^1 &= \sigma\left(\sum_{j=1}^5 w_{1j}x_j + b_1^1\right) \\
y_2^1 &= \sigma\left(\sum_{j=1}^5 w_{2j}x_j + b_2^1\right) \\
&\vdots \\
y_{13}^1 &= \sigma\left(\sum_{j=1}^5 w_{13j}x_j + b_{13}^1\right)
\end{aligned} \tag{3.8}$$

$$y_1^2 = \varphi\left(\sum_{j=1}^{13} p_{1j}y_j^1 + b_1^2\right) \tag{3.9}$$

ou definindo

$$X = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]^T,$$

$$b = [b_1^1 \ b_2^1 \ \dots \ b_{13}^1]^T,$$

$$W = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} & \dots & w_{15} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} & \dots & w_{25} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} & \dots & w_{35} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{13,1} & w_{13,2} & w_{13,3} & \dots & w_{13,5} \end{bmatrix},$$

$$P = [p_1 \ p_2 \ p_3 \ \dots \ p_{13}]^T,$$

podemos escrever em forma de matriz como

$$y_1^2 = \varphi(P(\sigma(WX_1 + b)) + b_1^2). \tag{3.10}$$

Os valores w_{ij} , para $i=1,2,\dots,13$ (i -ésimo neurônio) e $j=1,2,\dots,5$ (j -ésima entrada), são os pesos sinápticos da camada oculta e p_k , para $k=j=1,2,\dots,13$ (k -ésimo

neurônio da camada oculta), são os pesos sinápticos da camada de saída; $\sigma(\cdot)$ é uma função sigmoidal definida como

$$\sigma(x) = \frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}} \quad (3.11)$$

conhecida como *Tangente Sigmoidal* que cumpre com as condições ditas na definição 2. A função $\varphi(\cdot)$ é a função identidade ou linear $\varphi(x) = x$.

Para aproximar adequadamente as funções $\bar{f}_0(\cdot)$ e $\bar{g}_0(\cdot)$ os pesos sinápticos das estruturas da forma (3.10) são ajustadas usando o algoritmo de otimização de Levenberg-Marquardt (ver o Apêndice B) aplicado numa estrutura de aprendizado do tipo *Back-propagation*. Neste processo de identificação, o sistema deve ser experimentado através da aplicação de entradas adequadas e da observação das saídas correspondente (e/ou das variáveis de estado observáveis). Os dados de identificação assim obtidos serão utilizados na detecção de não linearidades e no ajuste dos pesos sinápticos de cada rede neural. Os dados utilizados na identificação devem conter informações sobre o sistema que será modelado (Aguirre, 2000). Assim, o sinal de excitação deve apresentar espectro suficientemente amplo em frequência e amplitude de tal forma que excursione o sistema pelos regimes dinâmicos de interesse, incluindo os efeitos não lineares como nosso caso.

Para este procedimento é preciso determinar o período adequado para a amostragem do sinal de interesse. Mas, como acontece em toda aplicação, as considerações teóricas estão ligadas às limitações técnicas fornecidas pelos fabricantes dos dispositivos mecânicos e eletrônicos usados no robô².

A seção 1.1 apresentou como uma limitação técnica o fato de que o subsistema de detecção digital de velocidade que usa o Axebot tem um tempo mínimo de atualização de 10 ms. As razões para o uso desta taxa de amostragem também foram consideradas para o nosso processo de identificação. Como primeira razão temos que para cada encoder a máxima frequência de operação é de 20 kHz, que fica fora do espectro audível humano, assim, quando este mesmo valor é configurado na frequência PWM da placa BRAINSTEM MOTO 1.0 podemos garantir uma operação tranqüila

²No apêndice D são apresentadas as características técnicas em termos de resposta de cada dispositivo usado no sistema de locomoção do Axebot.

do motor, caso contrario algumas vibrações podem aparecer durante a locomoção da base e adicionar ruído às medições de velocidade feitas pelos encoders. Para uma frequência de 20 kHz temos que o período mínimo de operação do encoder é de 50 μs , quase o 77.8% da constante de resposta na dinâmica dos motores, o que dificulta obter informação suficiente sobre o transitório da resposta dos motores e fazendo com que o termo $\frac{di(t)}{dt}$ em (2.6) seja quase zero.

Por outra parte, a base de tempo pré-configurada na placa BRAINSTEM MOTO 1.0 é de 0.1 ms , o que quer dizer que esse é o tempo entre as amostras que são encaminhadas às entradas A/D do microcontrolador PIC18C252. Como esse tempo é o dobro do período mínimo do encoder poderíamos dizer que se 0.1 ms fosse a taxa de amostragem usada pelo nosso sistema de detecção digital de velocidade por cada dois pulsos do encoder teríamos um dado válido de velocidade (aqui é claro que o termo $\frac{di(t)}{dt}$ em (2.6) é desconsiderado). Mas, para uma taxa de amostragem de 0.1 ms um controlador baseado em redes neurais vai precisar de mais neurônios na camada oculta para poder gerar as ações de controle que compensem os efeitos não lineares da velocidade. E mais neurônios significa maior custo computacional em uma placa com limitações em memória e processamento,³ que além de ser usada para projetar o sistema de controle de velocidade nas rodas também vai ser usada nos seguintes trabalhos de pesquisa para implementar as tarefas de comunicação usando o protocolo I2C (do inglês *Inter-Integrated Circuit*) entre os drivers dos motores e o controlador multivariável de trajetória cartesiana.

Em concordância com nosso projeto de controle os fabricantes da placa BRAINSTEM MOTO 1.0 sugerem usar um período entre as amostras encaminhadas aos terminais A/D do microcontrolador de 100 vezes a base de tempo de 0.1 ms quando são operados mais de um motor usando controle de velocidade. Ou seja, um tempo de amostragem $T_s = 10\ ms$.

Assim um tempo de amostragem pequeno não é necessariamente a melhor

³BRAINSTEM MOTO 1.0: Processador com arquitetura RISC de 40 Mhz, Kernel para operação de máximo 3 tarefas concorrentes, 368 Bytes de memoria RAM, 11 slots para arquivos de 1 KB e 1 slot para arquivo de 16 KB em linguagem C. No apêndice D são apresentadas as características técnicas da placa BRAINSTEM MOTO 1.0.

opção quando o objetivo é fazer a identificação do sistema excursionando as informações mais relevantes da não linearidade a um custo computacional considerável para um hardware com prestações limitadas. Agora é preciso ter considerações teóricas que determinam se a taxa de 10 *ms* é válida.

Aguirre (2000) apresenta um método de seleção de período de amostragem que utiliza auto-correlação e uma correlação não linear para detectar o tipo de interações presentes naquele sinal. A motivação básica do método é simples: Se os dados tiverem sido amostrados a uma taxa superior do que a necessária, haverá redundância entre amostras vizinhas. A fim de quantificar tal “redundância” utilizam-se funções de autocorrelação; assim se os dados tiverem informação não linear presente, a função de autocorrelação linear em alguns casos é insuficiente para quantificar a “redundância” mencionada acima e conseqüentemente torna-se inadequada na escolha do tempo de amostragem. Então, a fim de contornar o problema de identificação de cada sistema $\bar{\Sigma}_{i,d}$ no i -ésimo atuador propõe-se calcular as seguintes funções de autocovariância:

$$\Phi_{y_i^2}(\tau) = E \left\{ \left[y_i^2(t) - \overline{y_i^2(t)} \right] \left[y_i^2(t - \tau) - \overline{y_i^2(t)} \right] \right\}, \quad (3.12)$$

$$\Phi_{y_i}(\tau) = E \left\{ \left[y_i(t) - \overline{y_i(t)} \right] \left[y_i(t - \tau) - \overline{y_i(t)} \right] \right\}, \quad (3.13)$$

sendo E a esperança matemática⁴ das contribuições lineares e não lineares da resposta de cada atuador e $\overline{y_i(t)}$, $\overline{y_i^2(t)}$ significam os valores médios. De acordo com isto o tempo de amostragem usado para o processo de identificação de cada atuador

⁴A esperança matemática E de dois sinais contínuas $u(t)$ e $y(t)$ é definida como:

$$r_{uy}(\tau, t) = E[u(t)y(t - \tau)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T u(t)y(t - \tau)dt = r_{uy}(\tau).$$

No caso discreto é definida como:

$$r_{uy}(\tau, k) = E[u(k)y(k - \tau)] = \frac{1}{2N} \sum_{k=0}^N u(k)y(k - \tau) = r_{uy}(\tau).$$

da base móvel tem que ser escolhido de acordo com a persistência do escorregamento na resposta.

Segundo Aguirre (2000) o período de amostragem é adequado para identificação se as funções de autocovariância do sinal decimado⁵ $y_i(kT_s)$, para $k > 0$, especificadas pelas equações (3.12) e (3.13) satisfazem que

$$\frac{\tau_m}{20} \leq T_s \leq \frac{\tau_m}{10}, \quad (3.14)$$

sendo τ_m o menor dos primeiros mínimos locais das funções de autocovariância e T_s o período de amostragem.

Na figura 3.4 estima-se $\tau_m = 0.1$ s, ficando comprovado que $0.01s \geq 0.1s/20 = 0.005s$ e $0.01s \leq 0.1s/10 = 0.01s$. Assim $T_s = 10$ ms é um período de amostragem adequado para a identificação de cada sistema discreto $\bar{\Sigma}_{i,d}$.

Aproveitando que a modelagem fenomenológica de Cruz (2007) considera uma entrada de escorregamento para cada roda então é aplicado um sinal aleatório com duração de 0.001 s entre uma mostra e outra. Este sinal aleatório vai permitir observar os efeitos da dinâmica do escorregamento como uma perturbação na resposta de cada atuador da base móvel. Cada sinal aleatório foi modelado com uma distribuição uniforme e com valores no intervalo $[0, 0.7]$, assim o coeficiente de adesão em cada roda varia para a zona de aceleração e para a zona de freio segundo o modelo de Burckhardt da seção 2.6.1.

O algoritmo de Levenberg-Marquardt foi executado para 100 iterações. Na figura 3.5 mostra-se a entrada $u_i(t)$, a saída $y_i(t)$ e o escorregamento $s_i(t)$ usados para fazer o treinamento. Na figura 3.6 se mostra a aproximação feita pelo modelo NARMA-L2 com respeito à entrada aleatória $u_i(t)$ apresentada na figura 3.5. A figura 3.7 mostra o teste feito no modelo NARMA-L2 usando um sinal diferente na entrada.

Sobre o mesmo modelo é aplicado um escorregamento constante de valor 0.5. O comportamento da resposta e da entrada com escorregamento constante são mostra-

⁵Lembre-se que $y_i(t) = \bar{\omega}_{\omega_i}(t)$ e $u_i(t) = \delta_i(t)$ segundo a seção 2.7.1.

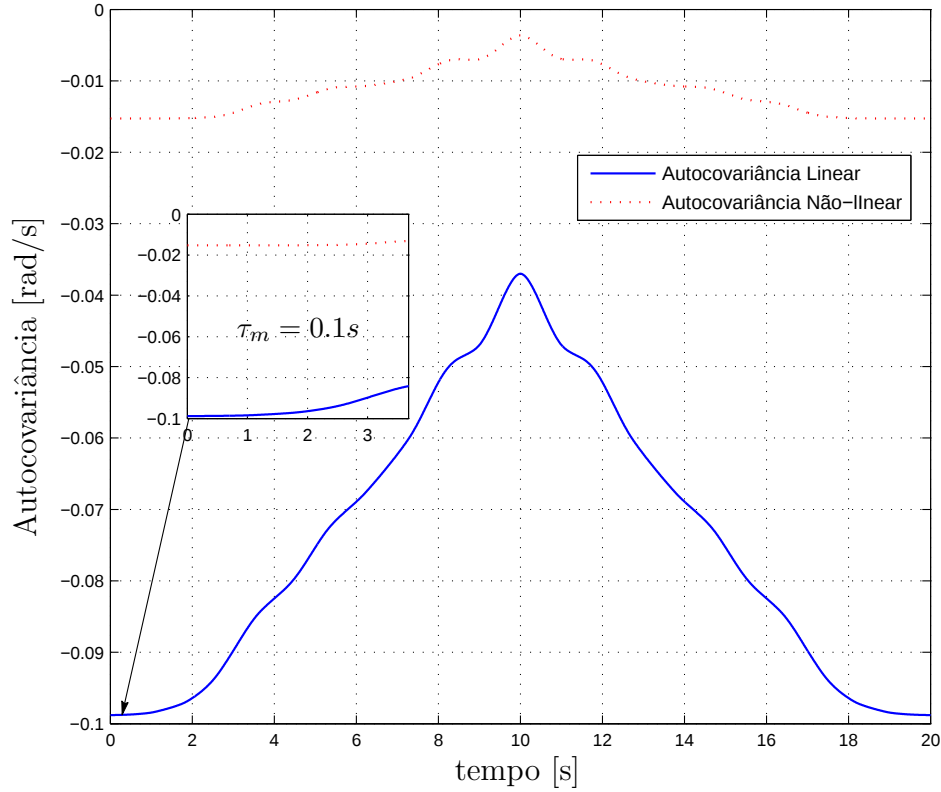
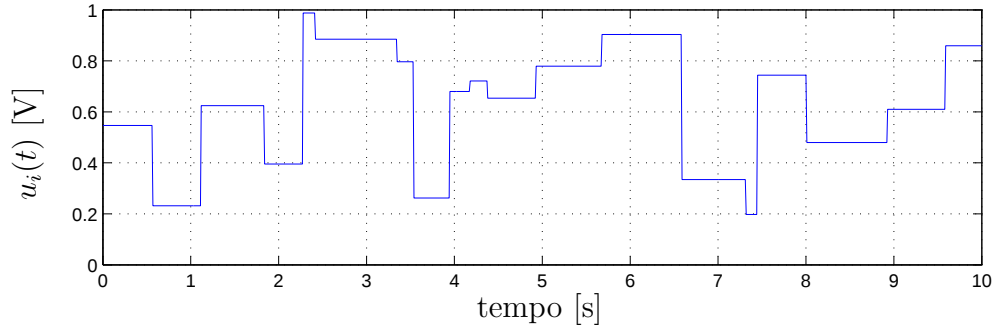


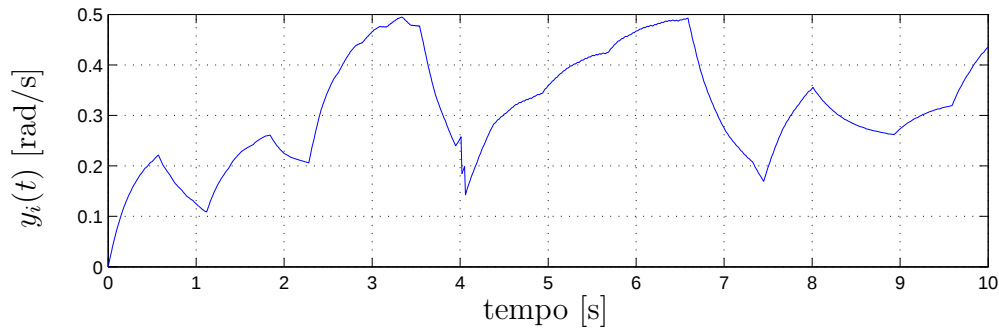
Figura 3.4: Autocovariância linear, $\Phi_{y_i}(\tau)$ e não linear, $\Phi_{y_i^2}(\tau)$.

dos na figura 3.8. As figuras 3.9 e 3.10 mostram o resultado do treinamento e o teste, respectivamente.

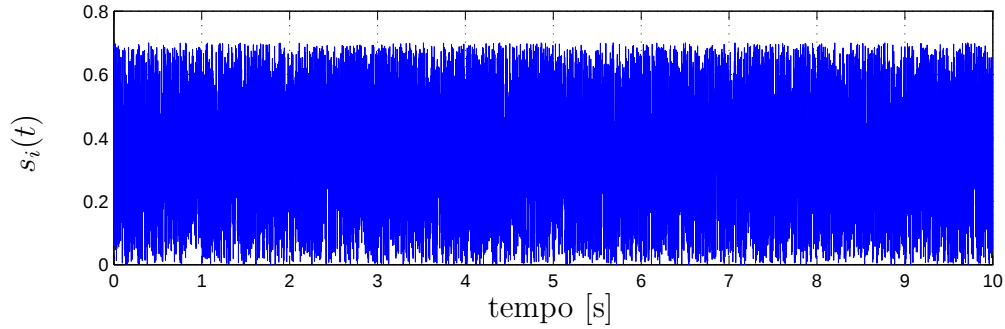
Durante o treinamento da estrutura baseada no modelo NARMA-L2 (figura 3.2) o erro $e_m(k)$ apresentou um comportamento com picos elevados da mesma forma que aconteceu quando foi aplicado um sinal de teste na entrada. Este erro de aproximação se produz devido ao modelo de aproximação usar dados que incluem comportamentos da não linearidade produzida pelo escorregamento, assim uma parte dos pesos sinápticos são usados para aproximar a não linearidade dificultando a sua aproximação independentemente da aproximação da dinâmica do atuador (Fernández e Cerqueira, 2009b). Com este erro não é possível garantir um bom ajuste dos pesos sinápticos da rede neural I usada como Controlador na figura



(a) Largura de Pulso, δ_i .



(b) Velocidade Angular Aparente, ω_{ω_i} , na Roda.



(c) Escorregamento, $s_i(t)$, na Roda.

Figura 3.5: Entrada e Saída do modelo fenomenológico com Escorregamento variável na roda $s_i \in [0, 0.7]$. Foram usados os seguintes parâmetros: $V'_{d_i} = 5.4$ V, $M = 1.83$ Kg, $J_{\omega_i} = 8.1 \times 10^{-4}$ Kg-m², $K_{t_i} = 0.0059$ N-m/A, $K_{em_i} = 0.0059$ V-s/rad, $\eta = 0.83$, $R_i = 1.710\Omega$, $N = 19$, $r_{\omega} = 0.072$ m, $J = 2.125$ Kg-m², dados obtidos do robô *Axebot* construído na UFBA (Veja o Apêndice D).

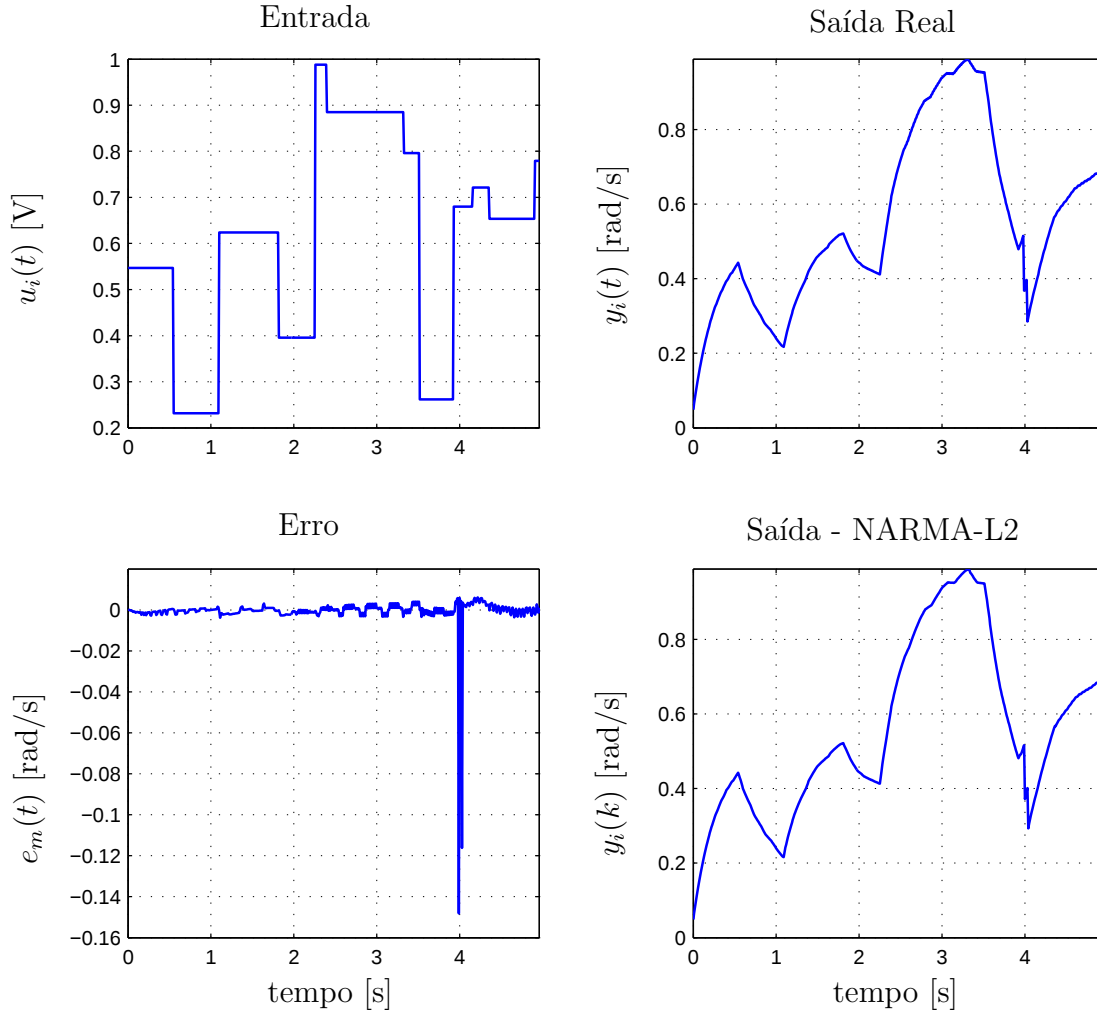


Figura 3.6: Comparação do modelo NARMA-L2 (usando um período de amostragem de $T_s = 0.01$ s) com o modelo fenomenológico inserindo escorregamento aleatório $s_i \in [0, 0.7]$.

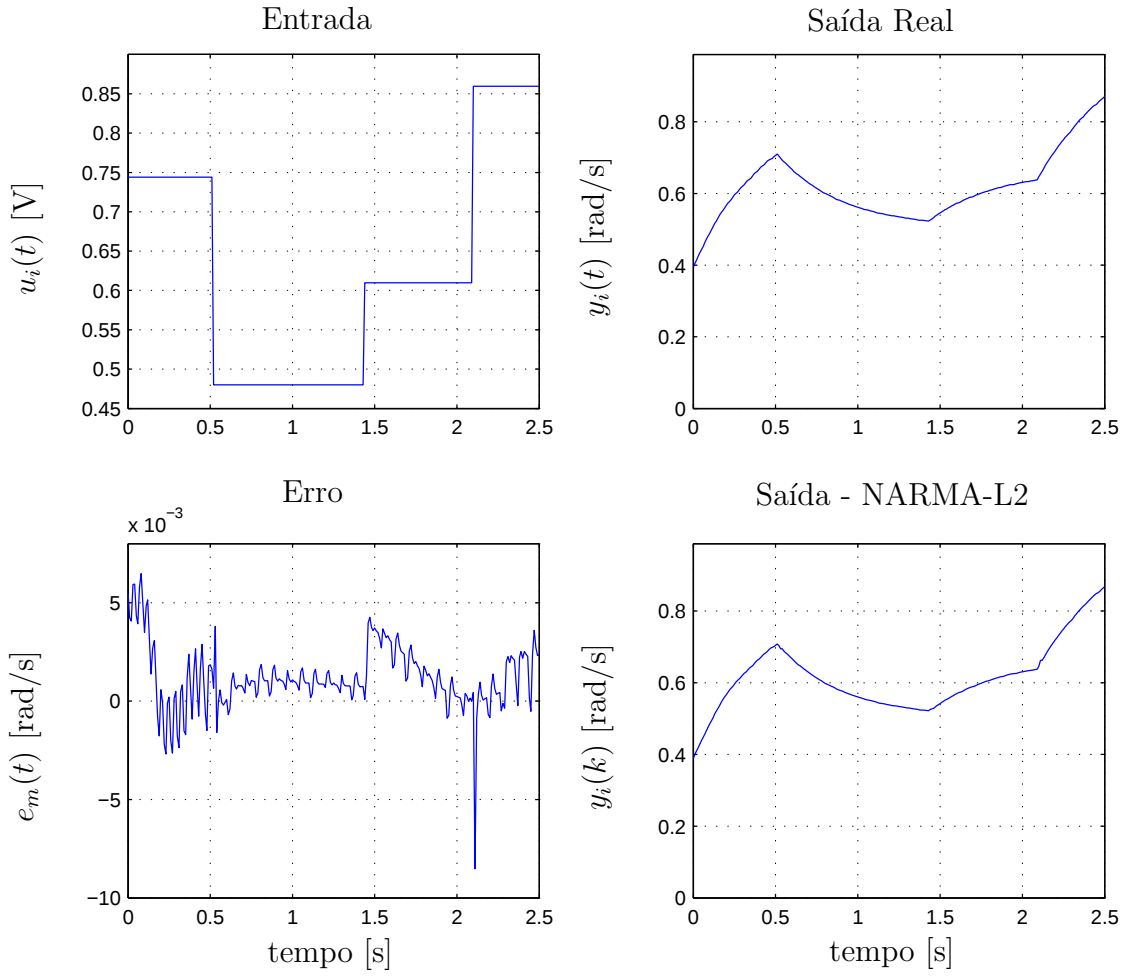
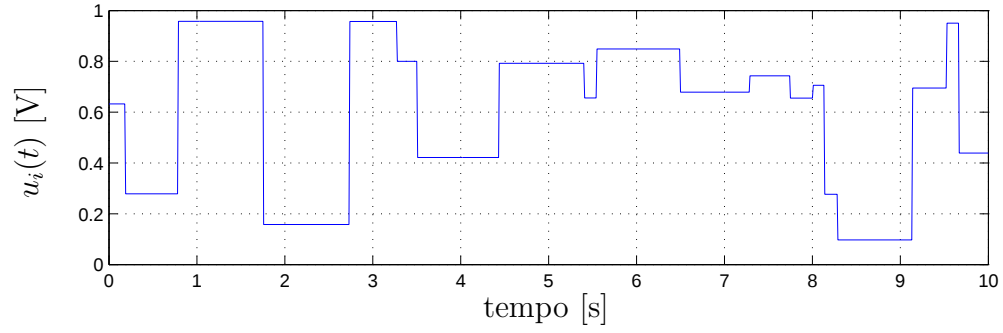
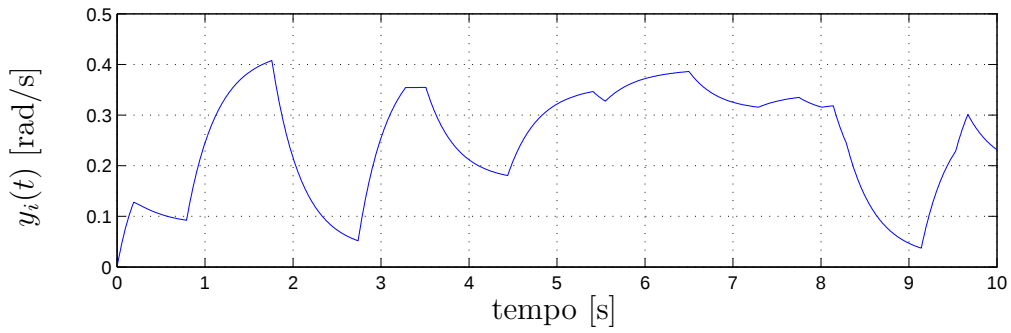


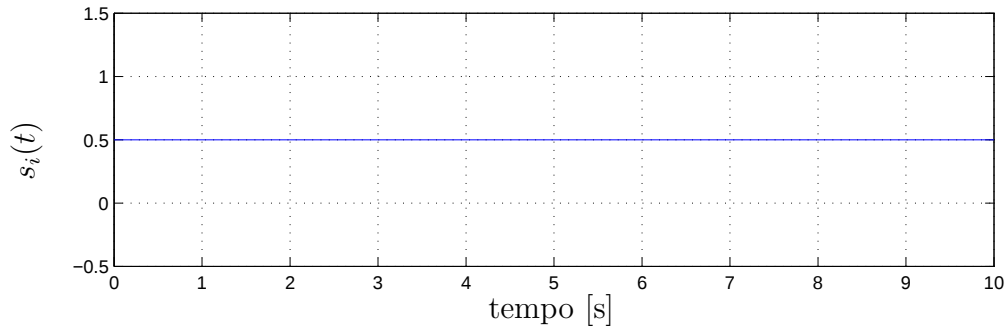
Figura 3.7: Teste do modelo NARMA-L2 (usando um período de amostragem de $T_s = 0.01$ s) inserindo escorregamento aleatório $s_i \in [0, 0.7]$.



(a) Largura de Pulso, δ_i .



(b) Velocidade Angular Aparente, ω_{ω_i} , na Roda.



(c) Escorregamento na Roda, s_i .

Figura 3.8: Entrada e Saída do modelo fenomenológico com Escorregamento constante na roda, $s_i = 0.5$. Foram usados os seguintes parâmetros: $V'_{d_i} = 5.4$ V, $M = 1.83$ Kg, $J_{\omega_i} = 8.1 \times 10^{-4}$ Kg-m², $K_{t_i} = 0.0059$ N-m/A, $K_{em_i} = 0.0059$ V-s/rad, $\eta = 0.83$, $R_i = 1.710$ Ω , $N = 19$, $r_{\omega} = 0.072$ m, $J = 2.125$ Kg-m², dados obtidos do robô *Axebot* construído na UFBA (Veja o Apêndice D).

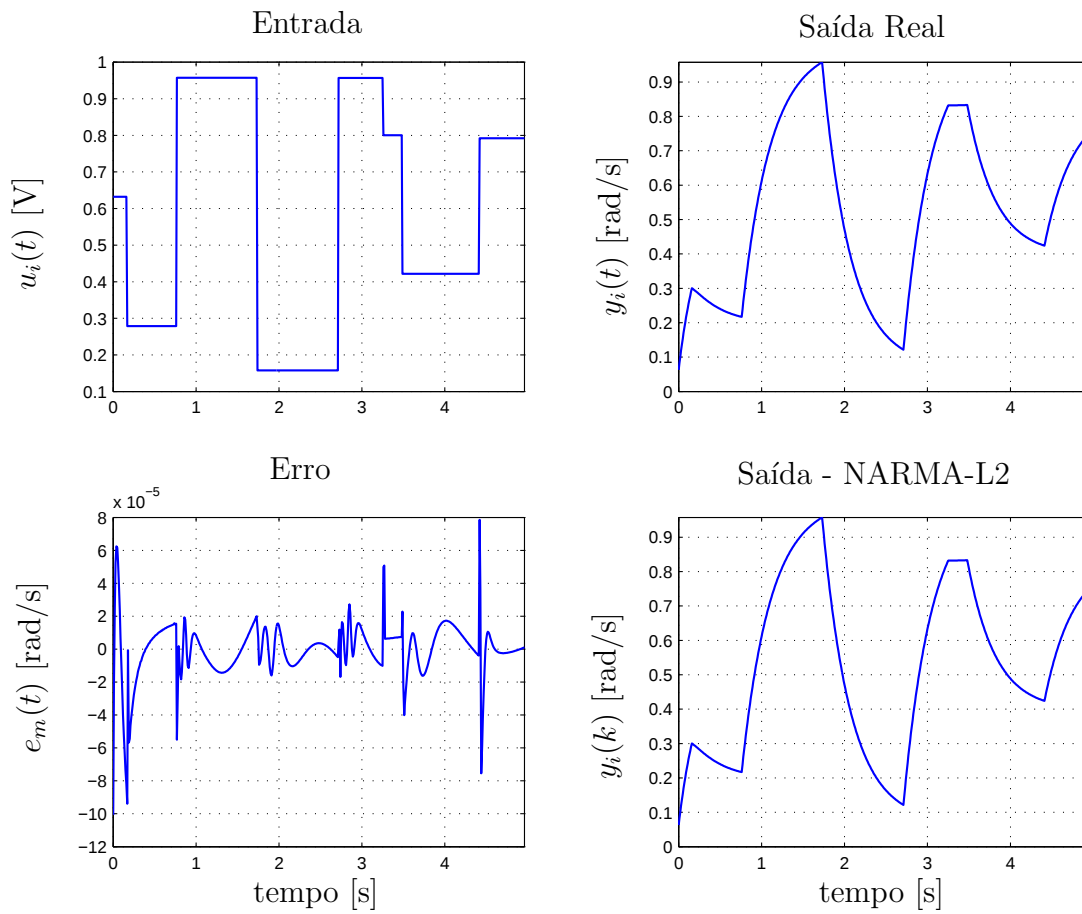


Figura 3.9: Comparação do modelo NARMA-L2 (usando um período de amostragem de $T_s = 0.01$ s) com o modelo fenomenológico inserindo escorregamento constante, $s_i = 0.5$.

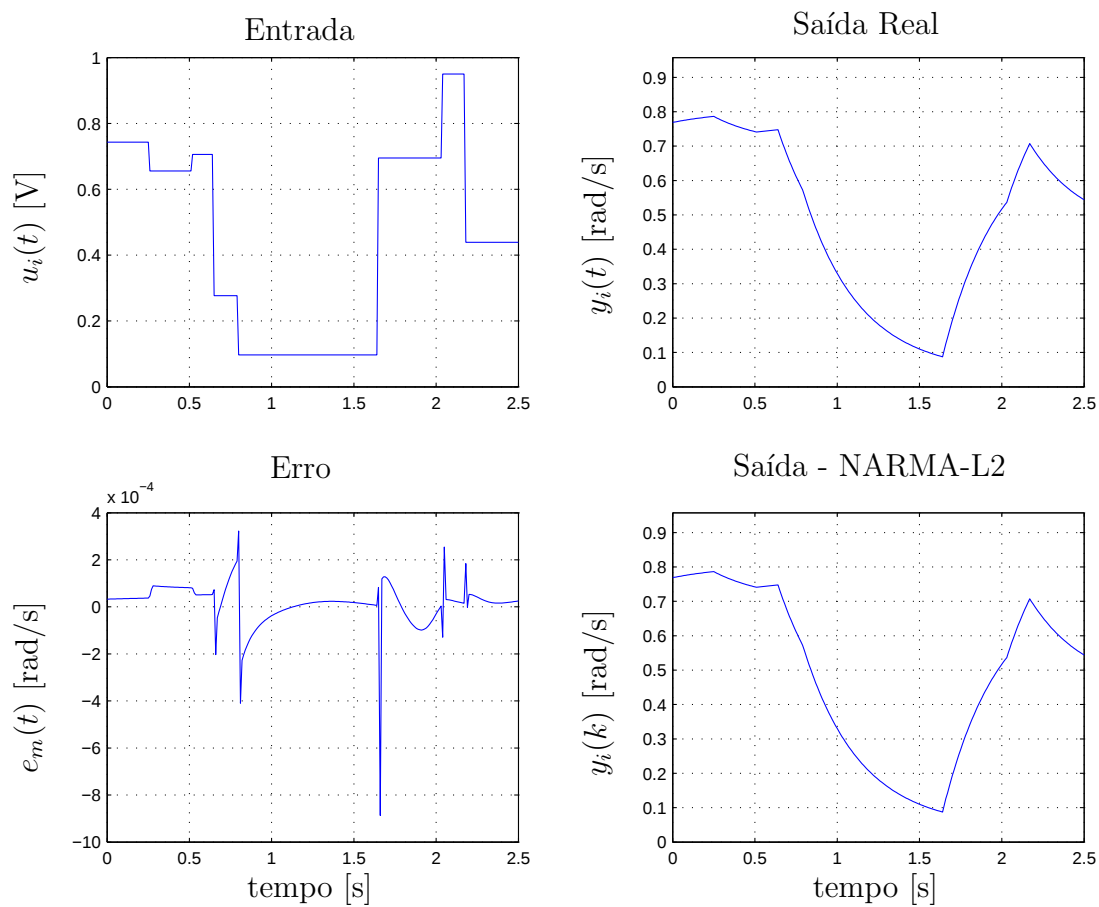


Figura 3.10: Teste do modelo NARMA-L2 (usando um período de amostragem de $T_s = 0.01$ s) inserindo escorregamento constante $s_i = 0.5$.

3.1. A solução proposta neste trabalho envolve um projeto de controle em cascata como será visto no capítulo 4, que usa como controlador mestre o controle cinemático (velocidade angular das rodas) e como controlador escravo o controle dinâmico (a força nas rodas).

3.4 Controle de Velocidade usando uma Rede Neural Recorrente

Uma proposta de controle conhecida na robótica é o controle de atuadores independentes, considerando como atuador independente cada uma das rodas encarregadas de fazer o deslocamento da base móvel (Spong e Vidyasagar, 1989). Aqui o objetivo deste método de controle é escolher um compensador para cada atuador e que sua resposta faça o acompanhamento da resposta desejada indicada por um sinal de referência de velocidade angular. A figura 3.11 apresenta a estratégia de controle para atuadores independentes implementada na modelagem fenomenológico do Axebot, observa-se que o sistema de controle têm três controladores para a dinâmica de cada atuador (controle de força associado a cada roda) e três controladores cinemáticos (controle de velocidade angular nas rodas).

Os controladores dinâmicos associados com as forças nas rodas são independentes, segundo o apresentado na seção 2.4 cada força é independente, fazendo com que cada laço de controle de força seja projetado independente dos outros. Mesmo que teoricamente a cinemática dos atuadores tenha acoplamento (representado pela equação (2.20)) os controladores cinemáticos, projetados usando **RNAs**, podem ser projetados individualmente devido a que a natureza das suas respostas é desacoplada pelos parâmetros mecânicos e elétricos da base móvel (seção 2.5.1).

Para projetar o neuro-controlador de velocidade angular nas rodas foi escolhida a estratégia de controle adaptativo baseada em um modelo de referência em paralelo como apresentou-se na seção 3.2.1. Da seção 3.3 concluímos que o estado $\mathbf{x}_i(k)$ de cada sistema $\bar{\Sigma}_{i,d}$ não é acessível da mesma forma que os resultados apresentados na figura 3.6 comprovam que para uma dinâmica aleatória no sinal que representa

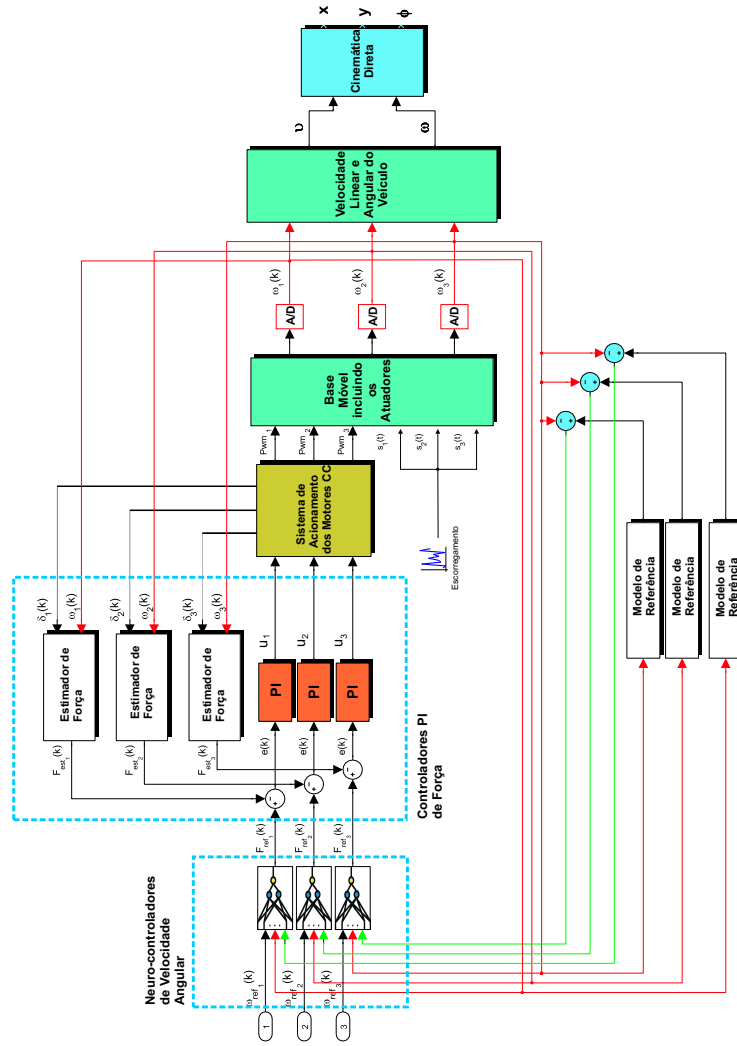


Figura 3.11: Diagrama do sistema de controle de velocidade de atuadores independentes.

o escorregamento o erro $e_m(k)$ tem picos, o que quer dizer que o neuro-controlador treinado usando esta aproximação não atenuaria certos comportamentos não lineares presentes a menos que possamos estimar o escorregamento e fazer uma compensação direta, mas este procedimento precisaria do conhecimento de velocidade tangencial real, $\bar{v}_\omega$, em relação ao ponto de contato.

Mesmo que algumas não linearidades fiquem presentes na resposta de cada

sistema SISO $\bar{\Sigma}_{i,d}$ possam ser atenuadas podemos usar uma entrada adicional para o neuro-controlador que informe estas diferenças, a figura 3.1 mostra que o erro $e_c(k)$ esta associado a uma dinâmica de referência que indica a resposta desejada pelo sistema de controle, assim, os erros de compensação de escorregamento são atenuados usando uma realimentação do erro à rede neural e assim produzir ações de controle apropriadas. O modelo de referência além de permitir estabelecer uma dinâmica sem não linearidades, ou mesmo dizer as condições de rolamento puro⁶, também permite configurar o tempo de resposta desejado para a velocidade angular das rodas. Assim o modelo de controle adaptativo baseado em um modelo de referência projetado com **RNAs** é uma boa estratégia para se usar como controle cinemático.

Como foi apresentado na seção 3.2.1 treinar o controlador implica treinar as ações de controle que compensem os efeitos não lineares na resposta. Para este propósito é usada uma rede neural recorrente como vê-se na figura 3.12.

Um fato importante para escolher como estrutura do controlador uma rede neural recorrente esta na capacidade de modelagem de dinâmicas não lineares. As redes neurais MLP dinâmicas⁷ são capazes de modelar sistemas dinâmicos enquanto que as redes neuronais com neurônios estáticos⁸ são apenas capazes de modelar sistemas estáticos. Devido a que a velocidade em cada roda apresenta um comportamento não linear produzido pelo escorregamento presente nas rodas a velocidade pode ser compensada usando um controlador que considera regressores da velocidade angular como entradas na rede neural.

A presença de realimentação de informação permite a criação de representações internas na dinâmica de sistemas além de poder aproximar comportamentos complexos com um número reduzido de parâmetros.

Segundo as conexões de realimentação existentes nas redes neurais recorrentes elas podem se classificar em três tipos:

⁶No seção 4.5.2 do capítulo 4 é apresentado o modelo de referência e quais são as condições de rolamento ideal usadas para o controle de velocidade.

⁷Aqui a saída dos neurônios da rede neural dependem da suas entradas e a sua saída (com/sem regressores), ou as saídas de outros neurônios da rede neural (com/sem regressores).

⁸São neurônios cuja saída depende somente da suas entradas (sem regressores).

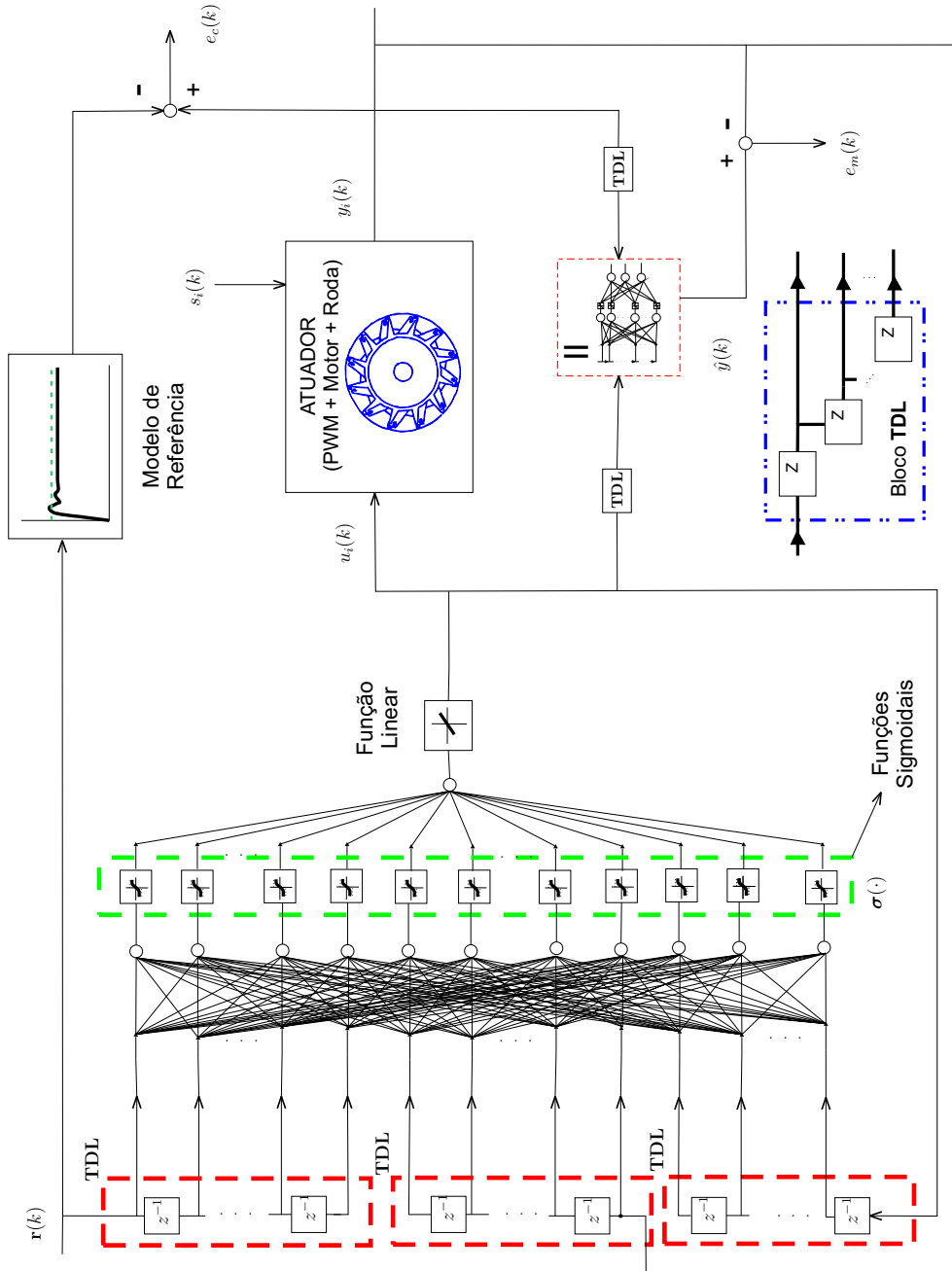


Figura 3.12: Estrutura de um controlador com **RNAs** para o sistema SISO relacionado a cada atuador.

1. **Conexão Recorrente Local:** envolve apenas um neurônio. A saída de um neurônio é realimentada para a entrada deste mesmo neurônio.

2. **Conexão Recorrente Global:** Ocorre entre um neurônio de uma camada para um neurônio de uma camada anterior.
3. **Conexão Recorrente Não local:** tipo especial de conexão global, visto que envolve neurônios distintos, porém a conexão é estabelecida entre neurônios de uma mesma camada.

A rede neural implementada neste caso usa valores passados da ação de controle (saída da rede neural) pelo que a **RNA** é do tipo *Recorrente Global*. No apêndice A são apresentados alguns tópicos sobre redes neurais recorrentes e alguns critérios importantes para projeto de aproximadores.

3.5 Controle no Espaço de Trabalho da Base Móvel

Como foi lembrado no capítulo 2, a cinemática inversa impõe o acoplamento na base móvel, assim é preciso usar um controle do tipo multivariável. As variáveis controladas neste caso são $X(t)$, abscissa da posição da base móvel, $Y(t)$, ordenada da posição da base móvel e $\phi(t)$, orientação da base com respeito ao marco local. As variáveis de controle são as referências nas velocidades angulares das rodas. No nosso caso, as velocidades angulares não podem superar a velocidade máxima atingida pelos atuadores (veja o Apêndice D).

Com estas considerações pode-se propor um sistema desacoplador que vai permitir isolar três sistemas SISO e depois aplicar um controlador PID em cada um fazendo com que as referências de posição cartesiana sejam atingidas.

Vamos supor que $\mathbf{G}(s) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ seja a função de transferência do sistema multivariável que representa o sistema da base móvel. Então, para eliminar os efeitos das interações do acoplamento pode ser proposto o desacoplador $\mathbf{D}(s) = [d_{ij}(s)]$,

$$d_{ij}(s) = \frac{\mathbf{G}^{ij}(s)}{\mathbf{G}^{ii}(s)} d_{ii}(s), \quad (3.15)$$

sendo $\mathbf{G}^{ij}(s)$ o cofator correspondente à função de transferência $g_{ij}(s)$ em $\mathbf{G}(s)$.

Aplicando o desacoplador temos

$$\mathbf{Q}(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{D}(s) = \text{diag}(q_{ii}(s)) = \text{diag}\left(\frac{\mathbf{G}^{ij}(s)}{\mathbf{G}^{ii}(s)}d_{ii}(s)\right), \quad (3.16)$$

e assim poder aplicar um controlador PID para cada sistema SISO $q_{ii}(s)$. Assim, um passo importante no projeto de controle multivariável é conhecer $\mathbf{G}(s)$ para estabelecer o desacoplador.

3.6 Sumário

Neste capítulo, apresentou-se a teoria de controle de velocidade usando **RNAs** para um sistema mecânico com compensação de escorregamento. A seção 3.2 apresentou a teoria do controle não linear usando **RNAs** e os conceitos básicos da estrutura de controle por modelo de referência. A seção 3.3 mostra o modelo NARMA-L2, sua teoria como modelo de identificação usando **RNAs** e é apresentado uma identificação de um atuador da base móvel. A identificação feita mostrou claramente que o escorregamento insere um comportamento não linear na resposta de cada atuador. Mesmo o escorregamento sendo constante o valor final da velocidade tende a ser a resposta de um sistema linear. Quando aplicamos um escorregamento variável a não linearidade é mais evidente o que dificulta estimar o escorregamento independentemente.

A seção 3.4 apresentou o modelo de um controlador usando uma rede neural recorrente e a seção 3.5 apresentou a idéia de controle no espaço de trabalho da base móvel usando um controlador PID multivariável.

Capítulo 4

Compensação de Escorregamento de uma Base Móvel Holonômica

O principal objetivo deste capítulo é projetar e implementar um controlador para bases móveis holonômicas de sistemas robóticos com três rodas suecas com inclusão da não linearidade de tipo zona morta. Apresenta uma contribuição de um controlador em cascata para o controle local do sistema. A partir da estimação e controle de força é controlado a velocidade angular baseado no modelo NARMA-L2 das três rodas do veículo e usando um modelo de referência em paralelo para indicar as condições de rolamento puro.

4.1 Introdução

UM controlador, pode ser definido como um dispositivo que permite obter resposta desejada da variável do sistema a ser controlada (Variável de saída do sistema). Pode-se considerar dois tipos de controladores: *feedforward controller* ou *feedback controller* (Dorf e Bishop, 1998).

Um sistema de controle realimentado (*feedback controller* em inglês) provê um melhor desempenho e é de fundamental importância. A alteração ou ajuste de um

sistema de controle em ordem a prover um adequado desempenho é chamado de *compensação*. Um compensador é um componente adicional que é inserido dentro de um sistema de controle para melhorar o desempenho (Dorf e Bishop, 1998). Existem vários tipos de controle por compensação, um tipo tradicionalmente usado é conhecido como controle em *cascata*, onde a saída do controlador é a referência para o outro (Dorf e Bishop, 1998). O que consiste pelo menos de duas malhas de controle integradas. Para o projeto de controle deste trabalho a malha interna contém a força e é chamado *escravo* como vê-se na figura 4.1¹. A malha externa abrange outro controlador, denominado controlador *mestre*, cuja saída fornece o sinal de referência de força para o controlador escravo.

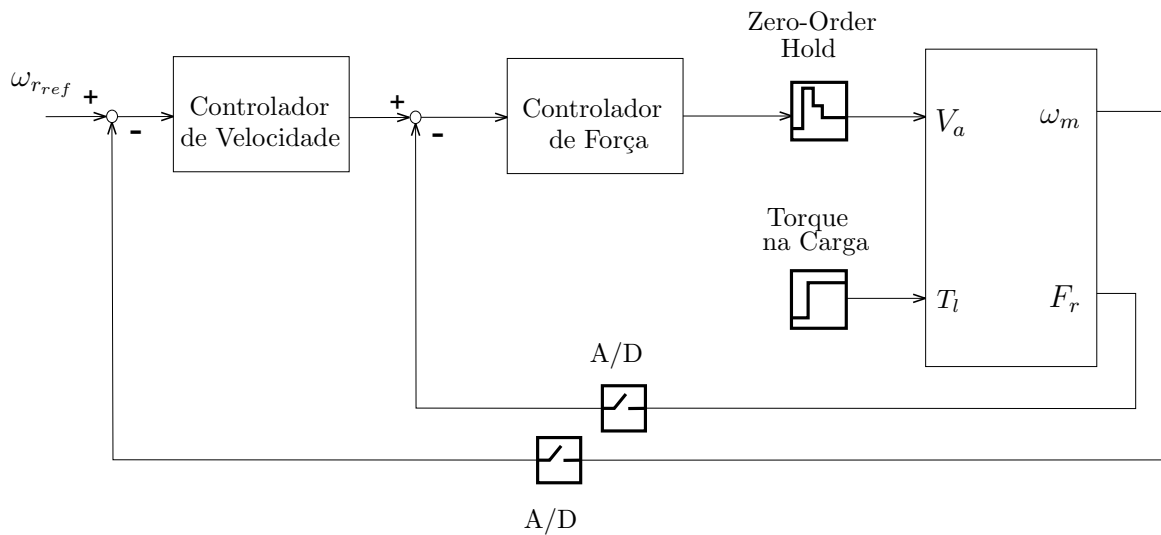


Figura 4.1: Diagrama em blocos do acionamento de um motor **CC**, controle em cascata usado em robôs móveis.

4.2 Modelo Elétrico Simplificado

Nesta seção, um modelo elétrico simplificado, útil no projeto e análise de controladores, será derivado com base no modelo apresentado por Cruz (2007).

¹ ω_{ref} : Referência de Velocidade; ω_r : Velocidade na roda; F_r : Força na Roda; **Torque na Carga**: Para este trabalho é o torque presente na roda sueca.

Como os controladores do robô serão implementados no processador local, um modelo discreto para o sistema é a forma apropriada. Assim, utilizado o modelo matemático elétrico do motor **CC** definido na seção 2.3.2, as equações diferenciais elétricas para os motores **CC**, com fonte de alimentação constante V'_{d_i} é modulados por largura de pulso $\delta_i(t)$, podem ser escritas como

$$L_i \frac{di_{\omega_i}(t)}{dt} + K_{em_i} \omega_{m_i}(t) + R_i i_{\omega_i}(t) = V'_{d_i} \delta_i(t), \quad (4.1)$$

para $i=1,2,3$. Os torques dos motores podem ser expressos segundo a equação (2.8) como

$$\tau_{m_i}(t) = K_{t_i} i_{\omega_i}(t), \quad (4.2)$$

sendo K_{t_i} as constantes de torque de cada motor.

Pode-se escrever um modelo reduzido para o motor se a dinâmica é muito rápida, desprezando-se o termo $L_i \frac{di_{\omega_i}(t)}{dt}$, isso é útil quando a compensação é implementada computacionalmente com hardware de processamento limitado, como é o caso do robô Axebot.

A equação (4.1) reduzida na dinâmica e substituída em função do torque nos motores pode ser escrita como

$$\tau_{m_i}(t) = \frac{K_{t_i} V'_{d_i}}{R_i} \delta_i(t) - \frac{K_{em_i} K_{t_i}}{R_i} \omega_{m_i}(t), \quad (4.3)$$

e usando a expressão (2.11) o torque na i -ésima roda pode ser escrita como

$$\tilde{\tau}_{\omega_i}(t) = \eta N \left[\frac{K_{t_i} V'_{d_i}}{R_i} \delta_i(t) - \frac{K_{em_i} K_{t_i}}{R_i} \omega_{m_i}(t) - J_{m_i} \frac{d\omega_{m_i}(t)}{dt} \right], \quad (4.4)$$

com $V'_{d_i} = V_d - 2V_{sat} - \Delta V_d$ e $\delta_i(t) \in [-1,1] \subset \mathbb{R}$. Sabendo que J_{m_i} é desprezível em (4.4) e segundo a expressão (2.12) a força na i -ésima roda pode ser escrita como

$$\tilde{F}_{\omega_i}(t) = \frac{1}{r_{\omega}} \left[\frac{\eta N K_{t_i} V'_{d_i}}{R_i} \delta_i(t) - \frac{\eta N K_{em_i} K_{t_i}}{R_i} \omega_{m_i}(t) - J_{\omega_i} \frac{d\omega_{\omega_i}(t)}{dt} \right], \quad (4.5)$$

usando (2.10),

$$\tilde{F}_{\omega_i}(t) = \frac{1}{r_\omega} \left[\frac{\eta N K_{t_i} V'_{d_i}}{R_i} \delta_i(t) - \frac{\eta N K_{em_i} K_{t_i}}{R_i} \omega_{m_i}(t) - \frac{J_{\omega_i}}{N} \frac{d\omega_{m_i}(t)}{dt} \right]. \quad (4.6)$$

A equação (4.6) representa o modelo elétrico reduzido dos motores **CC** do veículo para efeitos de controle como ilustra-se na figura 4.2. Esta expressão associa a parte mecânica de cada roda para fazer uma estimação da força na roda sem incluir perturbações inerentes que possam causar oposição ao movimento do veículo. Os fenômenos inerentes que causam oposição são relacionados com o escorregamento presente nas rodas que serão compensados com um controle por modelo de referência segundo a condição de rolamento ideal.

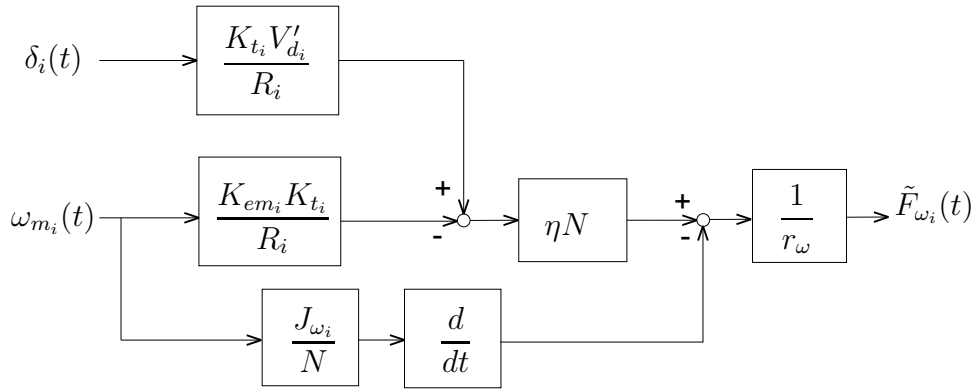


Figura 4.2: Representação em blocos do modelo contínuo elétrico reduzido da i -ésima roda do veículo.

4.3 Estimador e Controlador de Força

Em muitas aplicações, o problema de se obter informação sobre uma variável quando esta não é diretamente mensurável é freqüente. Em nosso caso a força na roda afetada pela presença do escorregamento é uma variável não mensurável durante o processo de controle. Neste caso técnicas de estimação têm sido muito

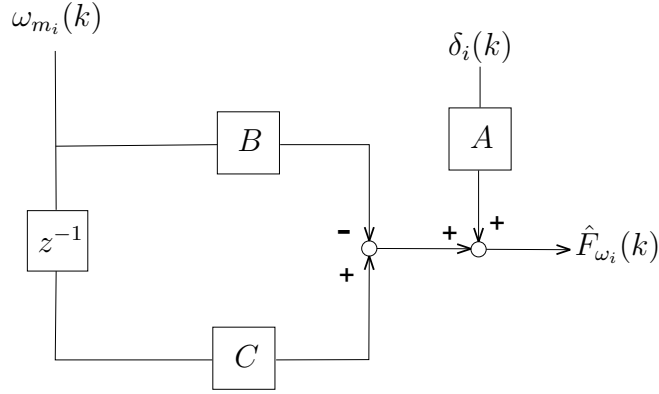


Figura 4.3: Modelo discreto elétrico reduzido / Observador discreto da força na i -ésima roda do veículo.

utilizadas (Ljung, 1987), uma delas é a que pode ser feita por um dos dois procedimentos principais: utilizando uma função critério que pode tomar muitas formas (determinísticas ou estocásticas) e a partir da representação de modelos ou técnicas algorítmicas de otimização de minimização (maximização) de funções.

Sensores de posição de tipo digital tais como encoders giratórios são amplamente usados em acionamentos servo digitais por seu simples circuito de detecção, não só para posição também para velocidade média que pode ser determinada a partir dos intervalos de tempo da diferença de cada pulso de posição detectado. Determinado a velocidade média podemos ajustar e regular a velocidade do acionador do motor. A detecção instantânea da velocidade também é necessária para ampliar a faixa de regulação de velocidade ou o exato ajuste da posição do sistema.

Em outras situações, a detecção instantânea é mais complexa porque só a velocidade média é detectada (Kubo *et al.*, 1990). Este retardo causado na detecção incrementa-se rapidamente a velocidades muito baixas, causando instabilidade na malha de controle. Assim, vários observadores de velocidade têm sido propostos na literatura (Song e Sul, 1998; Luenberger, 1971).

Para cada motor um observador de força pode ser construído do modelo do sistema em movimento, a partir de uma velocidade média detectada e assim estimar a força na roda. A velocidade estimada pode ser obtida do modelo do sistema de

atualização do observador. A velocidade e a força podem ser observados dentro da mesma malha no observador convencional de velocidade (Kubo *et al.*, 1990).

4.3.1 Estimação de Força usando Detecção Digital de Velocidade

O detector digital usando encoders giratórios é montado sobre o eixo do rotor do motor e usado para detecção da posição, a velocidade do motor é determinada calculando a diferença de uma posição detectada em cada período de amostragem. A resolução do encoder digital (*número de pulsos por volta*) em geral é selecionada suficientemente alta para cada período de amostragem, no Axebot é de 16 pulsos por volta. A técnica amplamente usada, considera a velocidade do motor como $\omega_m = \frac{k_n}{T_s} N_p$ (faixa de velocidade ordinária) e $\omega_m = \frac{k_n}{t_p}$ (faixa de velocidade muito baixa), onde N_p é o valor de pulsos contados pelo encoder em cada período de amostragem T_s , t_p é o intervalo de tempo que dura um pulso do encoder e k_n é uma constante de conversão relacionado à resolução do encoder.

Nestes casos, o retardo na detecção da velocidade é formulada como segue. Na faixa de velocidade ordinária, uma velocidade média pode ser detectada durante cada período de amostragem, no outro caso, a detecção de velocidade é atrasado até o pulso seguinte do encoder quando o intervalo do pulso é mais longo do que o período de amostragem. O retardo máximo T_{ds} é expressado aproximadamente como segue, assumindo a velocidade do motor varia linearmente durante o intervalo da detecção: $T_{ds} = \frac{T_s}{2} + t_p$ (faixa de velocidade ordinária) ou $T_{ds} = \frac{3}{2}t_p + T_s$ (faixa de velocidade muito baixa).

Determinada a velocidade, a estimação da força nas rodas pode ser feita a partir do modelo elétrico reduzido segundo a equação (4.6). Discretizando a equação (4.6) temos:

$$\hat{F}_{\omega_i}(k) = A\delta_i(k) - B\omega_{m_i}(k) + C\omega_{m_i}(k-1), \quad (4.7)$$

sendo

$$A = \frac{\eta N K_{t_i} V'_{d_i}}{R_i r_\omega},$$

$$B = \frac{1}{r_\omega} \left(\frac{\eta N K_{em_i} K_{t_i}}{R_i} - \frac{J_{\omega_i}}{N T_s} \right),$$

$$C = \frac{J_{\omega_i}}{N T_s r_\omega}.$$

A equação (4.7) pode ser considerada como um observador de força porque geralmente a constante de tempo do motor é muito pequena como neste caso, por causa do encoder que somente detecta a velocidade média. A figura 4.4 apresenta a validação do observador, comparando a força estimada com a força real obtida do modelo fenomenológico de Cruz (2007). O erro de estimação em cada roda é produzido pelo fato de ignorar o atrito presente em cada roda (dependente do escorregamento) e mesmo que a dinâmica da corrente do motor seja desconsiderada isto não afeta significativamente o processo de estimação².

4.4 Projeto do sistema de controle

Os modelos desenvolvidos serão utilizados no projeto de controladores lineares com inclusão da compensação do escorregamento vista anteriormente. O esquema de controle proposto é mostrado na figura 4.5. A estratégia de controle proposta no esquema em blocos possui uma estrutura em cascata para cada atuador elétrico. A força é controlada a partir de sua estimação, e a partir desta é controlada a velocidade angular de cada roda. Observa-se que cada escorregamento s_i é considerado uma perturbação na saída de velocidade angular de cada roda.

Os efeitos causados pelo escorregamento são compensados usando o controle por modelo de referência usando **RNAs**. A fonte de tensão primária que alimenta o sistema é considerada um valor constante invariante no tempo V'_{d_i} . Os atuadores são comandados por sinais modulados por largura de pulso δ_i . A detecção da posição é feita a partir da leitura dos encoders incrementais e a velocidade média é considerada

²Lembremos que o tempo de resposta do motor é de $64.327 \mu s$

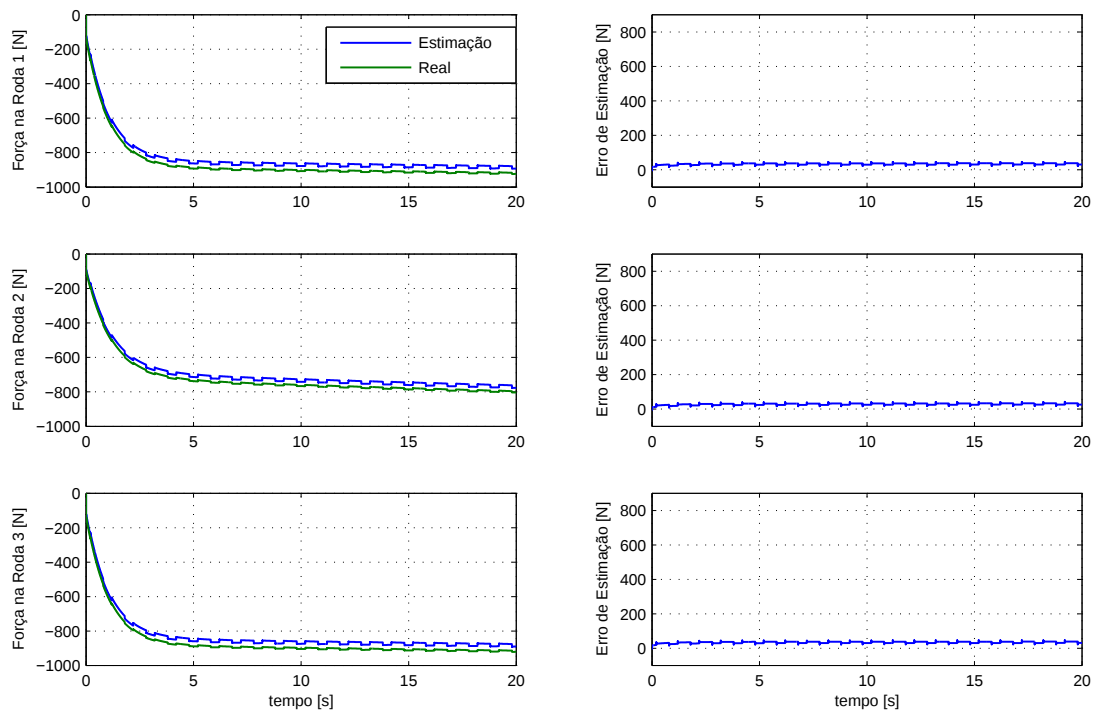


Figura 4.4: Simulação do seguimento da força real pela força estimada para as três rodas com os seguintes parâmetros: $u_i(t) = 0.4V$, $s_i(t) = 0.5$, $V'_{di} = 5.4 \text{ V}$, $M = 1.83 \text{ Kg}$, $J_{\omega_i} = 8.1 \times 10^{-4} \text{ Kg-m}^2$, $K_{t_i} = 0.0059 \text{ N-m/A}$, $K_{em_i} = 0.0059 \text{ V-s/rad}$, $\eta = 0.83$, $R_i = 1.710 \text{ } \Omega$, $N = 19$, $r_{\omega} = 0.072 \text{ m}$, $J = 2.125 \text{ Kg-m}^2$, dados obtidos do robô *Axebot* construído na UFBA (veja Apêndice D).

como a diferença detectada em cada período de amostragem. O sistema de controle proposto será aplicado sobre o modelo fenomenológico proposto por Cruz (2007) para garantir a funcionalidade e melhor desempenho do sistema, como será visto no capítulo 5.

4.4.1 Controlador de Força

Os atuadores que comandam o sistema são considerados com características similares e é possível um perfeito desacoplamento se as funções de transferência relacionadas a cada um dos atuadores forem iguais. Partindo dessa premissa, considerando $\omega_{m_i}(t)$ como perturbação e aplicando a transformada de Laplace à equação (4.1), com condições iniciais nulas tem-se:

$$\frac{L_i}{R_i}sI_{\omega_i}(s) + I_{\omega_i}(s) = \frac{V'_{d_i}}{R_i}\delta_i(s),$$

considerando que $F_{\omega_i}(s) = \frac{K_{t_i}\eta N}{r_\omega}I_{\omega_i}(s)$ então,³

$$F_{\omega_i}(s) = \frac{K_{t_i}\eta N}{r_\omega} \frac{\frac{V'_{d_i}}{R_i}}{\left(\frac{L_i}{R_i}s + 1\right)}\delta_i(s),$$

e como a dinâmica do motor possui uma constante de tempo desprezível

$$F_{\omega_i}(s) = \frac{K_{t_i}V'_{d_i}\eta N}{R_i r_\omega}\delta_i(s), \quad (4.8)$$

por tanto passa a ser um ganho. A figura 4.6, ilustra o diagrama em blocos do esquema de controle de força a partir da sua estimação.

Para compensar esse ganho podemos utilizar um controlador **PI**⁴,

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s}.$$

³Na equação (4.6) podemos considerar desprezível o valor do momento de inércia da roda J_{ω_i} .

⁴Proporcional + Integral

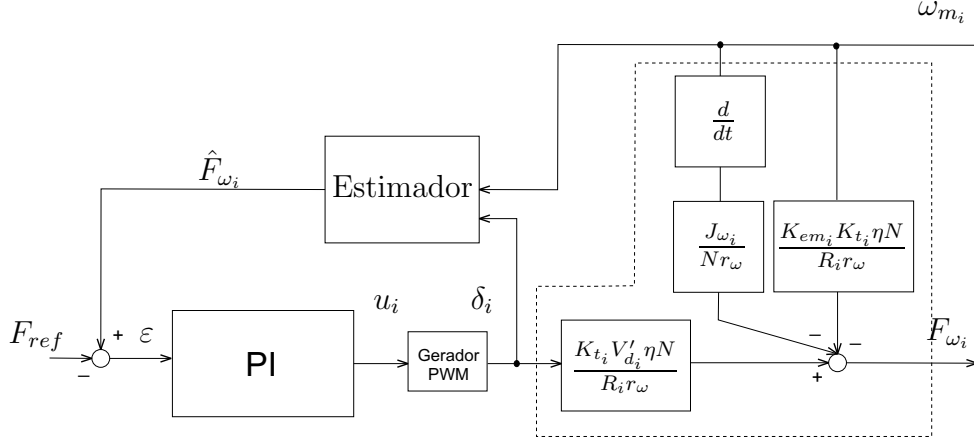


Figura 4.6: Diagrama em blocos do esquema de controle de força da i -ésima roda a partir do estimador. Aqui ω_{m_i} é proporcionado pelas medições feitas com os encoders nos motores.

Projeto por Lugar das Raízes

O controlador pode-se transformar em um **PI** digital usando a transformação bilinear (Ifeachor e Jervis, 1996),

$$s = \frac{2}{T_s} \frac{z - 1}{z + 1},$$

sendo T_s o período de amostragem.

Neste controlador a parcela proporcional é utilizada para melhorar o regime transitório e a parcela integral é utilizada para melhorar a resposta em regime permanente do sistema, com um polo dominante em $z = 1$. Desta forma um sistema estável que já possui integração, como é o caso, pode alcançar um erro nulo até mesmo para entradas em rampa (Ogata, 1982). Uma equação em diferenças de um controlador **PI** digital clássico é:

$$u_i(k) = u_i(k-1) + k_p[\varepsilon(k) - \varepsilon(k-1)] + \frac{k_i T_s}{2}[\varepsilon(k) + \varepsilon(k-1)], \quad (4.9)$$

sendo k_p o ganho proporcional, k_i o ganho integral, ε o erro e δ_i o sinal de controle. A função de transferência deste controlador pode ser escrita como:

$$C_D(z) = \frac{\delta_i(z)}{\varepsilon(z)} = k_p + k_i \frac{T_s}{2} \left(\frac{z+1}{z-1} \right),$$

ou

$$C_D(z) = \frac{k_c(z - z_0)}{z - 1}, \quad (4.10)$$

$$\text{com } k_c = k_p + \frac{k_i T_s}{2}, \quad z_0 = \frac{k_p - \frac{k_i T_s}{2}}{k_p + \frac{k_i T_s}{2}}.$$

Desta forma, o projeto do controlador consiste em encontrar as constantes k_c e z_0 para calcular os ganhos k_p e k_i como:

$$k_p = k_c \frac{1 + z_0}{2} \quad (4.11)$$

$$k_i = k_c \frac{1 - z_0}{T_s}. \quad (4.12)$$

Para manter a estabilidade relativa do sistema é escolhido o zero da função $C_D(z)$ muito perto do polo alocado em $z=1$ (Kuo, 1985), assim o ganho proveniente do controlador é essencialmente igual a k_c na equação (4.10).

Então, segundo a equação em malha fechada

$$\frac{\frac{k_c(z - z_0)}{z - 1} \frac{K_{t_i} V'_{d_i} \eta N}{R_i r_\omega}}{1 + \frac{k_c(z - z_0)}{z - 1} \frac{K_{t_i} V'_{d_i} \eta N}{R_i r_\omega}}$$

pela condição de fase e módulo:

$$\left| \frac{k_c(z - z_0)}{z - 1} \frac{K_{t_i} V'_{d_i} \eta N}{R_i r_\omega} \right| = 1,$$

então $k_c \gg \frac{R_i r_\omega}{K_{t_i} V'_d \eta N}$ e $z_0 \rightarrow 1$.

4.4.2 Controlador PI com Anti Wind-up

Devido a que os atuadores apresentam entradas com a não linearidade saturação a ação de controle fornecida pelo controlador **PI** tem que estar entre o intervalo onde

não temos saturação. Segundo a expressão (2.5) $u(t) \in [-V'_d(t), V'_d(t)]$ e lembrando que $V'_d(t)$ é definido constante pode-se afirmar que o controlador deve estar dentro desse intervalo, caso contrário, os transistores de chaveamento dos circuitos **PWM** podem sofrer danos já que o potencial entregue pela ação de controle excede o potencial de saturação $V_{sat} = 0.3$ V.

De outra maneira, segundo a expressão (2.3), podemos limitar a ação de controle (em tempo discreto) $\bar{\delta}_i(k)$ do i -ésimo atuador ao intervalo $[0,1]$. Para conseguir estes resultados é adicionada à técnica *Anti Wind-up* ao controlador **PI** usado na seção anterior.

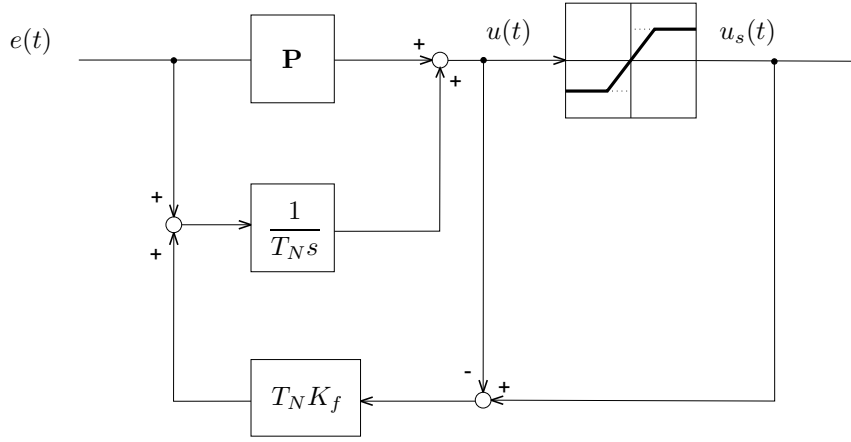
Na figura 4.7(a) o sinal de controle fica limitado pelo intervalo $u_{min} \leq u(t) \leq u_{max}$, a ação integradora é estabilizada fazendo realimentação pela diferença $u_s(t) - u(t)$. Conseqüentemente o integrador atenua as grandes amplitudes quando a entrada excede os limites de saturação. A constante T_N é o tempo que dura a ação integral e **P** indica a ação proporcional. Na figura 4.7(b) é apresentado o controlador com Anti Wind-up para tempo discreto. As constantes k_p e k_i são as constantes do controlador PI calculadas pelo método apresentado na seção 4.4.1.

4.5 Compensação do Escorregamento

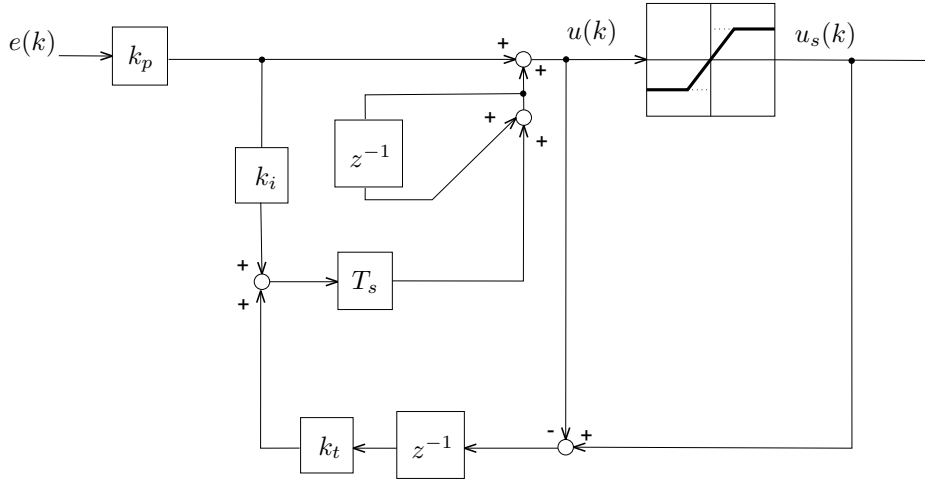
Neste projeto de controle temos considerado o escorregamento como uma variável que modifica o comportamento do coeficiente de adesão, aproveitando que a modelagem de Cruz (2007) inclui uma entrada para inserir o escorregamento em cada roda. Desta maneira podemos inserir dinâmicas diferentes para o escorregamento supondo que o atrito pode ter diferentes valores sobre uma superfície. Assim o fato de fazer compensação do escorregamento implica compensar a não linearidade de entrada inerente de tipo atrito em cada roda.

4.5.1 Compensação do Atrito

Sistemas de controle com movimento tipicamente têm uma estrutura em cascata com um laço de força ou torque, um laço de velocidade e um laço de posição.



(a) Anti Wind-up no tempo Continuo.



(b) Anti Wind-up no tempo Discreto.

Figura 4.7: Controlador PI com Anti Wind-up em tempo contínuo e tempo discreto.

Desde que o atrito aparece no laço interno será vantajoso introduzir uma compensação de atrito que insira na referência de força o conjugado do atrito. Porém é complexo em sistemas convencionais, porque não é facilmente observável ou modificável o laço de força. Com avanços recentes na micro-eletrônica, fizeram possível que sejam implementadas por técnicas de controle por computador (Olsson *et al.*, 1997). Geralmente a compensação da não linearidade zona morta produzida pelo atrito é feita fazendo uso de uma estrutura que aproxime em tempo real a dinâmica do coeficiente de adesão dentro do laço de controle mais interno, que para nosso caso é

o laço de controle de força na roda.

Como vê-se na seção 3.4 o controlador baseado em uma rede neuronal recorrente recebe uma referência de velocidade e faz que a dinâmica do atuador com não linearidade zona morta seja desprezível. O neuro-controlador ajusta uma dinâmica que atenua o efeito não linear. Para isso, cada par $(F_{\text{ref}}, \bar{\omega}_\omega)$ que representa o controle de força do i -ésimo atuador vai responder de acordo com o valor desejado de velocidade angular ao mesmo tempo que compensa indiretamente o efeito do atrito na roda. Como metodologia do projeto do neuro-controlador é usado um modelo de referência e considerados segmentos da resposta no tempo para o processo de treinamento.

4.5.2 Condições de Rolamento Puro

O rolamento ideal introduz a condição da forma

$$s_i(t) = \frac{ds_i(t)}{dt} = 0, \quad (4.13)$$

para a i -ésima roda. Na figura 4.8 pode-se observar que o escorregamento não é inserido na saída de velocidade angular como no esquema de controle apresentado na figura 4.5. A figura 5.6 do capítulo 5 mostra que a velocidade angular nas rodas depois de aplicar um controlador PI de força tem uma resposta em rampa. Esta resposta permite propor uma função de transferência na forma

$$\frac{K_a}{s-1},$$

sendo K_a o coeficiente angular do sinal rampa. Para o propósito de estabelecer o modelo de referência é usado um controlador tipo P que fornecerá um comportamento estável em regime permanente com a constante de tempo desejada, t_a .

Analisando a dinâmica do laço de controle da figura 4.8, sendo K_c o ganho proporcional do controlador, temos que

$$H(s) = \frac{K_c \frac{K_a}{s-1}}{K_c \frac{K_a}{s-1} + 1},$$

ou,

$$H(s) = \frac{K_c K_a}{s + (K_c K_a - 1)},$$

sendo $K_c \gg \frac{1}{K_a}$ uma condição suficiente para que o sistema usado como modelo de referência seja estável. Esta condição permite estabelecer diferentes valores associando a dinâmica ao polo $s = (K_c K_a - 1)$ no plano complexo. Na seção 5.3.4 do capítulo 5 são configurados dois modelos de referência para o projeto de controle. O tempo de acomodação t_a é obtido segundo o critério de 5%.

Na seção 2.6.1 foi mostrado como o atrito é associado ao escorregamento usando o modelo de Burckhardt e na seção 2.7 apresentamos um modelo espaço-estado para o sistema da base móvel no espaço $(\mathbf{q}_i, \mathbf{s})$. O fato de considerar o atrito como dependente do escorregamento facilita interpretar o efeito que sua presença tem na resposta de velocidade angular de cada roda. Assim, fazendo com que o escorregamento seja quase zero a não linearidade zona morta relacionada ao atrito é desprezível.

Por outra parte podemos usar o análise feito no espaço $(\mathbf{q}_i, \mathbf{s})$ para encontrar a condição de rolamento ideal. Substituindo a condição 4.13 na equação (2.44) obtemos,

$$\mathbf{\Gamma}_t = \mathbf{M}^*(\mathbf{0})\mathbf{M}^{-1}\mathbf{Q}(\phi)\mathbf{F}_t + \mathbf{N}^*\frac{d\mathbf{q}_i}{dt}. \quad (4.14)$$

Para este caso é assumido que em condições de rolamento ideal, as forças de tração (forças do atrito) geram o torque requerido para garantir o rolamento puro. A equação (4.14) apresenta a relação entre os torques e as forças de tração para condições de rolamento ideal.

4.6 Sumário

Neste capítulo, apresentou-se a teoria de controle usada em sistemas com atuadores baseados em motores CC que usam sistemas de detecção digital para medição de velocidade. Na seção 4.2 é apresentado um modelo simplificado para o subsistema elétrico baseado na modelagem de Cruz (2007) e na seção 4.3 é proposto um

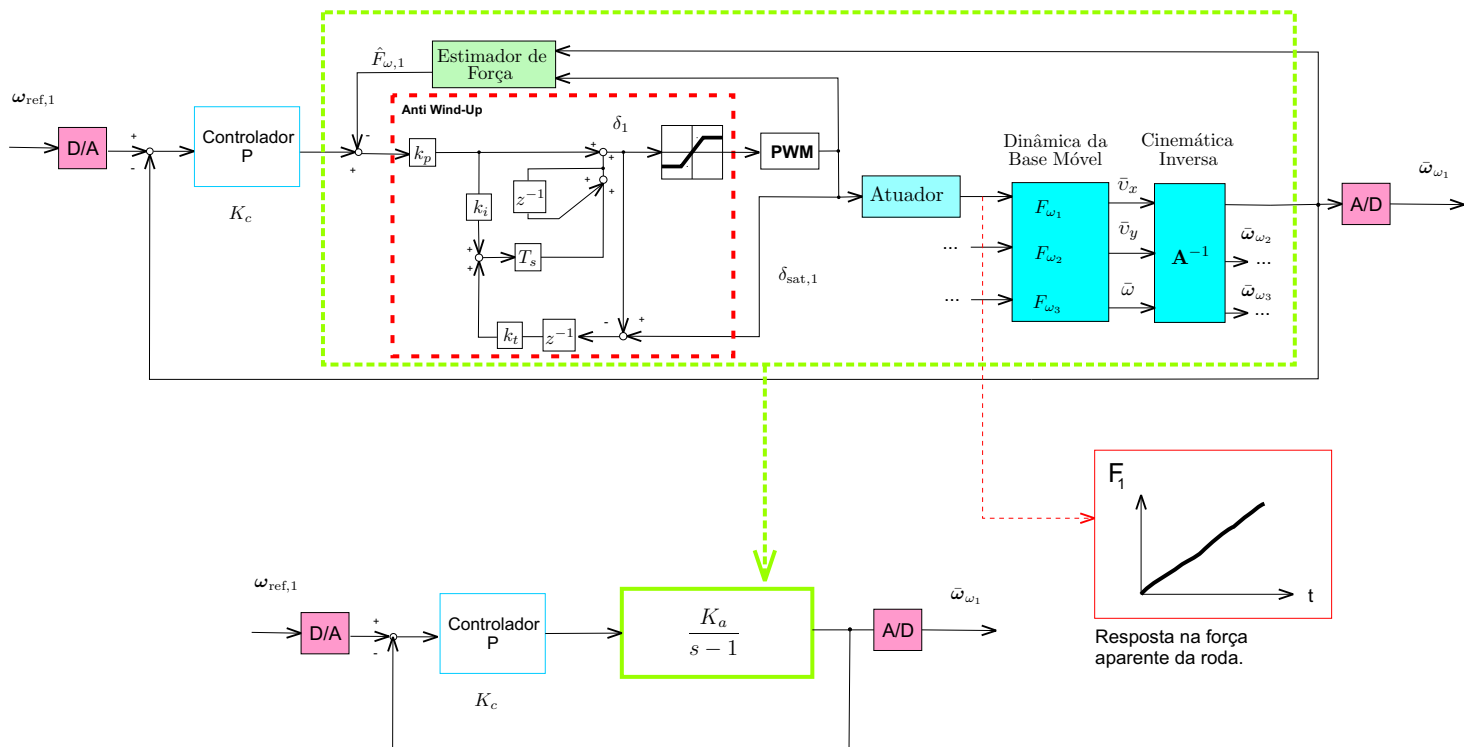


Figura 4.8: Modelo de referência.

estimador para força nas rodas que inclui a não linearidade inerente de tipo atrito. São comentados alguns dos aspectos mais importantes na detecção digital de velocidade fazendo uso de encoders no projeto de controle de força. Na seção 4.4 é apresentada a metodologia de controle de força usando um controlador **PI** com *Anti Wind-up*. Na seção 4.5 é mostrada a equivalência entre fazer compensação de atrito e compensação de escorregamento quando é usado um projeto de controle baseado no modelo de referência que inclui as condições de rolamento puro.

Capítulo 5

Implementação do Sistema de Controle

Neste capítulo apresenta-se uma aplicação da técnica de controle proposta no capítulo precedente à modelagem fenomenológica de uma base Omnidirecional proposta por Cruz (2007). É feita uma análise comparativa e validação da metodologia de controle usando uma técnica clássica sem compensação de escorregamento.

5.1 Introdução

RECENTEMENTE, o desenvolvimento de controle de sistemas mecânicos com compensação de atrito (ou indiretamente visto como compensação de escorregamento para este projeto de controle) tem recebido considerável atenção por parte dos pesquisadores. Isto tem contribuído para solução de muitos problemas técnicos em engenharia de controle e automação de sistemas mecânicos.

A literatura especializada, caracteriza os recentes desenvolvimentos de sistemas robóticos, destacando robôs móveis em planejamento do movimento, seguimento de trajetória, estabilização em um ponto de equilíbrio, os quais foram projetados a partir de modelos com técnicas de controle, sem o conhecimento do comportamento

local frente às não linearidades inerentes de entrada do sistema. Estas não linearidades, particularmente o atrito, de fato causa um desempenho pobre, deteriorando os servomecanismos, como no caso de robôs, e que em alguns casos podem levar a instabilidade se uma estratégia apropriada de controle não é projetada (Canudas de Wit *et al.*, 1995).

5.2 Estimador e Controlador de Força nas Rodas para o Robô

A figura 5.1, ilustra a simulação da resposta ao degrau de 0.5 V de um dos motores CC usando a equação (4.1) para o veículo *Axebot*. Observa-se que a dinâmica é muito rápida com uma constante de tempo de $64.327 \mu s$. O robô *Axebot*, tem implementado uma rotina interrupção que detecta cada pulso do encoder incremental com um tempo mínimo de amostragem de $10ms$, o que dificulta a implementação da compensação da dinâmica elétrica dos motores. Assim, foi considerado o modelo reduzido indicado pela equação (4.6).

5.2.1 Estimador de Força

Como foi visto no capítulo 4, para a estimação de força em cada roda do robô *Axebot* será considerado o observador indicado pela equação (4.7) em regime permanente, desprezando a constante de tempo elétrica do motor por ser muito pequena e indetectável pelo encoder implementado como sensor de detecção de posição e velocidade. Substituindo na equação (4.7) os parâmetros da tabela D.1 do Apêndice D no caso discreto tem-se:

$$\hat{F}_{\omega_i}(k) = 4.0808 \delta_i(k) - 0.0045 \omega_{m_i}(k) - 4.2632 \times 10^{-3} [\omega_{m_i}(k) - \omega_{m_i}(k-1)], \quad (5.1)$$

ou ainda

$$\begin{aligned} \hat{F}_{\omega_i}(k) = 4.0808 \delta_i(k) - 8.7632 \times 10^{-3} \omega_{m_i}(k) \\ + 4.2632 \times 10^{-3} \omega_{m_i}(k-1). \end{aligned} \quad (5.2)$$

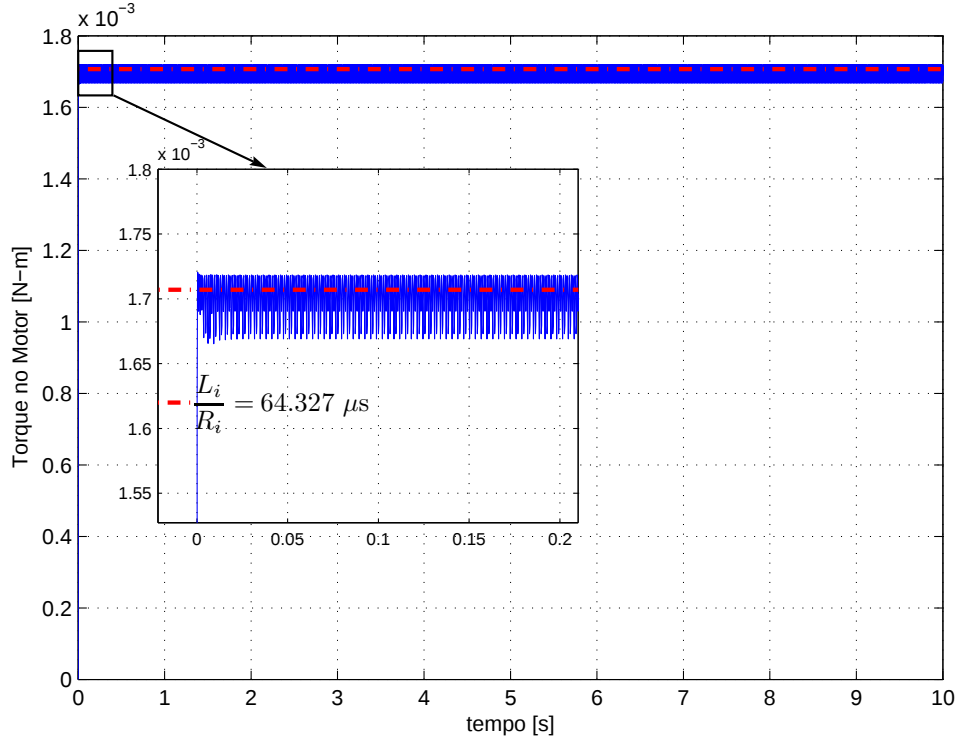
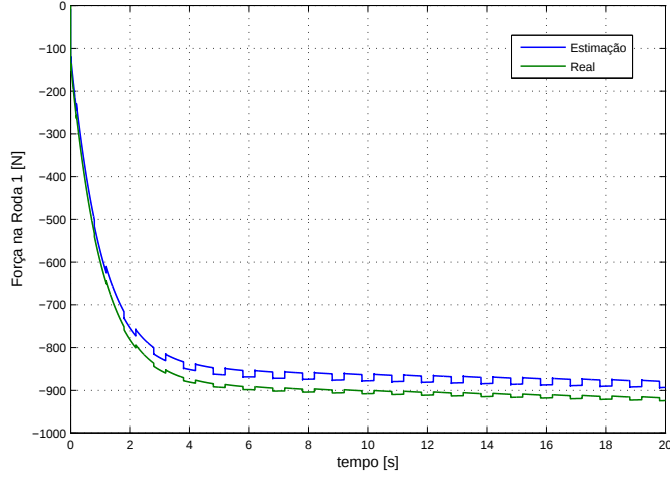


Figura 5.1: Resposta ao degrau do motor CC do veículo robô *Axebot*.

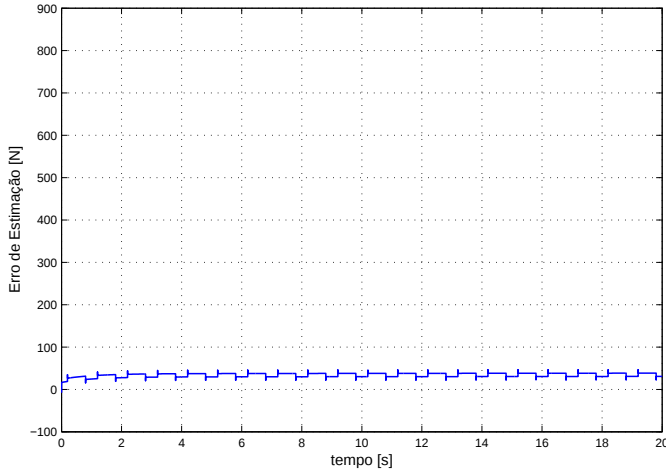
A figura 5.2, ilustra como o estimador de força (5.2) de ganho estático, acompanha o valor do modelo de força com dinâmica descrito pelas equações (4.1), (4.2), (2.11) e (2.12) em uma roda (considerando um período de amostragem de 10 *ms*). O erro de estimação é devido ao uso de uma expressão aproximada para a força.

A necessidade de estimar a força foi a razão de propor uma estrutura de controle em cascata para o sistema. Conhecida como uma variável que não é diretamente mensurável e sendo uma variável a ser controlada no laço interno.

O modelo (5.2) pode ser considerado um estimador de força na roda válido, já que a dinâmica do motor é considerada desprezível e o atrito pode ser anulado por um modelo de referência no segundo laço de controle.



(a) Estimação da Força na Roda.



(b) Erro de Estimação da Força na Roda.

Figura 5.2: Simulação do seguimento da força real pela força estimada para uma Roda com os seguintes parâmetros: $\delta_i(t) = 0.4V$, $s_i(t) = 0.5$, $V'_{d_i} = 5.4$ V, $M = 1.83$ Kg, $J_{\omega_i} = 8.1 \times 10^{-4}$ Kg-m², $K_{t_i} = 0.0059$ N-m/A, $K_{em_i} = 0.0059$ V-s/rad, $\eta = 0.83$, $R_i = 1.710$ Ω , $N = 19$, $r_{\omega} = 0.072$ m, $J = 2.125$ Kg-m², dados obtidos do robô *Axebot* construído na UFBA (Veja Apêndice D).

5.2.2 Controlador de Força nas Rodas

Feito o estimador de força nas rodas, o controlador é projetado da equação reduzida da força e aplicada à equação (4.8). Utilizou-se um controlador **PI** projetado por lugar geométrico das raízes, como foi desenvolvido no capítulo 4. Os valores determinados são: $k=1$ e $z_0=0.1$, ou equivalentemente $k_i=90$ e $k_p=0.55$ com $T_s=0.01s$ ¹.

Sabendo que a força máxima atingida pela roda é 1397.4 mN (Veja Apêndice D) a referência de velocidade aplicada é de 5 rad/s, menor do que a máxima velocidade angular atingida pela roda, 36.59 rad/s, usando uma tensão nominal de 6 V. Assim, na figura 5.3 ilustra-se o seguimento da força da referência quando $\omega_{ref}(k)$ é 5 rad/s e o controlador PI não usa proteção Anti-Windup; na figura 5.4 é apresentado o mesmo controle PI mas usando proteção Anti-Windup. Nos dois testes o escorregamento foi considerado um sinal aleatório² com amplitudes entre 0 e 0.7 com uma taxa de amostragem de 0.001 s (1 ms) e assim testar o comportamento da força controlada na presença de atrito³.

A figura 5.4 mostra uma diferença significativa com os sinais apresentados na figura 5.3 devido a que o uso da proteção Anti-Windup não permite que algumas referências de força sejam atingidas. No nosso caso podemos dizer que a velocidade angular desejada $\omega_{ref}(k) = 5$ rad/s satura gradualmente o atuador. Lembre-se que a ação de controle fornecida pelo controlador PI com Anti Wind-up inibe valores acima de 1 V, como foi indicado pela não linearidade do tipo saturação; e neste trabalho não é compensada a não linearidade do tipo saturação.

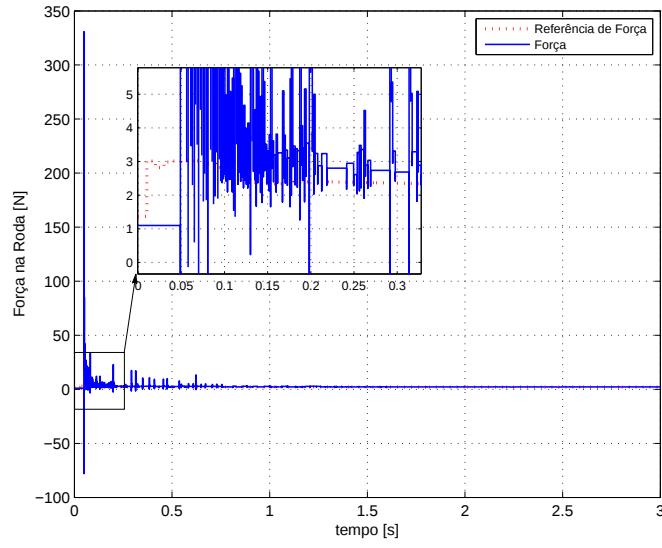
A força na roda apresentada nas figuras 5.3 e 5.4 passou por o filtro passa-baixas discreto de ordem 2 do tipo Butterworth:

$$F(z) = \frac{0.9794z + 0.1637}{z^2 + 0.1314z + 0.01176}, \quad (5.3)$$

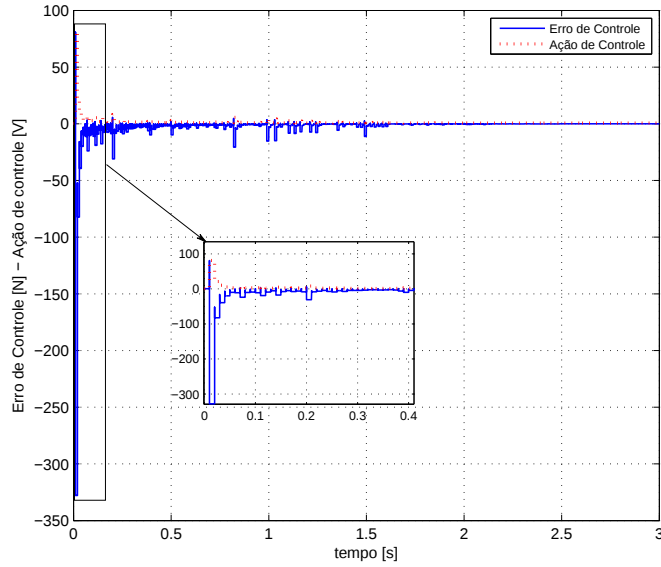
¹O período de amostragem utilizado na interrupção de detecção das velocidades médias dos motores do veículo é de 10ms.

²Este sinal foi gerado da mesma forma que na seção 3.3.2.

³O escorregamento é simulado para o intervalo [0,1] que fornece o valor do atrito na zona de aceleração de cada roda segundo o modelo de Burckhardt indicado pela equação (2.32).

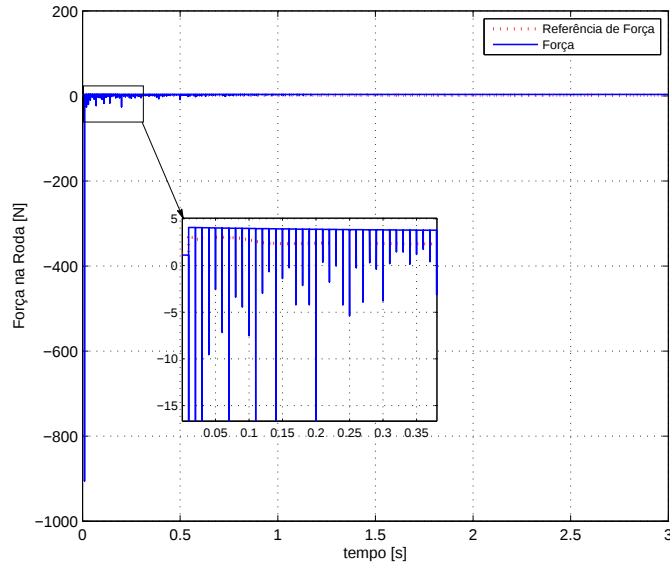


(a) Referência de Força F_{ref} e Força na Roda, F_{ω_i} .

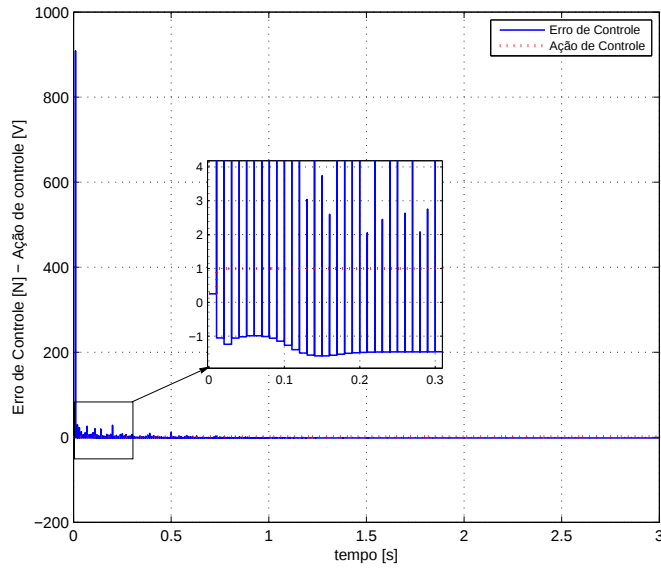


(b) Erro de controle e Ação de Controle, u_i .

Figura 5.3: Controle de força de uma roda com referência de velocidade angular 5 rad/s usando um controlador **PI** Digital *sem* Proteção Anti-Windup com parâmetros $k_i = 99$, $k_p = 0.55$ e $T_s = 0.01$ s.



(a) Referência de Força F_{ref} e Força na Roda, F_{ω_i} .



(b) Erro de controle e Ação de Controle, u_i .

Figura 5.4: Controle de força de uma roda com referência de velocidade angular 5 rad/s usando um controlador **PI** Digital *com* Proteção Anti-Windup com parâmetros $k_i = 99$, $k_p = 0.55$ e $T_s = 0.01$ s.

considerando que a frequência de corte é 50 Hz e a frequência de amostragem é 100Hz. Assim, o comportamento transitório da força pode ser melhor observado ao mesmo tempo que evitamos ruído no erro de controle e ações de controle inadequadas. Aumentando a ordem do filtro e diminuindo a frequência de corte, o valor da força controlada terá menos desvio da referência mas incrementa-se o custo computacional.

5.3 Controlador de Velocidade Angular com Compensação de Escorregamento

Para compensar o efeito do escorregamento em cada atuador é usado um modelo de referência que cumpre a condição de rolamento ideal segundo a seção 4.5.2. Cada sistema SISO modelado dentro da metodologia de controle em cascata tem como entrada a referência de força na roda e tem como saída a velocidade angular aparente da roda, ver a figura 5.5.

Para projetar o neuro-controlador é preciso identificar cada um dos sistemas SISO com a estrutura da figura 5.5 incluindo a dinâmica do escorregamento⁴, depois o neuro-controlador é ajustado usando uma rede neuronal recorrente fazendo com que o cada atuador responda como indica o modelo de referência.

O projeto de controle desenvolvido neste trabalho pode ser simplificado nos seguintes passos:

- (i) Excitação adequada de cada laço de controle de força e amostragem.
- (ii) Identificação dos laços de controle de força para cada atuador usando o algoritmo de Levenberg-Marquardt.
- (iii) Excitação adequada do modelo de referência de cada subsistema SISO e amostragem.
- (iv) Treinamento do neuro-controlador usando o algoritmo BFGS⁵.

⁴Aqui foram considerados dois tipos de escorregamento, constante e aleatório.

⁵Algoritmo de *Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno* (Ver Apêndice C)

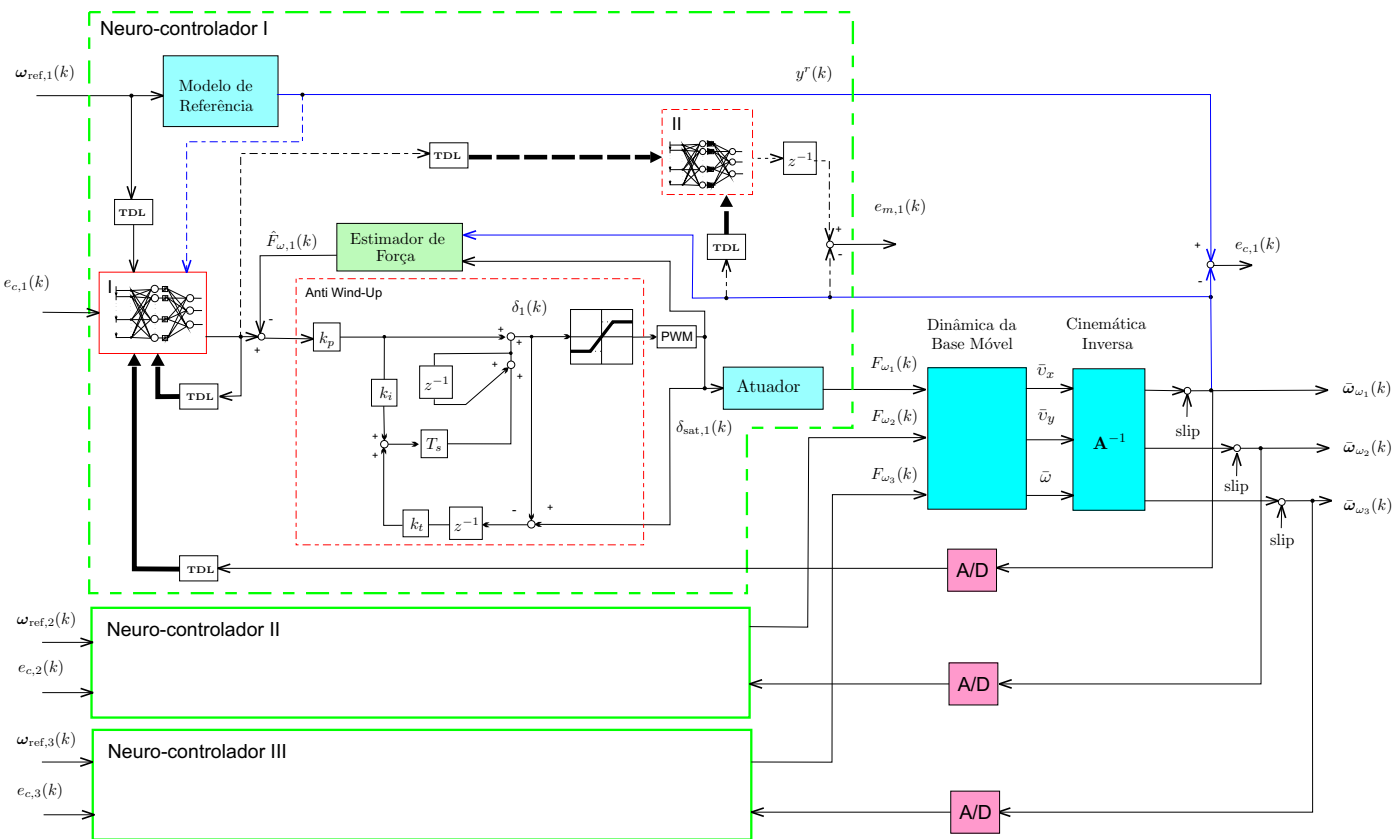


Figura 5.5: Estratégia de controle de velocidade na base móvel com compensação de escorregamento.

5.3.1 Excitação de cada subsistema SISO e Amostragem

A velocidade angular aparente com escorregamento de 0.5 em cada roda apresenta uma resposta como vê-se na figura 5.6. Como se pode notar a resposta é do tipo rampa, que pode ser estabilizada usando um controlador tipo **P**. Com ganho $K_c \gg 1/K_a$ sendo K_a um ganho experimental de cada sistema SISO determinado como o coeficiente angular da rampa na figura 5.6. Assim, $K_a \approx 0.0325$ e $K_c = 110000$.

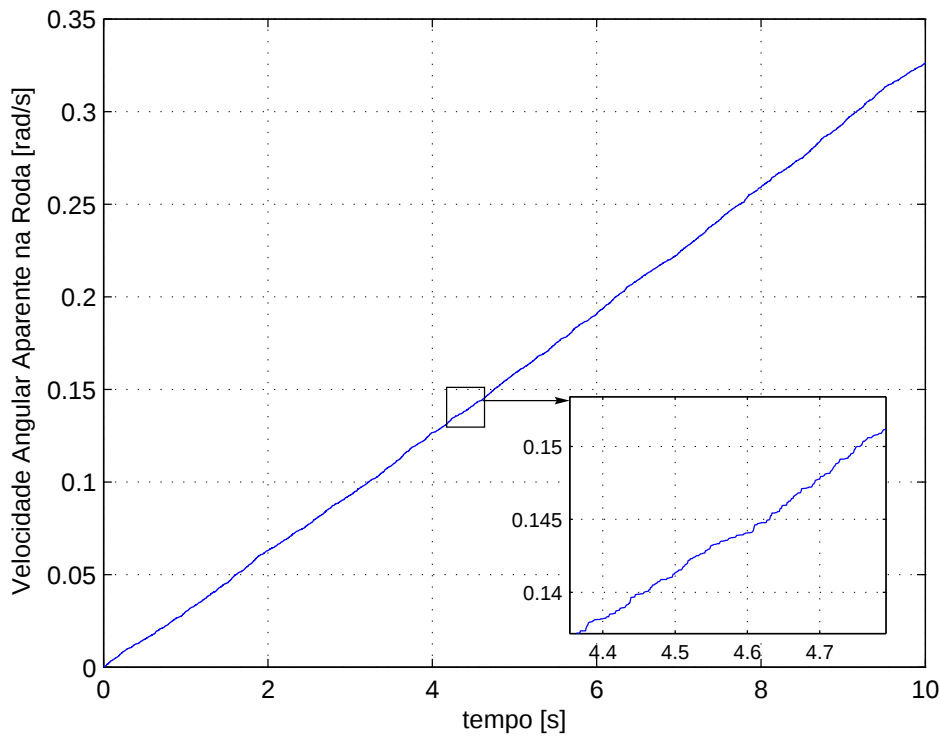


Figura 5.6: Resposta da velocidade angular aparente da roda usando um degrau de 0.9 N na referência de força no subsistema SISO.

Usando o ganho K_c e aplicando um degrau de 1 rad/s na referência e um escorregamento constante $s_i(k) = 0.5$ tem-se a resposta mostrada na figura 5.7. Então é preciso excitar o i -ésimo sistema SISO⁶ e encontrar os dados que caracterizam a

⁶Neste trabalho só é apresentado o resultado com um atuador aproveitando que cada atuador

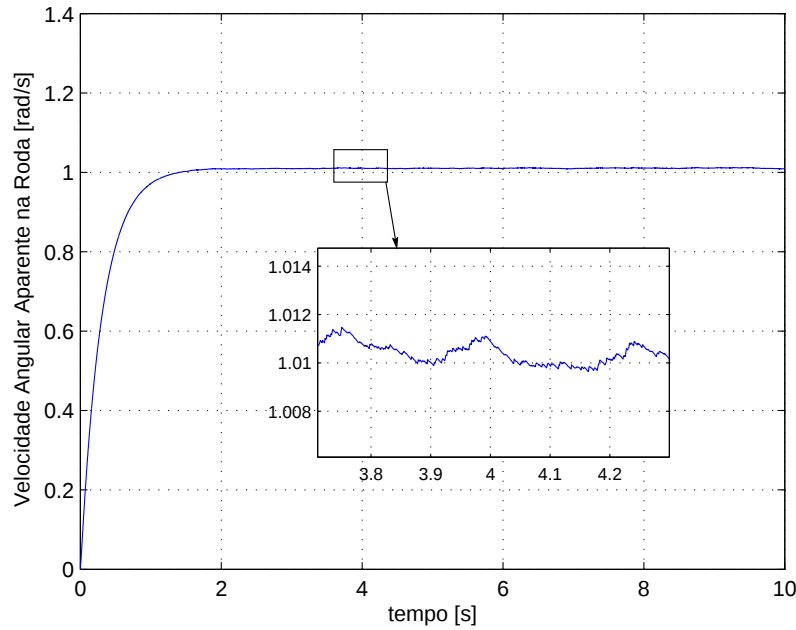


Figura 5.7: Resposta da velocidade angular aparente da roda usando 1 rad/s na referência.

parte transitória da resposta, como o valor final e o tempo de acomodação.

Do sinal de excitação depende uma boa identificação dos subsistemas SISO. Neste caso é usado um sinal **PRBS** (*Pseudo-Random Binary Sequence*) para garantir informação da parte transitória da resposta (ver Apêndice F).

Segundo a figura 5.7 o valor final é 1.0095 rad/s quando é aplicado um degrau unitário na entrada. O tempo de acomodação para o 95% do valor final (0.9590 rad/s) é $t_a = 0.9117$ s. Com estes dados é possível construir um sinal PRBS com as seguintes características:

1. Amplitude entre +0.9590 rad/s e -0.9590 rad/s.
2. Tempo entre bits, $T_b \in [0.0912 \text{ s}, 0.3039 \text{ s}]$ usando a expressão (F.1) do Apêndice F.

possui a mesma estrutura e dinâmica.

Para evitar *Aliasing* no tempo o período de amostragem foi o mesmo tempo usado pelo sistema de detecção digital de velocidade, $T_s = 0.01$ s. De igual maneira este período de amostragem será usado pela rede neuronal I que opera como controlador e pela rede neuronal II que aproxima o i -ésimo sistema SISO. Na figura 5.8 pode-se observar o sinal PRBS aplicado e a velocidade do sistema.

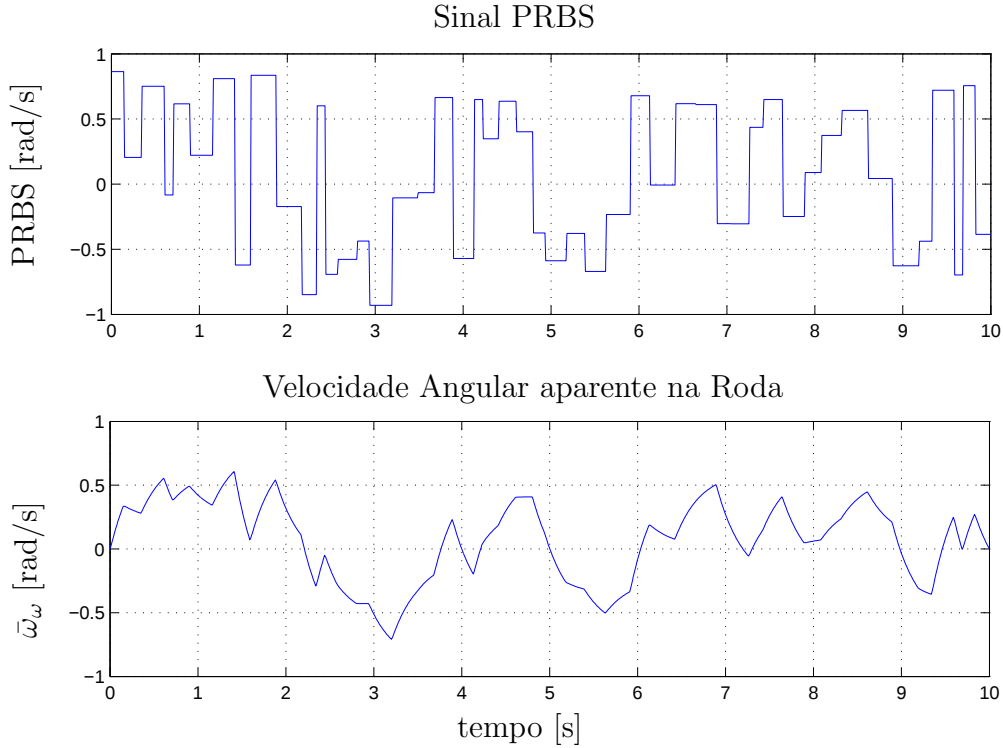


Figura 5.8: Excitação de cada sistema SISO.

5.3.2 Identificação de cada subsistema SISO usando o modelo NARMA-L2

Aqui é usada a estrutura da figura 3.2 para aproximar o comportamento de cada sistema SISO. De acordo com o Teorema 1 do apêndice A podemos aproveitar a característica das **RNAs** como bons aproximadores quando usam funções de ativação sigmoidais arbitrariamente relacionadas com o numero de neurônios na

camada oculta.

Para o treinamento foram usados 3 regressores da entrada e 2 regressores da saída de cada subsistema. Foram usados 13 neurônios na camada oculta e aplicado a estrutura de atualização de pesos do tipo *Backpropagation* usando o algoritmo de otimização de Levenberg-Marquardt. Na figura 5.9 apresenta-se a evolução do erro médio quadrático para 100 iterações no teste e no treinamento das **RNAs** que aproximam $\bar{f}_0(\cdot)$ e $\bar{g}_0(\cdot)$.

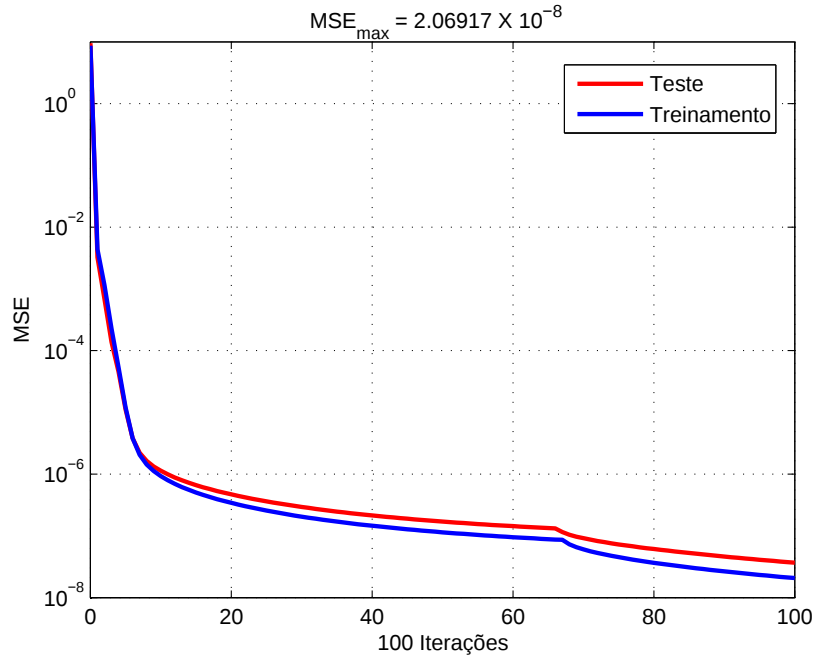


Figura 5.9: Erro de treinamento usando o algoritmo *Backpropagation* de Levenberg-Marquardt.

5.3.3 Excitação do modelo de Referência de cada subsistema SISO e Amostragem

O modelo de referência cumpre a condição de rolamento ideal, para o que temos definido o escorregamento com um valor 0.001 no modelo fenomenológico. O

valor não foi definido exatamente 0, pois o rolamento ideal não seria uma causa real do atrito presente nas rodas, ainda quando o escorregamento seja nulo o atrito pode existir em uma mínima expressão.

Para identificar este modelo é aplicado um degrau unitário na entrada, na malha de controle com $K_c = 110000$, semelhante ao processo de identificação dos subsistemas SISO de cada atuador da base móvel na seção 5.3.1. A figura 5.10 mostra a resposta do modelo de rolamento quase-ideal. O valor final da resposta é 1.001 e o tempo de acomodação para o 95% do valor final (0.95 rad/s) é $t_a = 0.9117$ s. A função de transferência proposta para este modelo de referência pode ser escrito como:

$$H_1(s) = \frac{K_c K_a}{s + (K_c K_a - 1)} = \frac{3575}{s + 3574}, \quad (5.4)$$

ou ainda em discreto, usando a transformação bilinear e com $T_s = 0.001$ s:

$$H_1(z) = \frac{0.9473z + 0.9473}{z + 0.894}. \quad (5.5)$$

De maneira semelhante ao processo anterior construi-se um sinal PRBS com as seguintes características:

1. Amplitude entre +0.95 rad/s e -0.95 rad/s.
2. Tempo entre bits, $T_b \in [0.0912 \text{ s}, 0.3039 \text{ s}]$.

Na figura 5.11 observa-se o comportamento do sinal PRBS aplicado e à saída do sistema. Nota-se que o valor máximo de amplitude de cada pulso não supera 1 rad/s

Neste procedimento é importante que a não linearidade escorregamento esteja presente na dinâmica das amostras recolhidas quando foi aplicado o sinal PRBS na entrada e para isso o tempo de amostragem $T_s = 0.01$ s segue sendo apropriado.

Nota-se que o tempo de acomodação é quase 1 s, característica do modelo de referência que não é muito boa para uma base móvel com um tempo de acomodação

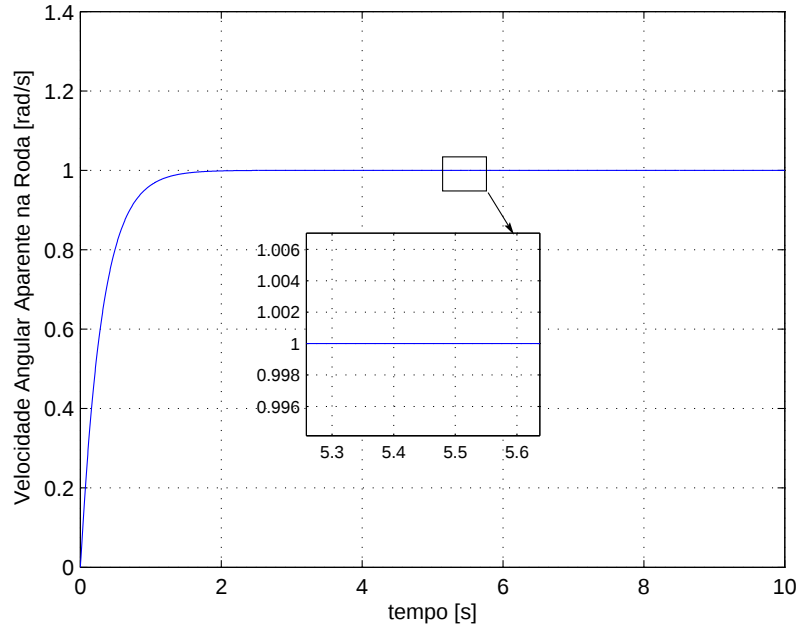


Figura 5.10: Resposta da velocidade angular aparente da roda usando um degrau de 1 rad/s na referência no modelo de referência $H_1(z)$.

inferior a 200 ms. Assim, outro modelo de referência é proposto com um tempo de acomodação $t_a = 0.0395$ s e um ganho $K_c = 1600000$,

$$H_2(s) = \frac{K_c K_a}{s + (K_c K_a - 1)} = \frac{52000}{s + 51999}, \quad (5.6)$$

ou ainda em tempo discreto, usando a transformação bilinear com $T_s = 0.01$ s, como:

$$H_2(z) = \frac{0.9962z + 0.9962}{z + 0.9923}. \quad (5.7)$$

A resposta do modelo de referência $H_2(z)$ é apresentado na figura 5.12.

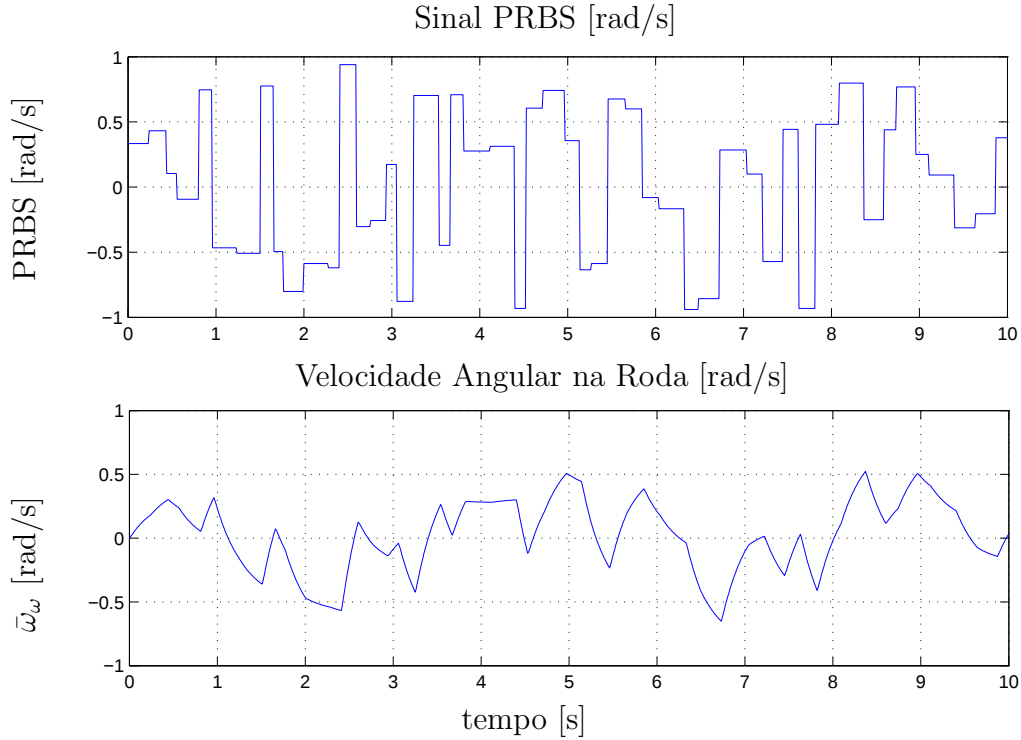


Figura 5.11: Excitação de cada sistema SISO de Referência.

5.3.4 Treinamento do Neuro-controlador usando o algoritmo BFGS

O neuro-controlador é projetado com uma rede neuronal recorrente que usa dois regressores da referência de velocidade angular, $\omega_{\text{ref}}(k)$ e $\omega_{\text{ref}}(k - 1)$, um regressor da ação de controle, $F_{\text{ref}}(k - 1)$, e dois regressores da saída de velocidade angular aparente de cada subsistema SISO, $\bar{\omega}_{\omega_i}(k)$ e $\bar{\omega}_{\omega_i}(k - 1)$. Na camada oculta foram usadas 14 neurônios. Para o treinamento do neuro-controlador o modelo (5.7) indica ao processo de treinamento *off-line* o ajuste necessário nos pesos sinápticos da RNA recorrente para que a ação de controle faça com que o sistema real do atuador leve sua velocidade angular controlada, $\bar{\omega}_\omega$ ao valor indicado pela referência de velocidade ω_{ref} . A figura 5.13 apresenta o comportamento da resposta do laço de controle de velocidade angular usando a estrutura de controle baseada no modelo

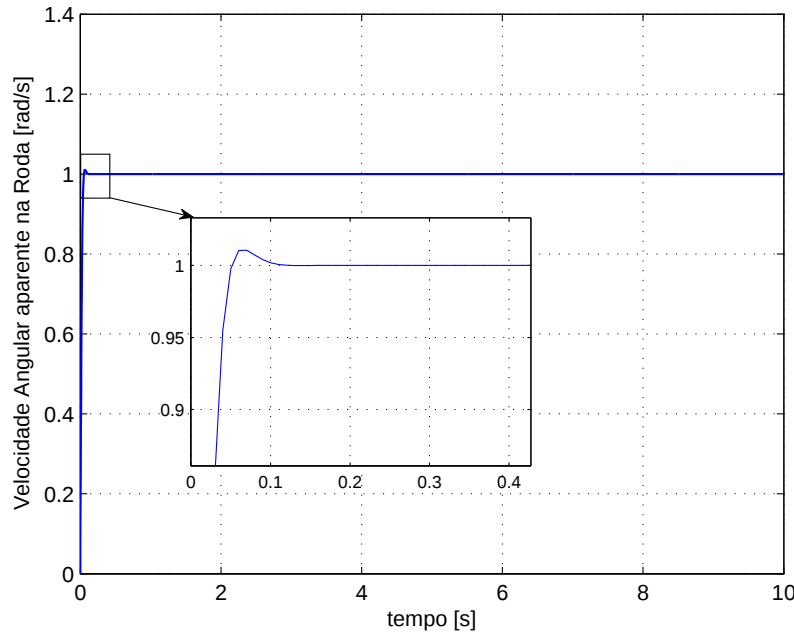


Figura 5.12: Resposta da velocidade angular aparente da roda usando um degrau de 1 rad/s na referência no modelo de referência $H_2(z)$.

de rolamento ideal. O treinamento do neuro-controlador é feito considerando segmentos da resposta no tempo do modelo de referência. Isto permite que os pesos sinápticos sejam ajustados de acordo com cada comportamento no tempo em cada segmento de forma seqüencial; assim cada segmento define uma ação determinada para o neuro-controlador de acordo com a resposta de velocidade apresentada na figura 5.11. A interdependência entre um segmento e o seguinte explicaria a variação do custo computacional em ajustar os pesos para uma determinada ação de controle. Aqui foram usados 20 segmentos, simbolizados de λ_i , para $i = 1, 2, \dots, 20$, e cada um deles foi treinado em 20 iterações usando o algoritmo BFGS (ver apêndice C). As figuras 5.14, 5.15, 5.16, 5.17 e 5.18 apresentam a evolução do erro médio quadrático de cada segmento.

Note-se que nos primeiros 9 segmentos a evolução do erro médio quadrático é mais variante do que nos 11 segmentos restantes. Isto porque durante o processo de identificação o sinal PRBS aplicado pode ter setores do sinal correlacionados, o

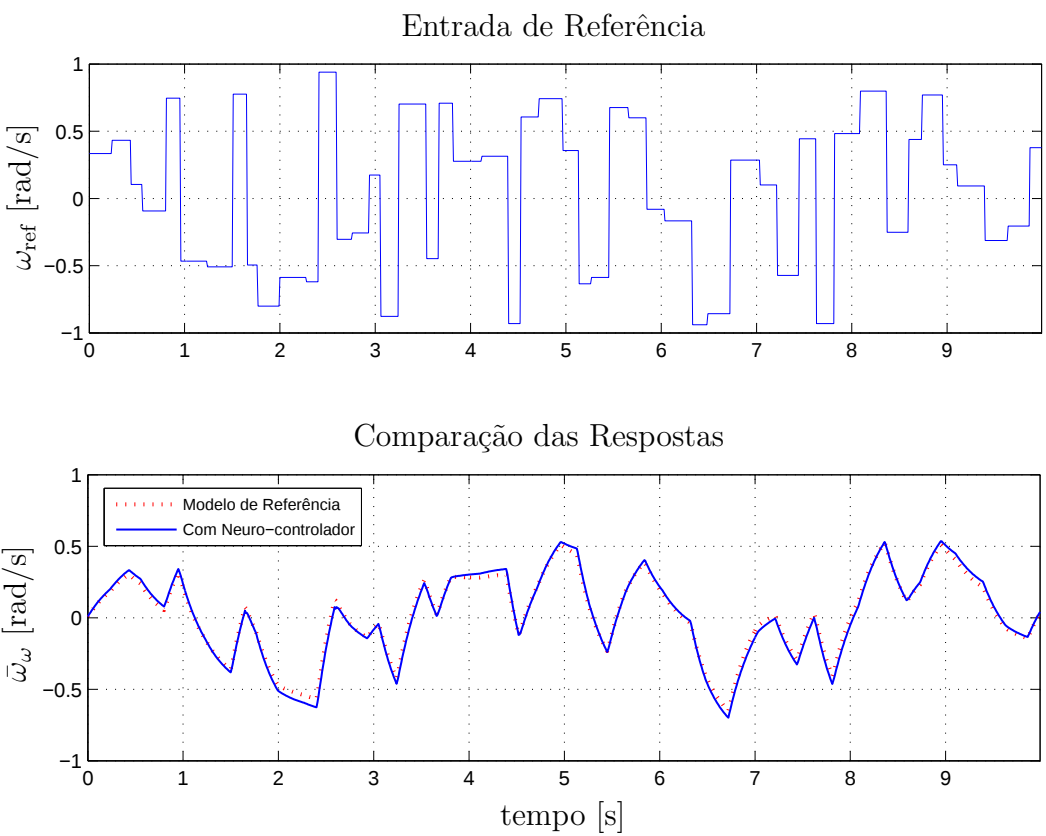


Figura 5.13: Controle de Velocidade com compensação de Escorregamento usando um modelo referência que cumpre as condições de Rolamento ideal.

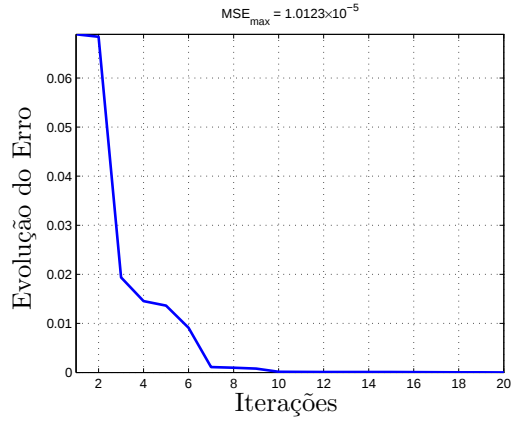
que indica partes da resposta transitória com o mesmo grau de correlação. Assim, por exemplo, durante o treinamento do segmento λ_9 o ajuste de pesos varia mais do que com os segmentos seguintes fazendo com que a evolução do erro comece, nos últimos segmentos, mais perto do erro desejado.

Para cada neuro-controlador foram usados 14 neurônios na camada oculta. Na figura 5.19 mostra-se a implementação dessa rede neuronal em blocos de *Simulink*[®]/MATLAB. Observa-se que o erro de controle $e_c(k)$ faz parte das entradas ao neuro-controlador fazendo com que a ação de controle atenua a perturbação produzida pelo escorregamento. A parte não atenuada do escorregamento pelo neuro-controlador continua sendo o erro de controle $e_c(k)$. De certa forma, esta falta pode ser explicada porque quando tentamos calcular numericamente a expressão (3.2) em redes neuronais recorrentes os pesos sinápticos e os bias têm dois diferentes efeitos sobre a saída da rede neural. O primeiro é o efeito direto representado pela expressão (3.2). O segundo é um efeito indireto devido a que algumas das entradas da rede neuronal, (e.g $F_{\text{ref}}(k-1)$), também são funções dos pesos e bias. Por isto o processo de treinamento do neuro-controlador se faz computacionalmente custoso sendo preciso usar propagação inversa do erro.

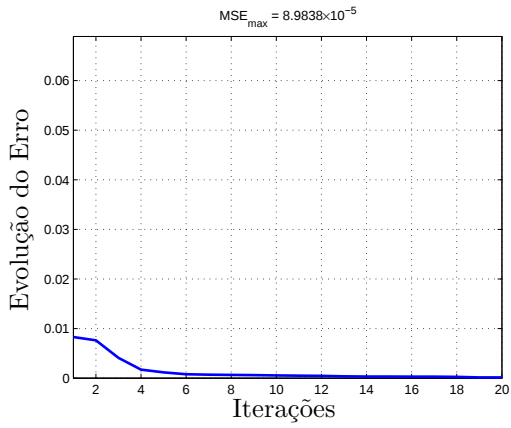
5.4 Resultados de Simulação

Os gráficos 5.20 e 5.21 ilustram as diferenças entre o controle de velocidade com e sem compensação de escorregamento, respectivamente, para uma referência de velocidade de $\omega_{\text{ref}}(k) = 1$ rad/s, quando o escorregamento é do tipo aleatório, com amplitudes entre 0 e 0.7 e o modelo de referência é $H_1(z)$ (Fernández e Cerqueira, 2009a). O controle sem compensação foi feito com o controlador tipo **P** de ganho $K_c = 110000$ proposto na seção 5.3.1. Para a aplicação das referências de velocidade foram considerados os limites máximos mostrados na tabela D.2 do Apêndice D.

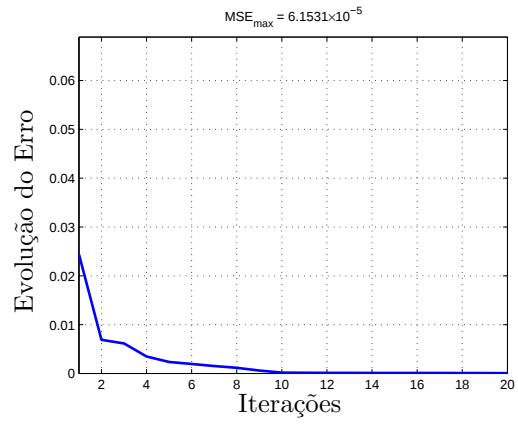
A figura 5.21(a), apresenta claramente um desvio na resposta. Entretanto na figura 5.20(a), a compensação de escorregamento melhora o seguimento da referência. A inclusão do erro de controle $e_c(t) = \|y^r(t) - y_i(t)\|$ definido em (3.1), (sendo $y^r(t)$ a saída do modelo de referência) como entrada do neuro-controlador



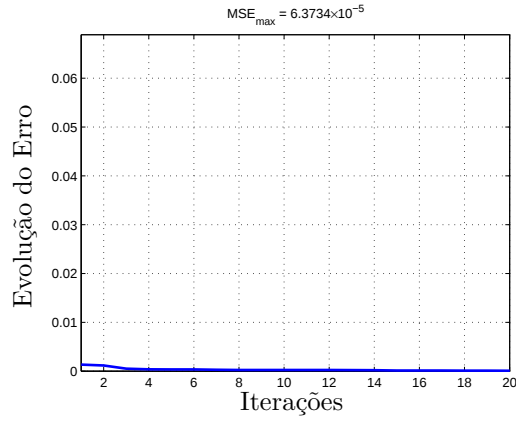
(a) Segmento λ_1 .



(b) Segmento λ_2 .

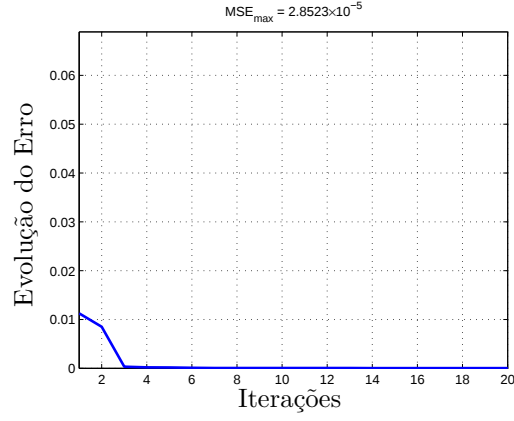


(c) Segmento λ_3 .

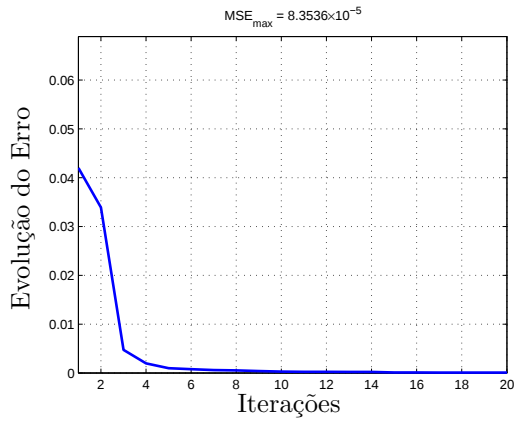


(d) Segmento λ_4 .

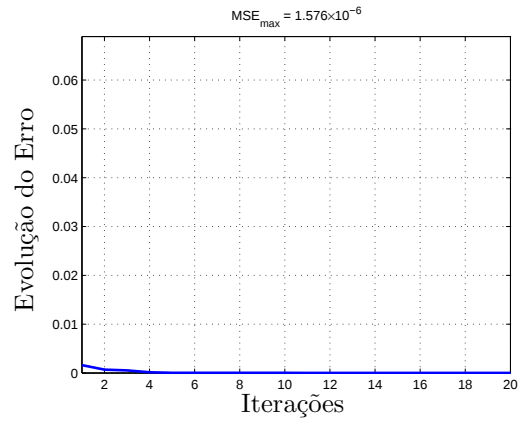
Figura 5.14: Evolução do erro médio quadrático dos segmentos λ_1 , λ_2 , λ_3 , λ_4 no treinamento do neuro-controlador usando o algoritmo BFGS.



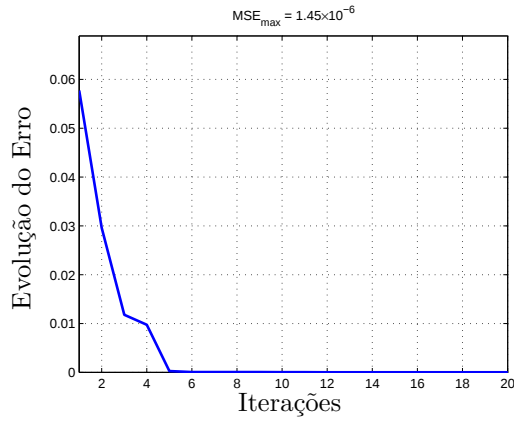
(a) Segmento λ_5 .



(b) Segmento λ_6 .

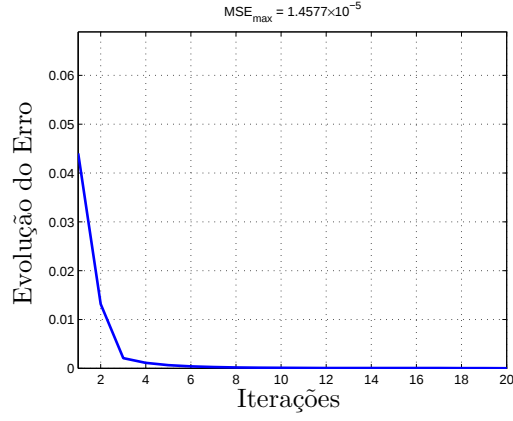


(c) Segmento λ_7 .

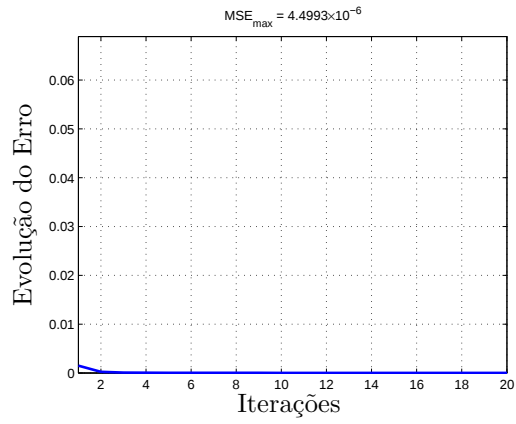


(d) Segmento λ_8 .

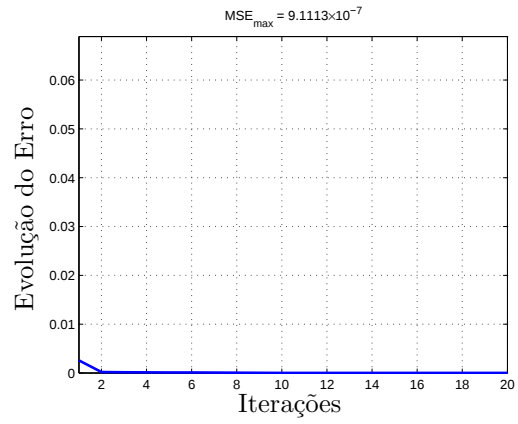
Figura 5.15: Evolução do erro médio quadrático dos segmentos λ_5 , λ_6 , λ_7 , λ_8 no treinamento do neuro-controlador usando o algoritmo BFGS.



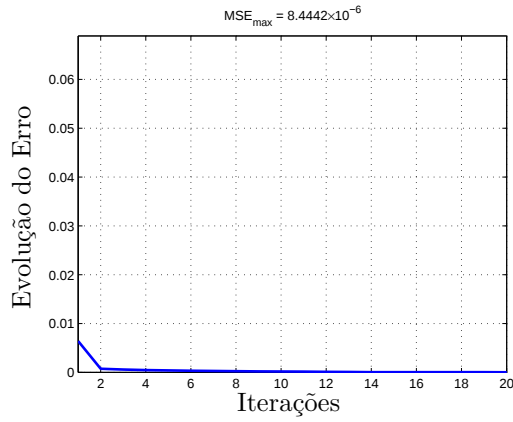
(a) Segmento λ_9 .



(b) Segmento λ_{10} .

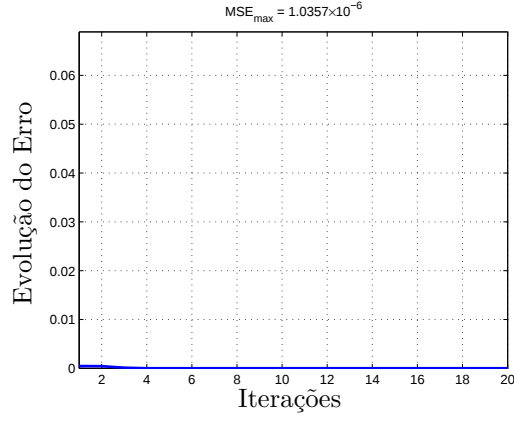


(c) Segmento λ_{11} .

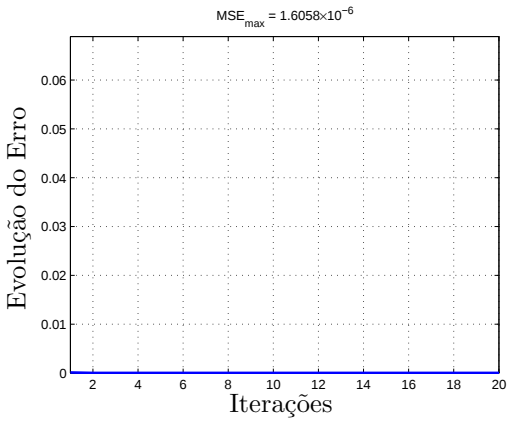


(d) Segmento λ_{12} .

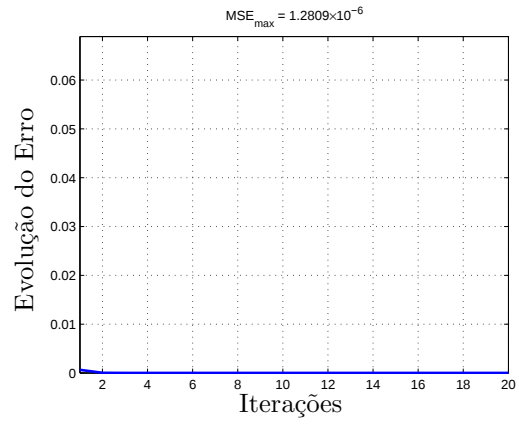
Figura 5.16: Evolução do erro médio quadrático dos segmentos λ_9 , λ_{10} , λ_{11} , λ_{12} no treinamento do neuro-controlador usando o algoritmo BFGS.



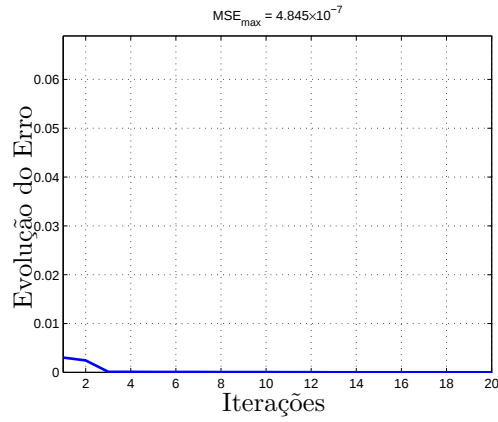
(a) Segmento λ_{13} .



(b) Segmento λ_{14} .

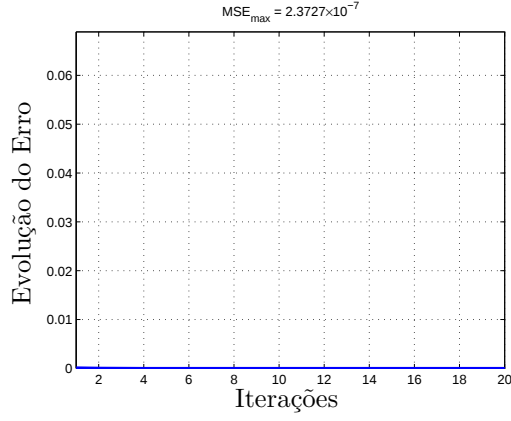


(c) Segmento λ_{15} .

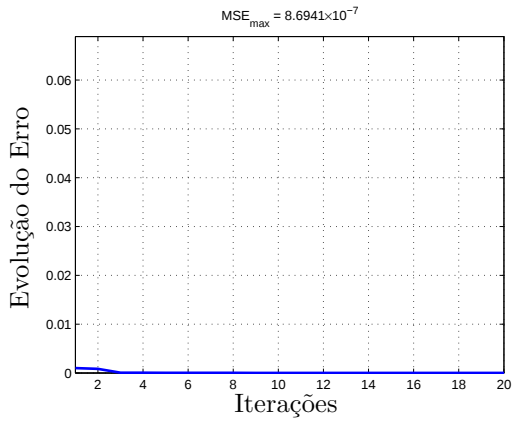


(d) Segmento λ_{16} .

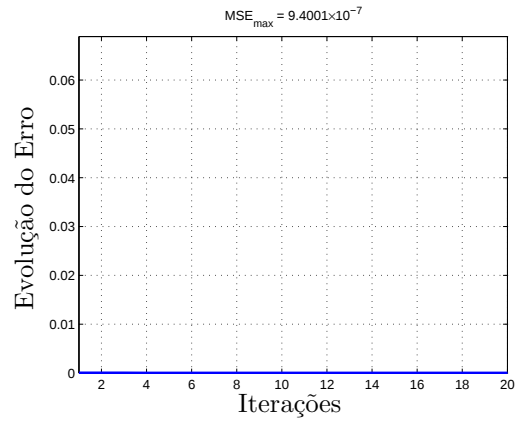
Figura 5.17: Evolução do erro médio quadrático dos segmentos λ_{13} , λ_{14} , λ_{15} , λ_{16} no treinamento do neuro-controlador usando o algoritmo BFGS.



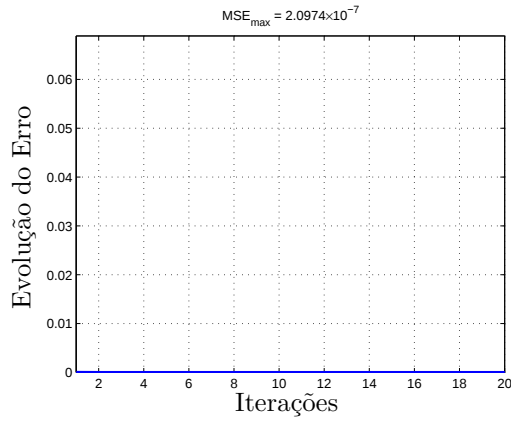
(a) Segmento λ_{17} .



(b) Segmento λ_{18} .



(c) Segmento λ_{19} .



(d) Segmento λ_{20} .

Figura 5.18: Evolução do erro médio quadrático dos segmentos λ_{17} , λ_{18} , λ_{19} , λ_{20} no treinamento do neuro-controlador usando o algoritmo BFGS.

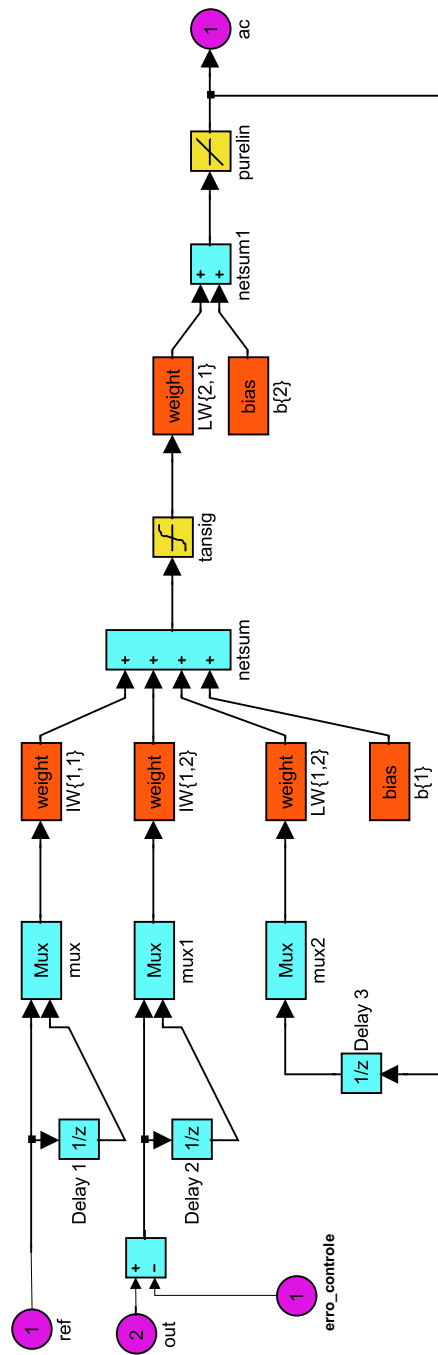
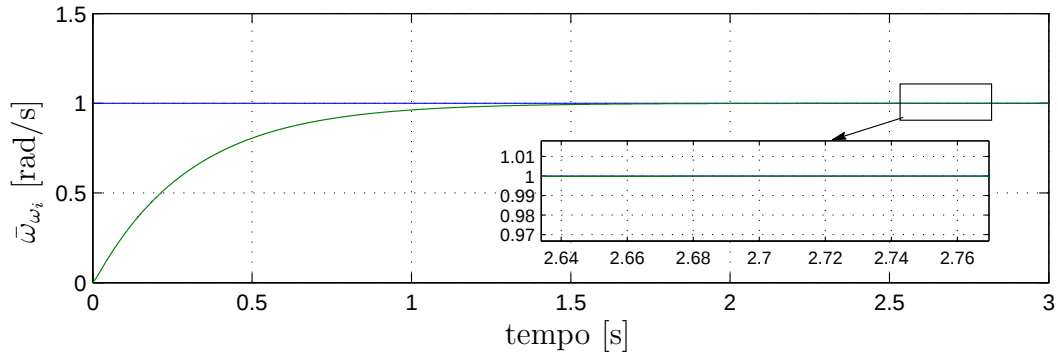
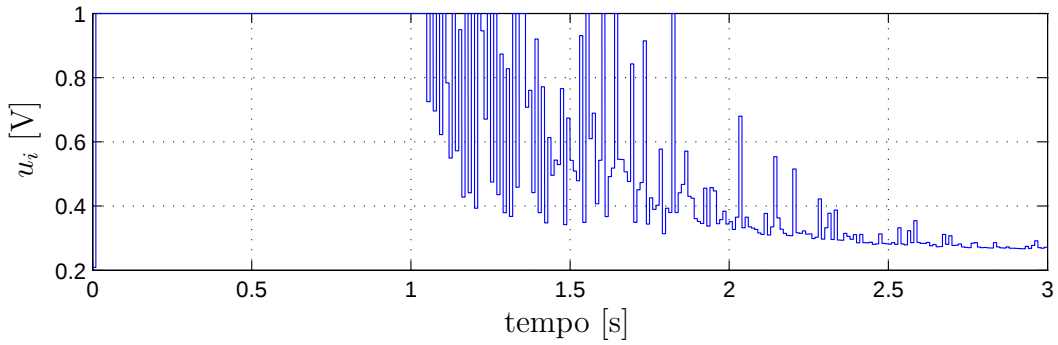


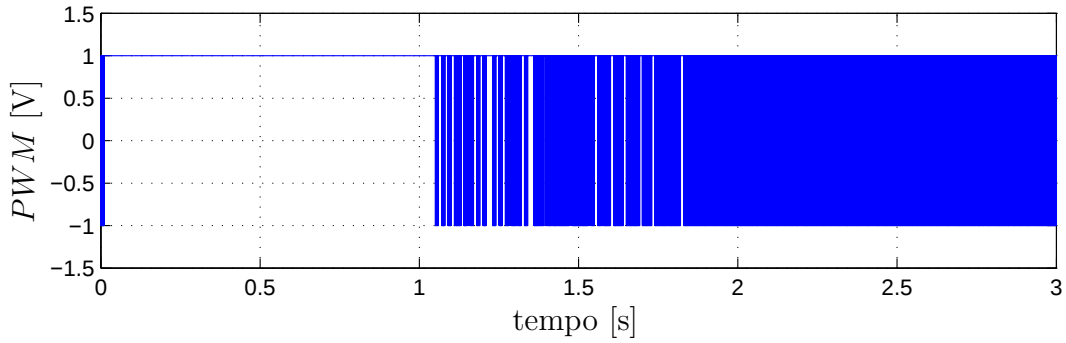
Figura 5.19: Neuro-controlador implementado em blocos de *Simulink*[®]/MATLAB.



(a) Controle da Velocidade Angular com compensação de escorregamento.

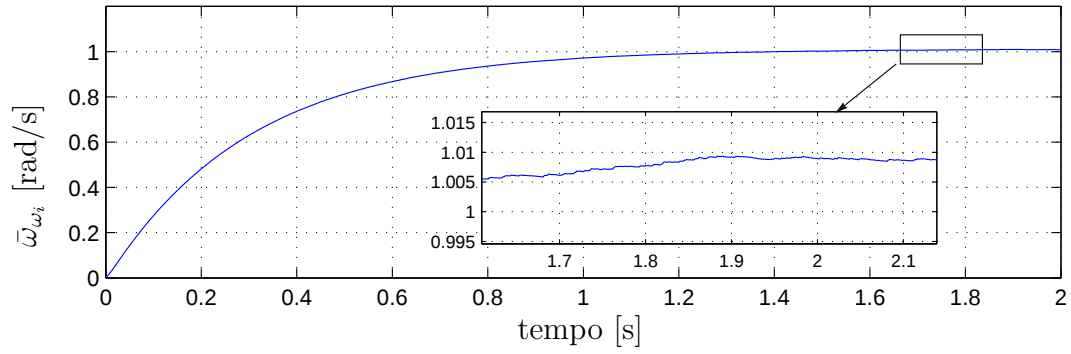


(b) Largura de Pulso aplicada ao gerador do sinal PWM.

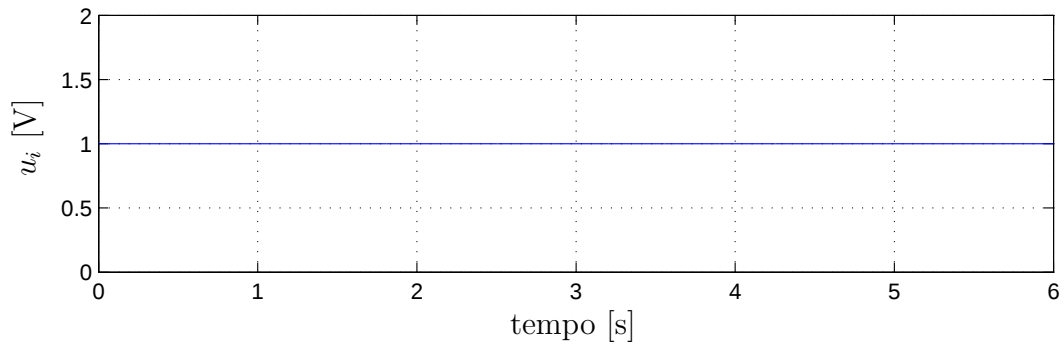


(c) Sinal PWM aplicada.

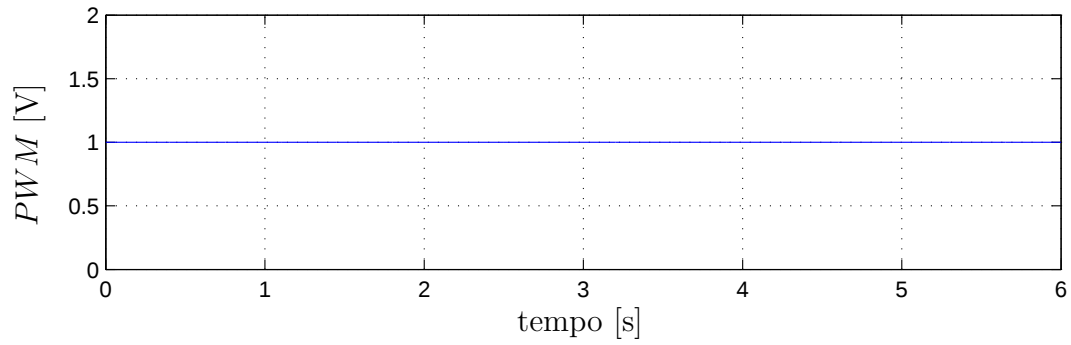
Figura 5.20: Controle *com* compensação de Escorregamento para uma referência de velocidade de 1 rad/s e escorregamento variável de 0 a 0.7 e usando o modelo de referência $H_1(z)$.



(a) Controle da Velocidade Angular sem compensação de escorregamento.



(b) Largura de Pulso aplicada ao gerador do sinal PWM.



(c) Sinal PWM aplicada.

Figura 5.21: Controle *sem* compensação de Escorregamento para uma referência de velocidade de 1 rad/s e escorregamento variável de 0 a 0.7 e usando o modelo de referência $H_1(z)$.

permite atenuar em maior proporção o desvio da referência de velocidade angular produzido pelo escorregamento.

Nota-se na figura 5.20 que depois de ter passado o transitório na resposta de velocidade angular a ação de controle u_i começa a variar; entretanto no controle sem compensação de escorregamento a ação de controle permanece em 1 V, confirmando que não existe esforço de controle para atenuar a presença de atrito (dependente do escorregamento) nas rodas. Na figura 5.20(c) a largura do pulso começa a ser mais pequena justo depois do transitório, fato relacionado à existência da não linearidade zona morta na entrada de cada atuador.

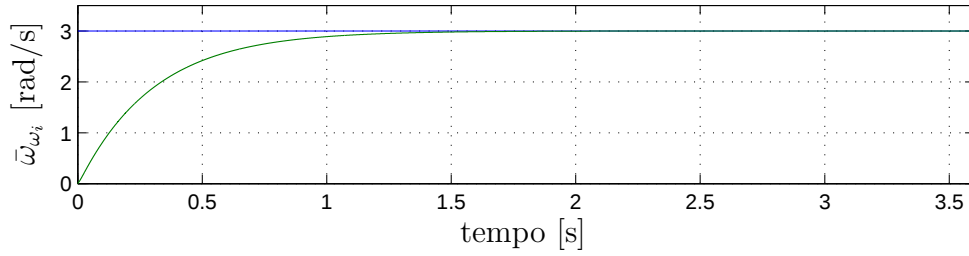
Nas figuras 5.22 e 5.23 pode-se observar que quando aumentamos a referência de velocidade o valor o sinal de controle u_i é saturado. Com maior velocidade, mais deve ser a ação de controle (i.e. F_{ref}) que o neuro-controlador insere ao laço de controle dinâmico de cada atuador, isto significa maior largura de pulso, até se saturar no nosso caso, e maior desvio da referência de força. Ainda assim, a referência de velocidade é atingida porque o desvio na resposta de velocidade angular está contido no erro de controle, informação que é processada pelo neuro-controlador.

Na figura 5.26 mostra-se o comportamento da velocidade angular quando é usado como modelo de referência o modelo $H_2(z)$. Nas figuras 5.26(d) e 5.23(d) pode-se observar que a força na roda tem maior desvio da ação de controle enviada pelo neuro-controlador quando se usa o modelo $H_2(z)$ do que quando se usa o modelo $H_1(z)$.

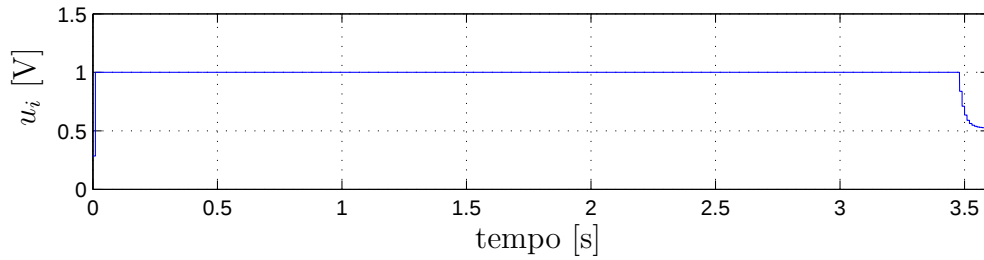
5.5 Sumário

Neste capítulo, apresentou-se o desenvolvimento do projeto de controle para compensação do escorregamento. Na seção 5.2 é apresentado o controlador e o estimador de força nas rodas no tempo discreto. Na seção 5.3 é apresentado o projeto do controlador de velocidade angular com compensação de escorregamento, usando o modelo de referência para cada atuador, considerando as condições de rolamento ideal. É implementado um controlador usando redes neurais recorrentes

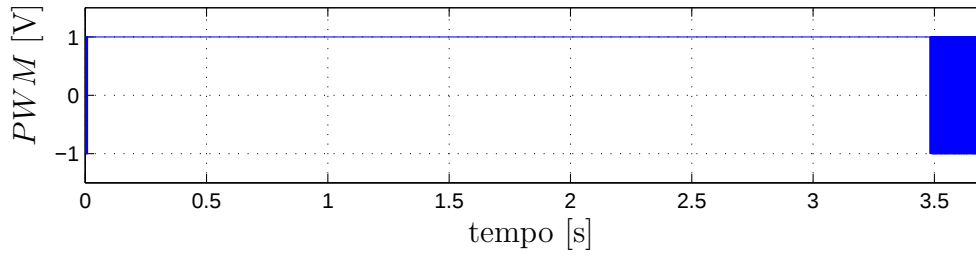
e também é apresentada a evolução do treinamento do neuro-controlador. Na seção 5.4 são apresentados os testes experimentais para diferentes referências de velocidade angular.



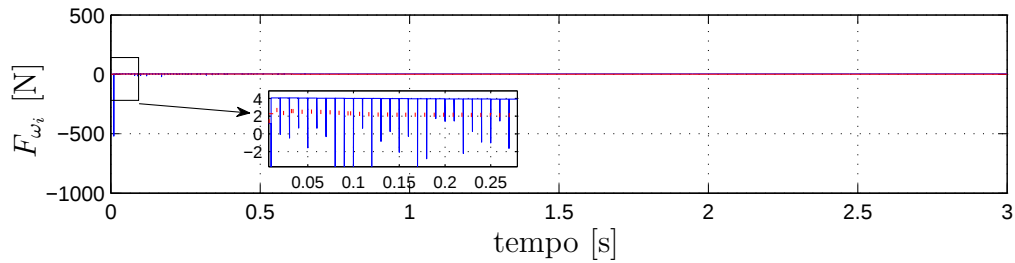
(a) Controle da Velocidade Angular com compensação de escorregamento.



(b) Largura de Pulso aplicada ao gerador do sinal PWM.

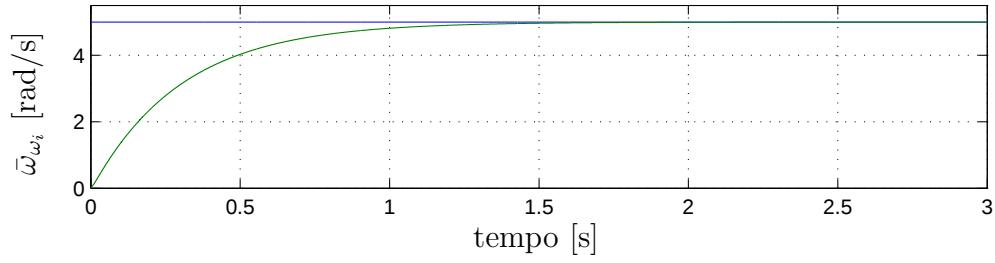


(c) Sinal PWM aplicada.

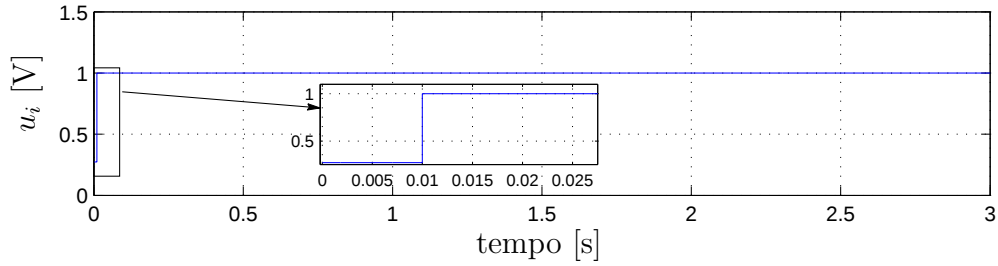


(d) Força na Roda.

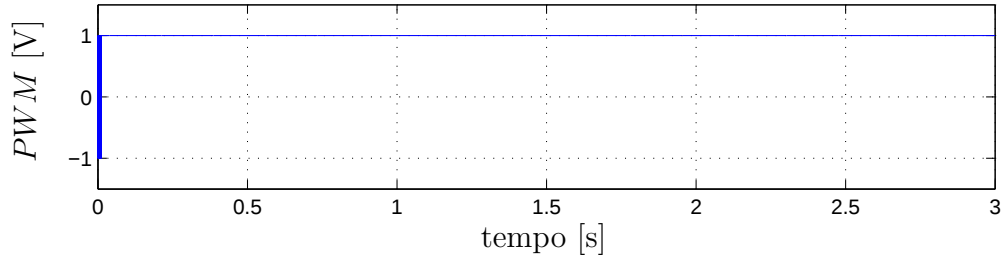
Figura 5.22: Controle *com* compensação de Escorregamento para uma referência de velocidade de 3 rad/s e escorregamento variável de 0 a 0.7 e usando o modelo de referência $H_1(z)$.



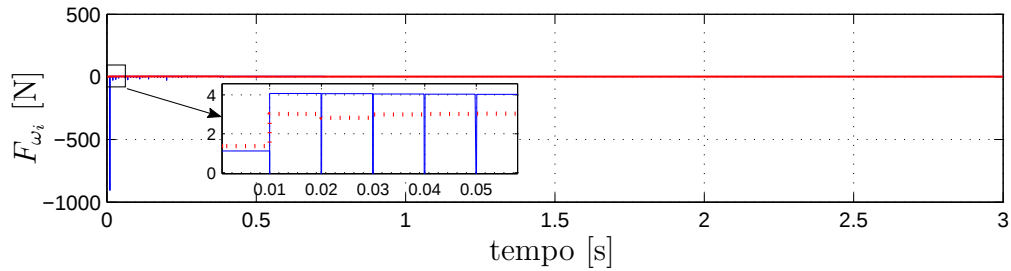
(a) Controle da Velocidade Angular com compensação de escorregamento.



(b) Largura de Pulso aplicada ao gerador do sinal PWM.

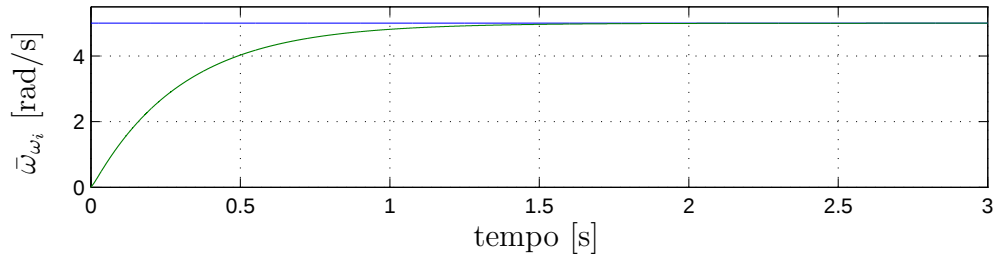


(c) Sinal PWM aplicada.

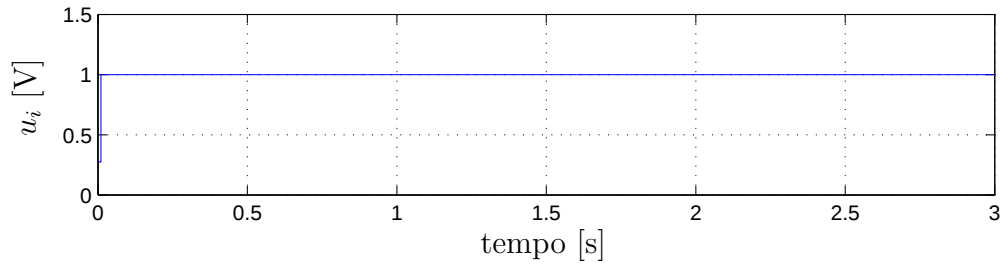


(d) Força na Roda.

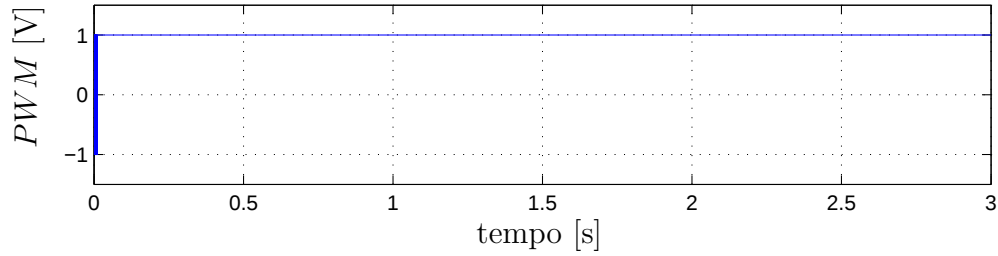
Figura 5.23: Controle *com* compensação de Escorregamento para uma referência de velocidade de 5 rad/s e escorregamento variável de 0 a 0.7 e usando o modelo de referência $H_1(z)$.



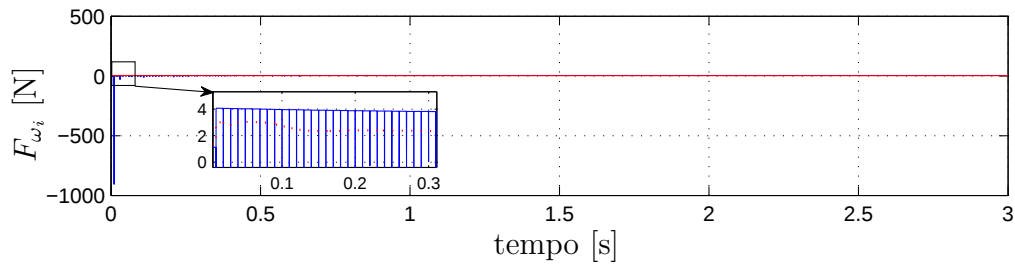
(a) Controle da Velocidade Angular com compensação de escorregamento.



(b) Largura de Pulso aplicada ao gerador do sinal PWM.

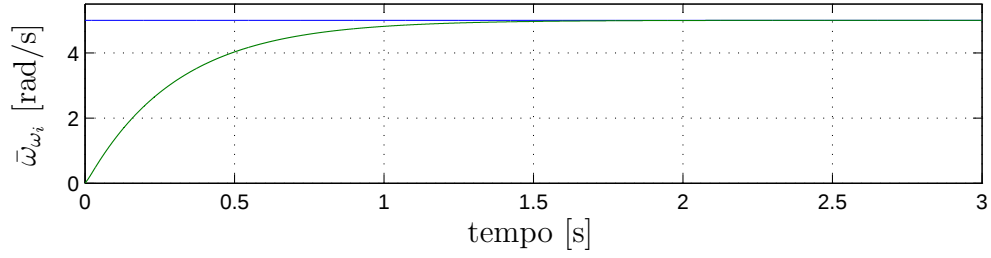


(c) Sinal PWM aplicada.

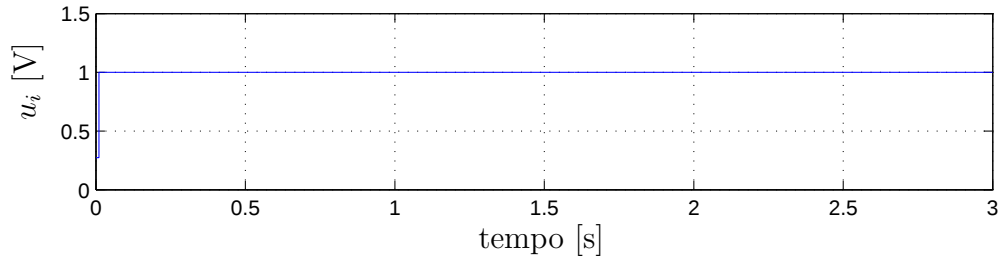


(d) Força na Roda.

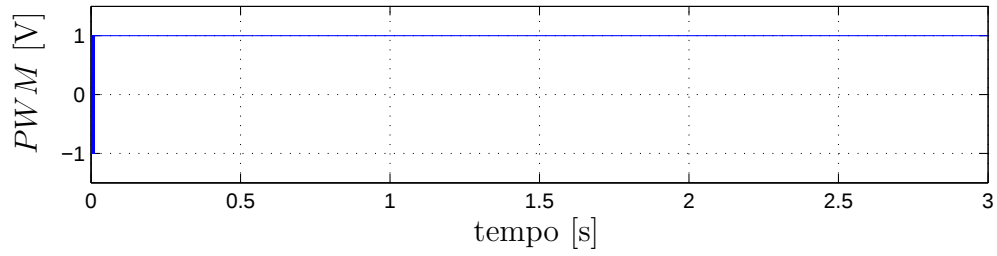
Figura 5.24: Controle *com* compensação de Escorregamento para uma referência de velocidade de 5 rad/s e escorregamento variável de 0 a 1.0 e usando o modelo de referência $H_1(z)$.



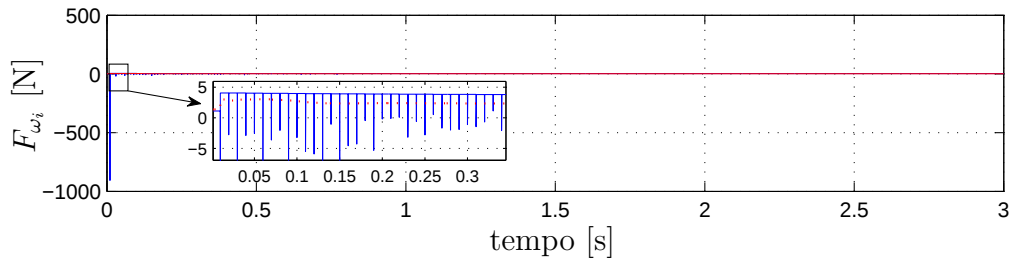
(a) Controle da Velocidade Angular com compensação de escorregamento.



(b) Largura de Pulso aplicada ao gerador do sinal PWM.

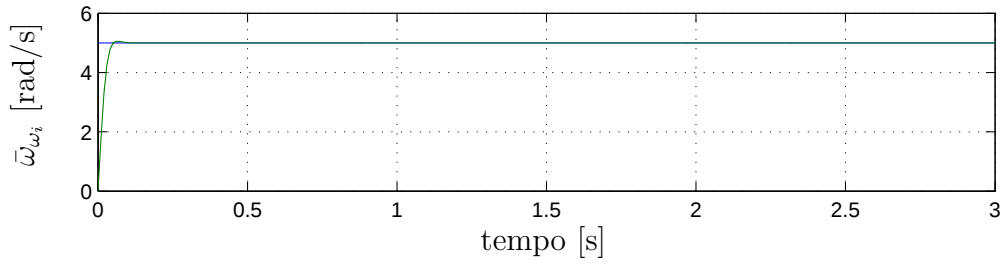


(c) Sinal PWM aplicada.

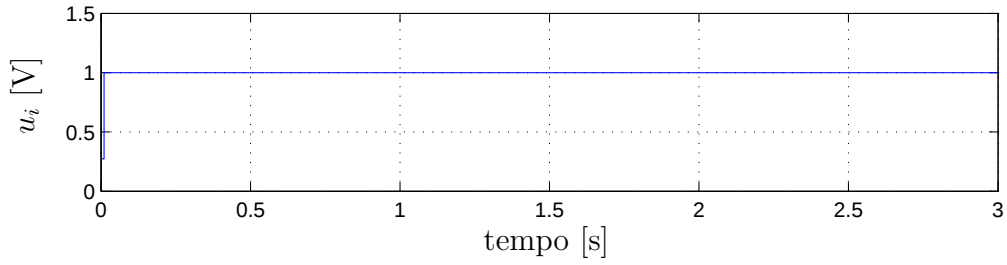


(d) Força na Roda.

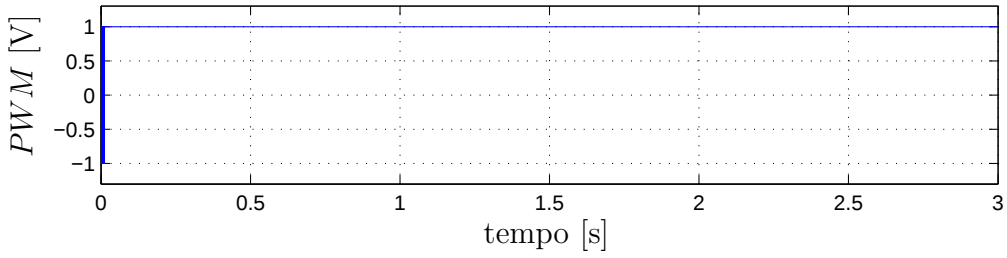
Figura 5.25: Controle *com* compensação de Escorregamento para uma referência de velocidade de 5 rad/s e escorregamento constante de 0.8 e usando o modelo de referência $H_1(z)$.



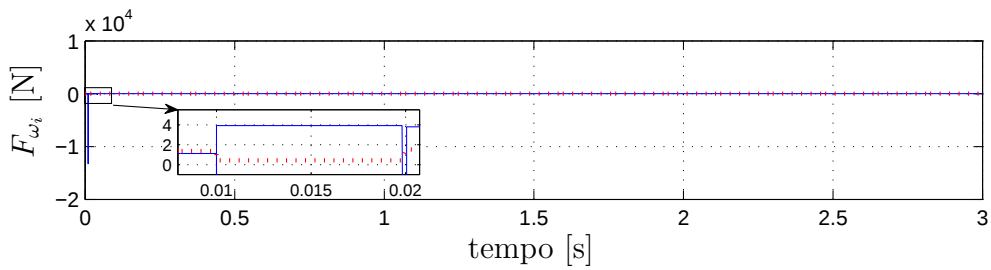
(a) Controle da Velocidade Angular com compensação de escorregamento.



(b) Largura de Pulso aplicada ao gerador do sinal PWM.



(c) Sinal PWM aplicada.



(d) Força na Roda.

Figura 5.26: Controle *com* compensação de Escorregamento para uma referência de velocidade de 5 rad/s e escorregamento variável de 0 a 0.7 e usando o modelo de referência $H_2(z)$.

Capítulo 6

Considerações Finais

Os resultados apresentados nesta dissertação, incluem a modelagem e o controle com compensação da não linearidade escorregamento de um veículo omnidirecional com três rodas ativas. Os tópicos foram apresentados de diferentes pontos de vista: físicos, mecânicos, modelagem, sistemas lineares, sistemas não lineares e análise de controle digital. Assim, está objetivado também para auxílio de projetistas no desenvolvimento de sistemas robóticos móveis, encarando com os problemas encontrados durante a síntese de controle de sistemas com atrito. A seguir, são apresentadas a relevância das metodologias propostas e o potencial para demais pesquisas.

Neste trabalho foi usado para simulação uma estrutura de base móvel holonômica para robôs móveis com três rodas suetas, considerando as não linearidades de entrada dos tipos saturação e zona morta. Para modelar a zona morta e outros efeitos foi usado um modelo de atrito dependente de fenômenos decorrentes do atrito entre a base móvel e o chão. Aqui o fenômeno tratado foi o escorregamento das rodas que permite modelar as variações do coeficiente de adesão segundo o modelo de Burckhardt (Canudas de Wit *et al.*, 2002).

A disposição deste trabalho, o modelo fenomenológico implementado em *Simulink*[®]/MATLAB da base móvel faz referência ao robô Axebot (ver Apêndice D) construído

na EPUFBA¹. Com este modelo foi testado o projeto de controle aqui proposto e verificado o comportamento do sistema e partes mais relevantes, como velocidade linear da base móvel, velocidade angular atingida pelas rodas na presença de diferentes tipos de escorregamento usando um Neuro-controlador.

No caso do escorregamento, este foi considerado uma perturbação na saída de velocidade linear de cada roda sueca e foram analisadas as velocidades atingidas depois de implementado o neuro-controlador para escorregamentos constantes e aleatórios.

6.1 Relevância das Metodologias Propostas

Os resultados apresentados previamente podem ser classificados dentro de três categorias: *(i)* Revisão da modelagem de um veículo com três rodas ativas com as não linearidades na entrada do tipo zona morta e saturação, modelando a zona morta pela presença de atrito de acordo com o modelo de Burckhardt, *(ii)* Proposta de um modelo de referência usando condições de rolamento ideal e *(iii)* Síntese de um neuro-controlador baseado em redes neurais recorrentes para compensar o efeito produzido pelo escorregamento na velocidade angular nas rodas.

Dentro do contexto do problema apresentado no Capítulo 2, nota-se que:

- As velocidades angulares aparentes das rodas da base móvel têm acoplamento. O que a primeira vista sugere uma estratégia de controle multivariável não linear.
- O ajuste dos parâmetros mecânicos em valores determinados pode atenuar o acoplamento das respostas até levar cada atuador a um sistema independente que pode ser descrito por um modelo SISO.

Com relação ao capítulo 3, pode-se dizer que:

- Considerar o escorregamento como uma entrada do tipo perturbação a cada atuador facilita a compreensão do efeito produzido na velocidade angular.

¹Escola Politécnica da Universidade Federal da Bahia

- O escorregamento inserido de forma dinâmica permite simular diferentes coeficientes de adesão entre a superfície e as rodas suecas da base móvel. Assim, o atrito pode ser considerado uma perturbação dinâmica e em outras circunstâncias como uma perturbação estática.

Com relação aos capítulos 4 e 5, pode-se dizer que:

- O controle de velocidade proposto aproxima adaptativamente o comportamento não linear imposto pelo escorregamento em cada roda diminuindo ao mesmo tempo o efeito da zona morta na ação de controle.
- O escorregamento altera o valor final da velocidade angular de cada roda e ainda quando é usado um modelo que impõe o rolamento ideal sobre os atuadores o neuro-controlador precisa de informação do erro de controle devido à complexidade das **RNAs** para aproximar os transitórios das respostas desejadas, sendo de maior dificuldade quando têm incluídas dinâmicas aleatórias.

6.2 Sugestões de Futuros Trabalhos

- (i) Estender a metodologia de controle no espaço dos atuadores ao controle de bases móveis não-holonômicas usando a mesma técnica para a modelagem do escorregamento.
- (ii) Sugere-se projetar robôs moveis com diferentes tipos de rodas suecas ativas (diferentes ângulos γ).
- (iii) Variar a configuração do Neuro-controlador usando um número maior de regressores, variando o número de neurônios da camada oculta e usando recorrência local com o fim de encontrar melhores desempenhos do neuro-controlador na compensação de dinâmicas não lineares na resposta de velocidade angular.
- (iv) Aplicar a técnica de controle com outros modelos de escorregamento em sistemas robóticos móveis.

- (v) Estender o análise e o controle dos efeitos da não linearidade do tipo saturação e zona morta usando controle por modelo inverso no sistema da base móvel holonômica apresentada neste trabalho e em sistemas de bases móveis não-holonômicas.
- (vi) Mesmo que o problema de seguimento da referência de velocidade angular e estabilidade seja solucionado neste trabalho, em futuros trabalhos pode-se implementar um controle que permita fazer seguimento assintótico da referência de velocidade angular, de grande utilidade em sistemas de robôs manipuladores.

A proposta de um projeto de controle com compensação de escorregamento permite que no momento de fazer uma proposta de controle de trajetória a base móvel possa ter referências suaves. A tarefa da navegação autônoma de robôs, é o mote principal da robótica móvel, deve ser cumprida de maneira eficiente, caso contrário, um objetivo predefinido poderia não ser atingido. Assim, nas próximas propostas que abordem bases omnidirecionais devem ser considerados os fatores que influenciam em uma eficiente navegação.

Em futuros trabalhos aspectos relacionados com a implementação de um módulo de geração e controle de trajetória, ainda que não tenham sido, de fato, implementadas em um robô real, mostraram uma proposta para a criação de uma camada de software que oferece os serviços dos dois níveis mais baixos da navegação de robôs móveis.

Referências Bibliográficas

- Aguirre, L. A. (2000). *Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e não-lineares Aplicadas a Sistemas Reais*. 2da ed.. Universidad Federal de Minas Gerais.
- Altpeter, F. (1999). Friction Modeling, Identification and Compensation. Tese de Doutorado. École Polytechnique Fédérale de Lausanne.
- Angeles, J. (2003). *Fundamentals of Robotic Mechanical Systems: Theory, Methods, and Algorithms*. Second ed.. Springer-Verlag New York, Inc.
- Bakker, E., H. Pacejka e L. Lidner (1989). A new tire model with and application in vehicle dynamics studies. *Society of Automotive Engineers* (890087), 101–113.
- Bakker, E., L. Nyborg e H. Pacejka (1987). Tire modeling for use in vehicle dynamics studies. *Society of Automotive Engineers* **2**(870421), 190–204.
- Balakrishna, R. e Ashitava Ghosal (1995). Modeling of slip for wheeled mobile robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **11**(1), 126–132.
- Barron, A. R. (1993). Universal approximation bounds for superposition of a sigmoidal function. *IEEE Transactions on Information Theory* **39**(3), 930–945.
- Campion, G., B. D’Andréa-Novel e G. Bastin (1991). Modelling and state feedback control of nonholonomic mechanical systems. Em: *Proceedings of the 30th Conference on Decision and Control*. Brighton, England. pp. 1184–1188.

- Campion, G., G. Bastin e B. D'Andréa-Novel (1996). Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots. *IEEE Transaction on Robotics and Automation* **12**(1), 47–62.
- Canudas de Wit, C., H. Olsson, K. J. Aström e P. Lischinsky (1995). A new model for control of system with friction. *IEEE Transactions on Automatic Control* **40**(3), 419–425.
- Canudas de Wit, C., P. Tsiotras, E. Velenis, M. Basset e G. Gissinger (2002). Dynamic friction models for road/tire longitudinal interaction. *Vehicle Systems Dynamics* pp. 1–35.
- Cerqueira, J.J.F (2001). Identificação de Sistemas Dinâmicos Usando Redes Neurais Artificiais: Uma Aplicação a Manipuladores Robóticos. Tese de Doutorado. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas.
- Chen, C. T. (1999). *Linear Systems Theory and Design*. Third ed.. Prentice Hall do Brasil.
- Choi, Hyeung-Sik (2001). Robust control of robot manipulators with torque saturation using fuzzy logic. *Robotica* **19**(6), 631–639.
- Close, C. M. e D. K. Frederick (1995). *Modeling and Analysis of Dynamic Systems*. John Willey & Sons, Inc.
- Costa, A. e A. L. Costa (2006). Modelagem e simulação do robô omnidirecional axebot. Em: *XVI Congresso Brasileiro de Automática*. Salvador, Brasil. pp. 2844–2849.
- Cruz, A. P. B (2007). Modelagem dinâmica da estrutura da base holonômica para robôs móveis: Inclusão das não-linearidades de entrada. Tese de Mestrado. Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Bahia.
- Cruz, A. P. B, Jes de Jesus Fiais Cerqueira e A. L. P. Costa (2008). Modelagem dinâmica de uma base móvel omnidirecional incluindo as não-linearidades de

- entrada. Em: *Anais do XVII Congresso Brasileiro de Automática 2008 - CBA 2008*. Vol. 1. XVII Congresso Brasileiro de Automática, 2008. Juiz de Fora - MG. pp. 1–6.
- Cybenko, G. (1989). Approximation by superposition of sigmoidal functions. *Mathematics of Control, Signals, and Systems* **2**, 303–314.
- Dandy, G. C. e R. F. Warner (1989). *Planning and Design of Engineering Systems*. Unwin Hyman Ltd.. London, UK.
- Dorf, R. C. e R. H. Bishop (1998). *Modern Control Systems*. Addison-Wesley.
- FAULHABER Group (2005). *Precision Gearheads Technical Information*. FAULHABER Group.
- Fernández, C. A. P. e J. J. F. Cerqueira (2009a). Control de velocidad con compensación de deslizamiento en las ruedas de una base holonómica usando un neurocontrolador basado en el modelo narml2. Em: *IX Congresso Brasileiro de Redes Neurais*. Ouro Preto - Brasil.
- Fernández, C. A. P. e J. J. F. Cerqueira (2009b). Identificação de uma base holonômica para robôs moveis com escorregamento nas rodas usando um modelo narml2 polinomial. Em: *IX Simpósio Brasileiro de Automática*. Brasília D.F - Brasil.
- Fine, Terrence L. (1999). *Feedforward Neural Network Methodology*. Springer.
- Hornik, K., M. Stinchcombe e H. White (1989). Multi-layer feedforward networks are universal approximators. *Neural Networks* **2**, 359–366.
- Hunt, K. J., D. Sbarbaro, R. Żbikowski e P.J. Gawthrop (1992). Neural networks for control systems - a survey. *Automatica* **28**(6), 1083–1112.
- Ifeachor, E. C. e B. W. Jervis (1996). *Digital Signal Processing: A practical Approach*. Addison-Wesley.

- Jang, J. O., H. T. Chung e G. J. Jeon (2005). Saturation and deadzone compensation of systems using neural network and fuzzy logic. Em: *2005 American Control Conference*. Portland-Or, USA. pp. 1715–1720.
- Kubo, K., M. Watanabe, F. Kosawa e K. Kawasaki (1990). Disturbance torque compensated speed observer for digital servo drivers. *IEEE Industrial Electronics Society* pp. 1182–1187.
- Kuo, B. C. (1985). *Sistemas de Controle Automático*. Prentice Hall do Brasil.
- Laura, T. L., A. S. Sanca, D. M. C. Lopes, A. P. Bomfim, C. Paim, J. J. F. Cerqueira, J. A. Pomílio e M. K. Madrid (2006a). Modelo dinâmico da estrutura de base de robôs móveis com inclusão de não linearidades: Parte ii - a aplicação do modelo no sistema *Khepera*®. Em: *Submetido ao XVI Congresso Brasileiro de Automática*. Salvador-BA, Brasil. pp. 1–6.
- Laura, T. L., C. Paim, J. J. F. Cerqueira, J. A. Pomílio e M. K. Madrid (2006b). Modelo dinâmico da estrutura de base de robôs móveis com inclusão de não linearidades: Parte i - o desenvolvimento do modelo. Em: *Submetido ao XVI Congresso Brasileiro de Automática*. Salvador-BA, Brasil. pp. 1–6.
- Lewis, F. L., K. Liu e R. Selmic (1997). Adaptative fuzzy logic compensation of actuator deadzones. *Journal of Robotic Systems* **16**(6), 501–511.
- Lewis, F. L., W. K. Tim, L. Z. Wang e Z. X. Li (1999). Deadzone compesation in motion control systems using adaptive fuzzy logic control. *IEEE Transactions on Control System Technology* **7**(6), 731–742.
- Ljung, L. (1987). *System Identification - Theory for the User*. Prentice Hall. Englewood Cliffs, NJ.
- Luenberger, D. G. (1971). An introduction to observers. *IEEE Transaction on Automatic Control* **AC-16**(6), 596–602.
- McCulloch, J. L. e W. Pitts (1943). A logical calculus of ideas imminent in nervous activity. *Bulletin of Mathematical Biophysics* **5**, 115–133.

- Mhaskar, H. N. (1992). Approximation by superposition of sigmoidal and radial basis functions. *Advances in Applied Mathematics* **13**, 350–373.
- Narendra, Kumpati S. e Kannan Parthasarathy (1990). Identification and control of dynamical systems using neural networks. *IEEE Transactions of Neural Networks* **1**(1), 4–27.
- Nicosia, S., B. Siciliano, A. Bicchi e P. Valigi (2001). *RAMSET: Articulated and mobile Robotics for Services and Technologies*. Vol. 270 de *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. First ed.. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, Inc.
- Ogata, K. (1982). *Engenharia de Controle Moderno*. Prentice Hall do Brasil Ltda.
- Ogata, K. (1987). *Dinâmica de Sistemas*. Prentice Hall Hispanoamericana, S.A.
- Olson, B. J., S. W. Shaw e G. Stépán (2003). Nonlinear dynamics of vehicle traction. *Vehicle Systems Dynamics* **40**(6), 377–399.
- Olsson, H., K.J. Åström, C. Canudas de Wit, M. Gäfvert e P. Lischinsky (1997). Friction models and friction compensation. *Vehicle Systems Dynamics*.
- Perez, T., G. C. Goodwin e M. M. Serón (2003). Performance degradation in feedback control due to constraints. *IEEE Transactions on Automatic Control* **48**(8), 1381–1385.
- Robitaille, B., B. Marcos, M. Veillette e G. Payre (1996). Modified quase-newton methods for training neural networks. *Computers Chem. Engng* **20**(9), 1133–1140.
- Rumelhart, D. E., G. E. Hinton e R. J. Williams (1986). *Parallel Distributed Processing: Exploration in the Microstructure of Cognition*. Cap. Learning internal representations by error propagating. MIT Press, Cambridge, MA.
- Sage, H. G., M. F. De Mathelin e E. Ostertag (1999). Robust control of robot manipulators: A survey. *International Journal of Control* **72**(16), 1498–1522.

- Sanca, Armando Sanca (2006). Controle com compensação de atrito para estruturas de base móveis de robôs manipuladores. Tese de Mestrado. Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Bahia.
- Selmic, R. R. e F. L. Lewis (2000). Deadzone compensation in motion control systems using neural networks. *IEEE Transactions on Automatic Control* **45**(4), 602–613.
- Shekhar, S. (1997). Wheel rolling constraints and slip in mobile robots. Em: *International Conference on Robotics and Automation*. IEEE. Albuquerque, New Mexico. pp. 2601–2607.
- Siegwart, R. e I. R. Nourbakhsh (2004). *Introduction to Autonomous Mobile Robots*. The MIT Press. London, England.
- Smith, P. P. (2001). *Active Sensor for Local Planning in Mobile Robotics*. Vol. 26 de *World Scientific Series in Robotics and Intelligent Systems*. First ed.. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- Song, S. H. e S. K. Sul (1998). An instantaneous speed observer for low speed control of ac machine. *IEEE* pp. 581–586.
- Spong, M. W. e M. Vidyasagar (1989). *Robot Dynamics and Control*. John Wiley & Sons.
- Stonier, D., S. H. Cho, S. L. Choi, N. S. Kuppaswamy e J. H. Kim (2007). Nonlinear slip dynamics for an omniwheel mobile robot platform. Em: *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE. Roma, Italia. pp. 2367–2372.
- Tao, G. e P. V. Kokotovic (1994). Adaptive control of plants with unknown dead-zones. *IEEE Transactions on Automatic Control* **39**(1), 59–68.
- Tao, G. e P. V. Kokotovic (1995). Adaptive control of systems with unknown output backlash. *IEEE Transactions on Automatic Control* **40**(2), 326–330.
- Tao, G. e P. V. Kokotovic (1996). *Adaptive Control of Systems with Actuator and Sensor Nonlinearities*. John Wiley & Sons, Inc.

- Vidyasagar, M. (1993). *Nonlinear Systems Analysis*. Second ed.. Prentice-Hall, Inc.. Englewood Cliffs, New Jersey, USA.
- Wei, L. X., H. R. Wang e P. G. Wang (2004). Adaptive backstepping fuzzy control for x-y table with friction. Em: *Proceedings of the Third International Conference on Machine Learning and Cybernetics*. IEEE. pp. 683–686.
- Williams, R. L., B. E. Carter, P. Gallina e G. Rosati (2002). Dynamic model with slip for wheeled omnidirectional robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **18**(3), 285–293.
- Zum-Gahr, K. M. (1987). Microstruture and wear of materials. *Journal of Robotic Systems*.

Apêndice A

Redes Neurais como Aproximadores Universais

A.1 Funções Sigmoidais

Um número de áreas de aplicação diversa estão ligadas à representação de funções gerais dependentes de uma variável real $x \in \mathbb{R}^n$, por uma combinação linear da forma

$$\sum_{j=1}^N w_j \sigma(y_j^T x + \theta_j), \quad (\text{A.1})$$

sendo $y_j \in \mathbb{R}^n$ e $w_j, \theta_j \in \mathbb{R}$ valores fixos. Aqui a função σ depende do contexto da aplicação. Neste contexto é usada o tipo de função sigmoidal.

Definição 2. Dizemos que σ é sigmoidal se

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow +\infty} \sigma(t) &= 1 \\ \lim_{t \rightarrow -\infty} \sigma(t) &= 0. \end{aligned}$$

Seja usado I_n para denotar o cubo unitário n -dimensional, $[0,1]^n$. O espaço de funções contínuas é denotado por $C(I_n)$ e seja $\|f\|$ para denotar a norma suprema o uniforme de qualquer $f \in C(I_n)$. Assim, temos o seguinte teorema:

Teorema 1. *Seja σ qualquer função sigmoïdal. Então as somas finitas da forma*

$$G(x) = \sum_{j=1}^N w_j \sigma(y_j^T x + \theta_j)$$

são densas em $C(I_n)$. O mesmo dizer, para qualquer $f \in C(I_n)$ e $\varepsilon > 0$, existe uma soma, $G(x)$, da forma anterior tal que

$$|G(x) - f(x)| < \varepsilon, \quad \forall \quad x \in I_n.$$

A.2 Redes MLP Recorrentes

As redes MLP (*Multi-Layer Perceptron*) podem ser configuradas para serem recorrentes. Geralmente atrasadores (*delays*) são colocados na entrada da rede MLP. Podemos citar algumas delas de acordo com a forma de uso dos regressores e as saídas.

Rede Recorrente de Elman O vetor de entrada é formado pelos atrasadores da entrada e por cada uma das saídas dos neurônios da camada oculta no instante $n - 1$.

Rede Recorrente de Jordan Conexões de realimentação dos neurônios da camada de saída para as entradas. Sendo $y(n)$ a saída temos que

$$y(n) = f [C(n), \dots; u(n), u(n-1), \dots, u(n-d_u+1)],$$

e $C(n) = y(n-1) + \alpha C(n-1)$. Com $y(n) \in \mathbb{R}$ a saída da rede neural e $u(n) \in \mathbb{R}$ a entrada ao modelo no instante n . Para $d_u < 0$ que é a memória da entrada.

Rede Recorrente NARX O modelo NARX (*Nonlinear AutoRegressive model with exogenous inputs*):

$$y(n) = f [y(n-1), \dots, y(n-d_y); u(n), u(n-1), \dots, u(n-d_u+1)],$$

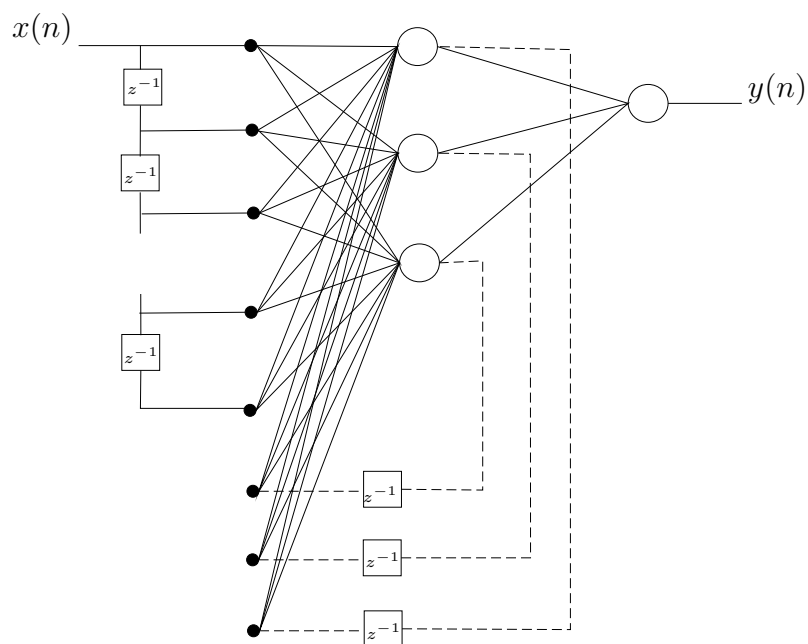


Figura A.1: Rede de Elman

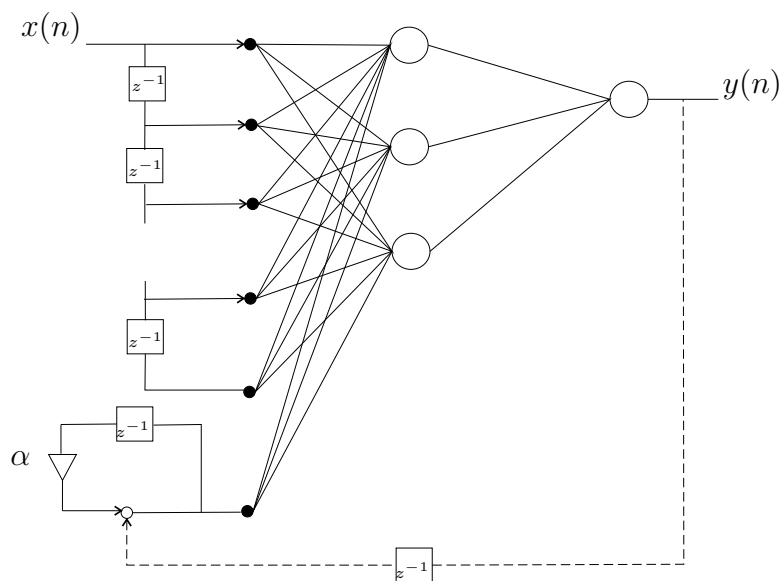


Figura A.2: Rede de Jordan

sendo $y(n) \in \mathbb{R}$ a saída da rede neural e $u(n) \in \mathbb{R}$ a entrada ao modelo no instante n . Para $d_u < 0$ e $d_y > 0$, $d_u \leq d_y$ que são as memórias de entrada e saída, respectivamente. Quando $f(\cdot)$ é aproximada por uma MLP, a topologia resultante é chamada de **rede neural NARX**.

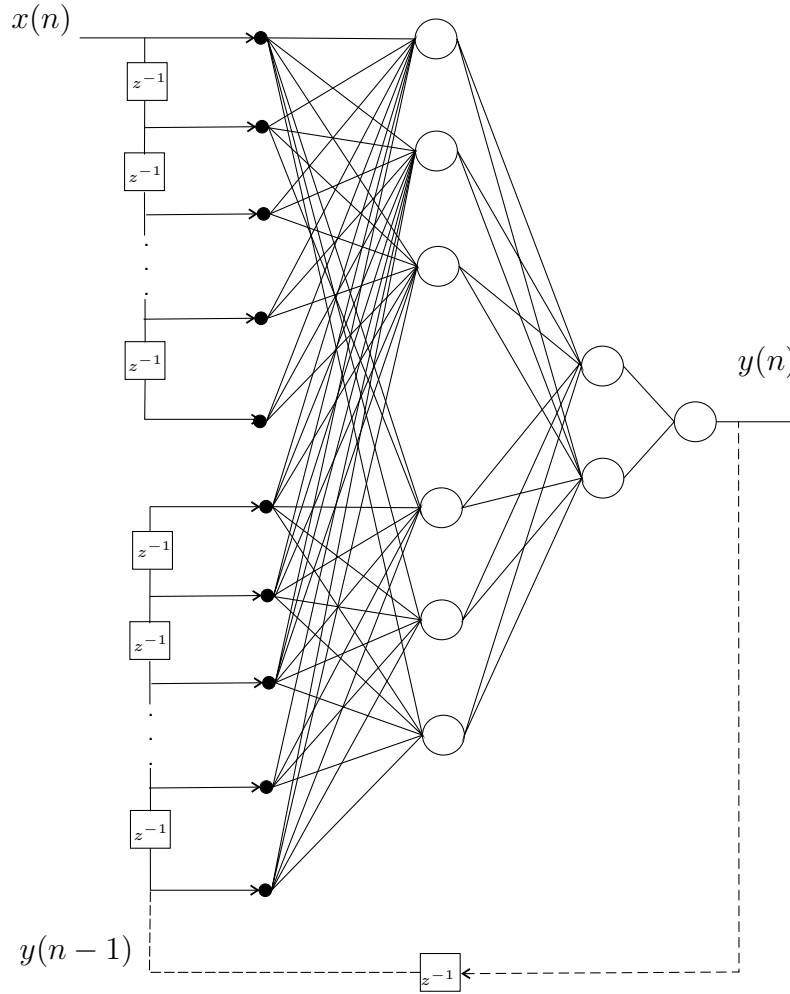


Figura A.3: Rede recorrente NARX com modo Paralelo.

Apêndice B

Algoritmo de Levenberg-Marquardt

Os algoritmos baseados no método *backpropagation* fornecem uma forma efetiva de calcular o vetor gradiente preciso para implementar nos algoritmos de gradiente conjugado e do tipo quasi-Newton.

B.1 Gradiente Descendente

Definindo-se a função do erro

$$\xi_m(\mathbf{w}) = \frac{1}{2}(a_{L:1}^m - t_m)^2, \quad \xi_T(\mathbf{w}) = \sum_{m=1}^n \xi_m(\mathbf{w}). \quad (\text{B.1})$$

sendo $\mathbf{w}$ o vetor de pesos, t_m as saídas desejadas e $a_{L:1}^m$ a saída da camada L no primeiro nodo para a m -ésima entrada, $\mathbf{x}_m$, apresentada na rede. Ao relacionar esta expressão com o interesse de calcular o gradiente de ξ_m com respeito a um peso $w_{i:j,k}$ ou bias $b_{i:j}$ pode-se notar que estes parâmetros afetam ξ_m por meio da expressão

$$c_{i:j}^m = \sum_{k=1}^{S_{i-1}} w_{i:j,k} a_{i-1:k}^m + b_{i:j}.$$

sendo S_i o numero de nodos da camada i . Assim, uma expressão para todos os elementos do vetor gradiente é

$$\frac{\partial \xi_m}{\partial w_{i:j,k}} = \frac{\partial \xi_m}{\partial c_{i:j}^m} \frac{\partial c_{i:j}^m}{\partial w_{i:j,k}} = \frac{\partial \xi_m}{\partial c_{i:j}^m} a_{i-1:k}^m,$$

$$\frac{\partial \xi_m}{\partial b_{i:j}} = \frac{\partial \xi_m}{\partial c_{i:j}^m}.$$

Se defina agora

$$\delta_{i:j}^m = \frac{\partial \xi_m(\mathbf{w})}{\partial c_{i:j}^m},$$

que é a contribuição do erro ξ_m pela excitação $c_{i:j}^m$ ao j -ésimo nodo na i -ésima camada. Este sinal de erro "delta" é propagado inversamente da saída do nodo j na camada i em resposta à entrada $\mathbf{x}_m$. Agora pode-se expressar

$$\frac{\partial \xi_m}{\partial w_{i:j,k}} = \delta_{i:j}^m a_{i-1:k}^m,$$

$$\frac{\partial \xi_m}{\partial b_{i:j}} = \delta_{i:j}^m.$$

Note porque ξ_m depende de $c_{i:j}^m$ só através de $a_{i:j}^m$,

$$\delta_{i:j}^m = \frac{\partial \xi_m(\mathbf{w})}{\partial a_{i:j}^m} \frac{\partial a_{i:j}^m}{\partial c_{i:j}^m} = f_{i:j}(c_{i:j}^m) \frac{\partial \xi_m(\mathbf{w})}{\partial a_{i:j}^m}. \quad (\text{B.2})$$

Se a camada i é oculta, então ξ_m depende de $a_{i:j}^m$ só através dos efeitos sob a camada $i+1$ onde ξ_m é uma entrada. Assim,

$$\frac{\partial \xi_m}{\partial a_{i:j}^m} = \sum_{k=1}^{S_{i+1}} \frac{\partial \xi_m}{\partial c_{i+1:k}} \frac{\partial c_{i+1:k}^m}{\partial a_{i:j}^m} = \sum_{k=1}^{S_{i+1}} \delta_{i+1:k} f_{i:j}(c_{i:j}^m). \quad (\text{B.3})$$

Combinando (B.2) e (B.3) temos

$$\delta_{i:j}^m = f_{i:j}(c_{i:j}^m) \sum_{k=1}^{S_{i+1}} \delta_{i+1:k} f_{i:j}(c_{i:j}^m),$$

para $i < L$. Esta equação pode ser escrita em forma de matriz como segue,

$$\mathbf{W}_{i+1} = [w_{i+1:k,j}], \quad \boldsymbol{\delta}_i^m = [\delta_{i,j}^m], \quad \mathbf{f}_i^m = [f_{i,j}(c_{i,j}^m)],$$

$$\boldsymbol{\delta}_i^m = (\boldsymbol{\delta}_{i+1}^m)^T \mathbf{W}_{i+1} \cdot * \mathbf{f}_i^m,$$

sendo $\cdot *$ o produto de Hadamard.

B.2 Algoritmo de Levenberg-Marquardt

O algoritmo de Levenberg-Marquardt se apóia no fato de que a função de erro seja uma soma de quadrados,

$$\xi_T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (y_i - t_i)^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n e_i^2,$$

sendo y_i a saída atual e t_i a saída desejada. A seguinte notação é usada para o vetor de erro e seu Jacobiano com respeito aos parâmetros da rede, $\mathbf{w}$,

$$\mathbf{e} = [e_i], \quad \mathbf{J} = [J_{ij}], \quad J_{ij} = \frac{\partial e_j}{\partial w_i}, \quad i = 1 : p, \quad j = 1 : n.$$

O Jacobiano é uma matriz de $p \times n$, e cada um de seus elementos são calculados usando o método do gradiente descendente mostrado na seção B.1. Pode-se expressar o gradiente $\mathbf{g}$ de dimensão p para a função de erro quadrático como

$$\mathbf{g}(\mathbf{w}) = \sum_{i=1}^n e_i \nabla e_i(\mathbf{w}) = \mathbf{J} \mathbf{e}.$$

Usando a matriz Hessiana nós temos

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= [H_{ij}], \quad H_{ij} = \frac{\partial^2 \xi_T}{\partial w_i \partial w_j} = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 e_k^2}{\partial w_i \partial w_j} = \sum_{k=1}^n \left[e_k \frac{\partial^2 e_k}{\partial w_i \partial w_j} + \frac{\partial e_k}{\partial w_i} \frac{\partial e_k}{\partial w_j} \right] = \\ &= \sum_{k=1}^n \left[e_k \frac{\partial^2 e_k}{\partial w_i \partial w_j} + J_{ik} J_{jk} \right]. \end{aligned}$$

Assim, definindo

$$D = \sum_{k=1}^n e_k \nabla^2 e_k$$

a expressão para a matriz Hessiana é a seguinte

$$\mathbf{H}(\mathbf{w}) = \mathbf{J}\mathbf{J}^T + \mathbf{D}.$$

O algoritmo de Levenberg-Marquardt aproxima esta expressão para a matriz Hessiana substituindo a matriz $\mathbf{D}$ que inclui as segundas derivadas pelo produto entre um escalar e uma matriz identidade, $\epsilon \mathbf{I}$. O algoritmo de Levenberg-Marquardt é um algoritmo descendente que usa essa aproximação da Hessiana e opera na forma seguinte:

1. Cálculo do Jacobiano $\mathbf{J}$.
2. $\mathbf{M}_k = [\mathbf{J}\mathbf{J}^T + \epsilon \mathbf{I}]^{-1}$;
3. $\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k - \alpha_k \mathbf{M}_k \mathbf{g}(\mathbf{w}_k)$.
4. Retornar ao passo 1.

Para que o algoritmo de Levenberg-Marquardt tenha sucesso é preciso determinar a razão de aprendizagem α_k . A matriz $\mathbf{J}\mathbf{J}^T$ é automaticamente simétrica e definida positiva e qualquer constante positiva ϵ garante que $\mathbf{M}_k$ também o seja, como é requerido para a condição descendente. Computacionalmente o algoritmo pode ser custoso devido à exigência de memória no momento de calcular o produto $\mathbf{J}\mathbf{J}^T$ (Fine, 1999).

Apêndice C

Algoritmo de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS)

Quando a função de erro é uma soma de quadrados como foi definida na equação (B.1) é possível encontrar a sua solução usando o método iterativo de Newton multivariável. Lembrando o método de Newton,

$$\mathbf{w}^* = \mathbf{w}^0 - \mathbf{H}^{-1}\mathbf{g},$$

sendo $\mathbf{g}$ o gradiente e $\mathbf{w}$ o vetor de pesos sinápticos. Esta solução precisa conhecimento da matriz Hessiana $\mathbf{H}$ definida positiva durante o processo iterativo para garantir que o gradiente seja descendente. Para o uso deste método é preciso ter em conta que:

- (i) A variação de $\mathbf{H}(\mathbf{w})$ com $\mathbf{w}$;
- (ii) A função de erro é melhor se é quadrática;
- (iii) Algumas superfícies quadráticas (definidas pela função de erro) não garantem que a matriz Hessiana seja definida positiva;
- (iv) O cálculo da matriz Hessiana é computacionalmente custosa.

Em compensação a estas condições os métodos quasi-Newton propõem uma estrutura iterativa da seguinte forma,

$$\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k - \alpha_k \mathbf{M}_k \mathbf{g}_k.$$

O valor de α_k é o tamanho do passo entre uma iteração e outra chamado de *razão de aprendizagem*. Este valor pode ser atualizado na direção do gradiente sempre que os valores de $\mathbf{w}_k$ estejam em um mínimo local $\mathbf{w}^*$ da função de erro e quando este mínimo é alcançado pode-se dizer que $\alpha_k \approx 1$ e $\mathbf{M}_k \approx \mathbf{H}^{-1}(\mathbf{w}^*)$. A vantagem computacional dos algoritmos quase-Newton é fazer um seguimento iterativo da inversa da matriz Hessiana sem calculá-la diretamente. Para compreender porque é possível se defina o seguinte vetor,

$$\mathbf{q}_k = \mathbf{g}_{k+1} - \mathbf{g}_k,$$

e considerando a expansão do gradiente

$$\mathbf{q}_k = \mathbf{H}_k(\mathbf{w}_{k+1} - \mathbf{w}_k) = \mathbf{H}_k \mathbf{p}_k.$$

Se calculamos a diferença dos gradientes para p incrementos linearmente independentes $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_{p-1}$ no vetor de pesos é possível calcular a matriz Hessiana (supondo constante para k -ésima iteração). Agora, definindo $\mathbf{P}$ como uma matriz sendo a i -ésima coluna o vetor $\mathbf{p}_{i-1}$ e $\mathbf{Q}$ com a i -ésima coluna o vetor $\mathbf{q}_{i-1}$ temos a seguinte equação de matrizes,

$$\mathbf{Q} = \mathbf{H}\mathbf{P},$$

ou ainda

$$\mathbf{H} = \mathbf{Q}\mathbf{P}^{-1}.$$

Assim uma aproximação para a inversa $\mathbf{M}$ da matriz Hessiana é

$$\mathbf{M} = \mathbf{P}\mathbf{Q}^{-1}$$

e a informação que a aproximará é disponível na sequência de gradientes que determinam $\{\mathbf{q}_k\}$ e a sequência de direções de pesquisa e razões de aprendizagem que determinam $\{\mathbf{p}_k\}$ (Fine, 1999).

O algoritmo BFGS que é do tipo quasi-Newton opera da seguinte forma:

1. $\mathbf{q}_k = \mathbf{g}_{k+1} - \mathbf{g}_k$;
2. $\mathbf{p}_k = \mathbf{M}_k \mathbf{q}_k$;
3. $\mathbf{d}_k = -\mathbf{M}_k \mathbf{g}_k$;
4. $\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k + \alpha_k \mathbf{d}_k$
5. $\mathbf{M}_{k+1} = \mathbf{M}_k + \left(1 + \frac{\mathbf{q}_k^T \mathbf{M}_k \mathbf{q}_k}{\mathbf{q}_k^T \mathbf{p}_k}\right) \frac{\mathbf{p}_k \mathbf{p}_k^T}{\mathbf{p}_k^T \mathbf{q}_k} - \frac{\mathbf{p}_k \mathbf{q}_k^T \mathbf{M}_k + \mathbf{M}_k \mathbf{q}_k \mathbf{p}_k^T}{\mathbf{q}_k^T \mathbf{p}_k}$.
6. Retornar ao passo 1.

Este processo recursivo é inicializado usando a matriz identidade como matriz definida positiva, $\mathbf{M}_0 = \mathbf{I}$.

Apêndice D

Robô Axebot

O robô Axebot (Costa e Costa, 2006) é um robô omnidirecional, dotado de três rodas holonômicas dispostas a 120° umas das outras. Esta configuração possibilita o movimento desta base móvel em qualquer direção sem a necessidade de re-orientação. O Axebot é ilustrado na figura D.1. No modelo proposto por Cruz (2007) algumas suposições são levadas em consideração, dentre elas, podem se destacar:

- (i) A base móvel é constituída de material rígido e não é considerado qualquer tipo de deformação sobre a mesma.
- (ii) Existe apenas um ponto de contato de cada roda com a superfície e, quando a base está em movimento, as velocidades relativas nestes pontos não são nulas, ou seja, há deslizamento das rodas sobre o solo.
- (iii) Pode haver rolamento lateral do robô, assim como rolamentos frontal e retrógrado.

Este robô faz parte de um projeto, cujo objetivo é desenvolver estudos nas áreas de robôs autônomos e de sistemas multiagentes. O laboratório para testes é o desafio proposto pela *F180 League* que visa a concepção de robôs dotados de habilidades para participar de partidas de futebol de robôs. Seus modelos cinemático e dinâmico são mostrados no capítulo 2.

O sistema de atuação do Axebot é composto por motores de corrente contínua da marca *Maxon* modelo AMax-22 (Figura D.2). Cada motor é acoplado a uma



Figura D.1: Robô Móvel Omnidirecional AxeBot

caixa de redução planetária de 19:1 e tem um encoder para medir posição angular com uma resolução de 6 pulsos por volta (Figura D.3).

Os motores são controlados por duas placas *BrainStem Moto* 1.0 da empresa *Acroname Inc* (Figura D.4) que processam os pulsos enviados pelo encoder usando um sistema computacional da baseado no microcontrolador PIC18C252 e envia os sinais PWM para as três placas *Low Voltage H-Bridge* com ponte H (Figura D.5). Cada placa *BrainStem Moto* 1.0 tem as seguintes características:

- Processador com arquitetura RISC, 40 MHz,
- 2 canais PWM com frequências entre 2.5 kHz e 5 MHz,
- 1 Conversor A/D de 10 bits,
- 1 Porta I/O digital,



Figura D.2: Motor CC AMax-22 de 3.5 W da Marca *Maxon*.



Figura D.3: Encoder de 16 pulsos por volta con dois canais.

- 1 Porta I2C de 1 Mbit,
- 11 slots de 1 K e 1 slot de 16 K para arquivos TEA (*Tiny Embedded Application*)

em inglês),

- 368 Bytes de RAM para o usuário,
- Pode executar 3 processos TEA concorrentes,
- Atualmente suporta Windows, WinCE, MacOS X, Linux.

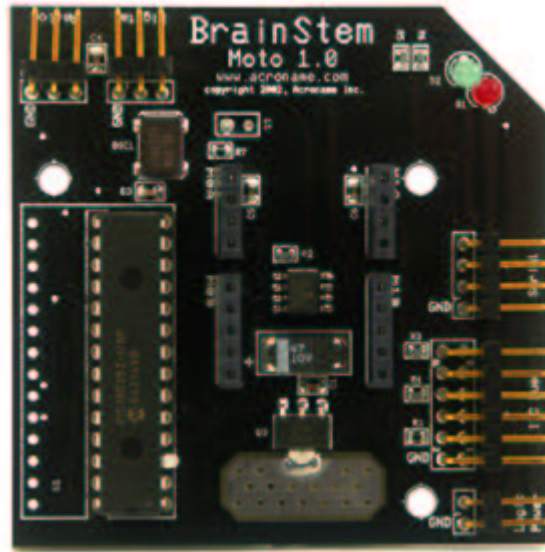


Figura D.4: Placa *BrainStem Moto 1.0* da empresa *Acromane Inc.*

A placa *Low Voltage H-Bridge* é usada como Driver de cada motor. Ela contém um circuito de chaveamento bipolar baseado em um ponte H que é acionado por um PWM proporcionado pela placa *BrainStem Moto 1.0*. Algumas das características desta placa são:

- Alimentação: 4 a 8 baterias de 1.5 V ou 10 baterias de 1.2, V.

- Entradas compatíveis TTL e CMOS,
- Separa lógica e conexões de alimentação do motor,
- Frequência de operação dos sinais PWM até 50 KHz.

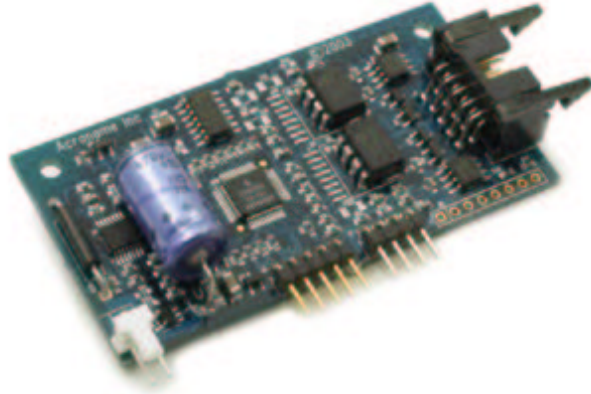


Figura D.5: Módulo de acionamento com ponte H para cada motor CC.

O mecanismo de chute da bola é acionado por dois servo-motores e o seu sistema de visão é composto por uma WebCam *CMUCam2* (Figura D.7) e 6 sensores de distância da *Sharp GP2D120* (Figura D.8) com um intervalo de operação de 4 cm a 30 cm. Na figura D.6 é apresentada a base móvel do Axebot e o hardware implementado.

Os parâmetros medidos da estrutura da base móvel do Axebot, os dados obtidos através de *datasheet* e as de condições de contorno do problema podem ser verificados nas Tabelas D.1, D.2, F.1 e D.5.

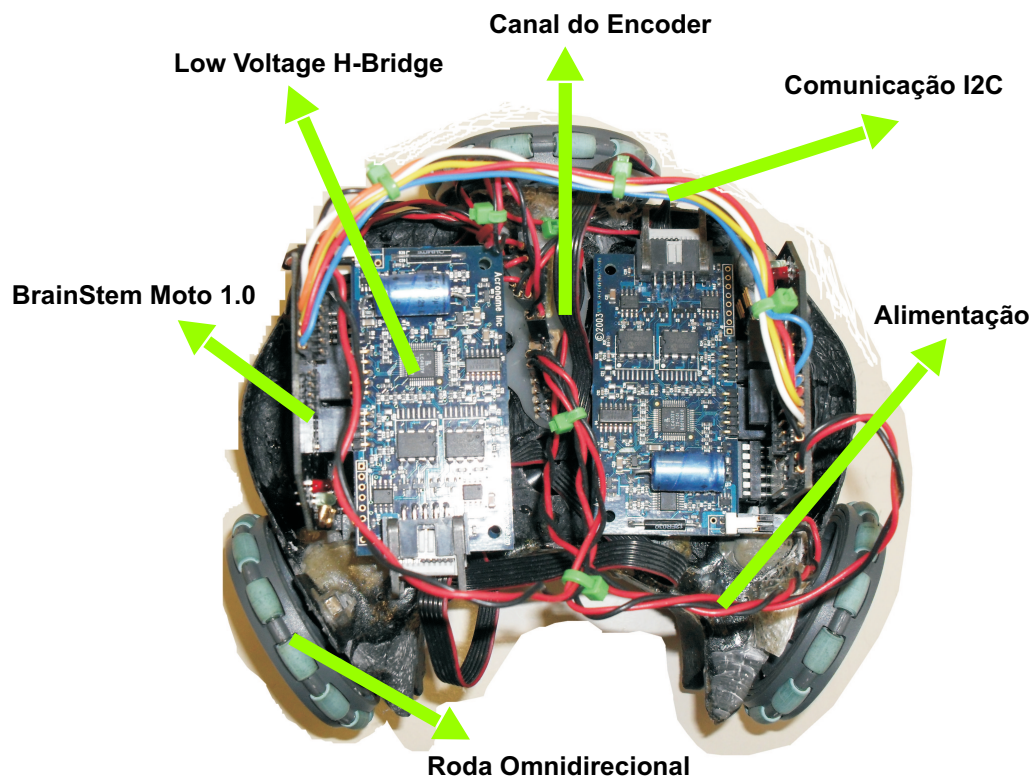


Figura D.6: Base Móvel do Axebot e Hardware.

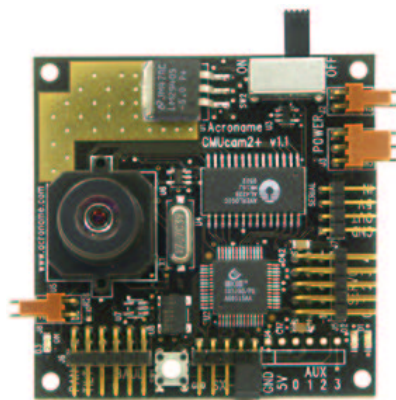


Figura D.7: Câmara *CMUCam2*.

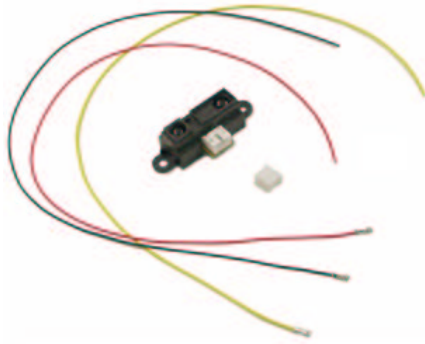


Figura D.8: Sensores de posição *Sharp* GP2D120.

Tabela D.1: Parâmetros do Robô AxeBot utilizados nos experimentos e nas simulações.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
g	9.8 m/s^2	K_{em_i}	0.0059 V-s/rad
$V_{sat}(t)$	0.3 V	N	19
$V_d(t)$	6 V	L	0.00011 H
$\Delta V_d(t)$	0 V	J	2.125 Kg-m^2
M	1.830 Kg	R	1.710Ω
l	0.09 m	J_{m_i}	$3.88 \times 10^{-7} \text{ Kg-m}^2$
r_ω	0.072 m	J_{ω_i}	$0.216 \times 10^{-4} \text{ Kg-m}^2$
K_{t_i}	0.0059 N-m/A	η	0.83

Tabela D.2: Dados de Referência usados para os testes de simulação.

Parâmetro	Descrição	Valor
$\omega_{\max,m}$	Velocidade angular máxima do motor	659.3392 rad/s
$\omega_{\max,\omega}$	Velocidade angular máxima da roda	36.59 rad/s
$v_{\max,\omega}$	Velocidade linear máxima da roda	2.6350 m/s
$\tau_{\max,m}$	Torque máximo do motor	6.38 mN-m
$\tau_{\max,\omega}$	Torque máximo da roda	100.6126 mN-m
$F_{\max,\omega}$	Força máxima da roda	1397.4 mN
$v_{\max}$	Velocidade Linear máxima da base	1.3640 m/s
$v_{\max,x}$	Velocidade máxima da base no eixo x	$\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right) 2.6350 = -0.9645$ m/s
$v_{\max,y}$	Velocidade máxima da base no eixo y	$\left(\frac{3-\sqrt{3}}{2}\right) 2.6350 = 0.6340$ m/s
$\omega_{\max}$	Velocidade Angular máxima da base	87.8333 rad

Tabela D.3: Dados do Motor.

Parâmetro	Valor
Potencial Nominal	6.0 V
Velocidade sem carga	6640 rpm
Corrente sem carga	17.8 mA
Velocidade Nominal	3980 rpm
Torque nominal (máx. torque continuo)	6.38 mN-m
Corrente Nominal (máx. corrente continua)	0.761 A
Corrente de Arranque	1.88 A

Tabela D.4: Dados do Encoder.

Parâmetro	Valor
Potencial de alimentação	3.8 - 24 V
Número de Canais	2
Pulsos por volta	16
Inércia do disco magnético	0.07 g/cm ²
Intervalo de temperatura de operação	-20° / + 80°C
Máxima frequência de operação	20 KHz

Tabela D.5: Dados da Caixa de redução planetária.

Parâmetro	Valor
Redução	19:1
Máxima carga axial permitida	100 N
Máxima carga radial permitida	70 N
Velocidade de entrada sugerida	≤ 6000 rpm
Intervalo de temperatura de operação	-15° / + 80°C
Máximo torque	0.5 N-m
Máxima eficiência	70%
Peso	55 g

Apêndice E

Mecânica de Lagrange e Bases Holonômicas

Neste apêndice serão apresentados os conceitos fundamentais sobre a mecânica de Lagrange e depois são definidos os tipos de sistemas com respeito a suas restrições.

E.1 Mecânica de Lagrange

E.1.1 Coordenadas Cartesianas

Um sistema dinâmico de n partículas tem $3n$ graus de liberdade, o que quer dizer que requer $3n$ coordenadas cartesianas para especificar sua configuração. O vetor que contém as $3n$ coordenadas cartesianas é:

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]. \quad (\text{E.1})$$

E.1.2 Restrições e Graus de Liberdade

As restrições limitam a configuração geométrica e o movimento do sistema. Uma restrição gera reações e diminui o número de graus de liberdade do sistema. Assim, em um sistema com n partículas e m restrições existem $r = 3n - m$ graus

de liberdade, ou mesmo dizer que o sistema dinâmico requer r coordenadas para especificar sua configuração.

E.1.3 Forças

Supondo que atua uma força $\mathbf{F}$ sobre o sistema das n partículas, em um instante t , essa força em coordenadas cartesianas é:

$$\mathbf{f} = [f_1, f_2, f_3, \dots, f_n]. \quad (\text{E.2})$$

E.1.4 Coordenadas Generalizadas

Estas coordenadas são um conjunto de r coordenadas q_k que conjuntamente com as restrições permitem especificar de forma única a configuração de um sistema de r graus de liberdade. Sejam as coordenadas generalizadas definidas como:

$$\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3, \dots, q_k, \dots, q_r] \quad (\text{E.3})$$

e as velocidades generalizadas como:

$$\dot{\mathbf{q}} = [\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3, \dots, \dot{q}_k, \dots, \dot{q}_r]. \quad (\text{E.4})$$

Conhecendo as coordenadas generalizadas é possível expressar qualquer componente do vetor de coordenadas cartesianas em termos das coordenadas generalizadas:

$$x_j = x_j(q_1, q_2, q_3, \dots, q_k, \dots, q_r, t), \text{ para } j = 1, 2, 3, \dots, 3n; \quad (\text{E.5})$$

ou ainda,

$$x_j = x_j(\mathbf{q}, t), \text{ para } j = 1, 2, 3, \dots, 3n, \quad (\text{E.6})$$

assim as restrições ficam incluídas de forma implícita nestas relações.

E.2 Componentes Generalizadas das Forças

E.2.1 Deslocamento virtual

Este deslocamento é considerado uma mudança infinitamente pequena na configuração do sistema em um instante qualquer de tempo t . Este deslocamento deve ser compatível com as restrições do sistema e acontece em um tempo constante. O vetor que contém os deslocamentos virtuais correspondentes a cada uma das coordenadas é:

$$\delta \mathbf{x} = [\delta x_1, \delta x_2, \dots, \delta x_n]. \quad (\text{E.7})$$

E.2.2 Trabalho virtual

Aplicando uma força $\mathbf{F}$ sobre um sistema dinâmico em um instante de tempo t o trabalho virtual $\delta \mathbf{W}$ é o trabalho feito pela força para produzir um deslocamento virtual $\delta \mathbf{x}$. Assim,

$$\delta \mathbf{W} = \mathbf{F} \cdot \delta \mathbf{x} = \sum F_j \delta x_j, \text{ para } j = 1, 2, 3, \dots, 3n. \quad (\text{E.8})$$

O vetor de forças externas $\mathbf{F}$ em componentes cartesianas é dividido em duas parcelas. A parcela das forças ativas $\mathbf{f}$ e a parcela das reações $\mathbf{f}'$. Assim o vetor de forças é

$$\mathbf{F} = \mathbf{f} + \mathbf{f}'. \quad (\text{E.9})$$

E.2.3 Sistema Holonômico

Um sistema é considerado holonômico se todas as restrições satisfazem as seguintes condições:

- Toda configuração possível do sistema satisfaz uma equação do tipo $\phi(\mathbf{x}, t) = 0$.
- Para qualquer deslocamento virtual compatível o trabalho efetuado pelas reações é nulo.

Assim, se existem m restrições, cada uma associada a uma equação do tipo $\phi_k(\mathbf{x}, t) = 0$ para $k=1,2,3,\dots,m$, aparecem m reações.

O trabalho virtual das forças em um sistema holonômico é

$$\begin{aligned}\delta\mathbf{W} &= \mathbf{F} \cdot \delta\mathbf{x} \\ &= \sum F_j \delta x_j = \sum (f_j + f'_j) \delta x_j \\ &= \sum f_j \delta x_j + \sum f'_j \delta x_j, \quad \text{para } j = 1, 2, 3, \dots, 3n;\end{aligned}\tag{E.10}$$

o termo $\sum f'_j \delta x_j$ significa o trabalho virtual das reações. De acordo com as condições do sistema holonômico este termo é nulo e o trabalho virtual é:

$$\delta\mathbf{W} = \sum f_j \delta x_j, \quad \text{para } j = 1, 2, 3, \dots, 3n.\tag{E.11}$$

E.2.4 Componentes Generalizadas das Forças

Seja $\mathbf{Q}$ o vetor de forças generalizadas associadas às componentes das coordenadas generalizadas $\mathbf{q}$,

$$\mathbf{Q} = [Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_k, \dots, Q_r].\tag{E.12}$$

O vetor $\mathbf{Q}$ pode-se determinar usando as expressões de trabalho virtual nos dois sistemas de coordenadas:

$$\delta\mathbf{W} = \sum_{j=1}^{3n} f_j \delta x_j = \sum_{k=1}^r Q_k \delta q_k,\tag{E.13}$$

usando a equação (E.6) de transformação de coordenadas e lembrando que o deslocamento virtual acontece em um tempo constante, δx_j pode-se escrever como:

$$\delta x_j = \sum_{k=1}^r \frac{\partial x_j(\mathbf{q}, t)}{\partial q_k} \delta q_k,\tag{E.14}$$

assim o termo do lado esquerdo da equação (E.13) fica:

$$\delta\mathbf{W} = \sum_{j=1}^{3n} f_j \left[\sum_{k=1}^r \frac{\partial x_j(\mathbf{q}, t)}{\partial q_k} \delta q_k \right] = \sum_{k=1}^r \left[\sum_{j=1}^{3n} f_j \frac{\partial x_j(\mathbf{q}, t)}{\partial q_k} \right] \delta q_k$$

e comparando com o lado direito da equação (E.13) temos que:

$$Q_k = \sum_{j=1}^{3n} f_j \frac{\partial x_j(\mathbf{q}, t)}{\partial q_k}, \quad (\text{E.15})$$

sendo Q_k a k -ésima componente da força generalizada $\mathbf{Q}$.

E.3 Equações de Lagrange para o Movimento de Sistemas Holonômicos

A seguir são formuladas as equações do movimento para sistemas holonômicos em termos das coordenadas generalizadas. Assim tem-se que:

- O número de equações é menor,
- As reações não aparecem nas equações.

A equação do movimento para uma partícula i é dada pela segunda lei de Newton:

$$\mathbf{F}_i = m_i \ddot{\mathbf{x}}_i, \text{ para } i = 1, 2, \dots, n; \quad (\text{E.16})$$

sendo $\mathbf{F}_i$ e $\mathbf{x}_i$ as componentes de $\mathbf{F}$ e $\ddot{\mathbf{x}}$ associados à partícula i . Separando o vetor de forças externas no vetor que contém as forças ativas $\mathbf{f}$ e o vetor que contém as reações $\mathbf{f}'$, a componente j da equação do movimento do sistema é:

$$m_j \ddot{x}_j = f_j + f'_j. \quad (\text{E.17})$$

Multiplicando nos dois lados da equação (E.17) por $\frac{\partial x_j(\mathbf{q}, t)}{\partial q_k}$ e somando sobre j temos que:

$$\sum_j m_j \ddot{x}_j \frac{\partial x_j(\mathbf{q}, t)}{\partial q_k} = \sum_j f_j \frac{\partial x_j(\mathbf{q}, t)}{\partial q_k} + \sum_j f'_j \frac{\partial x_j(\mathbf{q}, t)}{\partial q_k}. \quad (\text{E.18})$$

O primeiro dos termos do lado direito da equação (E.18) é a componente Q_k da força generalizada associada às forças ativas $\mathbf{f}$:

$$\sum_j f_j \frac{\partial x_j(\mathbf{q}, t)}{\partial q_k} = Q_k,$$

o segundo termo corresponde à componente do vetor força generalizado associado às reações $\mathbf{f}'$. Sabendo que o trabalho pelas reações é nulo, a força generalizada também é nula.

$$\sum_j f'_j \frac{\partial x_j(\mathbf{q}, t)}{\partial q_k} = 0.$$

O lado esquerdo da equação (E.17) pode-se escrever como:

$$m_j \ddot{x}_j = \frac{d}{dt}(m_j \dot{x}_j) = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{x}_j} \left(\frac{1}{2} m_j \dot{x}_j^2 \right) \right] = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{x}_j} \left(\frac{1}{2} \sum_k m_k \dot{x}_k^2 \right) \right],$$

mas $\frac{1}{2} \sum_k m_k \dot{x}_k^2 = T(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, t)$ é a energia cinética do sistema então

$$m_j \ddot{x}_j = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, t)}{\partial \dot{x}_j} \right].$$

Substituindo no lado esquerdo da equação (E.18) temos:

$$\begin{aligned} \sum_j m_j \ddot{x}_j \frac{\partial x_j}{\partial q_k} &= \sum_j \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, t)}{\partial \dot{x}_j} \right] \frac{\partial x_j}{\partial q_k} \\ &= \sum_j \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, t)}{\partial \dot{x}_j} \frac{\partial x_j}{\partial q_k} \right] - \sum_j \frac{\partial T(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, t)}{\partial \dot{x}_j} \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial x_j}{\partial q_k} \right]. \end{aligned}$$

As derivadas podem ser calculadas usando as seguintes igualdades:

$$\frac{d}{dt}[x_j(\mathbf{q}, t)] = \dot{x}_j = \sum_k \frac{\partial x_j(\mathbf{q}, t)}{\partial q_k} \dot{q}_k + \frac{\partial x_j(\mathbf{q}, t)}{\partial t}, \quad (\text{E.19})$$

sendo $\dot{x}_j = \dot{x}_j(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$.

$$\frac{\partial \dot{x}_j(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)}{\partial q_s} = \sum_k \frac{\partial^2 x_j(\mathbf{q}, t)}{\partial q_s \partial q_k} \dot{q}_k + \frac{\partial^2 x_j(\mathbf{q}, t)}{\partial q_s \partial t} = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial x_j(\mathbf{q}, t)}{\partial q_s} \right], \quad (\text{E.20})$$

$$\frac{\partial \dot{x}_j(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)}{\partial \dot{q}_s} = \frac{\partial}{\partial \dot{q}_s} \left[\sum_k \frac{\partial x_j(\mathbf{q}, t)}{\partial q_k} \dot{q}_k \right] + \frac{\partial}{\partial \dot{q}_s} \left[\frac{\partial x_j(\mathbf{q}, t)}{\partial t} \right] = \frac{\partial x_j(\mathbf{q}, t)}{\partial q_s}. \quad (\text{E.21})$$

Substituindo as equações (E.20) e (E.21) na expressão anterior temos que:

$$\sum_j \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, t)}{\partial \dot{x}_j} \frac{\partial x_j}{\partial q_k} \right] = \frac{d}{dt} \left[\sum_j \frac{\partial T(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, t)}{\partial \dot{x}_j} \frac{\partial \dot{x}_j}{\partial q_k} \right] = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}, t)}{\partial \dot{q}_k} \right]$$

$$\sum_j \frac{\partial T(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, t)}{\partial \dot{x}_j} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial x_j}{\partial q_k} \right) = \sum_j \frac{\partial T(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, t)}{\partial \dot{x}_j} \frac{\partial \dot{x}_j}{\partial q_k} = \frac{\partial T(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}, t)}{\partial q_k};$$

assim

$$\sum_j m_j \ddot{x}_j \frac{\partial x_j}{\partial q_k} = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}, t)}{\partial \dot{q}_k} \right] - \frac{\partial T(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}, t)}{\partial q_k}.$$

Substituindo na equação (E.18) temos finalmente que:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}, t)}{\partial \dot{q}_k} \right] - \frac{\partial T(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}, t)}{\partial q_k} = Q_k \text{ para } k = 1, 2, \dots, r. \quad (\text{E.22})$$

Pode-se notar que o sistema de equações (E.22) esta composto de r equações em termos das coordenadas generalizadas, o que quer dizer que essas equações incluem de forma implícita as restrições quando uma força arbitária é aplicada. Esta equação é conhecida como as equações de *Lagrange* para sistemas não conservativos. Para sistemas conservativos temos:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}, t)}{\partial \dot{q}_k} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}, t)}{\partial q_k} = 0 \text{ para } k = 1, 2, \dots, r, \quad (\text{E.23})$$

sendo $\mathcal{L}$ o *Lagrangeano* ou *Função de Lagrange* que tem a seguinte forma:

$$\mathcal{L} = T(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}, t) - V(\mathbf{q}, t); \quad (\text{E.24})$$

e $V(\mathbf{q}, t)$ conhecida como a função de energia potencial do sistema.

E.3.1 Bases Holonômicas de Robôs Móveis

Para uma base circular holonômica como a que foi apresentada nos capítulos precedentes qualquer configuração no seu espaço de trabalho é determinada pelo vetor de coordenadas generalizadas $\mathbf{q} = [x \ y \ \phi \ \theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T$, sendo x a posição da base em relação ao eixo x , y a posição da base em relação ao eixo y , ϕ a orientação da base com relação ao marco local e θ_1 , θ_2 e θ_3 são as posições angulares de cada roda omnidirecional. Isto amostra que o robô tem seis graus de liberdade associados ao espaço de trabalho da base móvel (x, y, ϕ) e aos atuadores $(\theta_1, \theta_2$ e $\theta_3)$.

Aqui as restrições são escritas como $G_i(\mathbf{q}) = 0$, para $i = 1, 2, \dots, 6$; como foi apresentado na seção 2.5.3. Devido a que estas equações não dependem de derivadas de variáveis não integráveis podemos dizer que o sistema tem restrições holonômicas.

Apêndice F

Sinal PRBS

Seja uma variável aleatória x cuja distribuição é *gaussiana* com média $\bar{x}$ e desvio padrão σ_x . Seja uma determinada realização x_i de x , então a probabilidade de x_i estar compreendida nas faixas

$$\bar{x} - \sigma_x < x_i < \bar{x} + \sigma_x,$$

$$\bar{x} - 2\sigma_x < x_i < \bar{x} + 2\sigma_x,$$

$$\bar{x} - 3\sigma_x < x_i < \bar{x} + 3\sigma_x$$

é de 68%, 95% e 99.7%, respectivamente. Seja $\hat{r}_{xx}(k)$ a função de autocorrelação de x estimada a partir de uma amostra de tamanho N . O desvio padrão de $\hat{r}_{xx}(k)$ é dado por $\sigma_{\hat{r}} = \sigma_x/\sqrt{N}$. Logo, assumindo-se gaussianidade, pode-se concluir que se a função de autocorrelação de um sinal $u(k)$ com média zero atender a relação

$$-\frac{2\sigma_u}{\sqrt{N}} < \hat{r}_{uu}(k) < +\frac{2\sigma_u}{\sqrt{N}}, \quad \forall k \neq 0,$$

tal sinal pode ser aleatório com uma confiança de 95%, ou seja

$$r_{uu}^-(k) - 2\sigma_{\hat{r}} < \hat{r}_{uu}(k) < r_{uu}^-(k) + 2\sigma_{\hat{r}}, \quad \forall k \neq 0.$$

O sinal PRBS (do inglês *Pseudo-Random Binary Signal*) é um sinal que tem como característica simular um sinal aleatório, por isso o prefixo *Pseudo*. Este sinal tem as seguintes características:

1. Pode tomar dois valores ($+V$ e $-V$), sendo V a amplitude (Ver figura F.1(a)).
2. Só comuta entre níveis em instantes discretos $t=0, h, 2h, \dots$
3. Os instantes de comutação são pre-determinados, i.e. o sinal é determinístico.
4. É periódico com período $T = Nh$, onde N é um inteiro ímpar.
5. Em cada período existem $\frac{N+1}{2}$ intervalos a um nível e $\frac{N-1}{2}$ intervalos no outro nível.
6. A função de autocorrelação, num período, é semelhante a um impulso (Ver figura F.1(b)).

Um sinal PRBS pode ser gerado usando seqüências que têm 2^n-1 mostras (sendo n inteiro) e podem ser gerados da seguinte forma: Existem n registros de deslocamento, realimentação do primeiro registro a partir da soma módulo-2 (ou *XOR*) do último registro, de acordo com a tabela F.1. Na figura F.2 é apresentado o esquema para gerar um sinal PRBS de seqüência m com $n=6$.

O intervalo entre bits, T_b , deve ser compatível com a menor constante de interesse. Se T_b for muito grande, o sistema interpretará o sinal PRBS como sendo um degrau (características pobres para a maioria dos métodos de identificação). Se T_b for muito curto, o sistema não terá tempo de responder a uma transição antes de chegar a próxima.

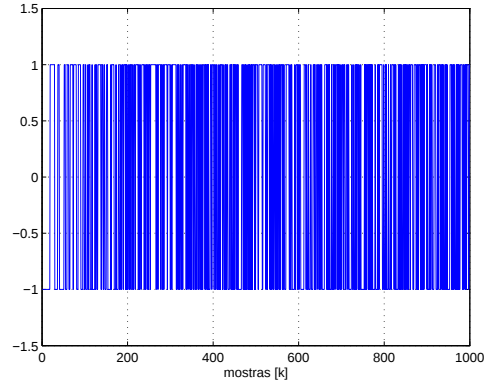
Um resultado heurístico (Aguirre, 2000) que fornece boas escolhas para o valor T_b é

$$\left\lceil \frac{\tau_{min}}{10} \right\rceil \leq T_b \leq \left\lceil \frac{\tau_{min}}{3} \right\rceil, \quad (F.1)$$

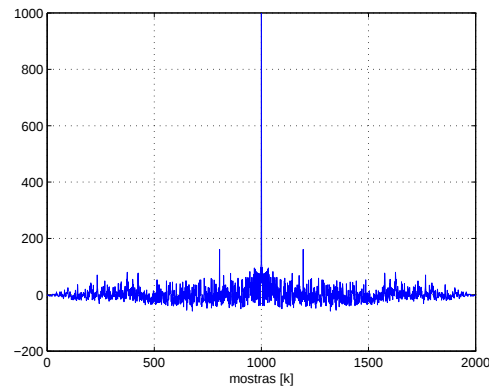
sendo que τ_{min} é a menor constante de tempo de interesse e $\lceil \cdot \rceil$ fornece o inteiro mais próximo.

F.1 Cuidados Práticos

1. **Aliasing no tempo:** Acontece quando o período T_0 do sinal PRBS é menor que o tempo de estabelecimento do sistema. A periodicidade do sinal PRBS



(a) Sinal PRBS de sequência m com $n=6$. Observe que são mostrados os níveis lógicos (Usando a transformação $1 \rightarrow +V$ e $-1 \rightarrow -V$).



(b) Função de autocorrelação do sinal PRBS da figura F.1(a).

Figura F.1: Sinal PRBS.

não pode ser menor do que o tempo de acomodação do sistema que está sendo testado, caso contrário, o sistema perceberá a periodicidade do sinal PRBS, reduzindo assim, o caráter de aleatoriedade do teste. Por outro lado, se o período for suficientemente longo, o sistema verá o sinal de excitação como sendo aleatório.

2. **Suavização da resposta impulsiva:** Acontece quando o período de amostragem (duração do menor impulso) é superior às constantes de tempo mais rápidas

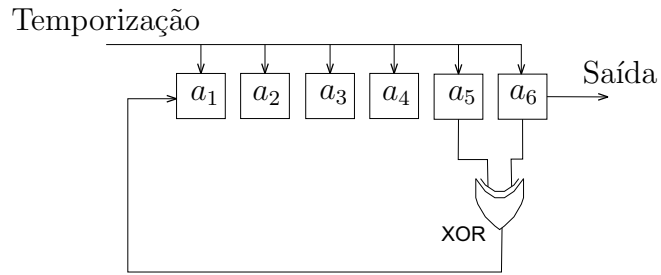


Figura F.2: Esquema para geração de um sinal PRBS de sequência m com $n=6$.

do sistema.

3. **Desvio da Resposta Impulsiva:** Devido à função de autocorrelação ter um desvio (*offset*) relativamente à origem. Pode ser estimado por observação do valor da resposta impulsiva depois do transitório.

Tabela F.1: Conexões para gerar sinais de sequência m .

n	$N = 2^n - 1$	bits usados pela porta XOR
2	3	1 e 2
3	7	2 e 3
4	15	3 e 4
5	31	3 e 5
6	63	5 e 6
7	127	4 e 7
8	225	2,3,4 e 8
9	511	5 e 9
10	1023	7 e 10
11	2047	9 e 11

Índice Remissivo

- Acoplado, 22
- Algoritmo
 - Levenberg-Marquardt, 47
- Aprendizagem, 36
- Aproximador universal, 36
- Atrito, 26
 - cinético, 26
 - de Coulomb, 26
 - deslizante, 26
 - viscoso, 26
 - estático, 12, 26
 - seco, 3
- Autocorrelação
 - Linear, 49
 - não linear, 49
- Autocovariância, 49
- Axebot*, 4
- Back-propagation*, 36
- Backlash*, 4
- Chaveamento bipolar, 15
- Coefficiente
 - de Atrito, 28
 - de Curvatura, 28
 - de Forma, 28
 - de Pico, 28
 - de Rigidez, 28
- Conexão
 - recorrente Global, 62
 - recorrente Local, 61
 - recorrente não-local, 62
- Controle direto, 37
- Controle indireto, 37
- Coordenadas
 - generalizadas, 22, 29
- Desacoplado, 21
- Efeito
 - de Stiction*, 3
 - de Stribeck*, 3
- Eficácia do acoplamento, 18
- Eixos de Rolamento, 24
- Erro
 - de controle, 38
 - do modelo, 51
- Escorregamento, 27
- Fórmula Mágica, 28
- Fator de redução, 18
- feedforward controller*, 65
- feedback controller*, 65
- Força contra-eletromotriz, 17

Força de tração, 31
 Formulação *Euler-Lagrange*, 30
 Frequência de chaveamento, 15
 Função
 de Erro quadrático médio , 39
 identidade, 47
 não linear, 43
 sigmoidal, 43
 tangente sigmoidal, 47
 de ativação, 36
 Ganho
 de Adaptação, 39
 Grau de relatividade, 42
 Graus de Liberdade, 24
 Histerese, 3
 Identificação, 35
 Identificação, 42
 Indutância da armadura, 17
Learning, 36
 Marco
 de Referência Global, 22
 de Referência Local, 22
 Matriz
 hessiana, 36
 Mecânica
 Lagrangeana, 2
 Newtoniana, 2
 Modelo
 de Burckhardt, 28
 de força/Escurregamento, 28
 de Pacejka, 28
 de referência, 37
 Input-Output, 38
 Motores CC, 14, 17
 NARMA, 40
 NARMA-L1, 40
 NARMA-L2, 39, 40
Off-line, 37
 Omnidirecional, 1, 5
On-line, 36
 Orientação, 19
 Orientação da base, 23
 Pesos Sinápticos, 39
 PID, 62
 PWM, 3, 14
 Redes
 MLP, 36
 neurais artificiais, 35
 neurais recorrentes, 39
 Regressores, 39
 Resistência, 17
 Restrições
 Cinemáticas, 22
 Roda
 Padrão fixa, 24
 Rolamento puro, 80
 Saturação, 13, 16
 Sistema, 11

Slip, 7

Stick-Slip, 3

Stiction, 26

Tapped Delay Line, 39

Tempo de Bloqueio, 15

Tempo de Chaveamento, 15

Tensão

de saturação, 16

média terminal, 15

Torque

do motor, 18

na carga, 18

Velocidade

Angular da base móvel, 21

angular na roda, 18

Linear da base móvel, 20

Linear tangencial aparente, 21

Vetor

gradiente, 36, 39

Viscosidade, 3

Zona morta, 12, 19