

Universidade Federal da Bahia
Escola Politécnica
Departamento de Engenharia Elétrica
Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Elétrica



CONTROLE COM COMPENSAÇÃO DE ATRITO PARA ESTRUTURAS DE BASE MÓVEIS DE ROBÔS MANIPULADORES

Autor: Armando Sanca Sanca
Orientador: Prof. Dr. Jês de Jesus Fiais Cerqueira - UFBA
Co-Orientador: Prof. Dr. Carlos Eduardo Trabuco Dórea - UFBA

*Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Bahia,
para preenchimento de requisitos parciais à obtenção do
Título de*
MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Banca Examinadora
Dr. Jês de Jesus Fiais Cerqueira (Presidente)
Dr. Carlos Eduardo Trabuco Dórea - UFBA Dr. Augusto Cesar Pinto Loureiro da Costa - UFBA
Dr. Pablo Javier Alsina - UFRN

Salvador-BA, 20 de Dezembro de 2006.

FICHA CATALOGRÁFICA

F866	Armando Sanca Sanca Controle com Compensação de Atrito para Estruturas de Base Móveis de Robôs Manipuladores / Armando Sanca Sanca - Salvador, BA:[s.n.], 2006 Orientadores: Jês de Jesus Fiais Cerqueira, Carlos Eduardo Trabuco Dórea. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal da Bahia, Escola Politécnica, Departamento de Engenharia Elétrica. 1. Controle em cascata. 2. Modelos de atrito. 3. Compensação de atrito em sistemas mecânicos. 4. Robô móvel com duas rodas diferenciais. 5. Controle e estimador de torque. 6. Controle de velocidade com compensação de atrito. I. Cerqueira, Jês de Jesus Fiais. II. Dórea, Carlos Eduardo Trabuco. III. Universidade Federal da Bahia. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Elétrica. IV. Título.
------	--

Com muito amor dedico este trabalho a
Juan e Victoria Melina

Resumo

Esta dissertação propõe um controle local da velocidade com compensação de atrito de uma base móvel de robôs manipuladores com duas rodas diferenciais, acionados por motores elétricos de corrente contínua. É feita a modelagem dinâmica para o veículo com atrito e usada a técnica de controle em cascata. A partir do controle de torque; e da compensação do fenômeno de atrito, são controladas as velocidades dos motores elétricos de corrente contínua.

Neste projeto considera-se a não linearidade inerente de zona morta, relacionada diretamente com os componentes de atrito estático do subsistema mecânico em movimento do robô móvel. Por tanto, o controle com compensação a partir do modelo de atrito de um veículo é o aporte principal desta dissertação.

O atrito é um fenômeno muito complexo, muitos modelos recentemente foram estudados e apresentados na literatura. A primeira parte desta dissertação está dedicada às teorias preliminares e sobre o modelagem e compensação do atrito em sistemas mecânicos. Na parte sub-seguinte a modelagem e controle com compensação do atrito de um veículo utilizando o modelo de atrito de LuGre, foram implementadas blocos de simulação em ambiente *Simulink/Matlab*[®] e uma aplicação implementada no Robô *Khepera II*[®] da K-Team S. A.

Resultados das simulações e testes experimentais no Robô *Khepera II*, mostraram que apesar das distintas dificuldades impostas pelos aspectos construtivos do sistema, o controle proposto apresenta bons resultados e é uma boa alternativa às técnicas complexas encontradas na literatura.

Palavras Chave

Robô Móvel; Controle em Cascata; Estimador de Torque e Controle; Controle de Velocidade; Compensação de Atrito; Função de Transferência Estritamente Positiva Real; Simulação; Khepera II.

Abstract

This dissertation purpose a local velocity control with friction compensation of a mobile robot with two differential wheels, driving with direct current electric motors. The dynamic modeling for the vehicle with friction is made and the technique of cascade control is used. From the torque control and the phenomenon friction compensation, direct current electric motors drives velocities are controlled.

In this project, inherent dead zone non linearity is considered, related directly with the static and dynamic friction of the mechanical motion subsystem of the mobile robot. Thus, velocity control with friction compensation of a mobile robot is the main contribution of this dissertation.

The friction is a very complex phenomenon, many models recently they had been studied and presented in the literature. The first part of this dissertation is dedicated to the preliminary theories, modeling and friction compensation in mechanical systems. The next part the modeling and control with friction compensation of a vehicle using the LuGre friction model, had been implemented simulation blocks in *Simulink/Matlab*[®] and one application in the *Khepera II* mobile robot of the K-Team S.A is implemented.

Experimental results of the robot *Khepera II* and simulations, had shown that although the distinct difficulties imposed for the constructive aspects of the system, the considered control presents goods results and is a good alternative to the complex techniques found in the literature.

Palavras Chave

Mobile robot; Cascade Control; Torque Estimator and Control; Velocity Control; Friction Compensation; Strictly Positive Real Transference Function; Simulation; Khepera II.

Agradecimentos

Meu Sincero Agradecimento.

Ao Professor Doutor J s de Jesus Fiais Cerqueira, orientador deste trabalho, pela amizade, pelo apoio nos momentos difíceis e pela confiança em mim depositada quando aceitou ser o meu orientador. Pela dedicação e competência demonstradas, Acima de tudo, pela presença humana e científica marcante, capaz de agregar esforços e somar capacidades, que o torna um modelo a ser seguido por todos. O Professor J s nos leva a vasculhar terrenos inexplorados e proporciona novas formas de investigação daquilo que parecia débil e esgotado. Tocado por este entusiasmo, jamais serei o mesmo; impulsionado por este exemplo, tentarei multiplicá-lo; e em cada passo de minha atuação profissional, e também fora dela, pretendo repetir e levar adiante a postura intelectual e a gratuidade de propósitos que regem as suas atitudes.

Ao Professor Doutor Carlos Eduardo Trabuco Dórea, pela amizade, pela co-orientação, pelos incentivos e pelas trocas de idéias que auxiliaram a elaboração de muitos pontos importantes do trabalho.

Aos comentários e as sugestões dos membros da banca examinadora desta dissertação: Prof. Dr. Pablo Javier Alsina, da UFRN; e o Prof. Dr. Augusto Cesar Pinto Loureiro da Costa, da UFBA.

Muito Obrigado Professores!.

- Aos Professores e Funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica (DEE) da UFBA, pela amizade e cordialidade que sempre me dispensaram, e por tudo que me ensinaram, contribuindo em muito para o meu aprimoramento profissional.
- À Coordenação do Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica (CPP-gEE), pela oportunidade de realizar o curso de mestrado, e aos responsáveis pela chefia do DEE durante o período de formação e desenvolvimento deste trabalho.
- Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pela concessão de uma bolsa de estudos durante a realização do curso de mestrado; À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia (FAPESB), pela compra de um módulo de robô móvel *Khepera II*[®], sem o qual não seria possível o desenvolvimento da pesquisa. São iniciativas como estas que efetivamente contribuem para o desenvolvimento científico e tecnológico de um País.
- Aos colegas e amigos que tive a oportunidade de conhecer durante o curso de mestrado na UFBA, em especial aos do DEE.
- A todos os amigos que conviveram comigo no Laboratório de Sistemas Inteligentes (LSI), pelo clima de companheirismo e respeito mútuo, a Tania, Adriane, Taniel, Reinaldo, Danilo, Denes e Eberti.

Meu Agradecimento Especial

- A Deus o Único cujo nome é Jeová, por ter me dado uns excelentes pais, Juan e Victoria Melina, a ellos no sólo por darme la vida, sino por recibir una ejemplar educación y por todo lo que hicieron por mi, valió la pena tanto esfuerzo, desde el fondo de mi corazón gracias por confiar en mi.
- A toda mi família por soportar mi ausencia en especial, a mis hermanos Nancy Karina, Huilman, Ruben, a su esposa Gretty y a mi sobrinito André Marcelo.
- Aos meus amigos de Salvador, Gustavo Gomes, Alberto Rebouças, Servulo de Oliveira, Guillermo Camacho, obrigado pela ajuda, pelo apoio, e por tantas coisas que, por vezes, somente bons amigos podem fazer por nós.

A todos os amigos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização desta conquista,

O meu muito obrigado!

Salvador-BA, 20 de Dezembro de 2006.
Armando Sanca Sanca.

Índice

Resumo	v
Abstract	vii
Agradecimentos	ix
Índice	xi
Lista de Figuras	xv
Lista de Tabelas	xix
Nomenclatura Matemática	xxi
1 Introdução	1
1.1 Formulação do Problema	4
1.2 Contribuições e Propostas da Dissertação	5
1.3 Estrutura do Texto	5
2 Preliminares Teóricas	7
2.1 Introdução	7
2.2 Atrito em Sistemas Mecânicos	8
2.2.1 Atrito a Velocidade Constante	11
2.2.2 Atrito Estático e Força de Ruptura (<i>Sticking and Sliding</i>) . .	11
2.2.3 Retardo (<i>Frictional Lag</i>)	13
2.3 Modelos Estáticos para o Atrito	13
2.3.1 Modelos Clássicos	14
2.3.2 Modelo de Karnopp	16
2.3.3 Modelo de Armstrong	17
2.4 Modelos Dinâmicos para o Atrito	18
2.4.1 Modelo de Dahl	18
2.4.2 Modelo de Bliman e Sorine	19
2.4.3 Modelo de LuGre	20
2.4.4 Modelo Elasto-Plástico	22

2.4.5	Modelo de Leuven	23
2.4.6	Modelo Generalizado de Maxwell-Slip	24
2.5	Comentário Sobre os Modelos de Atrito e a Escolha do Modelo	26
2.6	Sumário	28
3	Compensação de Atrito e Síntese do Controlador PID	29
3.1	Introdução	29
3.2	Controle da Velocidade com Compensação de Atrito	31
3.3	Controle da Posição com Compensação de Atrito	33
3.4	Compensação Adaptativa de Atrito	35
3.4.1	Adaptando Variações da Força Normal	37
3.4.2	Adaptando Mudanças de Temperatura	38
3.5	Síntese do Controlador PID	40
3.5.1	Síntese de PID Simplificado	41
3.5.2	Síntese do Controlador $H(s)$ para $G(s)$ FSPR	42
3.6	Sumário	45
4	Modelagem e Compensação de Atrito de um Veículo	47
4.1	Introdução	47
4.2	Definição do Problema	48
4.3	Dinâmica do Motor de Corrente Contínua	51
4.4	Modelo Dinâmico Simplificado	54
4.5	Estimador e Controlador de Torque	58
4.5.1	Estimação do Torque Usando Detecção Digital da Velocidade .	59
4.6	Projeto do Sistema de Controle	62
4.6.1	Controlador de Torque	62
4.7	Compensação do Atrito	65
4.7.1	Seguimento da Velocidade com Compensação do Atrito	67
4.8	Síntese do Controlador $H_{mi}(s)$	68
4.9	Sumário	70
5	Implementação do Sistema de Controle em um Sistema Real	71
5.1	Introdução	71
5.2	Estimador e Controlador de Torque dos Motores CC para o Robô Khepera II	72
5.2.1	Estimador de Torque	73
5.2.2	Controlador de Torque	73
5.3	Identificação dos Parâmetros do Modelo de Atrito de LuGre para o Robô	73
5.3.1	Estimação dos Parâmetros Estáticos	75
5.3.2	Estimação dos parâmetros dinâmicos	78
5.4	Controle da velocidade dos Motores com Compensação do Atrito . . .	80
5.4.1	Resultados Experimentais	81

6	Considerações Finais	87
6.1	Relevância das Metodologias Propostas	87
6.2	Sugestões de Futuros Trabalhos	88
	Referências Bibliográficas	89
A	Função de Transferência Positiva Real	99
B	Acionamento com máquina de corrente contínua	103
B.1	Controle dos conversores CC-CC	103
B.2	Conversor CC-CC em Ponte Completa	104
B.3	PWM com Chaveamento de Tensão Bipolar	106
B.4	Considerações Importantes no Acionamento de um Motor de CC . . .	109
C	O Robô Khepera II	111
C.1	Parâmetros do Robô Khepera II	114
D	Lista de rotinas implementadas em MATLAB	115
	Apêndice: Artigos publicados	117

Lista de Figuras

2.1	Atrito entre duas superfícies planas.	9
2.2	Cilindro homogêneo rolando sobre uma superfície lisa.	10
2.3	Curvas para análise do atrito.	12
2.4	<i>Frictional Lag</i> : Força de atrito como uma função da velocidade: $F_f(t) = F_{vel}(\dot{x}(t - \Delta t))$, onde $F_f(t)$ é a força instantânea do atrito, $F_{vel}(\cdot)$ é o atrito como uma função da velocidade em regime perma- nente e Δt é parâmetro de retardação.	13
2.5	Modelos de atrito estático: a) Atrito de Coulomb, b) Coulomb mais o Atrito Viscoso, c) <i>Stiction</i> mais Coulomb e O Atrito Viscoso, d) A força de atrito pode decrescer continuamente do nível de atrito estático.	15
2.6	Força de atrito como uma função do deslocamento para o modelo de Dahl.	19
2.7	Visualização quando a força tangencial é aplicada entre duas superfícies.	20
2.8	Deflexão da cerda entre duas superfícies para o modelo de LuGre. . .	21
2.9	Gráfico de $\alpha(z, v)$ para $sgn(v) \neq sgn(z)$	23
3.1	Descrevendo o análise de funções onde somente o atrito é considerado como um bloco não linear.	30
3.2	Diagrama em blocos para o problema de controle da velocidade usando um estimador de atrito.	32
3.3	Diagrama em blocos na figura 3.2 redesenhado com ε e $\tilde{z}$ como saídas de um bloco linear e não linear respectivamente.	34
3.4	Diagrama em blocos para o problema de controle da posição usando um estimador de atrito.	34
4.1	Diagrama em blocos do acionamento de um motor CC , controle em cascata usado em robôs móveis com rodas.	48
4.2	Diagrama das forças e torques que atuam sobre um veículo com duas rodas ativas acionado por atuadores elétricos.	49
4.3	Modelo elétrico do motor CC.	52
4.4	Modelo mecânico do motor CC.	54

4.5	Representação em blocos do modelo elétrico reduzido dos motores i de corrente contínua do veículo.	55
4.6	Representação do modelo mecânico dos motores i [direito e esquerdo] sem considerar as forças que se opõem ao movimento do veículo. . . .	56
4.7	Servo sistema usando um encoder digital como detector de posição e velocidade.	59
4.8	Relação entre o pulso do encoder e o período de amostragem.	60
4.9	Simulação do seguimento do torque real pelo torque estimado, para o veículo com os seguintes parâmetros: $\delta(t) = 0.9$, $V'_d = 4.0\text{ V}$, $M = 0.108146\text{ kg}$, $J = 6.615 \times 10^{-5}\text{ kg m}^2$, $B_{lin} = 2.8\text{ N s/m}$, $B_{ang} = 2 \times 10^{-3}\text{ Nm s/rad}$, $K_t = 1.66 \times 10^{-3}\text{ Nm/A}$, $K_{em} = 1.66 \times 10^{-3}\text{ Vs/rad}$, $R = 21.5\ \Omega$, $L = 180 \times 10^{-6}\text{ H}$, dados obtidos do robô <i>Khepera II</i> ® da K-Team S.A.	61
4.10	Diagrama em blocos do sistema de controle proposto para o robô móvel com duas rodas ativas acionados por atuadores elétricos CC, com inclusão da não linearidade de entrada inerente de tipo atrito. . .	63
4.11	Diagrama em blocos do esquema de controle de torque a partir do estimador.	64
4.12	Esquema de compensação do atrito para o controle da velocidade de um sistema mecânico em movimento.	66
5.1	Resposta ao degrau do motor CC do veículo robô <i>Khepera II</i>	72
5.2	Estimador de torque do motor para o veículo robô <i>Khepera II</i>	74
5.3	Seguidor de torque controlado para o robô <i>khepera II</i> , com parâmetros $z_0 = 0.1$ e $k = 15000$ para o controlador PI digital.	74
5.4	Valores obtidos no experimento para o torque de atrito do Robô <i>Khepera II</i> em função da velocidade, pontos coletados em regime permanente com tempo de amostragem de um segundo para os motores esquerdo [o] e direito [x] respectivamente, em ambos sentidos.	76
5.5	Experimento para o torque de atrito da base do Robô <i>Khepera II</i> incluindo a garra em função da velocidade. Pontos coletados em regime permanente com tempo de amostragem de um segundo para os motores esquerdo [o] e direito [x] respectivamente, em ambos sentidos.	76
5.6	Experimento para o torque de atrito da base do Robô <i>Khepera II</i> incluindo a garra e a câmera de vídeo em função da velocidade. Pontos coletados em regime permanente com tempo de amostragem de um segundo para os motores esquerdo [o] e direito [x] respectivamente, em ambos sentidos.	77
5.7	Valores estimados para Força de atrito de Coulomb e atrito viscoso, obtidos no experimento para o veículo nos motores (a) esquerdo e (b) direito respectivamente em ambos sentidos.	79
5.8	Comparação entre não compensação e compensação de atrito em controle de velocidade de um veículo.	81

5.9	Controle de velocidade com compensação de atrito para o Robô Khepera II. $\omega_{mref} = 200rad/s$, $\bar{J}_{mi} = 24,8433218nkgm^2$, $\alpha_{0i} = 69,692\mu Nm$, $\alpha_{1i} = 0$, $\alpha_{2i} = 0,135\mu Nms/rad$, $\sigma_{0i} = 10nNm/rad$ e $\sigma_{1i} = 1nNms/rad$	82
5.10	Controle de velocidade com compensação de atrito para o Robô Khepera II. $\omega_{mref} = -200rad/s$, $\bar{J}_{mi} = 24,8433218nkgm^2$, $\alpha_{0i} = 69,692\mu Nm$, $\alpha_{1i} = 0$, $\alpha_{2i} = 0,135\mu Nms/rad$, $\sigma_{0i} = 10nNm/rad$ e $\sigma_{1i} = 1nNms/rad$	83
5.11	Controle de velocidade com compensação de atrito para o Robô Khepera II. $\omega_{mref} = -500rad/s$, $\bar{J}_{mi} = 24,8433218nkgm^2$, $\alpha_{0i} = 69,692\mu Nm$, $\alpha_{1i} = 0$, $\alpha_{2i} = 0,135\mu Nms/rad$, $\sigma_{0i} = 10nNm/rad$ e $\sigma_{1i} = 1nNms/rad$	84
5.12	Controle de velocidade do veículo com compensação de atrito para o Robô Khepera II. $\bar{J}_{mi} = 24,8433218nkgm^2$, $\alpha_{0i} = 69,692\mu Nm$, $\alpha_{1i} = 0$, $\alpha_{2i} = 0,135\mu Nms/rad$, $\sigma_{0i} = 10nNm/rad$ e $\sigma_{1i} = 1nNms/rad$	85
5.13	Controle de velocidade do veículo com compensação de atrito para o Robô Khepera II. $\bar{J}_{mi} = 24,8433218nkgm^2$, $\alpha_{0i} = 69,692\mu Nm$, $\alpha_{1i} = 0$, $\alpha_{2i} = 0,135\mu Nms/rad$, $\sigma_{0i} = 10nNm/rad$ e $\sigma_{1i} = 1nNms/rad$	86
B.1	Modulação por largura de pulso PWM.	104
B.2	Esquema de acionamento de um motor de corrente contínua.	105
B.3	PWM com comutação bipolar	107
C.1	Robô móvel modular <i>Khepera II</i>	111
C.2	Veículo <i>Khepera II</i>	112
C.3	Módulos que compõem o Robô <i>Khepera II</i>	113

Lista de Tabelas

2.1	Modelos descrevendo a relação entre a velocidade e a força de atrito, sendo $\alpha_0 = F_C$ e $\alpha_1 = F_S - F_C$	22
2.2	Comparação de quatro modelos de atrito	22
3.1	Efeitos de sintonia P, I e D independentes.	41
5.1	Parâmetros estáticos da força de atrito, para o Robô <i>Khepera II</i> , com $\alpha_{1i} = 0$ e $\omega_{mSi} = 0$	78
C.1	Parâmetros obtidos por medição direta do sistema físico Robô <i>Khepera II</i>	114
C.2	Parâmetros do veículo <i>Khepera II</i>	114

Nomenclatura Matemática

A menos que referência contrária seja fornecida, os símbolos matemáticos abaixo possuem os seguintes significados:

$\mathbb{N}$	Conjunto dos números naturais.
$\mathbb{R}$	Conjunto dos números reais.
CC	Corrente Contínua.
FPR	Função positiva real.
FSPR	Função estritamente positiva real.
ω	Velocidade Angular do Veículo (rad/s).
v	Velocidade Linear do Veículo (m/s).
ω_i	Velocidade Angular dos respectivos eixos i (rad/s).
v_i	Velocidade Linear das rodas i (m/s).
PWM	Modulação por Largura de Pulso.
$\delta_i(t)$	Largura de Pulso do sinal PWM $\in \mathbb{R}[-1, 1]$.
F	Força ou torque de atrito (Nm).
z	Deflexão media das cerdas ou deformações microscópicas em (m) no caso linear e em (rad) para o caso angular.
F_e	Força externa (Nm).
$F(v, t)$	Força de atrito instantaneo.
$F_{S,a}$	Coefficiente de atrito estático no final do último período de escorregamento (Nm).
$F_{S,\infty}$	Coefficiente de atrito em regime estacionário (Nm).
F_C, α_0	Coefficiente de atrito de Coulomb (Nm).
$F_S, \alpha_0 + \alpha_1$	Coefficiente de atrito estático (Nm).
F_v, α_2	Coefficiente de atrito viscoso (Nms/rad).
σ_0	Coefficiente de rigidez das deformações microscópicas (Nm/rad).
σ_1	Coefficiente de amortecimento associado com dz/dt (Nms/rad).
V_d	Tensão de alimentação continua do veículo (V).
V'_d	Tensão de alimentação dos motores i (V).
τ_{mi}	Torque dos motores i (Nm).
τ_i	Torque das rodas i (Nm).
M	Massa do veículo (kg).
R_i	Resistência dos motores i (Ω).
L_i	Indutância dos motores i (H).
K_{ti}	Constante de torque dos motores i (Nm/A).
K_{emi}	Constante de força contra-eletromotriz dos motores i (Vs/rad).
J	Constante de inércia do veículo (kgm ²).
J_{mi}	Constante de inércia dos motores i (kgm ²).
$\overline{J}_{mi}$	Inércia total vista desde os motores i do veículo (kgm ²).
T	Operador Transposto.
t_d	Tempo de imobilidade das partes atritantes ou tempo de travamento (s).
γ	Parâmetro que determina o comportamento temporal do atrito estático (s).
τ_l	Atraso puro ou tempo morto da velocidade (s).

Capítulo 1

Introdução

OS robôs que utilizam como base veículos autônomos têm sido muito estudados nos últimos anos. Em particular, os robôs manipuladores móveis terrestres, também chamados de *Autonomous Ground Vehicles* (**AGV's**), são veículos motorizados e com rodas. Para a interação com o ambiente de trabalho, eles possuem diversos tipos de sensores: de distância; de posição; de velocidade; de força, e de visão. Em relação a localização, os sensores podem ser internos ou externos. Os sensores internos são aqueles que estão localizados no próprio corpo do robô e se movimentam juntamente com o mesmo. Em oposição, os sensores externos são fixos ao ambiente ou em algum outro sistema móvel e observam o movimento do veículo¹ (Pereira, 2000).

Quando se trabalha com um sistema mecânico em movimento, como é o caso dos robôs manipuladores móveis, cujo objetivo é realizar uma determinada tarefa, geralmente a precisão e a exatidão requerida para o movimento é elevada, como ocorre em dispositivos de micro posicionamento (Selmic e Lewis, 2000). Para garantir a precisão e a exatidão, é fundamental conhecer e compreender o sistema antes de manipulá-lo. Um sistema pode ser conhecido, estudado e compreendido a partir do seu modelo. A existência de um modelo pode ser considerada até mesmo como um pré-requisito para que uma estrutura de controle ou gerenciamento possa ser posta em operação (Cerqueira, 2001). Um modelo é na prática uma forma de representação da realidade que é o sistema. Existem diversas formas ou tipos de

¹Além desta classificação, os sensores podem fornecer um conhecimento local [características internas do robô, ex: velocidades e posições dos motores], ou um conhecimento global [informação dos estados do robô em relação ao ambiente, ex: velocidade e posição do robô].

modelos que podem ser usados ou selecionados dependendo do objetivo do seu uso. Muitos sistemas dinâmicos, independente de serem mecânicos, elétricos, térmicos, hidráulicos, econômicos, biológicos, etc., podem ser caracterizados por equações diferenciais. A resposta de um sistema dinâmico a uma determinada entrada (*função de excitação*) pode ser obtida se estas equações diferenciais são solucionáveis. Podem-se obter as equações diferenciais utilizando leis físicas que governam um particular sistema [ex: *leis de Newton* para sistemas mecânicos, *leis de Kirchhoff* para sistemas elétricos] (Ogata, 1982; Ogata, 1987; Dorf e Bishop, 1998; Chen, 1999; Spong e Vidyasagar, 1989).

Os robôs móveis, possuem uma estrutura dinâmica, usualmente de forma *Lagrangeana* (Lewis *et al.*, 1999; Selmic e Lewis, 2000) e *Newtoniana* (Altpeter *et al.*, 1997; Wei *et al.*, 2004), o que conduz ao desenvolvimento de equações de movimento dinâmico para diversas localizações do veículo móvel em termos de parâmetros geométricos e inerciais dos elementos. Métodos convencionais como as formulações de *Lagrange-Euler* e *Newton-Euler* podem se aplicar sistematicamente para desenvolver equações de movimento dinâmicos (Spong e Vidyasagar, 1989; Ge *et al.*, 1998), freqüentemente utilizado na análise dinâmica de robôs manipuladores com base fixa.

Destes métodos convencionais podem-se obter diferentes formas de descrever a dinâmica de movimento (Fu *et al.*, 1987). Estas equações são “equivalentes” no sentido que descrevem a conduta dinâmica do mesmo robô físico. Porém suas estruturas podem diferir porque são construídos por razões e objetivos diferentes, alguns para lograr tempos de cálculo rápido para controlar o manipulador, outras para facilitar o análise e a síntese de controle e ainda outras se obtiveram para melhorar a simulação num computador, do movimento do robô.

Uma consideração importante são os diferentes tipos de não linearidades de entrada que podem ser encontrados em sistemas físicos reais diferentes, muitas delas inerentes ao sistema (Zhou *et al.*, 2006; Ismail, 1998; Gökçek *et al.*, 2001; Tao e Kokotovic, 1995). As não linearidades de entrada podem ser dos tipos: Saturação; Zona morta; *Backlash* ou folga, e Histerese.

Para uma variável de entrada a não linearidade do tipo saturação é considerada, como o máximo valor permitido para a variável, sendo portanto uma saturação em amplitude (Ogata, 1982). Porém as vezes esta não linearidade é ignorada, o que pode em alguns casos degradar o desempenho em malha fechada do sistema e incluso levá-

lo a instabilidade. Conseqüentemente, em alguns casos a saturação do atuador deve ser explicitamente tomada em consideração para assegurar o desempenho desejado (Gökçek *et al.*, 2001).

Em um sistema, a não linearidade de tipo zona morta é considerada como a faixa operacional de entrada que não produz resposta na dinâmica na saída do sistema, podendo esta ser variante no tempo, características comuns em todos os tipos de atuadores (Tao e Kokotovic, 1994; Lewis *et al.*, 1997; Lewis *et al.*, 1999; Deng *et al.*, 2001; Vörös, 2004; Laura, 2006). No acionamento de sistemas mecânicos em movimento a presença deste tipo de não linearidade se deve à perturbações que atuam como forças de reação.

Em um veículo com rodas acionadas por atuadores elétricos, a não linearidade de tipo zona morta é em geral decorrente de forças de reação inerentes causadas pelos componentes do atrito nos eixos de movimento. O atrito é um fenômeno muito complexo, causado por não linearidades tais como: *Stiction*; Histerese; Efeito de *Stribeck*; *Stick-Slip*; Viscosidade; e dependência da frequência de entrada. Todas estas não linearidades são particularmente conspícuas quando os movimentos são realizados em baixas velocidades, especialmente quando intercepta por zero.

No passado varias técnicas foram investigadas para a modelagem do comportamento do atrito (Armstrong-Hélouvry *et al.*, 1994). Um modelo para sistemas de controle com atrito foi proposto por Canudas de Wit *et al.* (1995), onde o modelo faz a captura [estimação] do fenômeno de atrito para uso na compensação do fenômeno.

Canudas de Wit *et al.* (2002) consideraram a força de atrito como a força resultante da zona de contato e apresentaram a caracterização do problema do atrito pneu/superfície em veículos [automóveis] com quatro rodas. Já Velenis (2006) desenvolveu uma aplicação a veículos de alta velocidade com metodologias para planejamento de trajetórias em **AGV**'s, conduzindo à capacidade de aceleração completa do veículo e minimizando o tempo de viagem e exposição ao perigo durante uma missão.

Laura (2006) apresentou o modelo para um veículo com duas rodas do tipo não-holonômico considerando as não linearidades de tipo zona morta e saturação. Considerando como entradas do sistema as larguras de pulso², e como saídas do sistema

²*Pulse Width Modulation* - **PWM**

as posições, velocidades e acelerações dos atuadores elétricos. Forneceu assim um completo conhecimento local do sistema. Nos resultados obtidos por simulação do modelo e por experimentos em um sistema real, observou-se que as imperfeições são decorrentes de perturbações que atuam como forças de reação para o caso da zona morta e limites de operação em amplitude do modulador **PWM** para o caso da saturação.

Na literatura técnica vários esquemas de compensação adaptativos têm sido propostos para estimar e compensar o problema da zona morta (Recker *et al.*, 1991; Zhou *et al.*, 2004; Zhou *et al.*, 2005; Zhou *et al.*, 2006; Wang, 2001; Corradini e Orlando, 2002; Selmic e Lewis, 2000; Jang, 2001). A maioria destes compensadores utilizam modelos aproximados para parametrizar a zona morta e introduzir funções contínuas suaves, para o controle do sistema. Já Ismail (1998) desenvolveu um controle adaptativo de sistemas mecânicos com *Backlash*, usando a técnica de inversa suave da zona morta.

1.1 Formulação do Problema

A maioria da literatura especializada encontrada caracterizando os recentes desenvolvimentos de sistemas robóticos, destacando robôs móveis em planejamento do movimento, seguimento de trajetória, estabilização num ponto de equilíbrio, foram projetados a partir de modelos com técnicas de controle, sem o conhecimento do comportamento local frente as não linearidades inerentes de entrada no sistema. Estas não linearidades, particularmente o de tipo zona morta e saturação de fato degradam o sistema de controle, em alguns casos podem levar a instabilidade, se uma estratégia apropriada de controle não é projetada.

O problema da zona morta, a causa desta não linearidade em veículos ou robôs manipuladores com base móvel, acionados por atuadores elétricos, está diretamente ligado aos componentes não lineares de atrito que deterioram o comportamento do sistema, sendo dependentes de parâmetros inerciais do sistema mecânico (Laura, 2006; Laura *et al.*, 2006). O controle correto a partir da compensação do atrito melhora o desempenho do sistema (Papadopoulos e Chasparis, 2002; Mallon *et al.*, 2006).

1.2 Contribuições e Propostas da Dissertação

O objeto desta dissertação é contribuir com um esquema de controle para o modelo apresentado por Laura (2006) com compensação de atrito relacionando-o ao problema principal encontrado no modelo desenvolvido (zona morta). O problema de controle de um veículo com duas rodas ativas, incluindo a não linearidade de tipo zona morta é analisado e resolvido.

As principais contribuições e propostas desta dissertação são as seguintes:

- Apresenta um controle em cascata para a velocidade dos motores nas duas rodas do veículo;
- Apresenta a técnica de compensação do fenômeno do atrito para o veículo, utilizando o modelo proposto em Canudas de Wit *et al.* (1995);
- A aplicação dos desenvolvimentos em um sistema real, implementado os algoritmos no robô *Khepera*[®] da K-Team S. A.

Como contribuição menor temos:

- Apresenta extensão dos desenvolvimentos apresentado em Laura (2006) e em Laura *et al.* (2006) em ambiente *Simulink*[®] do MATLAB.

1.3 Estrutura do Texto

O texto está organizado da seguinte forma:

- O capítulo 2 apresenta os conceitos teóricos preliminares necessários para a compreensão do conteúdo desta dissertação, objetivando o entendimento do léxico habitual, sobre alguns conceitos e definições sobre teoria de sistemas e suas formas de representação. Tratam o problema de atrito estático e dinâmico em sistemas mecânicos, modelos desenvolvidos até hoje, estudados caso por caso.
- No capítulo 3, descrevem-se teoricamente as metodologias vistas na literatura, usadas para o controle da posição e velocidade com compensação de atrito em

sistemas mecânicos com movimento, uma extensão com compensação adaptativa de atrito e finalmente a síntese do controlador.

- No capítulo 4, é feita a modelagem e controle com compensação de atrito de um veículo com duas rodas ativas diferenciais, modelos simplificados para os motores elétricos de corrente contínua são considerados. São feitos também o estimador e o controlador de torque, controle local da velocidade dos acionamentos com compensação de atrito utilizando o modelo de atrito de LuGre.
- Os testes experimentais e a validação, simulados e implementados no robô *Khepera II* são apresentados no capítulo 5, para as metodologias desenvolvidas do capítulo anterior, fazendo uma análise comparativa.
- O capítulo 6 apresenta as considerações finais e sugestões, bem como trabalhos futuros sobre o projeto e controle de robôs móveis.

Capítulo 2

Preliminares Teóricas

Este capítulo apresenta os conceitos teóricos preliminares necessários para compreensão do conteúdo da dissertação, objetivando o entendimento do vocabulário sobre alguns conceitos. Inicialmente, se apresenta o conceito de sistema e sua representação por modelos. Em seguida, são apresentados um estudo de atrito em sistemas mecânicos e suas propriedades conspícuas representados por modelos estáticos e dinâmicos.

2.1 Introdução

EXISTEM numerosas definições e conceitos sobre o que é um *sistema*. Dandy e Warner (1989) definem como sendo “qualquer coleção de componentes interrelacionados que interagem e trabalham juntos de forma organizada para atingir determinado objetivo”. Close e Frederick (1995) definem como sendo “qualquer coleção de componentes em que os seus elementos interagem para que existam relações de causa-e-efeito entre eles ou entre suas variáveis”.

Em termos gerais, um *sistema* é um objeto em que variáveis de diferentes tipos interagem e produzem algum resultado. O sistema é também afetado por estímulos externos. Os sinais externos que podem ser manipulados são chamados *entradas*. Outros sinais de entrada são chamados de *perturbação* e podem ser divididos em mensuráveis e não mensuráveis (Ljung, 1999). Em muitas situações, os diversos componentes de um sistema também podem ser considerados como um sistema, ou apresentar as características de um sistema. Em tais situações estes componentes

de sistemas podem ser chamados de *subsistema*, e o sistema maior chamado de *metasistema*.

Quando interagimos com um sistema, necessitamos saber como suas variáveis [sinais] interagem umas com as outras. Com uma ampla definição, a suposta interação entre os sinais é representado por um *modelo* do sistema. Claramente, os modelos podem ser gerados de diferentes formas e serem expressos com vários graus de formalismo. O uso pretendido determinará o grau de sofisticação. Sem dúvida, para avançadas aplicações é preciso o uso de modelos que descrevam a interação entre as variáveis do sistema em termos de expressões matemáticas como as equações diferenciais ou equações de diferenças, que são chamados de *modelos matemáticos* (Ljung, 1999; Aguirre, 2000). Os modelos matemáticos podem além disso ser caracterizados por um número de adjetivos: contínuos ou discretos, determinísticos ou estocásticos, lineares ou não-lineares, centralizados ou distribuídos, etc.

O uso de modelos matemáticos é fundamental em áreas como engenharia para auxílio ao projeto de sistemas. São também ferramentas para simulação e predição muitas as áreas, incluindo áreas como economia, ecologia e biologia. Não obstante, é muito importante compreender que todos os modelos têm um domínio limitado de validade (Ljung e Glad, 1994).

2.2 Atrito em Sistemas Mecânicos

O atrito é um fenômeno altamente não linear que causa um desempenho pobre e o deterioramento de servomecanismos, como no caso de robôs e ferramentas com controle numérico (Lischinsky *et al.*, 1999; Jatta *et al.*, 2006; Bona e Indri, 2005). Erros típicos causados por atrito são: erros de posicionamento em regime permanente [*steady-state errors*], oscilações de ciclos limites a baixas velocidades [*stick-slip motions*] e pobre desempenho em sistemas com relativo movimento (Armstrong-Hélouvry *et al.*, 1994; Olsson *et al.*, 1997; Olsson e Åström, 2001). Compensar o atrito é muito importante para a engenharia de controle de sistemas mecânicos, onde há sistemas de acionamento com alta precisão; robôs, sistemas hidráulicos e pneumáticos (Lischinsky *et al.*, 1999; Olsson *et al.*, 1997). Por conseguinte é útil para o controle, entender os efeitos que causa o fenômeno de atrito nos sistemas mecânicos.

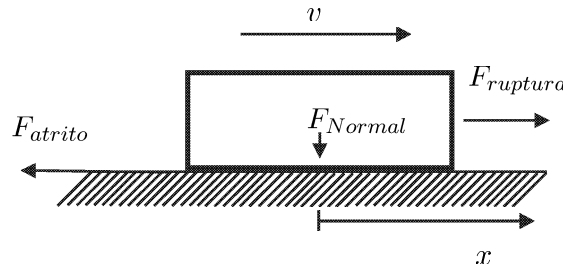


Figura 2.1: Atrito entre duas superfícies planas.

O atrito é a força de reação tangencial entre duas superfícies em contato. Fisicamente estas forças de reação são o resultado de muitos diferentes mecanismos que dependem da topologia e geometria do contato, das propriedades dos materiais, do volume e da superfície dos corpos, da velocidade relativa entre os corpos e dos regimes de lubrificação (Olsson *et al.*, 1997).

O contato deslizante seco entre superfícies planas, como é ilustrado na figura 2.1, pode ser modelado como forças de deformações elásticas [ou plásticas] de asperezas microscópicas. Cada uma destas asperezas [ou rugosidades], leva a uma força f_i na carga normal F_{Normal} . A área de contato de cada união rugosa é $a_i = f_i/H$, onde H é a dureza¹ do material dos corpos em contato. A área de contato total pode ser escrita como $A_R = F_{Normal}/H$. Para cada contato rugoso a deformação tangencial é elástica até que a força aplicada exceda a força de ruptura, $F_{ruptura}$, da superfície dos materiais quando se torna plástica. Em deslizamento, a força de atrito é por tanto $F_{atrito} = F_{ruptura} A_R$, e o coeficiente de atrito $\mu = F_{atrito}/F_{Normal} = F_{ruptura}/H$. Neste caso o coeficiente de atrito não depende da carga normal ou da velocidade.

No movimento de um corpo que rola sobre outro existe uma força oposta chamada atrito de rolamento, que é o resultado da deformação dos corpos no ponto de contato. A figura 2.2 ilustra um cilindro homogêneo que rola sobre uma superfície plana. Aqui a força F , atua paralela à superfície. A força gravitacional mg atua contrária à força da carga normal F_{Normal} , aplicada sobre o cilindro e a superfície plana, constituindo um momento de atrito de rolamento separados por uma distancia ρ devido à deformação do cilindro e da superfície.

¹Na ciência dos materiais, dureza é a propriedade característica de um material sólido, que expressa sua resistência a deformações permanentes e está diretamente relacionada com a força de ligação dos átomos.

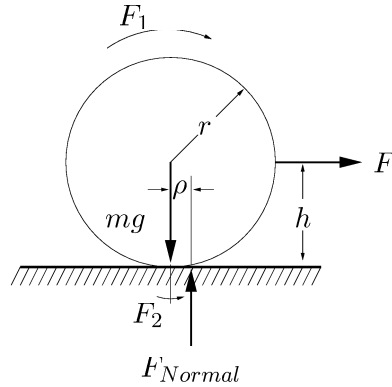


Figura 2.2: Cilindro homogêneo rolando sobre uma superfície lisa.

O momento de atrito de rolamento é um torque que tem como eixo tangente à superfície do plano ao redor do qual o cilindro está rolando. Seu valor máximo [*força normal multiplicado pela distancia ρ*] é geralmente muito pequeno, e quase sempre desprezado. A direção na qual o atrito de rolamento tende a movimentar ao cilindro é oposta àquela na qual está realmente rolando. Se o cilindro está em repouso, mas atuado por forças que tendem fazê-lo rolar, o momento de atrito por rolamento tendem a evitar a rotação com respeito à tangente comum às duas superfícies.

Na figura 2.2, o momento devido à força de tração atua no sentido horário e a magnitude é $F_1 = F h \equiv F r$, e o momento que se resiste à rotação origina-se devido a mg e a F_{Normal} que atua no sentido anti-horário e sua magnitude é $F_2 = F_{Normal} \rho$. Supondo que se puxa o corpo com uma força em incremento, se a força alcança um valor suficientemente grande para superar a força resistente F_2 , o cilindro começará a rolar. Assim, $F_1 = F_2$ é a condição para uma rotação eminente. A distância $\rho = \frac{F}{F_{Normal}} r$, é denominada *coeficiente de atrito de rolamento*. Além da dimensão de longitude, depende de fatores como natureza das superfícies e pressão de contato, geralmente este atrito é muito pequeno e quase sempre é desprezado no análise de sistemas mecânicos (Ogata, 1987).

Outros fenômenos físicos aparecem quando lubrificação é adicionada ao contato. Para baixas velocidades, o lubrificante age como uma película de superfície, onde a resistência de corte [ruptura] determina o atrito. A velocidades mais elevadas e baixas pressões, a força de atrito é então determinada pela força de ruptura do fluido, dependente da característica viscosa do lubrificante. A elevadas pressões, neste caso o lubrificante é transformado em um sólido amorfo devido à alta pressão, a força

de ruptura deste sólido torna-se praticamente independente da velocidade de corte do lubrificante. A força de ruptura de um sólido lubrificante a baixas velocidades é geralmente mais alta do que a correspondente a elevadas velocidades. Como resultado, o coeficiente de atrito em sistemas lubrificados normalmente decresce quando a velocidade incrementa de zero. Quando a espessura do lubrificante é bastante grande para separar completamente os corpos em contato, o coeficiente de atrito pode aumentar com a velocidade como um efeito hidrodinâmico que se torna significativo. Este é chamado de efeito de *Stribeck*. A viscosidade é um parâmetro vital em sistemas lubrificados. Os mecanismos subjacentes na construção da película fluida possuem dinâmica, assim sugerindo um modelo dinâmico para o atrito.

A contaminação é outro fator que adiciona complicação. A presença de pequenas partículas de diferentes materiais entre as superfícies proporcionam forças adicionais que fortemente depende do tamanho e das propriedades dos materiais contaminadores.

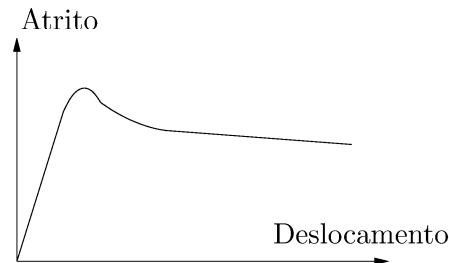
Nos seguintes subseções, apresentam-se alguns mecanismos que ilustram a dificuldade de modelar o atrito. Há muitos diferentes mecanismos. Mas construir um modelo genérico para o atrito não é tão simples. Modelos aproximados existem para certas configurações para aplicações de controle, que incluem observadores do fenômeno de atrito em tais sistemas.

2.2.1 Atrito a Velocidade Constante

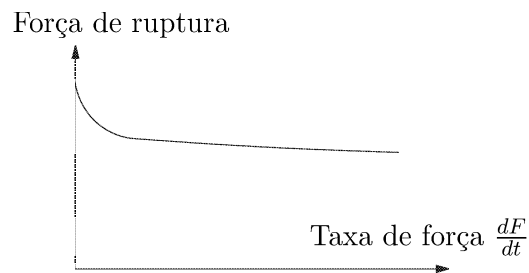
A força de atrito como uma função da velocidade de movimento constante é a parte que acontece depois da curva de *Stribeck*. Em particular o decaimento da força a baixas velocidades é chamado de *efeito de Stribeck*. A relação atrito-velocidade é uma aplicação dependente e varia com as propriedades dos materiais, temperatura, desgaste, etc. Muitos fenômenos do atrito não aparecem em velocidade constante. Um estudo do comportamento dinâmico é importante.

2.2.2 Atrito Estático e Força de Ruptura (*Sticking and Sliding*)

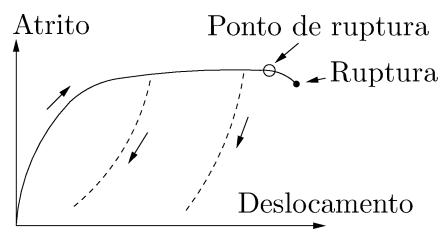
O atrito estático é a força requerida para vencer o regime estático e iniciar o movimento. É chamado também de força de ruptura. A máxima força de atrito ti-



(a) *Stick-Slip Motion*: Relação entre o atrito e o deslocamento. Resultados experimentais sugerem que o atrito deve ser descrito como uma função de deslocamento e não de velocidade.



(b) *Varying Break-Away Force*: Relação Característica entre a taxa de força aplicada e a força de ruptura. O experimento sugerido é que a força de ruptura diminui com o incremento da taxa de força aplicada.



(c) *Pre-sliding Displacement*: liberar a força aplicada resulta em um deslocamento permanente como indicado pelas linhas tracejadas.

Figura 2.3: Curvas para análise do atrito.

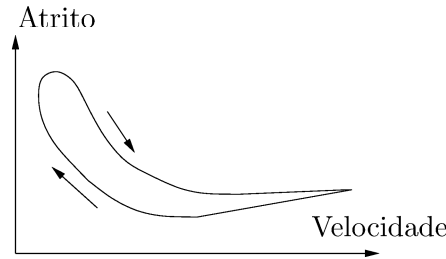


Figura 2.4: *Frictional Lag*: Força de atrito como uma função da velocidade: $F_f(t) = F_{vel}(\dot{x}(t - \Delta t))$, onde $F_f(t)$ é a força instantânea do atrito, $F_{vel}(\cdot)$ é o atrito como uma função da velocidade em regime permanente e Δt é parâmetro de retardação.

picamente ocorre a pequenos deslocamentos do ponto de início como é ilustrado na figura 2.3(a) (Rabinowicz, 1951), e a força de ruptura depende da taxa de incremento da força externa como é ilustrado na figura 2.3(b). Outra pesquisa do comportamento do atrito no regime *Sticking*, apresenta um comportamento *Spring-like*² antes do início do deslocamento, como é ilustrado na figura 2.3(c). Note as diferenças entre as figuras 2.3(a) e 2.3(c). O movimento microscópico é freqüentemente chamado de *Pre-sliding* (Olsson *et al.*, 1997).

2.2.3 Retardo (*Frictional Lag*)

A dinâmica não somente é importante quando a força alcança seu valor máximo. Experiências mostraram que com velocidade variante no tempo [periódica] o comportamento da relação do atrito como uma função da velocidade unidirecional, tipicamente descreve uma *Histerese*. Este experimento como ilustrado na figura 2.4, claramente indica a necessidade de usar modelos dinâmicos para o atrito (Armstrong-Hélouvry *et al.*, 1994).

2.3 Modelos Estáticos para o Atrito

Nesta seção apresenta-se um breve sumário de alguns modelos estáticos para o atrito, começando pelos modelos clássicos; o modelo de Karnopp, e finalizando com o modelo de Armstrong.

²Termo comumente usado para o *coeficiente de restituição* [COR] ou também conhecido como efeito trampolim.

2.3.1 Modelos Clássicos

Os modelos clássicos de atrito consistem de diferentes componentes, onde cada um leva em conta de certos aspectos da força de atrito. A idéia principal é que o atrito se opõe ao movimento e que sua magnitude é independente da velocidade e a área de contato, pode ser escrito como.

$$F = F_C \operatorname{sgn}(v), \quad (2.1)$$

onde F_C é a força de atrito que é proporcional a carga normal, $F_C = \mu F_{Normal}$.

Esta descrição é denominada *Atrito de Coulomb*, ver a figura 2.5a. O modelo em (2.1) é um modelo comutado ideal. O modelo de atrito de Coulomb não especifica a força de atrito a velocidade nula. Esta pode ser zero ou tomar algum valor no intervalo entre $-F_C$ e F_C , dependendo de como a função sinal seja definida. Com a teoria da hidrodinâmica desenvolveram-se teorias para tratar a força de atrito causado pela viscosidade dos lubrificantes. O termo *Atrito Viscoso* é usado para esta componente de força, que é normalmente descrita como

$$F = F_v v.$$

Onde F_v é o coeficiente de atrito viscoso. O atrito viscoso freqüentemente é combinado com o atrito de Coulomb, ver figura 2.5b. Um melhor ajuste de dados experimentais pode ser obtido por uma dependência não linear com a velocidade.

$$F = F_v |v|^{\delta_v} \operatorname{sgn}(v),$$

onde δ_v depende da geometria da aplicação.

É claro que o atrito não pode ser descrito como uma função só de velocidade. Porém tem que ser modelado usando força externa F_e da seguinte forma.

$$F = \begin{cases} F_e & \text{se } v = 0 \text{ e } |F_e| < F_S \\ F_S \operatorname{sgn}(F_e) & \text{se } v = 0 \text{ e } |F_e| \geq F_S \end{cases},$$

sendo F_S *Stiction* ou atrito estático. A força de atrito para a velocidade nula, é uma função da força externa e não da velocidade.

O efeito de *Stribeck* é observado na figura 2.5d, em que a força de atrito não decresce descontinuamente, mas que a dependência com a velocidade é continua,

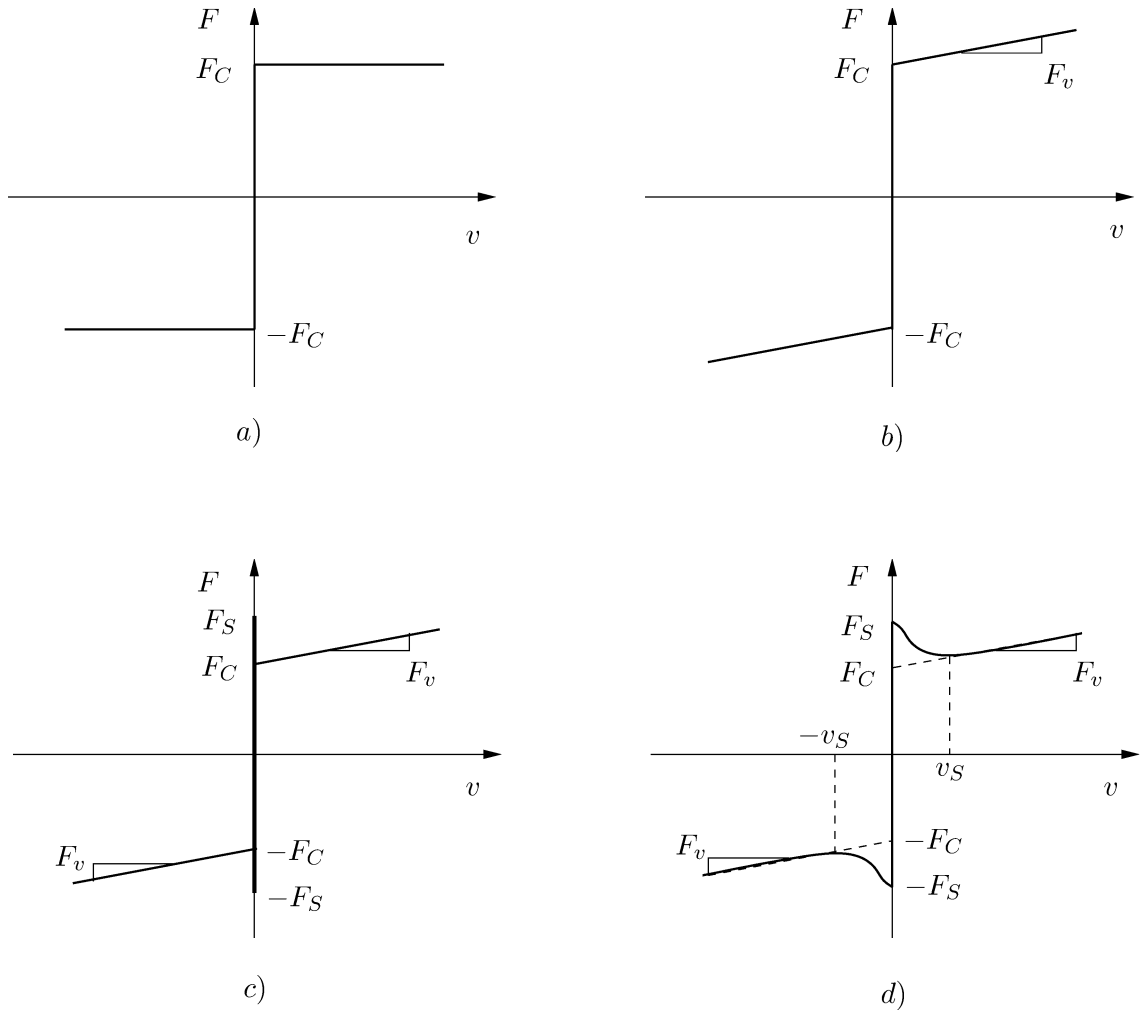


Figura 2.5: Modelos de atrito estático: a) Atrito de Coulomb, b) Coulomb mais o Atrito Viscoso, c) *Stiction* mais Coulomb e O Atrito Viscoso, d) A força de atrito pode decrescer continuamente do nível de atrito estático.

esta é chamada de *Atrito de Stribeck*. Uma descrição mais geral do atrito que o modelo clássico é:

$$F = \begin{cases} F(v) & \text{se } v \neq 0 \\ F_e & \text{se } v = 0 \text{ e } |F_e| < F_S \\ F_S \operatorname{sgn}(F_e) & \text{se } v = 0 \text{ e } |F_e| \geq F_S \end{cases}, \quad (2.2)$$

onde $F(v)$ é uma função arbitrária, como pode ser observado na figura 2.5d.

Uma forma comum de não linearidade é:

$$F(v) = F_C + (F_S - F_C) e^{-|v/v_S|^{\delta_S}} + F_v v,$$

onde v_S é chamado de Velocidade de *Stribeck* e δ_S é um parâmetro empírico (Armstrong-Hélouvry *et al.*, 1994). Tais modelos foram usados por um longo tempo. A Função F é facilmente obtida pela medição da força de atrito para movimentos a velocidade constante. A curva é freqüentemente assimétrica.

2.3.2 Modelo de Karnopp

A principal desvantagem do modelo (2.2), para simulações ou propostas de controle é o problema de detectar quando a velocidade é nula. Um modelo apresentado por Karnopp, foi desenvolvido para contornar os problemas de detecção com velocidade nula e evitar comutações entre diferentes equações de estado para *Sticking* e *Sliding*. O modelo define como intervalo de velocidade nula, $|v| < DV$. Para velocidades dentro de este intervalo os estados internos do sistema [velocidade] podem mudar e não ser zero, mas a saída é mantido a zero por uma *zona morta*. Dependendo sobre se $|v| < DV$ ou não, a força de atrito é também uma versão *saturada* das forças externas ou uma função estática arbitrária da velocidade.

O inconveniente com o modelo é que ele é fortemente acoplado com o resto do sistema. A força externa é uma entrada para o modelo e este não é sempre explicitamente dado. Variações do modelo de Karnopp são amplamente usados desde que sejam eficientes em simulações. O intervalo considerado como velocidade nula, não coincide com o atrito real.

Os modelos apresentados só têm sido considerados para velocidade constante sem atenção para o comportamento do atrito a velocidade variante.

2.3.3 Modelo de Armstrong

Este modelo introduz dependência temporal para o atrito estático e o efeito de *Stribeck*, mas não trata o regime pré-escorregamento (*Pre-sliding*). Assim o comportamento *Sticking* (quando travado) é descrito por uma equação separada. Algum mecanismo então governa a comutação de equações entre o modelo *Sticking* e o modelo *Sliding* (quando escorregando). Este modelo foi sugerido em (Armstrong-Hélouvry *et al.*, 1994), sendo descrito pelas seguintes equações (Olsson *et al.*, 1997):

Quando comuta para *Sticking* é descrito por,

$$F(x) = \sigma_0 x, \quad (2.3)$$

onde $\sigma_0 \in \mathbb{R}$ é o coeficiente de rigidez ou de imobilidade do travamento, e x é o deslocamento.

Quando é *Sliding* é dado por,

$$F(v, t) = \left(F_C + F_S(\gamma, t_d) \frac{1}{1 + (v(t - \tau_l)/v_S)^2} \right) \text{sgn}(v) + F_v v, \quad (2.4)$$

onde

$$F_S(\gamma, t_d) = F_{S,a} + \left[F_{S,\infty} - F_{S,a} \frac{t_d}{t_d + \gamma} \right],$$

sendo $F_{S,a}$ o atrito de *Stribeck*, coeficiente de atrito estático no final do último período de escorregamento e t_d é o tempo de imobilidade das partes atritantes, isto é o tempo de travamento.

No atrito de escorregamento em (2.4), o valor da velocidade é afetado por um atraso τ_l e o coeficiente F_S é dependente do tempo.

O modelo de Armstrong, é também conhecido como modelo dinâmico de atrito dos sete parâmetros: σ_0 ; F_C ; $\gamma \in \mathbb{R}$ é o parâmetro que determina o comportamento temporal do atrito estático; $\tau_l \in \mathbb{R}_+$ é o atraso puro ou tempo morto da velocidade; v_S é a velocidade de *Stribeck*; F_v é o coeficiente de atrito viscoso, e $F_{S,\infty} = F_S$ é o coeficiente de atrito estático em regime estacionário.

Conforme se nota nas equações (2.3) e (2.4), este modelo é composto por dois sub-modelos: um para travamento e outro para escorregamento. Fica assim indeterminado o chaveamento de um sub-modelo para outro, o que exigiria um oitavo parâmetro. Além disso, os sub-modelos devem ser corretamente inicializados cada vez que um chaveamento ocorre (Olsson *et al.*, 1997).

2.4 Modelos Dinâmicos para o Atrito

Pela demanda de precisão em servomecanismos e avanços em hardware, é possível implementar compensadores de atrito. Nesta sub-seção apresentam-se modelos dinâmicos para o atrito.

2.4.1 Modelo de Dahl

Dahl desenvolveu um modelo de atrito simples que foi usado extensivamente para simular sistemas. O ponto de começo para o modelo de Dahl é a curva *Stress-Strain*³ em mecânica sólida clássica, como se ilustra na figura 2.6, a força de atrito incrementa gradualmente até que a ruptura ocorre. Dahl modelou a curva *Stress-Strain* por uma equação diferencial. Seja x o deslocamento, F a força de atrito, e F_C a força de atrito de Coulomb. O modelo de Dahl tem a forma

$$\frac{dF}{dx} = \sigma_0 \left[1 - \frac{F}{F_C} \operatorname{sgn}(v) \right]^\alpha,$$

onde σ_0 é o coeficiente de rigidez e α é um parâmetro que determina a curva *Stress-Strain*. O valor de $\alpha = 1$ é mais comumente usado. A força de atrito $|F|$ nunca será maior do que F_C se o valor inicial é $|F(0)| < F_C$. A força de atrito neste caso é apenas uma função do deslocamento e o sinal da velocidade.

O modelo no domínio do tempo será

$$\frac{dF}{dt} = \frac{dF}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{dF}{dx} v = \sigma_0 \left[1 - \frac{F}{F_C} \operatorname{sgn}(v) \right]^\alpha v.$$

O modelo é uma generalização ordinária do atrito de Coulomb. O modelo de Dahl não captura o efeito de Stribeck e o Stiction⁴. Isto foi motivo para para recentes extensões do modelo.

Para o caso $\alpha = 1$ o modelo de Dahl é:

$$\frac{dF}{dt} = \sigma_0 \left(v - \frac{F}{F_C} |v| \right). \quad (2.5)$$

³Curva derivada da medida da carga [Stress] em função da extensão [Strain] para uma amostra de um material.

⁴Stiction é uma contração do atrito estático, um termo usado para explicar a quantidade de força necessária para começar mover um objeto, geralmente mais elevado do que o necessário para manter eminente o movimento.

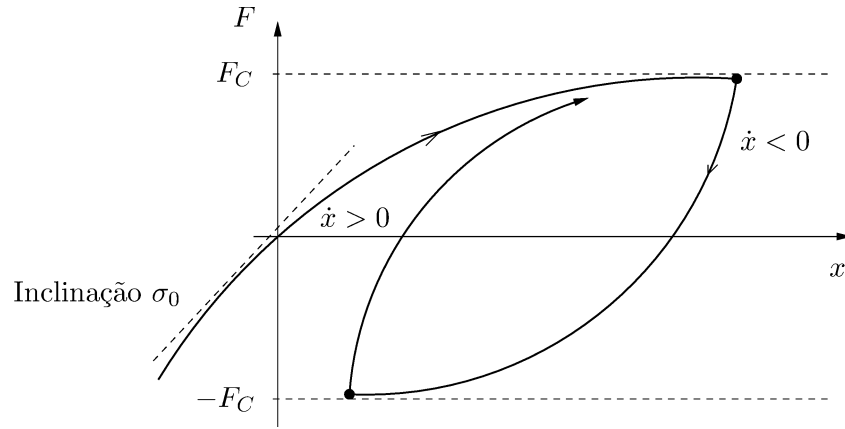


Figura 2.6: Força de atrito como uma função do deslocamento para o modelo de Dahl.

Introduzindo $F = \sigma_0 z$, onde a deflexão das cerdas é denotada por z , o que será detalhado nas seções sub-seguintes, o modelo pode ser escrito como

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= v - \frac{\sigma_0 |v|}{F_C} z, \\ F &= \sigma_0 z \end{aligned} \quad (2.6)$$

Em regime permanente, o modelo de Dahl é assim o atrito de Coulomb.

$$\begin{aligned} z_{ss} &= \frac{F_C}{\sigma_0} \operatorname{sgn}(v), \\ F_{ss} &= F_C \operatorname{sgn}(v) \end{aligned} \quad .$$

2.4.2 Modelo de Bliman e Sorine

Bliman e Sorine incorporaram o efeito de *Stribeck* dentro do modelo de Dahl. A dependência no tempo t , foi substituída por uma variável de espaço s , através da seguinte transformação

$$s = \int_0^t |v(\tau)| d\tau. \quad (2.7)$$

Aplicando a transformação da equação (2.7) na equação (2.5), o modelo é então dado por

$$\frac{dF}{ds} = -\sigma_0 \frac{F}{F_C} + \sigma_0 \operatorname{sgn}(v), \quad (2.8)$$

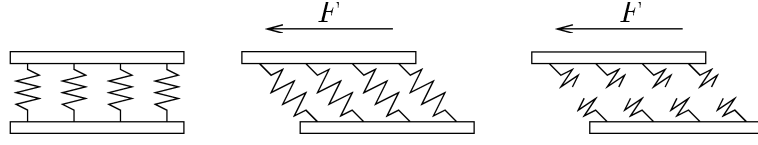


Figura 2.7: Visualização quando a força tangencial é aplicada entre duas superfícies.

que é um sistema linear de primeiro ordem se $\text{sgn}(v)$ é considerado como uma entrada. O modelo de Bliman e Sorine então substituído (2.8) pelo modelo de segundo ordem, assume a forma

$$\frac{d^2 F}{ds^2} + 2\zeta\omega \frac{dF}{ds} + \omega^2 F = \omega^2 F_C \text{sgn}(v)$$

que modela o efeito de *Stribeck* como um sobreamortecimento na resposta para trocas de sinal na velocidade. Este modelo, porém, só produzirá espacialmente um transitório do efeito de *Stribeck* depois de trocar o sentido do movimento. Por tanto o efeito de *Stribeck* não está presente no regime permanente entre a velocidade e a força de atrito.

2.4.3 Modelo de LuGre

Modelo muito popular no domínio de tempo para controle e simulação de atrito devido a sua simplicidade e integração dos regimes de pré-escorregamento e escorregamento, dentro de uma equação de estado (Lampaert *et al.*, 2003; Canudas de Wit *et al.*, 1995; Olsson *et al.*, 1997; Canudas de Wit, 1998). O modelo de LuGre⁵ é uma extensão do modelo de Dahl, onde o atrito é modelado como a força média da deflexão das cerdas elásticas, figura 2.7.

Quando uma força tangencial é aplicada as cerdas deflexionarão como as molas. Se a deflexão for suficientemente grande as cerdas começarão a deslizar [*Stick-slip*]. A deflexão média das cerdas para um movimento em regime permanente é determinada pela velocidade. Esta é menor a velocidades baixas, o qual implica que em regime permanente, a deflexão diminui com velocidade crescente. Isto modela o efeito de *Stribeck*.

⁵Desenvolvido nas Universidades de LUnd e GRe noble, também conhecido como o Modelo de Lund-Grenoble.

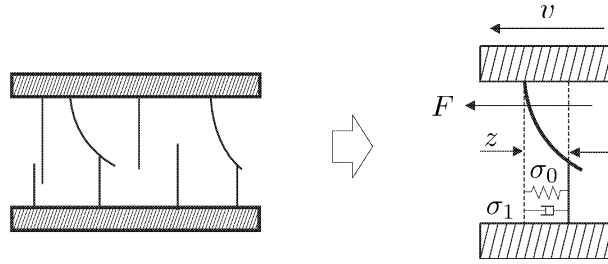


Figura 2.8: Deflexão da corda entre duas superfícies para o modelo de LuGre.

O modelo é na forma

$$\frac{dz}{dt} = v - \sigma_0 \frac{|v|}{g(v)} z, \quad g(v) = \alpha_0 + \alpha_1 e^{-(v/v_S)^2} \quad (2.9)$$

$$F = \sigma_0 z + \sigma_1(v) \frac{dz}{dt} + \alpha_2 v, \quad (2.10)$$

onde F em (2.10) é a força de atrito dada pelo modelo dinâmico proposto em (Canudas de Wit *et al.*, 1995; Canudas de Wit, 1998), z representa a dinâmica do estado interno do atrito, como mostrado na figura 2.8, que descreve a deflexão media [relativa] das superfícies em contato durante a fase *Stiction*. Este estado não é mensurável.

A função de *Stribeck*, em que $g(v) \{ \infty > \alpha_0 + \alpha_1 \geq g(v) \geq \alpha_0 > 0 \}$, é uma função decrescente para velocidade limitada crescente e descreve parte das características do modelo em regime permanente para movimentos a uma velocidade constante, incluindo a velocidade de *Stribeck* v_S , atrito estático $\alpha_0 + \alpha_1$ e o atrito de Coulomb α_0 . A tabela 2.1, contém algumas formulações matemáticas para $g(v)$ obtidas de (Altpeter, 1999).

A característica do atrito dado em regime permanente é dado por.

$$z_{ss} = \frac{g(v)}{\sigma_0} \text{sgn}(v) \quad (2.11)$$

$$F_{ss} = (\alpha_0 + \alpha_1 e^{-(v/v_S)^2}) \text{sgn}(v) + \alpha_2 v$$

onde α_2 representa o atrito viscoso. O modelo completo para o atrito é assim caracterizado por quatro parâmetros estáticos α_0 , α_1 , α_2 e v_S e dois parâmetros dinâmicos σ_0 e σ_1 . O parâmetro σ_0 pode ser compreendido como um coeficiente de rigidez das deformações microscópicas de z durante o regime de pré-escorregamento, σ_1 como o coeficiente de amortecimento associado com dz/dt .

Tabela 2.1: Modelos descrevendo a relação entre a velocidade e a força de atrito, sendo $\alpha_0 = F_C$ e $\alpha_1 = F_S - F_C$

<i>Tipo</i>	<i>Não-linearidade $g(v)$</i>
Linear	F_C
Parte linear	$F_S - \text{sat}(R v , F_S - F_C)$
Exponencial	$F_C + (F_S - F_C)e^{- v /v_S}$
Gaussiano	$F_C + (F_S - F_C)e^{-(v/v_S)^2}$
Exponencial Generalizado	$F_C + (F_S - F_C)e^{-\alpha v ^\delta}$
Laurentzian	$F_C + (F_S - F_C)\frac{1}{1+(v/v_S)^2}$

Tabela 2.2: Comparação de quatro modelos de atrito

	<i>Stiction</i>	<i>Pre-sliding</i>
Modelos clássicos de Coulomb e Karnopp	Sim	Não
Coulomb regularizado	Não	Não
Modelo de LuGre	Não	Sim
Modelo Elasto-Plástico	Sim	Sim

Usualmente o coeficiente de amortecimento σ_1 decresce com o incremento da velocidade,

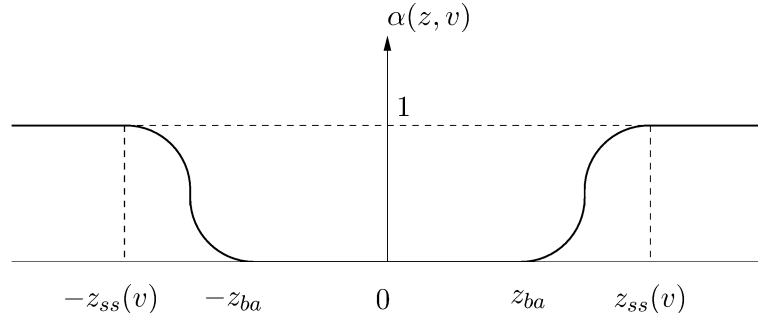
$$\sigma_1(v) = \sigma_1 e^{-(v/v_d)^2}. \quad (2.12)$$

Uma outra razão para usar (2.12) é que resulta em um modelo que é dissipativo.

2.4.4 Modelo Elasto-Plástico

O modelo elasto-plástico introduzido por Dupont *et al.* (2000), é um modelo genérico de atrito com um estado que é estável, o que proporciona combinações de pré-escorregamento e a fase *Stiction*. Na tabela 2.2 ilustra-se os modelos que usam combinações de pré-escorregamento e o atrito estático. O modelo elasto-plástico é uma extensão do modelo de atrito de LuGre, onde a equação (2.10) é a mesma, mas a equação (2.9) é substituído por

$$\frac{dz}{dt} = v \left[1 - \alpha(z, v) \frac{\sigma_0}{g(v)} \text{sgn}(v)z \right]^i, \quad \frac{\sigma_0}{g(v)} > 0, \quad i \in \mathbb{Z}$$

Figura 2.9: Gráfico de $\alpha(z, v)$ para $\text{sgn}(v) \neq \text{sgn}(z)$.

onde $\alpha(z, v)$ é usado para obter o *Stiction*.

O termo $\alpha(z, v)$ usado para simular o *Stiction* é dado por

$$\alpha(z, v) = \begin{cases} 0 & \text{se } |z| < z_{ba} \text{ ou } \text{sgn}(v) \neq \text{sgn}(z) \\ \frac{1}{2} \sin \left(\pi \frac{z - \frac{(z_{ss}(v) + z_{ba})}{2}}{z_{ss}(v) - z_{ba}} \right) + \frac{1}{2} & \text{se } z_{ba} \leq |z| < z_{ss}(v) \\ 1 & \text{se } |z| \geq z_{ss}(v) \end{cases}$$

com, $0 < z_{ba} < z_{ss}(v) = \frac{g(v)}{\sigma_0}$, $\forall v \in \mathbb{R}$.

O valor z_{ba} indica a faixa de estado de movimento, centrado ao redor do estado vazio, figura 2.9. O atrito é um resultado de uma mola linear com coeficiente de rigidez igual a σ_0 e uma força amortecida linear com um coeficiente de atrito viscoso igual a $\sigma_1 + \alpha_2$. Com esta faixa o modelo não flutuará à deriva. A desvantagem deste modelo, aparte de que é uma aproximação do comportamento real no regime de pré-escorregamento a identificação do novo parâmetro z_{ba} não é obvio. Conseqüentemente, não tem uma motivação física em eleger a particular forma da função $\alpha(z, v)$ (Lampaert *et al.*, 2003).

2.4.5 Modelo de Leuven

Modelo apresentado por (Swevers *et al.*, 2000; Lampaert *et al.*, 2002), foi baseado nos resultados experimentais, onde a força de atrito no regime pré-escorregamento, é uma função *Histerese* da posição, com memória não-local, que foi aproximado somente pelos modelos anteriores. O modelo de Leuven permite modelagem exata, ambos nos regimes pré-escorregamento e escorregamento sem o uso de uma função comutada, e tenta fixar este comportamento específico no modelo de LuGre a de fim

obter melhor seguimento de resultados a velocidade reversa. As equações do modelo de Leuven são

$$\frac{dz}{dt} = v \left(1 - \operatorname{sgn} \left(\frac{F_h(z)}{s(v)} \right) \left| \frac{F_h(z)}{s(v)} \right|^n \right)$$

$$F = F_h(z) + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \alpha_2 v,$$

onde v é a velocidade, n é um coeficiente usado para determinar a forma de transição da curva e $s(v)$ é a função que modela o comportamento a velocidade constante, $s(v)$ é dado por

$$s(v) = \operatorname{sgn}(v) \left(\alpha_0 + \alpha_1 e^{-(|v|/v_s)^\delta} \right)$$

As variáveis $\frac{dz}{dt}$ e F serão agora funções contínuas. $F_h(z)$ é a força *histerese* [i.e., a parte da força de atrito exibindo histerese com variável de estado z como entrada]. A força histerese é uma não linearidade estática com uma memória não local (Lampaert *et al.*, 2002).

2.4.6 Modelo Generalizado de Maxwell-Slip

Os modelos até agora vistos são modelos empíricos, baseados em algumas propriedades básicas típicas do atrito no modelo dinâmico:

- (i) A força de atrito é igual à curva *Stribeck* para a velocidade constante em regime permanente (propriedade incorporada nos modelos de LuGre, Elasto-Plástico e Leuven);
- (ii) A força de atrito é uma função da posição para o regime de pré-eskorregamento. Esta propriedade é incorporado no modelo de Leuven como uma função *histerese* da posição, com memória não local. Os modelos de LuGre e Elasto-Plástico fazem somente uma aproximação áspera do comportamento do fenômeno *Pre-sliding* ignorando o aspecto da memória local.

Outras propriedades, como a força de ruptura (*Break-Away Force*) e o retardo (*Frictional Lag*), são resultados ‘coincidentes’ das formulações das equações do modelo (Al-Bender *et al.*, 2005).

O Modelo Generalizado de Maxwell-Slip (**GMS**), modelo de atrito multiestado apresentado por Al-Bender *et al.* (2005), essencialmente, é uma generalização da

formulação Maxwell-Slip (Lampaert *et al.*, 2003), onde a lei de Coulomb deslizante é substituída por uma lei de taxa-estado. Desta maneira os regimes de pré-escorregamento e escorregamento poderiam ser corretamente modelados em uma estrutura simples.

A força de atrito F , é uma função generalizada de um vetor de estado interno $\mathbf{z} = [z_1, z_2, \dots, z_N]^T$, com z_i , $i = 1, 2, \dots, N$ variáveis internas de contato com velocidade v e a posição x do objeto em movimento

$$F = f(\mathbf{z}, v, x).$$

A equação de estado que descreve a dinâmica interna do vetor $\mathbf{z}$, pode ser escrita como uma equação diferencial de primeiro ordem de uma forma geral

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \mathbf{g}(\mathbf{z}, v, x)$$

Em geral $f(\cdot)$ e $\mathbf{g}(\cdot)$ são funções não lineares. Em particular, $\mathbf{g}(\cdot)$ pode ser descontínua para os regimes de pré-escorregamento e escorregamento (Al-Bender *et al.*, 2005).

Formulação do Modelo Generalizado de Maxwell-Slip para o Atrito

O modelo desenvolvido é baseado explicitamente sobre três propriedades: (i) uma curva de *Striebeck* para a velocidade constante, (ii) uma função *Histerese* com memória não local no regime de pré-escorregamento, e (iii) um retardo em regime de escorregamento. O modelo foi desenvolvido como uma conexão de N estados, tendo todos uma mesma entrada [deslocamento ou velocidade] e o mesmo modelo dinâmico [mas com diferentes conjuntos de valores dos parâmetros]. Cada uma destes modelos tem uma lógica de estado que indica se o elemento está em *Sticking* ou *Sliding*. Seja v a velocidade de entrada ao sistema e z_i , $[1 \leq i \leq N]$ o i -ésimo estado do vetor de estados $\mathbf{z}$ com i elementos, a dinâmica de cada modelo elementar é determinado pelas seguintes regras.

(i) *Sticking*, a equação de estado é dada por $\frac{dz_i}{dt} = v$;

(ii) *Sliding*, a equação de estado é dada por:

$$\frac{dz_i}{dt} = \text{sgn}(v) C_i \left[1 - \frac{z_i}{s_i(v)} \right].$$

Onde C_i é o parâmetro de atração, [que é um *ganho* que determina a rapidez com que z_i converge a s_i]. A força de atrito é dado pela soma das N saídas dos modelos de estado elementares e mais dois termos extras escritos como segue.

$$F(t) = \sum_{i=1}^N [k_i z_i(t) + \sigma_i \dot{z}_i(t)] + f(v) \quad (2.13)$$

Sendo o primeiro termo do somatório a força de atrito *Elasto-Sliding*, o segundo representa o possível comportamento viscoelástico. Finalmente $f(v)$ é a componente viscosa que é usualmente proporcional à velocidade $v(t)$.

2.5 Comentário Sobre os Modelos de Atrito e a Escolha do Modelo

A compensação de atrito simplesmente é a forma de cancelar a não linearidade de atrito.

Foram apresentados os modelos matemáticos de atrito usados na literatura de controle de sistemas mecânicos em movimento, começando dos modelos estáticos até os dinâmicos. A escolha de um modelo que reflete o comportamento real de atrito não é tão simples, porque cada um dos modelos tem vantagens para certas aplicações. Por exemplo, se a tarefa de compensação não é tão importante no regime de pré-eskorregamento, modelos estáticos seriam recomendáveis.

O modelo de LuGre é uma extensão do modelo de Dahl, exibe um comportamento rico em termos do fenômeno de atrito observado e em particular pode modelar: o *Stiction*, o efeito de *Stribeck*, o retardo ou a histerese, e transições *Stick-slip*. Entretanto, alguns dos fenômenos relacionados a histerese praticamente observados não podem ser preditos exatamente pelo modelo de LuGre como notáveis por Olsson *et al.* (1997) e Swevers *et al.* (2000). O último propõe uma extensão do modelo de LuGre para aproximar estes problemas de histerese. A noção do *Stiction* é redirecionado por Dupont *et al.* (2000), que discute a diferença entre o *Stiction* e o deslocamento *Pre-sliding*. Em sua análise ambos modelos dinâmicos de Dahl e de LuGre são considerados o pré-eskorregamento mas não o *Stiction*. Um modelo elasto-plástico de estado variável de Atrito é proposto para que modele o *Stiction* e o deslocamento *Pre-sliding*. Entretanto, o modelo proposto por Swevers *et al.* (2000)

é mais complexo do que a parametrização padrão do modelo de LuGre devido ao uso de um modelo híbrido da histerese e conseqüentemente mais difícil a ser usado para o projeto e a análise do controle. Além disso, o modelo elasto-plástico proposto por Dupont *et al.* (2000) é baseado principalmente em estudos da simulação e as idéias apresentadas não são confirmadas por resultados experimentais. É por isso que a parametrização padrão do modelo de LuGre é usada ainda mais hoje em dia.

Todos os testes experimentais dos fenômenos observados e seu modelo são necessários para compreender inteiramente os problemas apresentados em sistemas mecânicos controlados com atrito. Além disso, o modelo mais simples de atrito que combina todas estas propriedades tem que conter uma dinâmica extra para a modelagem de atrito estático e a curva histerese variante, este devido ao retardo e deve ao mesmo tempo ser não-linear para capturar a curva de Stribeck. Entretanto, para análise de sistemas mecânicos controlados, a simplificação do modelo de atrito é freqüentemente necessária devido à aplicabilidade limitada das ferramentas usadas na análise. Por outro lado, alguns fenômenos induzidos por atrito podem ser descritos com sucesso com modelos menos complexos, que é desejável desde um ponto de vista conceitual.

A estimação dos parâmetros do modelo é importante para obter quantitativamente o modelo exato de atrito e uma representação matemática de atrito. Em geral, não é possível medir diretamente a força de atrito e conseqüentemente a identificação de atrito em um sistema mecânico é longe de ser algo trivial. Desde que a força de atrito não pode ser observada diretamente, experimentos para o procedimento de identificação são executados, detectando as quantidades que são influenciadas indiretamente pela força de atrito, tais como deslocamentos, por velocidades ou por aceleração da massa conectada à superfície de contato.

Para estimar os parâmetros do modelo, experimentos dedicados devem ser executados. Cada experimento deve ser projetado para visualizar uma das propriedades de atrito como descrito nas seções anteriores, excluindo as outras dinâmicas no sistema (Canudas de Wit e Lischinsky, 1997; Altpeter, 1999). Entretanto, a natureza variante no tempo de atrito devido ao desgaste e variáveis exógenas tais como a mudança de carga ou de temperaturas pode limitar a aplicabilidade do modelo estimado consideravelmente. A força de atrito a um nível macroscópico varia no tempo devido aos efeitos microscópicos tais como a deformação das superfícies de

contato, a acumulação de partículas de desgaste ou as mudanças nas propriedades do lubrificante. Desde que estas influências são duras de medir, é também difícil de modelar este fenômeno variante no tempo. Espera-se do modelo estimado de atrito capturar, no melhor dos casos, um comportamento calculado médio de atrito real sobre o tempo. A validação do modelo de atrito com seus parâmetros estimados está na habilidade do modelo de atrito identificado de predizer as características de interesse ou no desempenho em malha fechada quando o modelo identificado de atrito é incorporado no projeto do controle.

2.6 Sumário

Neste capítulo foram apresentados conceitos importantes para a abordagem dos capítulos seguintes. A seção 2.1 descreveu a introdução à teoria geral de sistemas e suas formas de representação. A seção 2.2 apresentou a teoria do atrito em sistemas mecânicos e suas propriedades. Nas seções 2.3 e 2.4 trataram o problema do atrito e os modelos estáticos [modelos clássicos, modelo de Karnopp e o modelo de Armstrong] e dinâmicos [modelo de Dahl, modelo de Bliman e Sorine, modelo de LuGre, Elasto-Plástico, de Leuven e o modelo Generalizado de Maxwell-Slip] desenvolvidos até hoje, estudados caso por caso. A seção 2.5, apresentou alguns comentários sobre os modelos de atrito estudados e a escolha do modelo que será utilizado para o controle do sistema, com compensação de atrito de um veículo com duas rodas diferenciais comandados por acionamentos elétricos de corrente contínua.

Capítulo 3

Compensação de Atrito e Síntese do Controlador PID

*Este capítulo apresenta a teoria de controle de velocidade e posição com compensação de atrito de sistemas mecânicos baseado no modelo de **Lu-Gre**. O modelo do fenômeno aqui considerado tem componentes estáticos e dinâmicos como foi estudado no capítulo 2, estes componentes são assumidos como previamente identificados ou a priori conhecidos. São apresentados teoremas para a técnica de compensação fixa proposta. Em seguida, é apresentada a técnica de compensação adaptativa. Finalmente, é apresentada a síntese do controlador **PID** em sistemas mecânicos com atrito.*

3.1 Introdução

UMA síntese¹ de controladores clássicos, pode possibilitar uma rejeição robusta de perturbações, implementados comumente com um algoritmo de controle Proporcional + Integral + Derivativo (**PID**). Esta técnica é amplamente usada na indústria por sua implementação simples e confiável quando comparado com técnicas mais complexas.

Em vista de estabelecer as condições de estabilidade e desempenho do controlador **PID** para a aplicação objeto deste texto, é necessário que seja analisado, um modelo

¹Por síntese, interpretamos a determinação por um procedimento direto de um sistema que funcione de uma maneira específica.

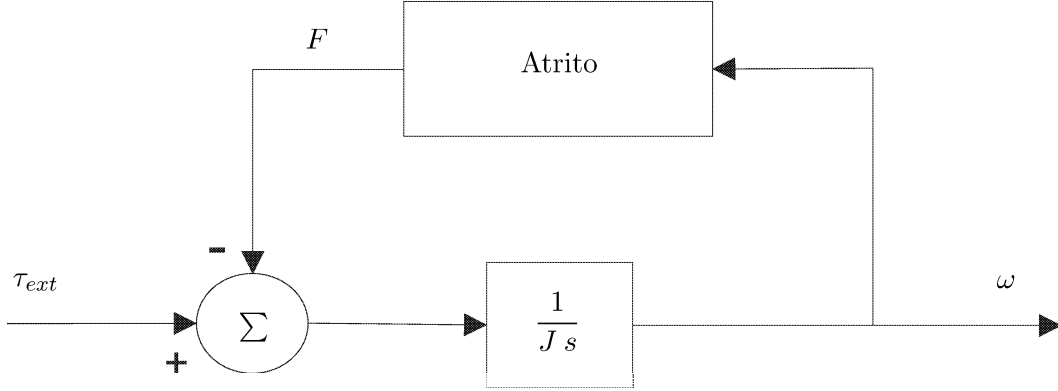


Figura 3.1: Descrevendo o análise de funções onde somente o atrito é considerado como um bloco não linear.

de atrito apropriado.

As estruturas de controle baseadas em compensação de atrito requerem uma boa descrição matemática deste fenômeno físico. Este inclui: (i) um modelo estruturado que qualitativamente represente a realidade; (ii) uma técnica de estimação de parâmetros que complete o modelamento do processo (Altpeter *et al.*, 1997).

Um sistema com movimento mecânico pode ser modelado como uma interconexão de um subsistema linear com um subsistema não linear descrevendo o atrito. Como se observa na figura 3.1, o subsistema linear $\frac{J d\omega(t)}{dt}$ tem como entrada a diferença entre o torque externo, $\tau_{ext}(t)$, e o torque de atrito $F(t)$, e como saídas a velocidade, e o modelo de atrito tem como entradas a velocidade, e como saída o torque de atrito. A equação Newtoniana de movimento rotacional é dada por

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = \tau_{ext}(t) - F(t). \quad (3.1)$$

O movimento com uma interface de atrito tem um grau de liberdade. O modelo de atrito visto no capítulo 2 precedente apresentado por Canudas de Wit *et al.* (1995) para o movimento rotacional, e que será usado no restante deste trabalho, é dado por

$$F(t) = \sigma_0 z(t) + \sigma_1 \frac{dz(t)}{dt} + \alpha_2 \omega(t), \quad (3.2)$$

onde

$$\frac{dz(t)}{dt} = \omega(t) - \sigma_0 \frac{|\omega(t)|}{g(\omega(t))} z(t), \quad g(\omega(t)) = \alpha_0 + \alpha_1 e^{-(\omega(t)/\omega_s)^2}$$

3.2 Controle da Velocidade com Compensação de Atrito

Consideremos o problema de rastreamento da velocidade para o sistema (3.1). Assumiremos que os parâmetros $\sigma_0, \sigma_1, \alpha_2$ e a função $g(\omega(t))$ no modelo de atrito são conhecidos. O estado $z(t)$ é contudo não mensurável e assim deve ser observado para estimação da força do atrito.

Considerando o seguinte esquema para o estimador do atrito não linear:

$$\frac{d\hat{z}(t)}{dt} = \omega(t) - \sigma_0 \frac{|\omega(t)|}{g(\omega(t))} \hat{z}(t) - k \varepsilon, \quad k > 0 \quad (3.3)$$

$$\hat{F}(t) = \sigma_0 \hat{z}(t) + \sigma_1 \frac{d\hat{z}(t)}{dt} + \alpha_2 \omega(t), \quad (3.4)$$

onde $\hat{z}(t)$ é o estado estimado do estado interno $z(t)$ que descreve a deflexão media relativa das superfícies em contato durante a fase *Stiction*, $\hat{F}(t)$ é a força de atrito estimado e $\varepsilon = \omega(t) - \omega_r(t)$ é o erro de velocidade e $\omega_r(t)$ é a velocidade de referencia desejada que é suposta diferenciável, o termo $k\varepsilon$ no estimador é um termo de correção em função do erro da velocidade.

Conforme a figura 3.2, seja a seguinte lei de controle

$$\tau(t) = -\mathcal{L}^{-1} \{ JH(s)\varepsilon(s) \} + J \frac{d\omega_r(t)}{dt} + \hat{F}(t), \quad (3.5)$$

onde ω_r é a velocidade angular de referência, $\mathcal{L}^{-1}$ é a transformada inversa de Laplace, e $\hat{F}$ é a estimação de atrito para o sistema.

O rastreamento da velocidade é alcançado pelo seguinte teorema.

Teorema 3.1 (Canudas de Wit *et al.* (1995)). *Considerando o sistema (3.1) junto com o modelo do atrito (3.2), com o estimador de atrito (3.3) e (3.4) e com a lei de controle (3.5), Se $H(s)$ é escolhido de forma tal que*

$$G(s) = \frac{\sigma_1 s + \sigma_0}{J s + JH(s)},$$

*seja **FSPR**, então o erro do observador $\tilde{F} = F - \hat{F}$, e o erro da velocidade ε , tenderão assintoticamente a zero quando $t \rightarrow +\infty$.*

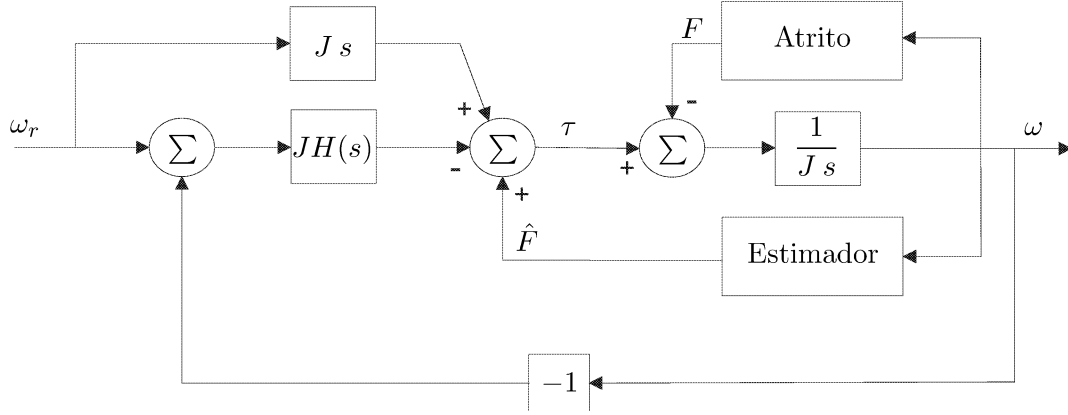


Figura 3.2: Diagrama em blocos para o problema de controle da velocidade usando um estimador de atrito.

Demonstração. A lei de controle produz as seguintes equações

$$Js \omega(s) - Js \omega_r(s) + JH(s)\varepsilon = -\tilde{F}(s),$$

onde $\tilde{F} = F - \hat{F}$ é o erro de estimação do atrito.

Assim,

$$\varepsilon = \frac{1}{Js + JH(s)}(-\tilde{F}). \quad (3.6)$$

Substituindo as expressões (3.2) e (3.4) na expressão (3.6) teremos

$$\varepsilon = \frac{1}{Js + JH(s)}(\sigma_0 \hat{z} + \sigma_1 s \hat{z} + \alpha_2 \omega - \sigma_0 z - \sigma_1 s z - \alpha_2 \omega),$$

e finalmente

$$\varepsilon = \frac{\sigma_1 s + \sigma_0}{Js + JH(s)}(-\tilde{z}) = -G(s) \tilde{z}$$

onde

$$\frac{d\tilde{z}}{dt} = -\sigma_0 \frac{|\omega|}{g(\omega)} \tilde{z} + k\varepsilon,$$

com $\sigma_0 \frac{|\omega|}{g(\omega)} \geq 0$, sendo $\tilde{z} = z - \hat{z}$ o erro do observador de estados da variável z .

Agora introduzindo

$$V = \xi^T P \xi + \frac{\tilde{z}^2}{k}$$

como uma função candidata de Lyapunov e

$$\begin{aligned} \frac{d\xi}{dt} &= A\xi + B(-\tilde{z}) \\ \varepsilon &= C^T \xi \end{aligned}$$

como sendo a representação em espaço de estado de $G(s)$, com estado ξ , desde que $G(s)$ seja **FSPR**. Pelo Lema de Kalman-Yakubovitch, existem $P = P^T > 0$ e $Q = Q^T > 0$ matrizes definidas positivas, T como operador transposto tais que

$$\begin{aligned} A^T P + P A &= -Q \\ P B &= C. \end{aligned}$$

agora derivando a função candidata teremos que

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \dot{\xi}^T P \xi + \xi^T P \dot{\xi} + \frac{2}{k} \tilde{z} \frac{d\tilde{z}}{dt} \\ &= (A\xi + B(-\tilde{z}))^T P \xi + \xi^T P (A\xi + B(-\tilde{z})) + \frac{2}{k} \tilde{z} \frac{d\tilde{z}}{dt} \\ &= \xi^T A^T P \xi - \tilde{z}^T B^T P \xi + \xi^T P A \xi - \xi^T P B \tilde{z} + \frac{2}{k} \tilde{z} \frac{d\tilde{z}}{dt} \\ &= -\xi^T Q \xi - 2\xi^T P B \tilde{z} + \frac{2}{k} \tilde{z} \frac{d\tilde{z}}{dt} \\ &= -\xi^T Q \xi - 2\varepsilon \tilde{z} + \frac{2}{k} \tilde{z} \left(-\sigma_0 \frac{|\omega|}{g(\omega)} \tilde{z} + k\varepsilon \right) \\ &= -\xi^T Q \xi - \frac{2\sigma_0 |\omega|}{kg(\omega)} \tilde{z}^2 \\ &\leq -\xi^T Q \xi. \end{aligned}$$

o que implica que os estados são limitados, significando que ambos ε e $\tilde{F}$ tendem assintoticamente a zero quando $t \rightarrow \infty$. $\square$

O teorema pode ser entendido da seguinte forma: Ao introduzir o estimador de atrito, este consegue compensar o atrito por meio da adição do atrito estimado ao sinal de controle. O erro da velocidade será a saída do subsistema linear operando sobre $\tilde{z}$. Isto significa que existe uma interconexão de um subsistema dissipativo com um subsistema linear **FSPR**, como se pode observar na figura 3.3 com um subsistema que é assintoticamente estável.

3.3 Controle da Posição com Compensação de Atrito

Este problema de controle como é ilustrado na figura 3.4, é visto de forma similar ao caso do controle da velocidade. A lei de controle e o estimador, podem ser escritos

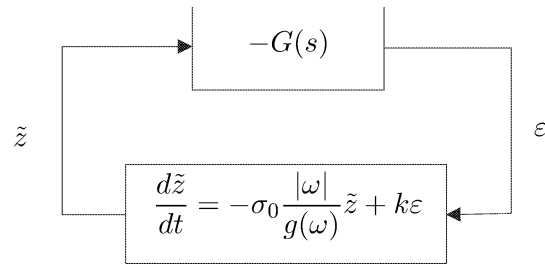


Figura 3.3: Diagrama em blocos na figura 3.2 redesenhado com ε e $\tilde{z}$ como saídas de um bloco linear e não linear respectivamente.

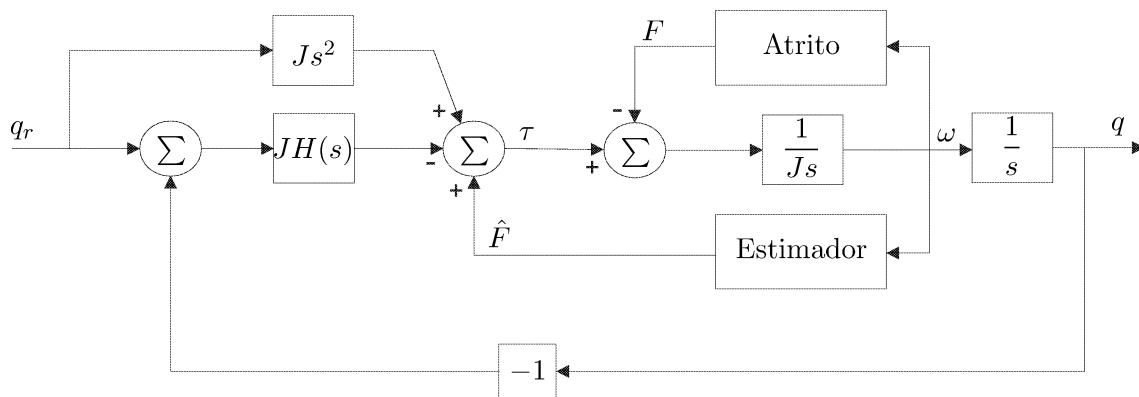


Figura 3.4: Diagrama em blocos para o problema de controle da posição usando um estimador de atrito.

como segue

$$\begin{aligned}\tau &= -\mathcal{L}^{-1}\{JH(s)\varepsilon(s)\} + J \frac{d^2 q_r(t)}{dt^2} + \hat{F}(t) \\ \frac{d\hat{z}}{dt} &= \omega - \sigma_0 \frac{|\omega|}{g(\omega)} \hat{z} - k(q - q_r), \quad k > 0 \\ \hat{F} &= \sigma_0 \hat{z} + \sigma_1 \frac{d\hat{z}}{dt} + \alpha_2 \omega\end{aligned}\tag{3.7}$$

onde $\varepsilon = q - q_r$ é o erro da posição e q_r a referencia de posição desejada que é assumido como uma variável duas vezes diferenciável. O rastreamento da posição é alcançado pelo seguinte teorema.

Teorema 3.2 (Canudas de Wit *et al.* (1995)). *Considerando o sistema (3.1) junto com o modelo do atrito (3.2), com a lei de controle e o estimador do atrito (3.7), se $H(s)$ é escolhido de forma tal que*

$$G(s) = \frac{\sigma_1 s + \sigma_0}{J s^2 + JH(s)}$$

*seja **FSPR**, então o erro do observador $\tilde{F} = F - \hat{F}$, e o erro da velocidade ε , tenderão assintoticamente a zero quando $t \rightarrow +\infty$.*

Demonstração. O procedimento da prova é o mesmo do teorema 3.1, depois de observar a lei de controle o seguinte erro é gerado

$$\begin{aligned}q(t) - q_r(t) &= \frac{1}{J s^2 + JH(s)}(-\tilde{F}) = \frac{\sigma_1 s + \sigma_0}{J s^2 + JH(s)}(-\tilde{z}) = -G(s) \tilde{z} \\ \frac{d\tilde{z}}{dt} &= -\sigma_0 \frac{|\omega|}{g(\omega)} \tilde{z} + k(q(t) - q_r(t)).\end{aligned}$$

Esta interconexão de novo é dissipável com saída $\tilde{z}$ e o subsistema linear **FSPR** com saída $q - q_r$. Daí, segue-se o mesmo procedimento da demonstração do teorema 3.1. □

3.4 Compensação Adaptativa de Atrito

O atrito pode variar como uma função da força normal em contato, mudanças de temperatura, posição, etc. A variação em algum desses fatores pode afetar seriamente os seis parâmetros do modelo de atrito. É apropriado então dispor de um mecanismo adaptativo que se possa adaptar às variações de todo o conjunto

de parâmetros do modelo de atrito. Porém, devido ao fato de que os parâmetros são altamente não lineares no modelo, e o estado $z(t)$ é não mensurável, a tarefa é complicada, mas não impossível.

É assim importante estabelecer a causa física das variações do atrito e relacionar explicitamente estas variações com os parâmetros do modelo de atrito. Perturbações atuando sobre o modelo de atrito podem assim ser “organizadas” com um mínimo número de parâmetros desconhecidos. Este pode ser considerado em dois casos.

- (a) Os parâmetros estáticos [com exceção do atrito viscoso] são assumidos variantes e os parâmetros dinâmicos são assumidos invariantes, i.e.

$$\frac{dz(t)}{dt} = \omega(t) - \theta(t) \frac{\sigma_0 |\omega(t)|}{g(\omega(t))} z(t) \quad (3.8)$$

$$F(t) = \sigma_0 z(t) + \sigma_1 \frac{dz(t)}{dt} + \alpha_2 \omega(t), \quad (3.9)$$

onde o atrito muda devido a variações na força normal que são capturados pelo parâmetro $\theta(t)$.

- (b) Todos os parâmetros estáticos e dinâmicos são assumidos variantes.

$$\frac{dz(t)}{dt} = \omega(t) - \frac{\sigma_0 |\omega(t)|}{g(\omega(t))} z(t) \quad (3.10)$$

$$F(t) = \theta(t) \left(\sigma_0 z(t) + \sigma_1 \frac{dz(t)}{dt} + \alpha_2 \omega(t) \right), \quad (3.11)$$

aqui o parâmetro $\theta(t)$ pode representar variações provavelmente devido a mudanças de temperatura.

O raciocínio das suposições é como segue. No caso (a), variações na força normal podem ter um substancial impacto sobre os parâmetros estáticos, em particular sobre a função $g(\omega(t))$ que inclui o atrito de Coulomb e a força de ruptura. Em comparação, os parâmetros σ_0 e σ_1 são considerados invariantes, desde que o lubrificante entre as superfícies em contato e o tipo de material destas superfícies não dependem da força normal. A possível dependência do atrito viscoso α_2 de θ , é assumida neste caso para ser tratada com o compensador linear $H(s)$. No caso (b), variações na temperatura e desgaste do material são assumidos como mudanças uniformes em ambos parâmetros estáticos e dinâmicos.

Neste contexto, parâmetros incertos são capturados pelo parâmetro θ , desde que os seis parâmetros do atrito sejam assumidos conhecidos e previamente identificados.

3.4.1 Adaptando Variações da Força Normal

Teorema 3.3 (Canudas de Wit e Lischinsky (1997)). *Considerando (a): os seis parâmetros nominais do atrito e a inércia do sistema J são a priori conhecidos, os parâmetros dinâmicos são invariantes e os parâmetros estáticos são variantes e capturados pelo modelo (3.8) e (3.9), onde θ é assumido desconhecido e limitado em $0 < \theta < \infty$, então o controlador adaptativo*

$$\tau(t) = J \frac{d^2 q_r(t)}{dt^2} - \mathcal{L}^{-1} \{ JH(s)\varepsilon(s) \} + \sigma_0 \hat{z}(t) + \sigma_1 \frac{d\hat{z}(t)}{dt} + \alpha_2 \omega(t) \quad (3.12)$$

$$\frac{d\hat{z}(t)}{dt} = \omega(t) - \hat{\theta}(t) \frac{\sigma_0 |\omega(t)|}{g(\omega(t))} \hat{z}(t) - k\varepsilon(t), \quad k > 0 \quad (3.13)$$

$$\frac{d\hat{\theta}(t)}{dt} = -\gamma \frac{\sigma_0 |\omega(t)|}{g(\omega(t))} \hat{z}(t)(z_m(t) - \hat{z}(t)), \quad z_m(t) = u_f(t) - a_f(t) \quad (3.14)$$

onde $u_f(t)$ e $a_f(t)$ são sinais filtrados

$$a_f(s) \triangleq \frac{Js}{\sigma_1 s + \sigma_0} \omega(s) \quad (3.15)$$

$$u_f(s) \triangleq \frac{1}{\sigma_1 s + \sigma_0} \omega(s) \quad (3.16)$$

Aplicado ao sistema (3.1)–(3.2) produzirá uma estabilidade assintótica global se o operador linear $H(s)$ é encontrado de $G(s)$, de acordo com o teorema 3.1 e satisfaz a condição **FSPR**.

Demonstração. Introduzindo $\tilde{\theta}(t) = \theta(t) - \hat{\theta}(t)$, obtém-se

$$\dot{\tilde{z}}(t) = -\theta(t) \frac{\sigma_0 |\omega(t)|}{g(\omega(t))} \tilde{z}(t) - \tilde{\theta}(t) \frac{\sigma_0 |\omega(t)|}{g(\omega(t))} \hat{z}(t) + k\varepsilon(t).$$

Dos filtros introduzidos, $\tilde{z}$ também satisfaz

$$\tilde{z}(t) = z_m(t) - \hat{z}(t) + \vartheta(\exp(-\rho t)), \quad \rho = \sigma_0/\sigma_1,$$

onde os dois primeiros termos à direita $[\sigma_0, \sigma_1]$ desta expressão são mensuráveis e o último, ϑ , é derivado de condições iniciais não nulas de ω e τ .

Em adição, temos a seguinte expressão

$$\varepsilon = -G(s) \tilde{z}(s),$$

onde $G(s)$ foi definido previamente no teorema 3.1.

Assume-se que (A, B, C) e o vetor ξ descreva uma representação de estado mínima para o mapeamento anterior. Então, se $G(s)$ é **FSPR**, existe uma única matriz $P = P^T > 0$ que satisfaz $PA + A^T P = -I$ e $PB = C$. Pode-se assim definir a função candidata de Lyapunov

$$V = \xi^T P \xi + \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta}^2 + \frac{1}{k} \tilde{z}^2.$$

Agora, avaliando a derivada de V em função do tempo, ao longo da solução do sistema em malha fechada [com controle adaptativo definido previamente sobre A , B e C devido à condição **FSPR** sobre $G(s)$ e deixando $\vartheta(\exp(-\rho t))$] obtém-se

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\xi^T \xi - \theta \frac{\sigma_0 |\omega|}{g(\omega)} \tilde{z}^2 + \tilde{\theta} \left(-\tilde{z} \frac{\sigma_0 |\omega|}{g(\omega)} \tilde{z} + \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{\theta}} \right) \\ &= -\xi^T \xi - \theta \frac{\sigma_0 |\omega|}{g(\omega)} \tilde{z}^2 \leq -\xi^T \xi, \end{aligned} \quad (3.17)$$

onde a última desigualdade vem do fato que $g(\omega) > 0$. Porém todos os sinais do sistema interno permanecem limitados e a saída, $\varepsilon = C^T \xi$, tende assintoticamente a zero. $\square$

3.4.2 Adaptando Mudanças de Temperatura

Teorema 3.4 (Canudas de Wit e Lischinsky (1997)). *Considerando (b): os seis parâmetros nominais do atrito e a inércia do sistema J são a priori conhecidos e as variações dos parâmetros estáticos e dinâmicos são capturados pelo modelo (3.10) e (3.11), onde θ é assumido desconhecido e limitado em $0 < \theta < \infty$. Então o controlador adaptativo*

$$\tau(t) = J \frac{d^2 q_r(t)}{dt^2} - \mathcal{L}^{-1} \{ JH(s) \varepsilon(s) \} + \hat{\theta}(t) \varphi(\hat{z}, \omega) + \sigma_1 \bar{\varphi}(t)(\hat{z}, \omega) \frac{d\hat{\theta}(t)}{dt} \quad (3.18)$$

$$\frac{d\hat{z}(t)}{dt} = \omega(t) - \frac{\sigma_0 |\omega(t)|}{g(\omega(t))} \hat{z}(t) - k \varepsilon(t), \quad k > 0 \quad (3.19)$$

$$\frac{d\hat{\theta}(t)}{dt} = -\gamma \bar{\varphi}(\hat{z}(t), \omega(t)) \varepsilon(t) \quad (3.20)$$

$$\frac{d\bar{\varphi}(t)}{dt} = -\frac{1}{\sigma_1} (\sigma_0 \bar{\varphi}(t) - \varphi(t)) \quad (3.21)$$

com

$$\varphi(\hat{z}, \omega) = \sigma_0 \hat{z}(t) + \sigma_1 \frac{d\hat{z}(t)}{dt} + \alpha_2 \omega(t)$$

Aplicado ao sistema (3.1)–(3.2) produzirá uma estabilidade assintótica global se $H(s)$ é encontrado de $G(s)$ pelo teorema 3.1 e satisfaz a condição SPR.

Demonstração. As equações em malha fechada são agora definidas por

$$\dot{\tilde{z}}(t) = -\frac{\sigma_0 |\omega(t)|}{g(\omega(t))} \tilde{z}(t) + k\varepsilon(t) \quad (3.22)$$

$$\tilde{\theta}(t) = \gamma \bar{\varphi}(t)(\hat{z}, \omega) \varepsilon(t), \quad \gamma > 0 \quad (3.23)$$

$$\varepsilon(s) = G(s)(-\theta \tilde{z}(s) - \tilde{\theta} \bar{\varphi}(s)) \quad (3.24)$$

Desde que $G(s)$ é **FSPR**, então (A, B, C) que descreve a representação de estado mínimo para $G(s)$, ou seja

$$\dot{\xi}(t) = A\xi(t) + B(-\theta \tilde{z}(t) - \tilde{\theta} \bar{\varphi}(t)) \quad (3.25)$$

$$\varepsilon(t) = C^T \xi(t), \quad (3.26)$$

satisfaz $PA + A^T P = -I$ e $PB = C$ para uma única matriz $P = P^T > 0$.

Introduzindo a função candidata de Lyapunov

$$V = \xi^T P \xi + \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta}^2 + \frac{\theta}{k} \tilde{z}^2,$$

e avaliando a derivada de V em função do tempo, ao longo da solução do sistema em malha fechada temos

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\xi^T \xi - \frac{2\theta\sigma_0|\omega|}{k g(\omega)} \tilde{z}^2 + 2\tilde{\theta} \left(-\varphi\varepsilon - \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{\theta}} \right) \\ &= -\xi^T \xi - \frac{2\theta\sigma_0|\omega|}{k g(\omega)} \tilde{z}^2 \leq -\xi^T \xi. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Assim todos os sinais do sistema interno permanecem limitados e a saída, $\varepsilon = C^T \xi$, tende assintoticamente a zero. $\square$

3.5 Síntese do Controlador PID

A síntese de sistemas de controle industrial complexos pode ser simplificada frequentemente com uma arquitetura de laços de controle conectados em cascata. Para o acionamento eletromecânico de um veículo, como é ilustrado o esquema de controle na figura 4.10, por exemplo, o primeiro laço de controle é de torque, em seguida temos o laço da velocidade, e finalmente, o laço de posição. Neste contexto de laços de controle conectados em cascata, a síntese de controle da velocidade é requerido para conseguir o desempenho global desejado.

A estrutura dos controladores usados na indústria é composta frequentemente de reguladores **PID**, desde que a preferência de uma solução simples seja necessária. Conseqüentemente, o restante é decidir se usar uma ação integral, e se a ação derivativa é requerida (Åström e Hägglund, 1988).

O algoritmo **PID** é empacotado na forma de reguladores padrão para o controle do processo e é também a base de muitos sistemas de controle. O algoritmo geralmente é escrito de forma paralela e expresso na forma ideal por (Åström e Hägglund, 1988; Åström, 2002)

$$u(t) = K \left(\varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \int^t \varepsilon(s) ds + T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \right) \quad (3.28)$$

onde u é a variável de controle, ε é o erro de seguimento do sinal de referencia. A variável de controle, portanto é a soma dos três termos: P [Proporcional ao erro], I [Proporcional à integral do erro] e D [Proporcional à derivada do erro]. Os parâmetros do controlador são: o ganho proporcional K ; o tempo integral T_i , e o tempo derivativo T_d . Temos que:

- (i) O termo proporcional provê um completo controle da ação proporcional para o sinal do erro, a desvantagem é que a variável de controle frequentemente se desvia do valor de referencia.
- (ii) O termo integral, reduz o erro de regime permanente através da compensação a baixa frequência por um integrador.
- (iii) O termo derivativo, melhora a resposta transitória através da compensação a alta frequência por um diferenciador.

O desempenho dos efeitos individuais destes três termos em malha fechada são resumidos na tabela 3.1 (Ang *et al.*, 2005), notando que esta tabela serve de guia somente para plantas estáveis em malha aberta. Para o ótimo desempenho, K , T_i e T_d são mutuamente dependentes em sintonia.

Tabela 3.1: Efeitos de sintonia P, I e D independentes.

Resposta em Malha Fechada	Tempo de Subida	Sobre Sinal	Tempo de Acomodação	Erro de Regime	Estabilidade
Incrementando $K_p = K$	Decrementa	Incrementa	Pequeno Incremento	Decrementa	Deteriora
Incrementando $K_i = \frac{K}{T_i}$	Pequeno Decremento	Incrementa	Incrementa	Longo Decremento	Deteriora
Incrementando $K_d = K T_d$	Pequeno Decremento	Decrementa	Decrementa	Menor Mudança	Melhora

3.5.1 Síntese de PID Simplificado

Os desempenhos conseguidos com uma arquitetura **PID** padrão são limitados e às vezes não satisfazem as expectativas para uma dada aplicação. Além disso, pode ocorrer que a rejeição da perturbação do torque, ou “regulação de rigidez”, não sejam satisfatórios com controle **PID**. Conseqüentemente é de valor procurar por soluções melhores. Se as perturbações no sistema tiverem uma amplitude razoável, é possível conseguir o desempenho desejado seguindo a compensação feedforward baseada no modelo de atrito. Em contraste, um aumento da rejeição da perturbação do torque pode somente ser conseguido com um apropriado compensador feedback (Altpeter, 1999).

A compensação avançada do atrito foi assunto de numerosas publicações posicionadas recentemente (Armstrong-Hélouvry *et al.*, 1994). Antes dos 1990s, o realce do desempenho foram baseados nos modelos clássicos de atrito (KFM)².

Modelos dinâmicos foram considerados depois disso (Canudas de Wit *et al.*, 1995; Lampaert *et al.*, 2003; Al-Bender *et al.*, 2005). O fato é que está surpreendendo o

²Kinetic Friction Models

modelo de atrito de *Dahl*, que foi desenvolvido no final dos 1960s e no começo dos 1970s, que foi usado para a síntese de controle somente do começo da década dos 1990s.

Considerando o sistema (3.1), Para o modelo de atrito LuGre (3.2) a alta velocidade, caracterizado por $\omega \gg \omega_S$, assumindo que z tenha alcançado seu valor de regime permanente $z_{ss} = \frac{g(\omega)}{\sigma_0} \text{sgn}(\omega)$, o sistema dinâmico se reduz a (Altpeter *et al.*, 1997)

$$J\dot{\omega} + \alpha_2 \omega + \alpha_0 \text{sgn}(\omega) = \tau$$

e a função de transferência para uma velocidade iminente é descrita por

$$G_{HV}(s) = \frac{\tilde{\omega}(s)}{\tilde{\tau}(s)} = \frac{\frac{1}{\alpha_2}}{1 + \frac{J}{\alpha_2}s}$$

De modo semelhante, a função de transferência para pequenos deslocamentos no regime de pré-escorregamento, é obtida de $|z| \ll g(\omega)$

$$G_{PS}(s) = \frac{\tilde{q}(s)}{\tilde{\tau}(s)} = \frac{\frac{1}{\sigma_0}}{\frac{J}{\sigma_0}s^2 + \frac{\sigma_1 + \alpha_2}{\sigma_0}s + 1}$$

Tipicamente, a constante de tempo mecânica $T_m = \frac{J}{\alpha_2}$ varia entre 0.1 a 10 segundos, a frequência natural ω_0 no regime de pré-escorregamento é localizado ao redor de $100 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, e o coeficiente de amortecimento relativo $\zeta < 1$ (Altpeter, 1999). Além disso, a resposta em frequência para $\omega \gg \omega_0$ é dada por

$$G_{PS}(j\omega) |_{\omega \gg \omega_0} \approx G_{HV}(j\omega) |_{\omega \gg \omega_0} \approx \frac{-1}{J\omega^2} \quad (3.29)$$

3.5.2 Síntese do Controlador $H(s)$ para $G(s)$ FSPR

Um sistema de controle baseado em compensação de atrito incluindo um controlador clássico **PID** padrão, melhora o desempenho de seguimento de trajetória (Canudas de Wit *et al.*, 1995). Porém, visto na prova do teorema 3.1 é importante entender, que para garantir que o erro da velocidade $\varepsilon = \omega(t) - \omega_r(t) = -\mathcal{L}^{-1}\{G(s)\tilde{z}(s)\}$ tenda assintoticamente a zero quando $t \rightarrow +\infty$, $G(s)$ deverá ser projetado como uma função de transferência dissipável **FSPR**.

Para que $G(s)$ seja **FSPR**, projetado com controlador clássico, deverá cumprir a seguinte definição.

Definição 3.1 (Marquez e Damaren (1995)). *Seja denotado $\mathcal{P}^n$ conjunto de polinômios reais de n -ésimo grau no domínio de s . Considere-se uma função racional $G(s) = \frac{p(s)}{q(s)}$, onde $p(s) \in \mathcal{P}^n$ e $q(s) \in \mathcal{P}^m$. Logo, $G(s)$ é dita de classe $\mathbb{Q}$ se e somente se: (i) $q(s)$ é um polinômio de Hurwitz [i.e., todas as raízes estão no semiplano esquerdo do plano s] e (ii) $\text{Re}[G(j\omega)] > 0, \forall \omega \in [0, \infty)$. $G(s)$ é dito **FSPR** se está dentro da classe $\mathbb{Q}$ e a diferença de ordem dos polinômios do numerador e denominador diferirem em $-1, 0$, ou 1 . Assumindo agora que $G(s)$ é **FSPR** e estritamente própria. Então, $G(s)$ é dita fortemente **FSPR**, ou simplesmente **FSPR**, (Ioannou e Tao, 1987), se em adição satisfaz*

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \omega^2 \text{Re}[G(j\omega)] > 0.$$

Uma observação importante é diferenciar entre uma função **FSPR** e uma função que meramente pertence à classe $\mathbb{Q}$. Claramente, se $G(s)$ é **FSPR** então $G(s) \in \mathbb{Q}$. O inverso não é sempre verdadeiro.

Para aplicações práticas em teoria de controle devem-se considerar os seguintes casos (Marquez e Damaren, 1995):

- (i) Dado um polinômio de Hurwitz $q(s) \in \mathcal{P}^n$, encontrar as condições necessárias e suficientes para o polinômio $p(s)$ que pertença ao conjunto

$$\mathcal{P} = \{p(s) \in \mathcal{P}^n \mid G(s) = p(s)/q(s) \in \mathbb{Q}\}$$

- (ii) Dado um polinômio de Hurwitz $q(s)$, encontrar o subconjunto $\mathcal{P}_{sp} \subset \mathcal{P}$ dado por

$$\mathcal{P}_{sp} = \{p(s) \in \mathcal{P} \mid \lim_{s \rightarrow \infty} G(s) = 0\}$$

aqui, se $p(s) \in \mathcal{P}_{sp}$, então $p(s)/q(s)$ é estritamente próprio e **FSPR**.

- (iii) Dado um polinômio de Hurwitz $q(s)$, encontrar um subconjunto $\mathcal{SP}_{sp} \subset \mathcal{P}$ dado por

$$\mathcal{SP}_{sp} = \{p(s) \in \mathcal{P}_{sp} \mid \lim_{\omega \rightarrow \infty} \omega^2 \text{Re}[G(j\omega)] > 0\}.$$

Baseado nesses casos anteriores é possível projetar $H(s)$ com controlador clássico dos tipos:

- **PD** Se $H(s)$ é escolhida com um controlador **PD**, então a função $G(s)$ pode ser escrita como

$$G(s) = \frac{\sigma_1 s + \sigma_0}{J(s + K_p + K_d s)} = \frac{\sigma_1 s + \sigma_0}{J[(1 + K_d)s + K_p]} \quad (3.30)$$

onde K_p e K_d são os ganhos proporcional e derivativo respectivamente.

A equação (3.30), é claramente **FSPR**, se projetado os ganhos K_p e K_d deva cumprir com a definição 4.1, com uma constante de tempo igual a $\frac{1 + K_d}{K_p}$.

Assim, para a condição **FSPR** sobre $G(s)$ são escolhidos $K_p > \frac{\sigma_0}{\sigma_1}$ e $K_d > \sqrt{2 K_p}$ (Lischinsky *et al.*, 1999).

Hirschorn e Miller (1999), para que $G(s)$ seja **FSPR** implica que $K_p > 0$, $K_d > 0$.

- **PID**

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{\sigma_1 s + \sigma_0}{J \left(s + K_p + K_d s + \frac{K_i}{T_f s + 1} \right)} \\ &= \frac{(T_f s + 1)(\sigma_1 s + \sigma_0)}{J [T_f(1 + K_d) s^2 + (1 + K_p T_f + K_d) s + K_p + K_i]} \end{aligned} \quad (3.31)$$

Do teorema 3.1, a equação (3.31), é projetada com um controlador clássico **PID** com ação integral filtrada, porque claramente é notado que um controlador **PID** com ação integral pura, [i.e., $H(s) = K_p + K_d s + \frac{K_i}{s}$], não satisfaz a condição **FSPR** para alguns valores de K_p , K_d e K_i .

No capítulo seguinte, a síntese do controlador **PID** para um veículo com compensação do atrito, será derivada das definições e projeto de **FSPR** e os resultados práticos serão mostrados no capítulo 5.

3.6 Sumário

Neste capítulo, apresentou-se a teoria de controle da velocidade e posição em sistemas mecânicos com compensação do atrito nas Seções 3.2 e 3.3 para parâmetros com característica de controle fixo e seus respectivos teoremas para cada lei de controle. Em 3.4 foi apresentada a compensação adaptativa, estabelecendo a causa física das variações de atrito relacionado explicitamente com os parâmetros estáticos e dinâmicos do modelo considerando dois casos. Finalmente a seção 3.5 descreve-se a síntese de controladores PID de sistemas mecânicos com atrito.

Capítulo 4

Modelagem e Compensação de Atrito de um Veículo

O principal objetivo deste capítulo é conceber, projetar e implementar um controlador para base móveis de sistemas robóticos com duas rodas diferenciais, internamente controlados com processamento local, aplicado ao modelo dinâmico apresentado em Laura (2006) e em Laura et al. (2006), com inclusão da não linearidade de tipo zona morta. Apresenta uma contribuição de um controlador em cascata para o controle local do sistema. A partir da estimação e controle de torque é controlado a velocidade dos motores nas duas rodas do veículo. A compensação da não linearidade é feita relacionando-o diretamente com o atrito inerente do subsistema mecânico.

A metodologia proposta será aplicada no capítulo seguinte, ao Robô Khepera II[®] da K-Team S.A. Deseja-se que através de um conhecimento profundo do sistema, obtido com técnicas de modelagem, análise de sistemas e controle, contribuir para um bom desempenho do mesmo.

4.1 Introdução

UM controlador, pode ser definido como um dispositivo que permite obter resposta desejada da variável do processo a ser controlada [variável de saída do processo]. Em geral, pode-se considerar dois tipos de controladores: *feedforward controller* ou *feedback controller* (Dorf e Bishop, 1998; Jacobina e Lima, 2002). Um

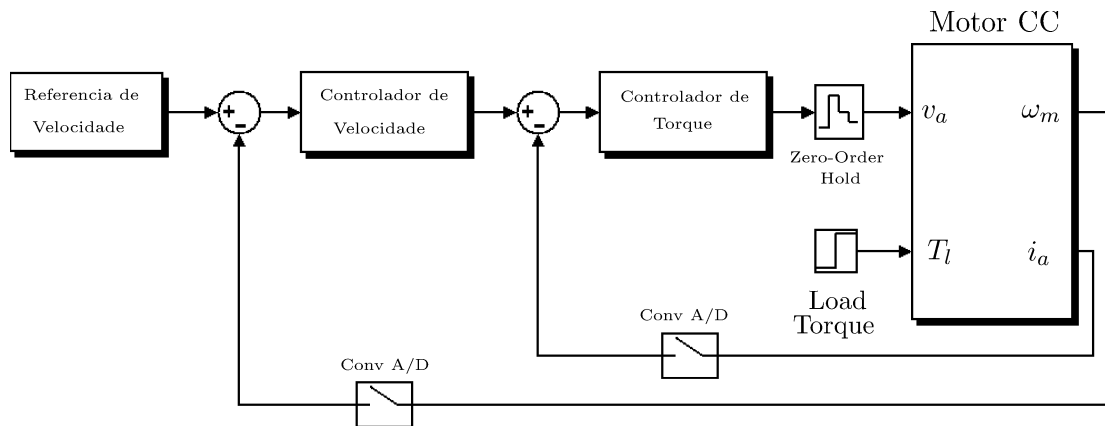


Figura 4.1: Diagrama em blocos do acionamento de um motor **CC**, controle em cascata usado em robôs móveis com rodas.

sistema de controle realimentado provê um melhor desempenho e é de fundamental importância. Assim, o projeto de um sistema de controle é considerado como um arranjo, ou o plano da estrutura do sistema e a seleção idônea dos componentes e parâmetros. A alteração ou ajuste de um sistema de controle em ordem a prover um adequado desempenho é chamado de *compensação*.

Um compensador é um componente adicional ou circuito que é inserido dentro de um sistema de controle a compensar para melhorar o desempenho (Dorf e Bishop, 1998). Vários tipos compensação foram estudados e são conhecidos na literatura. Os sistemas de controle de trajetórias tradicionalmente utilizados para controlar robôs móveis podem ser representados por um diagrama de blocos semelhante ao da figura 4.1. Esta é uma estratégia de controle conhecida como *cascata*, onde a saída do controlador é a referência para outro (Dorf e Bishop, 1998).

4.2 Definição do Problema

A base móvel considerada aqui é um veículo com rodas como mostrado na figura 4.2. Duas rodas fixas são controlados por motores **CC** independentes (*two-wheel differential drive*) e dois elementos de apoio tornam o sistema equilibrado durante o

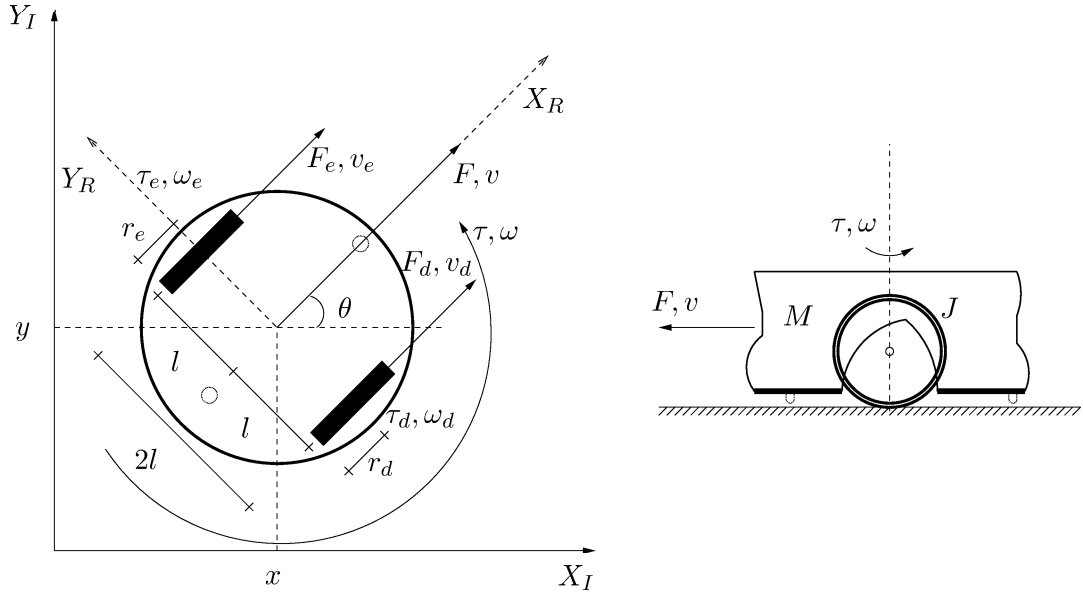


Figura 4.2: Diagrama das forças e torques que atuam sobre um veículo com duas rodas ativas acionado por atuadores elétricos.

movimento¹ (Siegwart e Nourbakhsh, 2004). O robô é um sistema com dois graus de liberdade (**GDL**) cujas saídas são representados pela suas velocidades nos motores direito ω_{md} e esquerdo ω_{me} .

Considera-se ainda que

$$v_d(t) = r_d \omega_d(t) \quad (4.1)$$

e

$$v_e(t) = r_e \omega_e(t), \quad (4.2)$$

onde v_i é a velocidade linear da roda i (direito ou esquerdo), ω_i é a velocidade angular do respectivo eixo e r_i é o raio da roda.

Sabe-se ainda que

$$v(t) = \frac{v_d(t) + v_e(t)}{2} \quad (4.3)$$

e

$$\omega(t) = \frac{v_d(t) - v_e(t)}{2l}, \quad (4.4)$$

¹Estes elementos de apoio geralmente são rodas centralizadas que não impõem restrições cinemáticas sobre o chassi do robô. Em geral são conhecidos quatro tipos de rodas: Rodas Padrão ou fixas, Castor de 2 graus de liberdade (**GDL**), Suecas (de 3 **GDL**) e as Esféricas de realização tecnicamente dificultosa.

onde v é a velocidade linear do centro do robô, ω é a velocidade angular do robô e $2l$ é a distancia entre as rodas.

As forças existentes nas rodas, que movimentam a estrutura móvel são representados por $F_i(t) = \tau_i(t)/r_i$. Assim, a força total que movimenta o veículo é descrito por $F(t) = F_d(t) + F_e(t)$. De forma similar os torques presentes nas rodas, são definidos como $\tau_i(t) = F_i(t) l$. Assim, o torque total que faz girar o veículo é descrito por $\tau(t) = F_d(t) l - F_e(t) l$ ou ainda,

$$F(t) = \frac{1}{r_d} \tau_d(t) + \frac{1}{r_e} \tau_e(t) \quad (4.5)$$

e

$$\tau(t) = \frac{l}{r_d} \tau_d(t) - \frac{l}{r_e} \tau_e(t). \quad (4.6)$$

As equações dinâmicas do movimento traslacional e giro do veículo, sem considerar os conjugados de atrito linear, de atrito angular e outras perturbações são expressos pelas seguintes equações,

$$\begin{aligned} F(t) &= M\dot{v}(t) \\ \tau(t) &= J\dot{\omega}(t) \end{aligned} \quad (4.7)$$

onde M e J representam a massa e o momento de inércia do veículo respectivamente.

Além disso, a velocidade linear v , pode ser decomposta ao longo dos eixos X_I e Y_I respectivamente como:

$$v_{X_I}(t) = v(t) \cos(\theta(t))$$

e

$$v_{Y_I}(t) = v(t) \sin(\theta(t)),$$

onde θ é o ângulo mostrado na figura 4.2.

Então, um modelo cinemático para o robô pode ser escrito como

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= v_{X_I}(t) \\ \dot{y}(t) &= v_{Y_I}(t) \\ \dot{\theta}(t) &= \omega(t). \end{aligned} \quad (4.8)$$

Substituindo as equações para v_{X_I} , v_{Y_I} e ω em (4.8) tem-se que

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \frac{v_d(t) + v_e(t)}{2} \cos(\theta(t)) \\ \dot{y}(t) &= \frac{v_d(t) + v_e(t)}{2} \sin(\theta(t)) \\ \dot{\theta}(t) &= \frac{v_d(t) - v_e(t)}{2l}.\end{aligned}\tag{4.9}$$

A maior dificuldade deste tipo de robôs está no fato de os mesmos serem em geral multivariáveis, não-holonômicos e com não linearidades nas entradas. A característica multivariável é evidente quando se sabe que são acionados por dois ou mais atuadores. Uma definição formal para a característica não-holonômica é: *“Um sistema é chamado não-holonômico, quando a velocidade de um sistema mecânico satisfaz uma condição de igualdade que não pode ser escrita como uma condição equivalente de posição”* (Figueiredo e Jota, 2004). Condições não holonômicas podem surgir de restrições físicas, neste caso porque as rodas somente podem girar em uma direção do ambiente, impedindo que elas se movam em todas as direções apesar disso ser fisicamente possível se os mesmos fossem considerados massas. As não linearidades aparecem principalmente pelas características dos atuadores, sensores e do próprio ambiente de trabalho do robô.

A restrição não-holonômica do sistema pode ser representada pela seguinte equação:

$$\dot{x}(t) \sin(\theta(t)) - \dot{y}(t) \cos(\theta(t)) = 0,\tag{4.10}$$

que especifica a direção tangente a qualquer caminho possível para o robô e um limite de curvatura para este caminho.

4.3 Dinâmica do Motor de Corrente Contínua

Um motor de corrente contínua pode ser subdividido em dois sub-sistemas; um elétrico e outro mecânico, como mostrado na figuras 4.3 e 4.4.

Como ilustra a figura 4.3, a máquina ou motor **CC** é constituída por dois circuitos magnéticos principais:

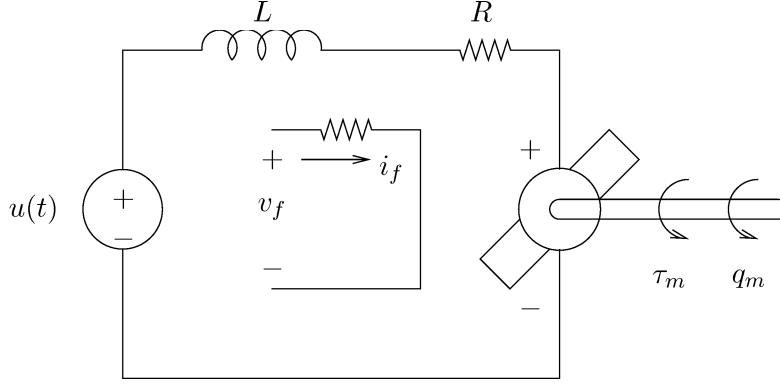


Figura 4.3: Modelo elétrico do motor CC.

- (i) Um circuito magnético estacionário (estator) de excitação magnética, dito de campo ou excitação, alimentado por uma fonte de tensão contínua de potência desprezível.
- (ii) Um circuito magnético rotativo (rotor), dito de armadura, alimentado por uma fonte de tensão contínua, correspondente ao estágio de potência principal.

A bobina de armadura cria um fluxo unidirecional $\lambda = Li(t)$, mesmo com a rotação do rotor. Isto é decorrente da ação do comutador mecânico que comuta as correntes entre as espiras da bobina mantendo o eixo magnético sempre na mesma direção. Esta operação pode ser imaginada como se o rotor fosse composto de várias bobinas girantes e, a cada instante, apenas a bobina que se encontra na posição vertical fosse percorrida pela corrente $i(t)$ criando o fluxo λ . Portanto uma tensão $e_{em}(t)$ é induzida nesta bobina devido a rotação [força contra-eletromotriz de rotação, e_{em}] que é proporcional à velocidade angular do eixo do motor, que pode ser calculada pela lei de *Faraday ou Lenz*. Temos que $e_{em}(t)$ é dado por

$$e_{em}(t) = \left. \frac{d\lambda}{dt} \right|_{\theta=-\pi/2} = k_{em}\omega_m, \quad (4.11)$$

onde $\omega_m = d\theta/dt$ é a velocidade do rotor e k_{em} é constante de *fcm*.

O modelo sub-sistema elétrico para a bobina de armadura é dado por

$$L \frac{di(t)}{dt} = u(t) - e_{em}(t) - Ri(t), \quad (4.12)$$

onde $Ri(t)$ é a queda de tensão na resistência da bobina, $L di(t)/dt$ é a tensão

induzida própria da bobina devido a variação de sua corrente e $u(t)$ é a tensão elétrica de alimentação do motor.

A depender da aplicação uma máquina elétrica girante pode funcionar como gerador ou como motor. A função de uma máquina elétrica operando como motor é transformar energia elétrica em mecânica, a qual é fornecida a carga. Para que esta transformação ocorra é necessário que um conjugado eletromagnético, τ_m , seja criado e aplicado no rotor. A evolução do conjugado eletromagnético do motor no tempo, $\tau_m(t)$ é proporcional à corrente elétrica no formato

$$\tau_m(t) = k_t i(t), \quad (4.13)$$

onde k_t é a constante de torque.

No acionamento de uma carga mecânica por um motor elétrico de CC muitas vezes são usados sistemas de acoplamento para adequar o movimento, desenvolvendo um conjugado mecânico resistente (Laura, 2006; Jacobina e Lima, 2002; Benjelloun *et al.*, 1993). Assim, tem-se a seguinte relação entre os movimentos na carga e no motor elétrico:

$$N = \frac{\omega_m}{\omega_c} \quad (4.14)$$

sendo N o fator de redução de velocidade e ω_c a velocidade angular da carga.

A relação entre os torques na carga, $\tau_c(t)$, e o torque motor em regime permanente e considerando o sistema ideal, sem perdas por atrito, é dada por:

$$\tau_c(t) = \eta N \tau_m(t)$$

onde $\eta \in [0; 1] \subset \mathbb{R}$ é a eficiência mecânica do acoplamento.

A equação dinâmica do sub-sistema mecânico é dada por

$$\tau_m(t) - F_m(t) - J_m \dot{\omega}_m = \frac{\tau_c(t)}{\eta N} \quad (4.15)$$

sendo $J_m = J_a + J_g$ o momento de inércia do atuador [i.e., a soma dos momentos de inércia do eixo do motor e do sistema redutor], $F_m(t)$ o atrito no sistema visto do motor.

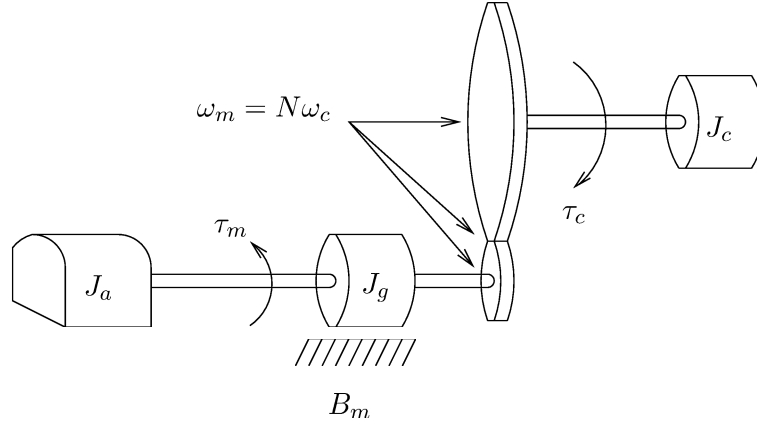


Figura 4.4: Modelo mecânico do motor CC.

4.4 Modelo Dinâmico Simplificado

O modelo cinemático trata da geometria do movimento, relacionando posição, velocidade, aceleração e tempo, sem referência às suas causas. O modelo dinâmico, por sua vez, trata das relações entre as forças que agem no robô e o seu movimento. Nesta seção, um modelo dinâmico simplificado, útil no projeto e análise de controladores, será derivado com base no modelo apresentado em Laura (2006) e em Laura *et al.* (2006).

Como os controladores do robô serão implementados no processador local, um modelo discreto para o sistema é uma forma mais apropriada. Assim, utilizando o modelo matemático elétrico do motor **CC**, as equações diferenciais elétricas para os motores **CC** do veículo com duas rodas ativas [direito e esquerdo], com fonte de tensão constante² V'_d e modulados por largura de pulso³ $\delta_d(t)$ e $\delta_e(t)$ nos motores direito e esquerdo respectivamente, podem ser escritos como

$$L_d \frac{di_d(t)}{dt} + R_d i_d(t) + K_{emd} \omega_{md} = V'_d \delta_d(t) \quad (4.16)$$

$$L_e \frac{di_e(t)}{dt} + R_e i_e(t) + K_{eme} \omega_{me} = V'_d \delta_e(t). \quad (4.17)$$

Os torques τ_{md} , τ_{me} dos motores direito e esquerdo são proporcionais às correntes,

²A fonte primária de tensão do veículo é V_d , e a fonte de tensão dos motores é derivado de $V'_d = V_d - 2V_{sat} - \Delta V_d$, onde V_{sat} é a queda de tensão no acionamento de potência dos motores CC e o ΔV_d é o parâmetro que modela a diminuição do valor de V_d com o tempo.

³Com $\delta(t) \in [-1; 1] \subset \mathbb{R}$.

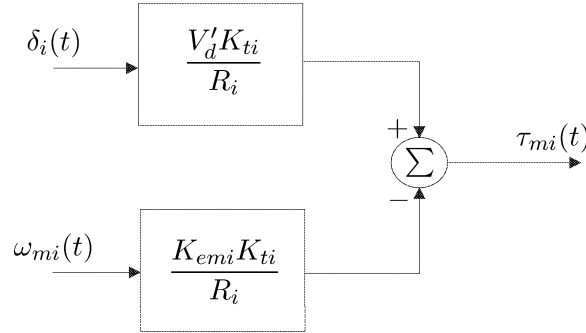


Figura 4.5: Representação em blocos do modelo elétrico reduzido dos motores i de corrente contínua do veículo.

e podem ser escritos

$$\tau_{md}(t) = K_{td} i_d(t) \quad (4.18)$$

$$\tau_{me}(t) = K_{te} i_e(t), \quad (4.19)$$

onde K_{td} e K_{te} são as constantes de torque de cada motor.

Estas equações (4.16), (4.17), (4.18) e (4.19), descrevem a dinâmica dos motores CC, direito e esquerdo do veículo.

Pode-se escrever um modelo reduzido para o motor se a dinâmica é muito rápida, desprezando-se o termo $L_i \frac{di_i(t)}{dt}$, isso é útil quando a compensação é implementada computacionalmente com hardware de processamento limitado, como é o caso do robô *Khepera II*⁴.

As equações (4.16), (4.17) reduzidas na dinâmica e substituídas em função do torque nos motores direito e esquerdo respectivamente, podem ser escritas como

$$\tau_{md}(t) = \frac{K_{td} V'_d}{R_d} \delta_d(t) - \frac{K_{emd} K_{td}}{R_d} \omega_{md}(t) \quad (4.20)$$

$$\tau_{me}(t) = \frac{K_{te} V'_d}{R_e} \delta_e(t) - \frac{K_{eme} K_{te}}{R_e} \omega_{me}(t). \quad (4.21)$$

As equações (4.20) e (4.21) representam os modelos elétricos reduzidos dos motores CC do veículo para efeitos de controle e são ilustradas em blocos na figura 4.5.

Deduzido o modelo elétrico para o veículo, resta o modelo mecânico em movimento. Este modelo é obtido aplicando-se a segunda lei de movimento de Newton

⁴A constante de tempo dos motores direito e esquerdo do veículo robô *Khepera II* é de $8,37209\mu s$.

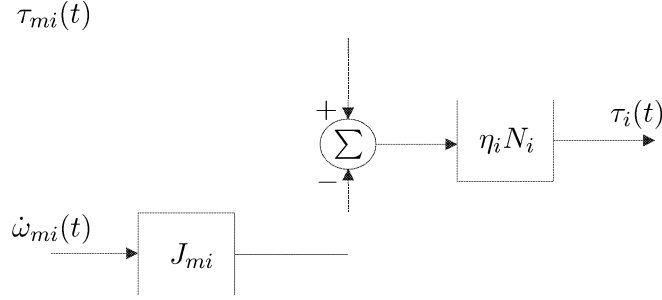


Figura 4.6: Representação do modelo mecânico dos motores i [direito e esquerdo] sem considerar as forças que se opõem ao movimento do veículo.

no eixo dos motores, os modelos dinâmicos expressos sem perturbações de nenhum tipo podem ser escritos como segue

$$\tau_{md}(t) = J_{md} \dot{\omega}_{md}(t) + \frac{\tau_d(t)}{\eta_d N_d} \quad (4.22)$$

$$\tau_{me}(t) = J_{me} \dot{\omega}_{me}(t) + \frac{\tau_e(t)}{\eta_e N_e}. \quad (4.23)$$

As equações (4.22) e (4.23) expressam cada um deles o comportamento ideal do modelo mecânico do motor **CC** sem considerar os conjugados de atrito e outras perturbações que se opõem ao movimento nos mancais do rotor e no ar para o veículo como é ilustrado na figura 4.6. Como se trata de um movimento rotacional, aparecem na lei de movimento a velocidade angular ω_{mi} e o momento de inércia J_{mi} do motor i .

Resumindo a modelagem matemática da dinâmica do veículo, robô móvel com duas rodas ativas, como é ilustrado na figura 4.2, a partir da operação das equações (4.1)-(4.7), as equações que descrevem o comportamento dinâmico do movimento nas rodas do veículo sem inclusão dos fenômenos que se opõem ao movimento são escritos da seguinte forma

$$\tau_d(t) = \frac{r_d^2}{4N_d} \left(M + \frac{J}{l^2} \right) \dot{\omega}_{md}(t) + \frac{r_e r_d}{4N_e} \left(M - \frac{J}{l^2} \right) \dot{\omega}_{me}(t) \quad (4.24)$$

$$\tau_e(t) = \frac{r_e r_d}{4N_d} \left(M - \frac{J}{l^2} \right) \dot{\omega}_{md}(t) + \frac{r_e^2}{4N_e} \left(M + \frac{J}{l^2} \right) \dot{\omega}_{me}(t), \quad (4.25)$$

onde (τ_e, τ_d) e (r_e, r_d) são os torques aplicados e os raios das rodas esquerda e direita respectivamente, l é a distancia de uma das rodas ao centro de massa; M e J são respectivamente a massa e o momento de inércia do veículo ou sistema.

Substituindo (4.24) em (4.22) e (4.25) em (4.23), o torque nos motores. Assim,

$$\tau_{md}(t) = \left[\frac{r_d^2}{4\eta_d N_d^2} \left(M + \frac{J}{l^2} \right) + J_{md} \right] \dot{\omega}_{md}(t) + \frac{r_e r_d}{4\eta_d N_e N_d} \left(M - \frac{J}{l^2} \right) \dot{\omega}_{me}(t) \quad (4.26)$$

$$\tau_{me}(t) = \frac{r_e r_d}{4\eta_e N_e N_d} \left(M - \frac{J}{l^2} \right) \dot{\omega}_{md}(t) + \left[\frac{r_e^2}{4\eta_e N_e^2} \left(M + \frac{J}{l^2} \right) + J_{me} \right] \dot{\omega}_{me}(t). \quad (4.27)$$

Associa-se constantes diversos às equações (4.26) e (4.27) resultando em

$$k_1 \dot{\omega}_{md} + k_2 \dot{\omega}_{me} = \tau_{md}(t) \quad (4.28)$$

$$k_3 \dot{\omega}_{md} + k_4 \dot{\omega}_{me} = \tau_{me}(t), \quad (4.29)$$

onde

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{r_d^2}{4\eta_d N_d^2} \left(M + \frac{J}{l^2} \right) + J_{md} \\ k_2 &= \frac{r_e r_d}{4\eta_d N_e N_d} \left(M - \frac{J}{l^2} \right) \\ k_3 &= \frac{r_e r_d}{4\eta_e N_e N_d} \left(M - \frac{J}{l^2} \right) \\ k_4 &= \frac{r_e^2}{4\eta_e N_e^2} \left(M + \frac{J}{l^2} \right) + J_{me}. \end{aligned}$$

Operando (4.28) e (4.29), resolvendo para $\dot{\omega}_{me}$ e $\dot{\omega}_{md}$, e associa-se outras constantes em que:

$$\dot{\omega}_{md} = a_1 \tau_{md}(t) - a_2 \tau_{me}(t) \quad (4.30)$$

$$\dot{\omega}_{me} = -a_3 \tau_{md}(t) + a_4 \tau_{me}(t), \quad (4.31)$$

onde

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{k_4}{k_1 k_4 - k_2 k_3} \\ a_2 &= \frac{k_2}{k_1 k_4 - k_2 k_3} \\ a_3 &= \frac{k_3}{k_1 k_4 - k_2 k_3} \\ a_4 &= \frac{k_1}{k_1 k_4 - k_2 k_3} \end{aligned}$$

As equações (4.30) e (4.31) são as que descrevem a dinâmica do veículo robô móvel sem inclusão dos conjugados de atrito e outras forças que se opõem ao movimento, para efeitos de controle, são feitos as seguintes considerações:

- (i) No modelo elétrico reduzido foi considerado porque a dinâmica dos motores possuem constantes de tempo muito rápidas e são indetectáveis pelos encoders incrementais utilizados como sensores de posição e velocidade;
- (ii) O modelo mecânico do veículo é considerado sem perturbações inerentes que possam causar oposição ao movimento do veículo. Os fenômenos inerentes que causam oposição ao movimento, são relacionados com os conjugados de atrito, que serão compensados com um observador de atrito estático e dinâmico para um melhor desempenho de controle do sistema.

4.5 Estimador e Controlador de Torque

Em muitas aplicações, freqüentemente encaramos o problema de se obter informação sobre uma variável quando esta não é diretamente mensurável, e neste caso técnicas de estimação têm sido muito utilizadas (Ljung, 1999). A estimação pode ser feita por um dos dois procedimentos principais: utilizando uma função critério que pode tomar muitas formas [determinísticas ou estocásticas]; a partir da representação de modelos ou técnicas algorítmicas de otimização de minimização [maximização] de funções (Candy, 1986).

Sensores de posição de tipo digital tais como encoders giratórios são amplamente usados em acionamentos servos digitais por seu simples circuito de detecção. Não

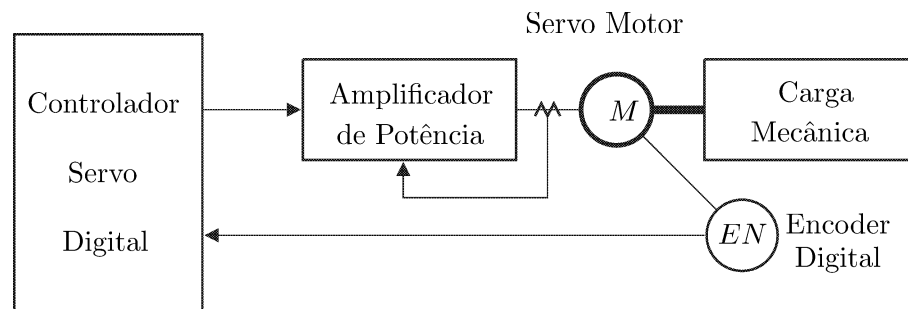


Figura 4.7: Servo sistema usando um encoder digital como detector de posição e velocidade.

só para posição, mas também a velocidade pode ser determinada a partir dos intervalos de tempo da diferença de cada pulso de posição detectado. Determinado a velocidade, esta pode então ser usada para ajuste e regulação da velocidade do acionador do motor.

Em outras situações, a detecção instantânea é dificultosa porque só a velocidade média é detectada (Kubo *et al.*, 1990). Esse retardo causado na detecção incrementa-se rapidamente a velocidades muito baixas, causando instabilidade na malha de controle. Detecção instantânea da velocidade é necessária para ampliar a faixa de regulação de velocidade ou o rápido e exato ajuste da posição do sistema de posicionamento. Vários observadores instantâneos de velocidade têm sido propostos usando a teoria de observadores de estados na literatura (Song e Sul, 1998; Luenberger, 1971; Bartolini *et al.*, 2003).

Um observador de torque pode ser construído do modelo do sistema em movimento, a partir de uma velocidade média detectada. A velocidade estimada pode ser obtida do modelo do sistema da movimentação do observador. A velocidade e o torque podem ser observados dentro da mesma malha no observador convencional da velocidade (Kubo *et al.*, 1990).

4.5.1 Estimação do Torque Usando Detecção Digital da Velocidade

O detector digital usando encoders giratórios são expressos como na figura 4.7, o encoder é montado sobre o eixo do rotor e usado para detecção da posição, a veloci-

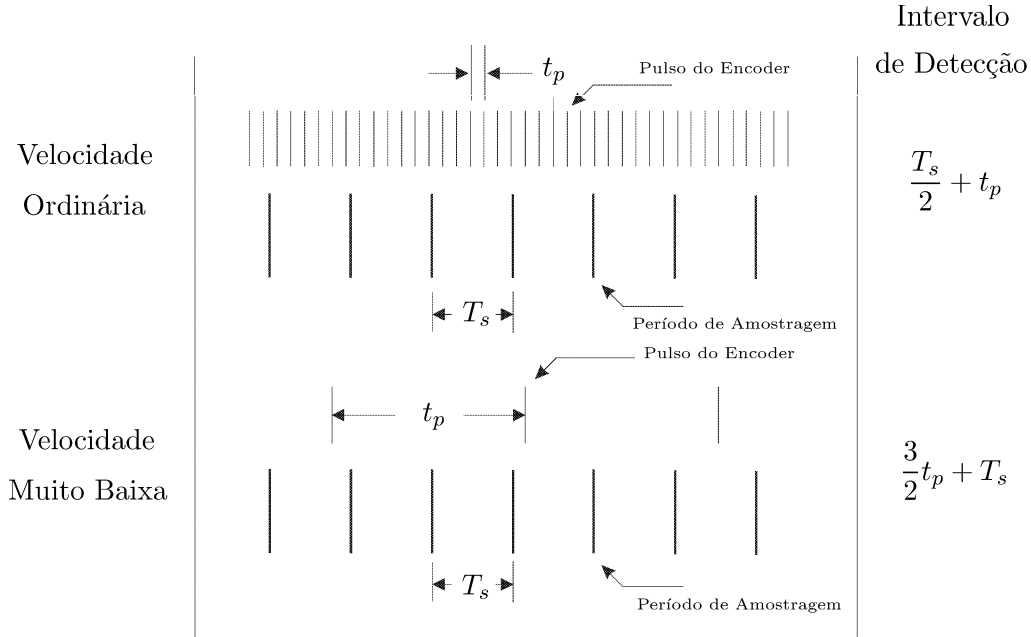


Figura 4.8: Relação entre o pulso do encoder e o período de amostragem.

dade do motor é determinada calculando a diferença de uma posição detectado em cada período de amostragem. A resolução do encoder digital [*número de pulsos por volta*] em geral é selecionada suficientemente alta para cada período de amostragem. A técnica amplamente usada justamente de velocidade do motor é $\omega_m = \frac{k_n P}{T_s}$ [faixa de velocidade ordinária] e $\omega_m = \frac{k_n}{t_p}$ [faixa de velocidade muito baixa], onde P é o valor de pulsos contados pelo encoder em cada período de amostragem T_s , t_p é o intervalo de tempo que dura um pulso do encoder e k_n é uma constante de conversão relacionado à resolução do encoder.

Nestes casos, o retardo na detecção da velocidade é suposta como segue. Na faixa de velocidade ordinária, uma velocidade média pode ser detectado durante cada período de amostragem, no outro caso, a detecção da velocidade é atrasado até o pulso seguinte do encoder quando o intervalo do pulso é mais longo do que o período de amostragem. O retardo máximo T_{ds} é expressado aproximadamente como segue, assumindo a velocidade do motor varia linearmente durante o intervalo da detecção. $T_{ds} = \frac{T_s}{2} + t_p$ (faixa de velocidade ordinária), $T_{ds} = \frac{3}{2}t_p + T_s$ (faixa de velocidade muito baixa).

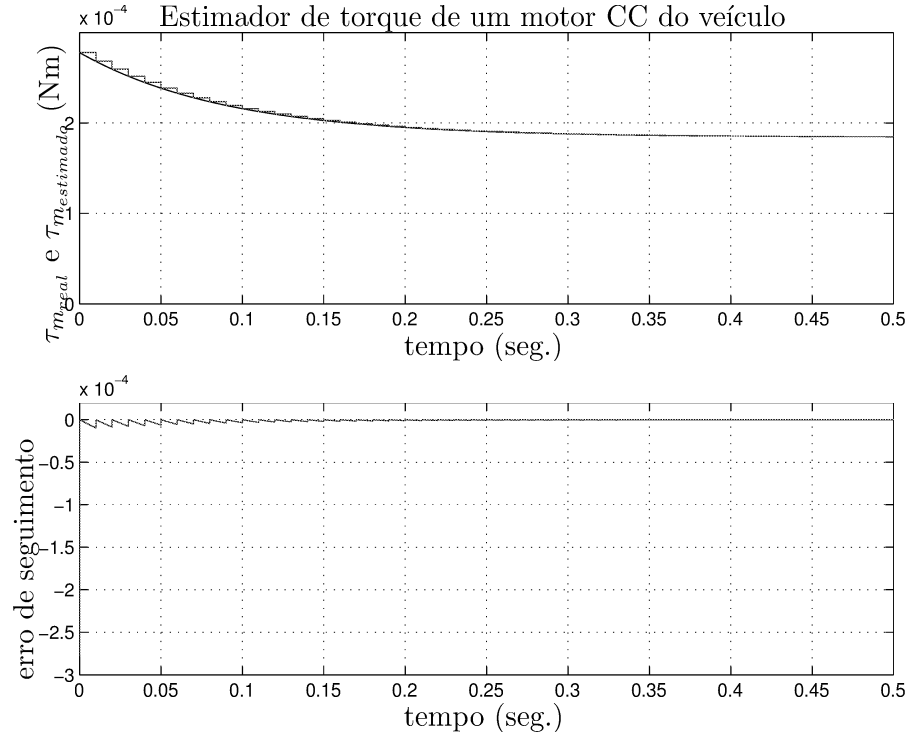


Figura 4.9: Simulação do seguimento do torque real pelo torque estimado, para o veículo com os seguintes parâmetros: $\delta(t) = 0.9$, $V'_d = 4.0 \text{ V}$, $M = 0.108146 \text{ kg}$, $J = 6.615 \times 10^{-5} \text{ kg m}^2$, $B_{lin} = 2.8 \text{ N s/m}$, $B_{ang} = 2 \times 10^{-3} \text{ N m s/rad}$, $K_t = 1.66 \times 10^{-3} \text{ N m/A}$, $K_{em} = 1.66 \times 10^{-3} \text{ V s/rad}$, $R = 21.5 \Omega$, $L = 180 \times 10^{-6} \text{ H}$, dados obtidos do robô *Khepera II*[®] da K-Team S.A.

Determinada a velocidade, a estimação do torque pode ser feita a partir do modelo elétrico reduzido. Considerando as equações (4.20), (4.21), por serem equações idênticas, podem ser expressos por uma equação, com $i = d, e$ representando o motor direito ou esquerdo. O modelo pode ser reescrito como segue

$$\tau_{mi}(t) = \frac{K_{ti}V'_d}{R_i} \delta_i(t) - \frac{K_{emi}K_{ti}}{R_i} \omega_{mi}(t), \quad (4.32)$$

com $V'_d = V_d - 2V_{sat} - \Delta V_d$ e $\delta_i(t) \in [-1, 1] \subset \mathbb{R}$.

A equação (4.32) pode ser considerada como um observador de torque porque geralmente a constante de tempo do motor é muito pequena como neste caso, por causa do sensor que a velocidade média somente é detectado. Na figura 4.9 ilustra-se a validação do observador comparado o torque estimado com o torque real. Observa-se que a dinâmica do sistema real pode ser desprezada neste caso.

4.6 Projeto do Sistema de Controle

Os modelos desenvolvidos serão utilizados no projeto de controladores lineares com inclusão da compensação da não linearidade de atrito vista anteriormente. O esquema de controle proposto é mostrado na figura 4.10.

A estratégia de controle proposta no esquema em blocos possui uma estrutura em cascata para cada atuador elétrico. O torque é controlado a partir da sua estimação e a partir deste é controlada a velocidade. Os efeitos causados pelos conjugados de atrito são compensados com um observador de atrito que modela o fenômeno. A fonte de tensão primária que alimenta o sistema é considerada um valor constante invariante no tempo V_d' . Os atuadores são comandados por sinais modulados por largura de pulso digital δ_i . A detecção da posição é feita a partir da leitura dos encoders incrementais e a velocidade média é a diferença de cada pulso detectado em cada período de amostragem. O sistema de controle proposto será aplicado ao veículo robô móvel *Khepera II* para garantir a funcionalidade e melhor desempenho do sistema, como será visto no capítulo 5.

4.6.1 Controlador de Torque

Os controladores em cascata permitem o controle de forma eficiente, estes serão utilizados e considera-se que o robô possui processamento local. Além disso os atuadores que comandam o sistema são considerados com características similares e é possível um perfeito desacoplamento se as funções de transferências relacionadas a cada um dos motores forem iguais. Partindo dessa premissa da equação (4.32), considerando $\omega_{mi}(t)$ como perturbações e aplicando a Transformada de Laplace para condições iniciais nulas tem-se:

$$\tau_{mi}(s) = \frac{K_{ti}V_d'}{R_i} \delta_i(s), \quad (4.33)$$

como a dinâmica do motor possui uma constante de tempo desprezível por tanto, passa a ser somente um ganho. A figura 4.11, ilustra o diagrama em blocos do esquema de controle de torque a partir da sua estimação.

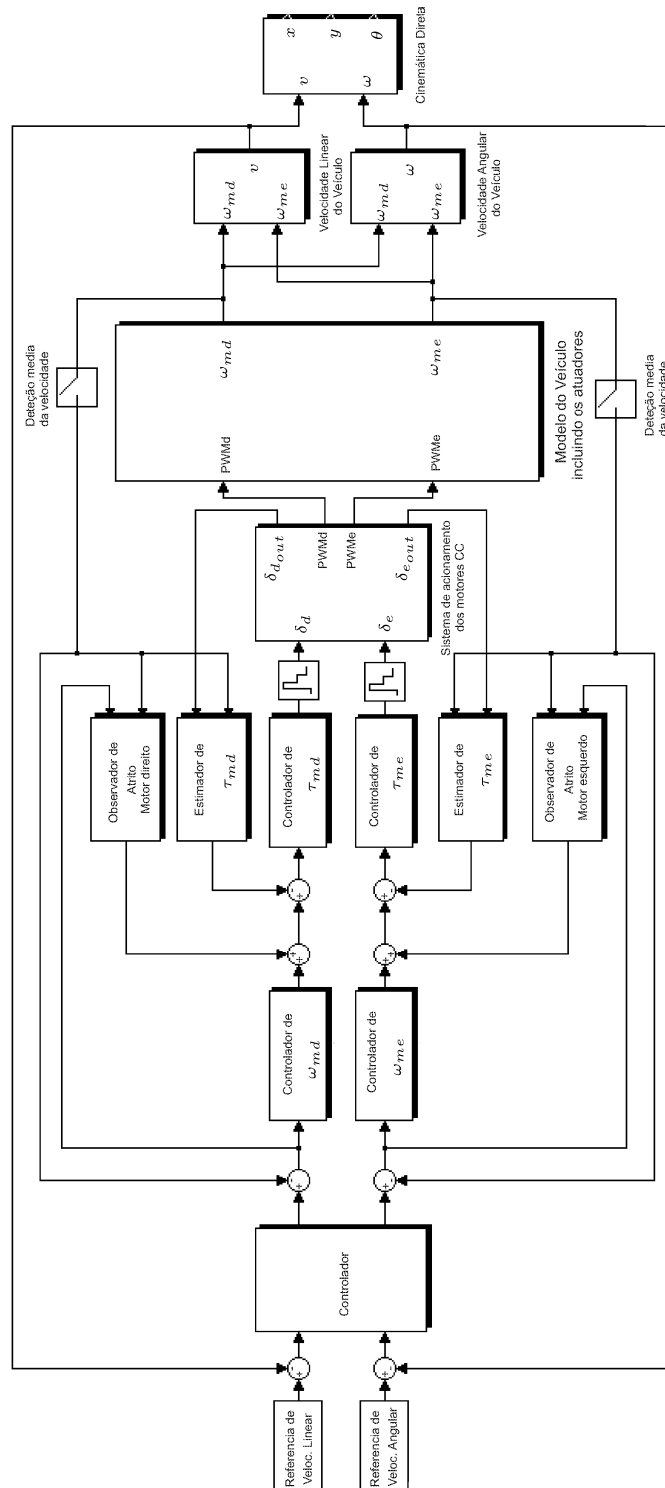


Figura 4.10: Diagrama em blocos do sistema de controle proposto para o robô móvel com duas rodas ativas acionados por atuadores elétricos CC, com inclusão da não linearidade de entrada inerente de tipo atrito.

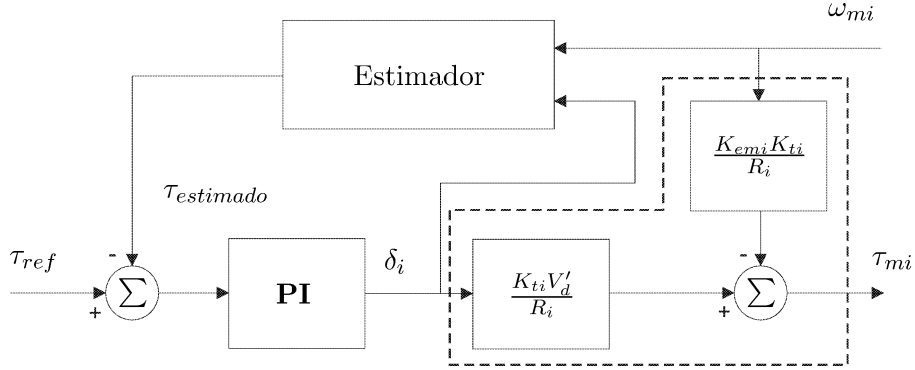


Figura 4.11: Diagrama em blocos do esquema de controle de torque a partir do estimador.

Pode-se utilizar um controlador **PI**⁵ para compensar esse ganho,

$$u(s) = k_p + \frac{k_i}{s}$$

Projeto por Lugar das Raízes

Utilizando-se a transformação bilinear (*Tustin Transformation*) (Ackermann, 1985; Ifeachor e Jervis, 1996) $s' = \frac{2}{T_s} \frac{z-1}{z+1}$, podemos transformar o controlador em um **PI** Digital. Neste controlador a parcela proporcional é utilizada para melhorar o regime transitório e a parcela integral é utilizada para melhorar a resposta em regime permanente do sistema como o acréscimo de um pólo dominante em $z = 1$. Desta forma, um sistema estável que já possui integração, como é o caso, pode alcançar um erro nulo até mesmo para entradas em rampa (Ogata, 1982). Uma possível equação de diferenças para um **PI** digital clássico é:

$$u_n = u_{n-1} + k_p(\varepsilon_n - \varepsilon_{n-1}) + \frac{k_i T_s}{2}(\varepsilon_n + \varepsilon_{n-1}) \quad (4.34)$$

onde a k_p é o ganho proporcional, k_i é o ganho integral, ε é o erro e u é a saída do controlador. A função de transferência deste controlador pode ser escrita como:

$$\frac{U(z)}{E(z)} = D(z) = k_p + k_i \frac{T_s}{2} \left(\frac{z+1}{z-1} \right), \quad (4.35)$$

ou de forma mais compacta como:

$$D(z) = \frac{k(z - z_0)}{z - 1} \quad (4.36)$$

⁵Proporcional + Integral

$$\text{com } k = k_p + \frac{k_i T_s}{2}, \quad z_0 = \frac{k_p - \frac{k_i T_s}{2}}{k_p + \frac{k_i T_s}{2}}.$$

Desta forma, o projeto do controlador consiste em encontrar as constantes k e z_0 que dão origem aos ganhos k_p e k_i respectivamente como:

$$k_p = k \frac{1 + z_0}{2} \quad (4.37)$$

$$k_i = k \frac{1 - z_0}{T_s} \quad (4.38)$$

No projeto do controlador pode-se usar o princípio do dipolo (Kuo, 1992) que se baseia na escolha do zero da função $D(z)$ muito perto do pólo localizado em $z = 1$. Assim, o ganho efetivo proveniente do controlador é essencialmente igual a k na equação (4.36) e a estabilidade relativa do sistema é mantida.

O controlador pode então ser projetado usando-se o método do lugar das raízes. Equação de malha aberta

$$\frac{k(z - z_0)}{z - 1} \frac{K_{ti}}{R_i} V'_d \quad (4.39)$$

e de malha fechada

$$\frac{\frac{k(z - z_0)}{z - 1} \frac{K_{ti}}{R_i} V'_d}{1 + \frac{k(z - z_0)}{z - 1} \frac{K_{ti}}{R_i} V'_d} \quad (4.40)$$

pela condição de fase e módulo.

$$\left| \frac{k(z - z_0)}{z - 1} \frac{K_{ti} V'_d}{R_i} \right| = 1 \quad (4.41)$$

$$\text{logo } k \gg \frac{R_i}{K_{ti} V'_d} \text{ e } z_0 \rightarrow 1$$

4.7 Compensação do Atrito

Sistemas de controle com movimento tipicamente têm uma estrutura cascata com um laço de corrente ou torque [*conjugado eletromagnético*], um laço de velocidade e um laço de posição. Desde que o atrito aparece no laço interno será vantajoso introduzir uma compensação de atrito nesse laço. Porém é dificultoso em sistemas

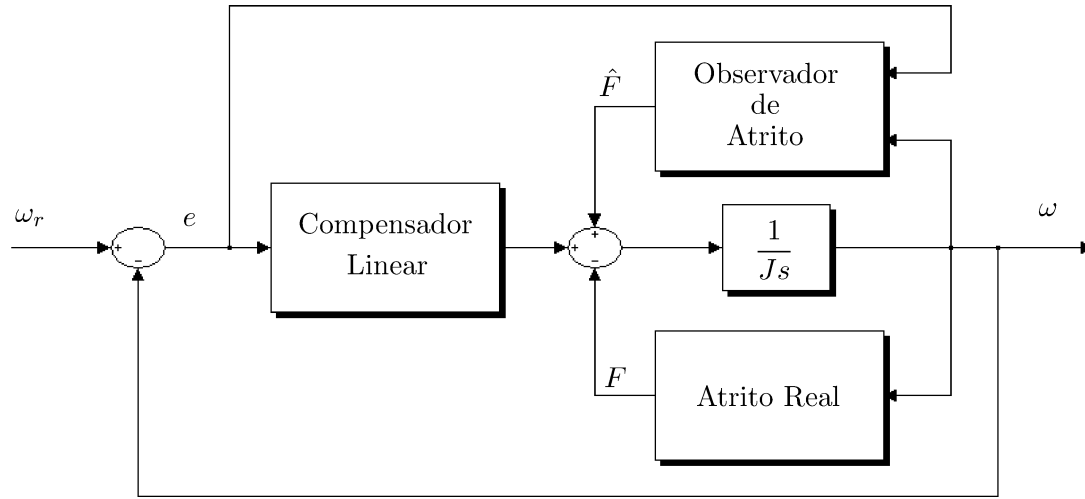


Figura 4.12: Esquema de compensação do atrito para o controle da velocidade de um sistema mecânico em movimento.

convencionais, porque não é facilmente observável ou modificável o laço de torque. Os avanços e desempenhos da micro eletrônica, fizeram possível que sejam implementadas por técnicas de controle por computador (Olsson *et al.*, 1997; Åström e Wittenmark, 1997). Para-se obter uma efetiva compensação do atrito é preciso que a velocidade seja medida ou estimada com uma boa resolução e pequenos tempos de retardo. A compensação se dificulta se existe considerável dinâmica entre o sinal de controle e a força de atrito. O problema do sensor pode também ser considerável com um encoder de pouca resolução no eixo do rotor, sendo uma variável de retardo na estimação da velocidade, como foi observado na seção anterior.

Se um bom modelo de atrito está disponível, é possível usar um esquema de compensação de atrito. A idéia é muito simples. A força de atrito F é estimada usando o modelo, e um sinal que compense a força de atrito estimado $\hat{F}$ é somado ao sinal de controle como é ilustrado na Figura 4.12.

O projeto é baseado na teoria de *passividade*. Isto mostra que o sistema pode ser decomposto dentro de uma realimentação padrão configurado com um bloco linear e um bloco não-linear, a teoria de *passividade* é usada para derivar condições do controlador que garantem que o sistema de malha fechada seja estável. A condição é que a função de transferência resultante do bloco linear seja estritamente positiva

real. Foi provado em (Ioannou e Tao, 1987), que é suficiente para ter um bloco linear estável, que a função de transferência seja **FPR**, resultado muito importante para aplicações desde o ponto de vista prático. O modelo de *LuGre* tem sido muito usado em conexões complexas não-lineares, tais como robôs manipuladores (Lischinsky *et al.*, 1999) e como objeto desta dissertação, a compensação do atrito é feita utilizando este modelo, porque apresenta características estáticas e dinâmicas suficientes para poder alcançar um melhor desempenho de controle da velocidade do veículo.

4.7.1 Seguimento da Velocidade com Compensação do Atrito

Do modelo do veículo (4.26) e (4.27), desacoplando o sistema e considerando a força de atrito como fenômeno principal que se opõe ao movimento no sistema veículo refletido nos atuadores i [direito ou esquerdo], por ser equações idênticas podem ser expressas da seguinte forma

$$\left[\frac{r_i^2}{4\eta_i N_i^2} \left(M + \frac{J}{l^2} \right) + J_{mi} \right] \dot{\omega}_{mi} = \tau_{mi} - F_{mi}(t), \quad (4.42)$$

onde $F_{mi}(t)$ são as forças de reação que modelam o fenômeno que se opõe ao movimento [torque de atrito] do veículo refletido nos mancais dos motores.

Utilizamos o modelo de *LuGre* para ambos atuadores

$$\bar{J}_{mi} \dot{\omega}_{mi}(t) = \tau_{mi}(t) - F_{mi}(t) \quad (4.43)$$

onde

$$\begin{aligned} \bar{J}_{mi} &= \frac{r_i^2}{4\eta_i N_i^2} \left(M + \frac{J}{l^2} \right) + J_{mi} \\ F_{mi}(t) &= \sigma_{0i} z_i(t) + \sigma_{1i} \frac{dz_i(t)}{dt} + \alpha_{2i} \omega_{mi}(t) \\ \frac{dz_i(t)}{dt} &= \omega_{mi}(t) - \frac{\sigma_{0i}}{g(\omega_{mi}(t))} |\omega_{mi}(t)| z_i(t) \\ g(\omega_{mi}(t)) &= \alpha_{0i} + \alpha_{1i} e^{-(\omega_{mi}(t)/\omega_{mSi})^2} \end{aligned}$$

com os parâmetros estáticos $[\alpha_{0i}, \alpha_{1i}, \alpha_{2i}]$ e os parâmetros dinâmicos $[\sigma_{0i}$ e $\sigma_{1i}]$, previamente identificados.

Considerando o esquema para o estimador do atrito não linear como as equações (3.3) e (3.4), podem ser escritos da seguinte forma

$$\frac{d\hat{z}_i(t)}{dt} = \omega_{mi}(t) - \sigma_{0i} \frac{|\omega_{mi}(t)|}{g(\omega_{mi}(t))} \hat{z}_i(t) - k_i \varepsilon_{mi}(t), \quad k_i > 0 \quad (4.44)$$

$$\hat{F}_{mi}(t) = \sigma_{0i} \hat{z}_i(t) + \sigma_{1i} \frac{d\hat{z}_i(t)}{dt} + \alpha_{2i} \omega_{mi}(t) \quad (4.45)$$

onde $\hat{z}_i$ é o estado estimado do estado interno z_i , não mensurável, para que haja uma transição suave do atrito na origem e garanta que o efeito *Pré-Sliding* seja modelado. $\hat{F}_{mi}$ é a força de atrito estimado e $\varepsilon_{mi} = \omega_{mi} - \omega_{rmi}$ é o erro de velocidade e ω_{rmi} é a velocidade de referencia desejada do motor i que é assumida diferenciável, o termo $k_i \varepsilon_i$ no estimador é um termo de correção em função do erro da velocidade.

Considerando a seguinte lei de controle

$$\tau_{mi}(t) = -\mathcal{L}^{-1} \{ \bar{J}_{mi} H_{mi}(s) \varepsilon_{mi}(s) \} + \bar{J}_{mi} \frac{d\omega_{rmi}(t)}{dt} + \hat{F}_{mi}(t), \quad (4.46)$$

provado o Teorema 3.1, $H_{mi}(s)$ pode ser obtido de $G_i(s)$ sempre que seja **FSPR**, onde

$$G_i(s) = \frac{\sigma_{1i} s + \sigma_{0i}}{\bar{J}_{mi} s + \bar{J}_{mi} H_{mi}(s)}.$$

4.8 Síntese do Controlador $H_{mi}(s)$

Um sistema de controle baseado em compensação do atrito como ilustrado na figura 4.10 em diagrama em blocos, incluindo um controlador clássico **PID** padrão, melhora o desempenho de seguimento de trajetória (Canudas de Wit *et al.*, 1995). Porém, visto na prova do teorema 3.1 é importante entender, que para garantir que o erro da velocidade $\varepsilon_{mi} = \omega_{mi}(t) - \omega_{rmi}(t) = -\mathcal{L}^{-1} \{ G_i(s) \tilde{z}(s) \}$ tenda assintoticamente a zero quando $t \rightarrow +\infty$, $G_i(s)$ deverá ser projetado como uma função de transferência dissipável **FSPR**.

Para que $G_i(s)$ seja **FSPR**, projetado com controlador clássico, deverá cumprir a seguinte definição.

Definição 4.1 (Marquez e Damaren (1995)). *Seja denotado $\mathcal{P}^n$ conjunto de polinômios reais de n -ésimo grau no domínio de s . Considere-se uma função racional $G(s) = \frac{p(s)}{q(s)}$, onde $p(s) \in \mathcal{P}^n$ e $q(s) \in \mathcal{P}^m$. Logo, $G(s)$ é dita de classe $\mathbb{Q}$ se e*

somente se: (i) $q(s)$ é um polinômio de Hurwitz [i.e., todas as raízes estão no semiplano esquerdo do plano s] e (ii) $\text{Re}[G(j\omega)] > 0, \forall \omega \in [0, \infty)$. $G(s)$ é dito **FSPR** se está dentro da classe $\mathbb{Q}$ e a diferença de ordem dos polinômios do numerador e denominador diferirem em $-1, 0$, ou 1 . Assumindo agora que $G(s)$ é **FSPR** e estritamente própria. Então, $G(s)$ é dita fortemente **FSPR**, ou simplesmente **FSPR**, (Ioannou e Tao, 1987), se em adição satisfaz

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \omega^2 \text{Re}[G(j\omega)] > 0.$$

Uma observação importante é diferenciar entre uma função **FSPR** e uma função que meramente pertence à classe $\mathbb{Q}$. Claramente, se $G(s)$ é **FSPR** então $G(s) \in \mathbb{Q}$. O inverso não é sempre verdadeiro.

Para aplicações práticas em teoria de controle devem-se considerar os seguintes casos (Marquez e Damaren, 1995):

- (i) Dado um polinômio de Hurwitz $q(s) \in \mathcal{P}^n$, encontrar as condições necessárias e suficientes para o polinômio $p(s)$ que pertença ao conjunto

$$\mathcal{P} = \{p(s) \in \mathcal{P}^n \mid G(s) = p(s)/q(s) \in \mathbb{Q}\}$$

- (ii) Dado um polinômio de Hurwitz $q(s)$, encontrar o subconjunto $\mathcal{P}_{sp} \subset \mathcal{P}$ dado por

$$\mathcal{P}_{sp} = \{p(s) \in \mathcal{P} \mid \lim_{s \rightarrow \infty} G(s) = 0\}$$

aqui, se $p(s) \in \mathcal{P}_{sp}$, então $p(s)/q(s)$ é estritamente próprio e **FSPR**.

- (iii) Dado um polinômio de Hurwitz $q(s)$, encontrar um subconjunto $\mathcal{SP}_{sp} \subset \mathcal{P}$ dado por

$$\mathcal{SP}_{sp} = \{p(s) \in \mathcal{P}_{sp} \mid \lim_{\omega \rightarrow \infty} \omega^2 \text{Re}[G(j\omega)] > 0\}.$$

Baseado nesses casos anteriores é possível projetar $H_{mi}(s)$ com controlador clássico dos tipos

• **PD**

$$G_i(s) = \frac{\sigma_{1i} s + \sigma_{0i}}{\bar{J}_{mi} s + K_p + K_d s} = \frac{\sigma_{1i} s + \sigma_{0i}}{(\bar{J}_{mi} + K_d) s + K_p} \quad (4.47)$$

A equação (4.47), é claramente **FSPR**, se projetado os ganhos K_p e K_d deva cumprir com a definição 4.1, com uma constante de tempo igual a $\frac{\bar{J}_{mi} + K_d}{K_p}$.

- **PID**

$$\begin{aligned}
 G_i(s) &= \frac{\sigma_{1i} s + \sigma_{0i}}{\bar{J}_{mi} s + K_p + K_d s + \frac{K_i}{T_f s + 1}} \\
 &= \frac{(T_f s + 1)(\sigma_{1i} s + \sigma_{0i})}{T_f(\bar{J}_{mi} + K_d) s^2 + (\bar{J}_{mi} + K_p T_f + K_d) s + K_p + K_i} \quad (4.48)
 \end{aligned}$$

A equação (4.48), é projetada com um controlador clássico **PID** com ação integral filtrada, porque claramente é notado que um controlador **PID** com ação integral pura, [i.e., $H_{mi}(s) = K_p + K_d s + \frac{K_i}{s}$], não satisfaz a condição **FSPR** para alguns valores de K_p , K_d e K_i .

4.9 Sumário

Neste capítulo foi concebido, projetado e implementado um controlador em cascata com compensação do atrito para o veículo robô móvel com duas rodas diferenciais, derivado do modelo apresentado em Laura (2006). Na Seção 4.2 definimos o problema e seguidamente foi apresentado o modelo dinâmico reduzido para o modelo elétrico e o modelo mecânico do veículo sem inclusão das não linearidades e as forças de reação que se opõem ao movimento em 4.4. Em 4.5 foram desenvolvidos o estimador e o projeto de controle de torque em 4.6. As forças de reação foram modeladas utilizando o modelo de LuGre para o atrito estático e dinâmico para efeitos de controle para o veículo com duas rodas diferenciais ativas em 4.7. Finalmente, em 4.8 foi apresentada a síntese do controlador $H_{mi}(s)$ linear para o veículo.

Capítulo 5

Implementação do Sistema de Controle em um Sistema Real

Neste capítulo apresenta-se uma aplicação ao sistema modular KheperaII® da K-Team S. A.; é feita a aplicação da técnica de controle proposto no capítulo precedente em um sistema real, fazendo uma análise comparativa validando o esquema de controle com os resultados de simulação.

5.1 Introdução

RECENTEMENTE, o desenvolvimento de sistemas de controle de sistemas mecânicos com compensação de atrito tem recebido considerável atenção por parte de pesquisadores. Isto tem contribuído para solução de muitos problemas técnicos em engenharia de controle e automação de sistemas mecânicos. Em Wiggers *et al.* (2006) apresentam-se resultados práticos da compensação de atrito, utilizando o modelo de LuGre, aplicado ao acionamento de uma máquina de corte a LASER, permitindo aumentar a velocidade de corte e reduzir o erro de seguimento. Entretanto, Garcia (2006) apresenta uma comparação dos modelos de atrito estáticos e dinâmicos de atrito aplicados em válvulas de controle.

A literatura especializada caracteriza os recentes desenvolvimentos de sistemas robóticos, destacando robôs móveis em planejamento do movimento, seguimento de trajetória, estabilização num ponto de equilíbrio, os quais foram projetados a partir de modelos com técnicas de controle, sem o conhecimento do comportamento local frente as não linearidades inerentes de entrada no sistema. Estas não linearidades,

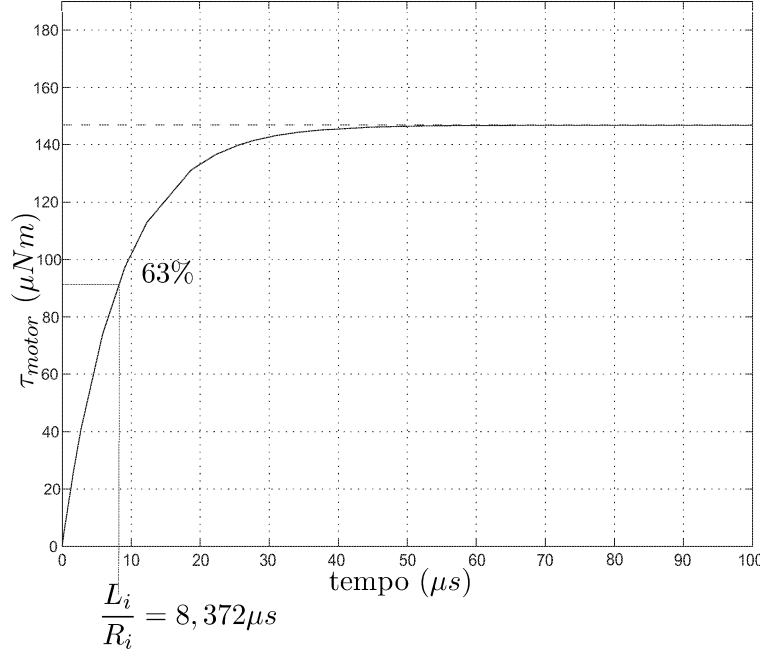


Figura 5.1: Resposta ao degrau do motor CC do veículo robô *Khepera II*.

particularmente o atrito, de fato causa um desempenho pobre, deterioramento de servomecanismos, como no caso de robôs, e em alguns casos podem levar a instabilidade, se uma estratégia apropriada de controle não é projetada (Lischinsky *et al.*, 1999; Jatta *et al.*, 2006; Bona e Indri, 2005).

5.2 Estimador e Controlador de Torque dos Motores CC para o Robô Khepera II

A figura 5.1, ilustra a simulação da resposta ao degrau de um dos motores CC das equações dos modelos elétricos (4.16) e (4.17) para veículo robô *Khepera II* onde foi inserida uma referência de torque $\tau_{ref} = 1.46 Nm$. Observa-se que a dinâmica é muito rápida com uma constante de tempo de 8,372 μs . O robô *Khepera II*, tem implementado uma rotina de interrupção que detecta cada pulso do encoder incremental que atualiza o contador de posição de cada roda com um tempo mínimo de amostragem de 10ms, o que dificulta a implementação da compensação da dinâmica elétrica dos motores.

Baseado nessa observação, foi considerado um modelo reduzido para o modelo elétrico dos motores CC do robô, indicado nas equações 4.20 e 4.21.

5.2.1 Estimador de Torque

Como foi visto no capítulo 4, neste caso será utilizado esse método proposto para a estimação do torque para o robô *Khepera II*, considerando a equação (4.32) que foi feito em regime permanente desprezando a constante de tempo elétrica do motor por ser muito pequena e indetectável pelo encoder implementado como sensor de captura e detecção de posição e velocidade. Substituindo na equação (4.32) os parâmetros da Tabela C.2 do Apêndice C, no caso discreto tem-se

$$\tau_{mi}(n) = 3.08837 \times 10^{-4} \delta_i(n) - 1.28167 \times 10^{-7} \omega_{mi}(n) \quad (5.1)$$

A Figura 5.2, ilustra a comportamento do torque estimado, equação (5.1), frente ao torque das equações (4.16)-(4.19), observa-se que o estimador acompanha o valor modelo de torque com dinâmica (considerando um período de amostragem de $10ms$)¹

5.2.2 Controlador de Torque

Feito o estimador de torque, o controlador é projetado da equação reduzida do torque e aplicado à equação (4.33) que é um ganho. Utilizou-se um controlador PI projetado por lugar geométrico das raízes para o controlador discreto como foi desenvolvido no capítulo 4. O valores determinados são $k = 15000$ e $z_0 = 0.1$. A figura 5.3 ilustra o seguimento do torque de referencia, ilustra-se também a evolução do comportamento da largura de pulso $\delta_i(n)$ simulado no sistema.

5.3 Identificação dos Parâmetros do Modelo de Atrito de LuGre para o Robô

A identificação dos parâmetros estáticos e dinâmicos é tratada em Canudas de Wit e Lischinsky (1997). Esta referência indica a necessidade de fazer alguns ensaios

¹O período de amostragem utilizado na interrupção da detecção das velocidades medias dos motores do veículo foi considerado o valor de $T_s = 10ms$.

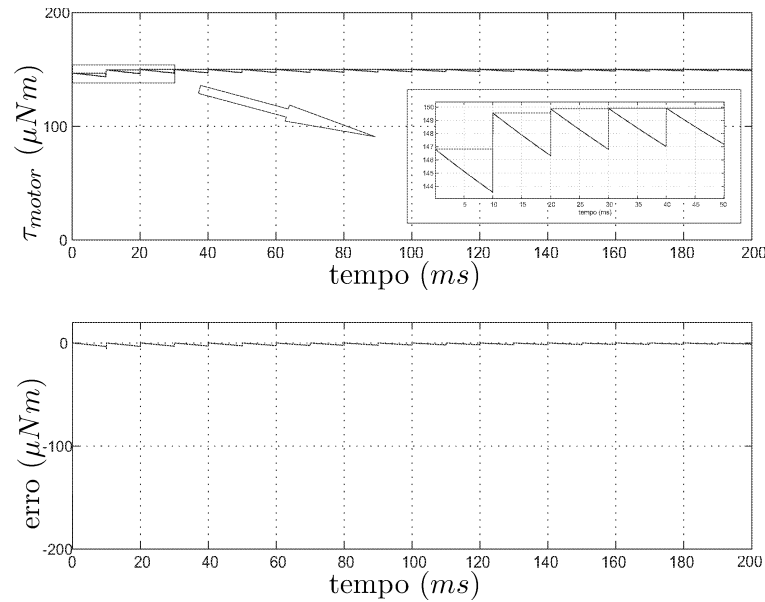


Figura 5.2: Estimador de torque do motor para o veículo robô *Khepera II*.

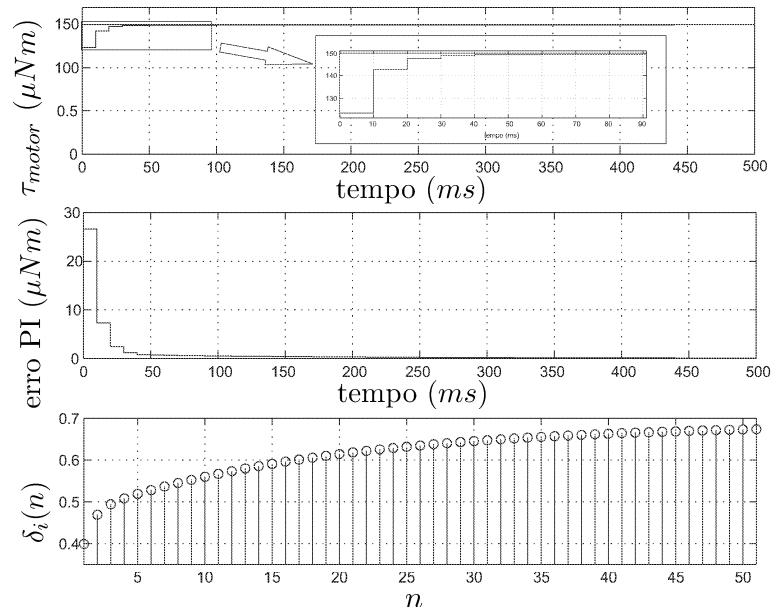


Figura 5.3: Seguidor de torque controlado para o robô khepera II, com parametros $z_0 = 0.1$ e $k = 15000$ para o controlador **PI** digital.

para a determinação dos parâmetros estáticos e dinâmicos do modelo de LuGre. Em Altpeter (1999) indica-se fazer três ensaios: um ensaio para determinar os quatro parâmetros estáticos α_{0i} , α_{1i} , α_{2i} e ω_{mSi} , dois ensaios para determinar σ_{0i} e σ_{1i} . Cada experimento deve ser projetado para visualizar uma das propriedades de atrito, excluindo as outras dinâmicas no sistema.

5.3.1 Estimação dos Parâmetros Estáticos

Os parâmetros estáticos podem ser estimados a partir da curva da força de atrito em função da velocidade, estas curvas são obtidas de experimentos realizados a velocidade em regime permanente [detecção média da velocidade e valores de entrada do torque].

Alguns experimentos foram feitos para o robô *Khepera II*, com os diferentes módulos adicionais [veículo, garra e câmera], cada um destes experimentos feitos de forma individual comandados por sinais modulados por largura de pulso² (**DPWM**) em cada um dos motores **CC**. A detecção média da velocidade é feita por meio da leitura de um encoder incremental localizado no eixo do motor, que é a diferença das posições com período de amostragem de $10ms$. O torque foi calculado pelas equações (4.18) e (4.19), onde pela lei de Ohm,

$$u_i(n) = V_d' \delta_i(n) = R_i i_i(n), \quad \tau_{mi}(n) = \frac{K_{ti} V_d'}{255 \times R_i} \delta_i(n) \quad (5.2)$$

com $\delta_i(n) \in [-255, 255] \subset \mathbb{Z}$, os pontos foram coletados com períodos de amostragem de um segundo, garantindo assim leituras da velocidade e força de atrito em regime permanente para o sistema. Nas Figuras 5.4(a) e 5.4(b), ilustram-se, as curvas do torque de atrito em função da velocidade em ambos sentidos do veículo [base móvel], para as rodas, refletidos nos motores esquerdo [o] e direito [x] respectivamente.

As Figuras 5.5 e 5.6, ilustram-se os experimentos com os diferentes módulos adicionais para o Veículo, Garra e Câmera.

Com os dados coletados visando identificar os parâmetros estáticos e a velocidade de *Stribeck*, técnicas algorítmicas de otimização foram usadas para a equação do torque de atrito em regime permanente descrito na equação (2.11).

²Digital Pulse Width Modulation

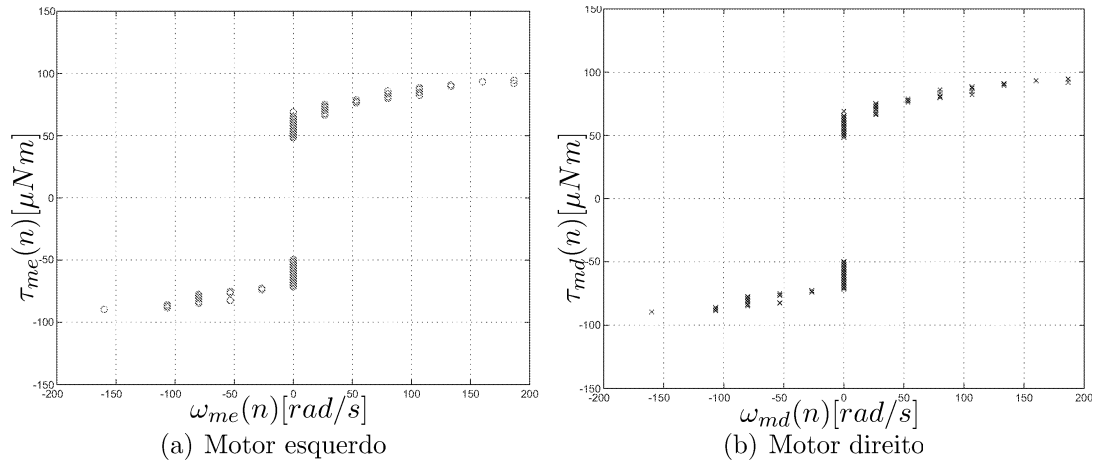


Figura 5.4: Valores obtidos no experimento para o torque de atrito do Robô Khepera II em função da velocidade, pontos coletados em regime permanente com tempo de amostragem de um segundo para os motores esquerdo [o] e direito [x] respectivamente, em ambos sentidos.

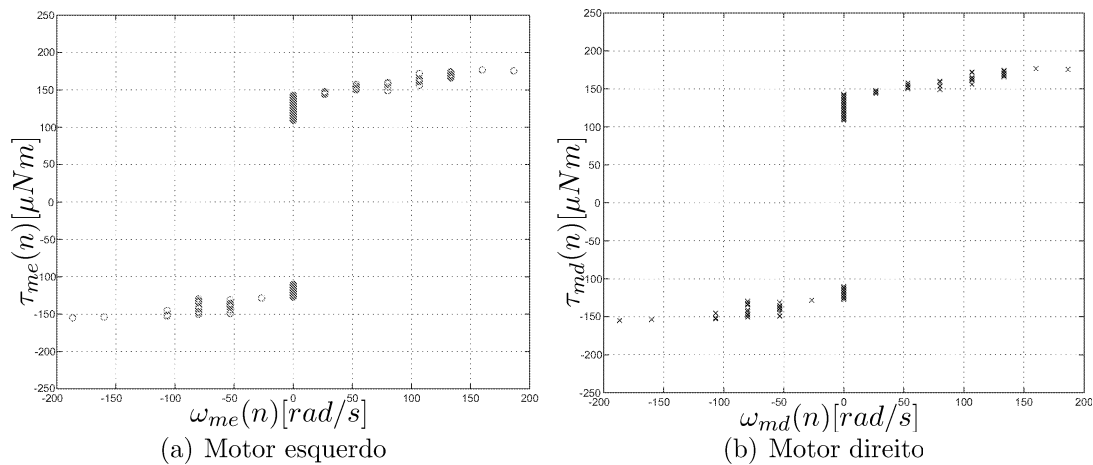


Figura 5.5: Experimento para o torque de atrito da base do Robô Khepera II incluindo a garra em função da velocidade. Pontos coletados em regime permanente com tempo de amostragem de um segundo para os motores esquerdo [o] e direito [x] respectivamente, em ambos sentidos.

Seção 5.3. Identificação dos Parâmetros do Modelo de Atrito de LuGre para o Robô77

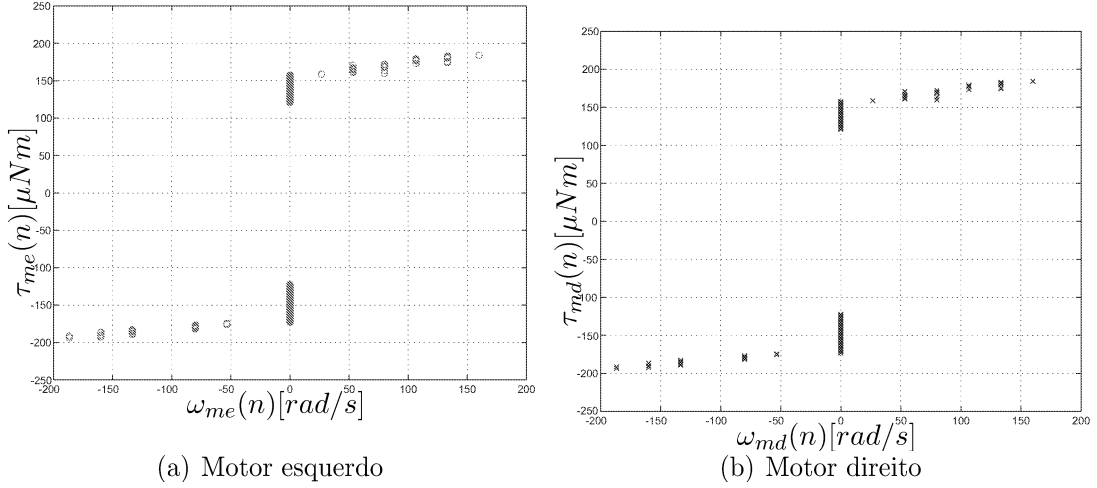


Figura 5.6: Experimento para o torque de atrito da base do Robô Khepera II incluindo a garra e a câmera de vídeo em função da velocidade. Pontos coletados em regime permanente com tempo de amostragem de um segundo para os motores esquerdo [o] e direito [×] respectivamente, em ambos sentidos.

A função custo a ser minimizada é

$$\min_{\hat{\alpha}_{0i}, \hat{\alpha}_{1i}, \hat{\alpha}_{2i}, \hat{\omega}_{mSi}} \sum_{k=1}^n [F_{ss}(\omega_{mi}) - \hat{F}_{ss}(\omega_{mi})]^2 \quad (5.3)$$

onde $F_{ss}(\omega_{mi})$ são os valores medidos durante movimentos a velocidade ω_{mi} constante do motor i com n amostras, $[\tau_{ss} = F_{ss}]$ e $\hat{F}_{ss}(\omega_{mi})$ é o torque de atrito estimado em regime permanente dado por

$$\hat{F}_{ss}(\omega_{mi}) = (\hat{\alpha}_{0i} + \hat{\alpha}_{1i} e^{-(\omega_{mi}/\hat{\omega}_{mSi})^2}) \text{sgn}(\omega_{mi}) + \hat{\alpha}_{2i} \omega_{mi} \quad (5.4)$$

Observando as Figuras 5.4, 5.5 e 5.6, possuem características similares com componentes de atrito de *Coulomb* e o atrito *viscoso*, isto é devido a que a detecção media a baixas velocidades não foi possível, por causa da baixa resolução da detecção pelo encoder incremental, resultando só componentes com $\omega_{mi} > 0$ com incrementos de $8 \times 10^{-3} \times \frac{N_i}{r_i} = 26.6667$, refletido nos motores. A equação 5.4 é reduzida ao seguinte

$$\hat{F}_{ss}(\omega_{mi}) = \hat{\alpha}_{0i} \text{sgn}(\omega_{mi}) + \hat{\alpha}_{2i} \omega_{mi} \quad (5.5)$$

O algoritmo de otimização para determinar a busca dos parâmetros estáticos da função custo, usado foi o *simplex*, implementado pela função **fminunc** do Toolbox de otimização de Matlab [Ver o apêndice D das rotinas implementadas].

Tabela 5.1: Parâmetros estáticos da força de atrito, para o Robô *Khepera II*, com $\alpha_{1i} = 0$ e $\omega_{mSi} = 0$

	$\alpha_{0i} (1.0 \times 10^{-004} Nm)$		$\alpha_{2i} (1.0 \times 10^{-004} Nms/rad)$	
Módulo	$i = esquerda$	$i = direito$	$i = esquerda$	$i = direito$
Veículo	0.69692	0.69692	0.00135	0.00135
	-0.75282	-0.75282	0.00068	0.00068
Veículo + garra	1.39538	1.39538	0.00222	0.00222
	-1.30629	-1.28792	0.00150	0.00171
Veículo + garra + câmera	1.54691	1.54691	0.00182	0.00182
	-1.70742	-1.70742	0.00114	0.00114

Os parâmetros estáticos identificados com os diferentes módulos adicionais para o veículo, garra e câmera são resumidos na Tabela 5.1 e nas Figuras 5.7(a) e 5.7(b) ilustra-se os resultados das estimações dos parâmetros estáticos para o Robô *Khepera II* nos motores esquerdo e direito.

5.3.2 Estimação dos parâmetros dinâmicos

Como no caso dos parâmetros estáticos, os parâmetros dinâmicos σ_0 e σ_1 , precisam ser estimados por métodos de otimização numérica não linear [sempre que os parâmetros estáticos e a inércia do sistema sejam a priori conhecidos]. Em Canudas de Wit e Lischinsky (1997) propõe-se realizar experimentos em malha aberta para realçar os efeitos dos parâmetros dinâmicos $\sigma = [\sigma_0, \sigma_1]$ e a condição inicial razoável de busca para o vetor estimado, os dados coletados podem então ser usados para $\hat{\sigma}$ que minimiza o erro da função custo

$$E \{q_m, q_{m_m}; \hat{\sigma}\} = \sum_{n=0}^N [q_m(n, \sigma) - q_{m_m}(n, \hat{\sigma})]^2 \quad (5.6)$$

onde $q_m(n, \sigma)$ é a n-ésima amostra da posição do motor e $q_{m_m}(n, \hat{\sigma})$ é o n-ésimo valor da posição do motor obtido do modelo por integração numérica do sistema dado por

$$J \frac{d^2 q_{m_m}}{dt^2} = \tau_m - \hat{F} \quad (5.7)$$

$$\frac{dz}{dt} = \omega_{m_m} - \hat{\sigma}_0 \frac{|\omega_{m_m}|}{g(\omega_{m_m})} z \quad (5.8)$$

Seção 5.3. Identificação dos Parâmetros do Modelo de Atrito de LuGre para o Robô79

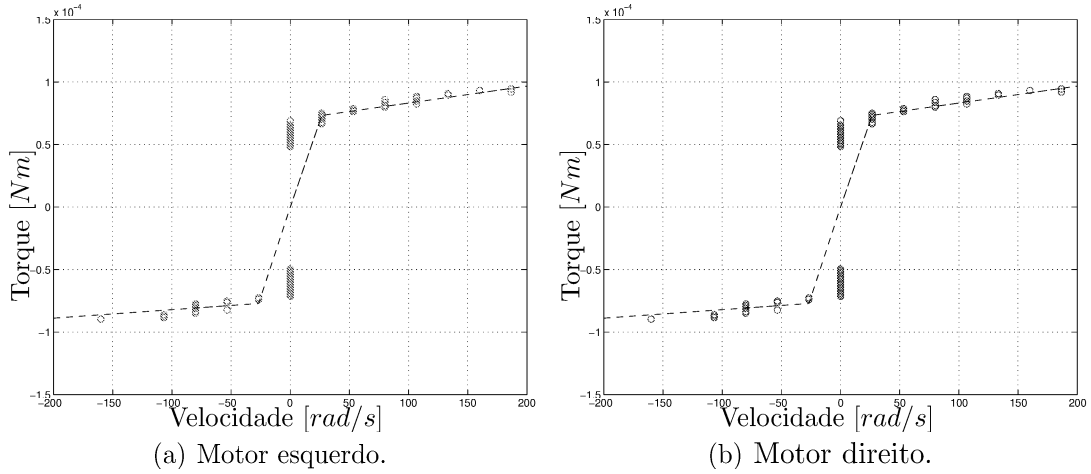


Figura 5.7: Valores estimados para Força de atrito de Coulomb e atrito viscoso, obtidos no experimento para o veículo nos motores (a) esquerdo e (b) direito respectivamente em ambos sentidos.

$$\hat{F} = \hat{\sigma}_0 z + \hat{\sigma}_1 \frac{dz}{dt} + \alpha_2 \omega_{m_m} \quad (5.9)$$

$\hat{\sigma} = [\hat{\sigma}_0, \hat{\sigma}_1]$ é o vetor de parâmetros estimados e $\omega_{m_m} = \frac{dq_{m_m}}{dt}$. A cada passo do procedimento de estimação, o algoritmo de otimização chama uma rotina de integração numérica para computar $q_{m_m}(n, \hat{\sigma})$, $\forall n = 0, 1, 2, \dots, N$, usando (5.7)–(5.9). Os dados são amostrados a cada 10ms. Características de movimentos *stick-slip* e transitórios devido a velocidade reversa são altamente sensíveis para os valores de σ (Canudas de Wit e Lischinsky, 1997). De modo a obter uma adequada condição inicial para $\hat{\sigma}$, procede-se da seguinte forma. Durante movimentos na fase *stiction* [quando o torque é menor que a força de ruptura], a velocidade ω_m e o estado interno z não são necessários ser considerados. Assim $g(\omega_m) \approx \alpha_0$ e $\tau_m \approx F \approx \sigma_0 z$. Assumindo que o experimento $z(t)$ pode ser computado explicitamente com $[z(0) = 0]$ de

$$\frac{dz}{dt} = \omega_m - \frac{\tau_m}{\alpha_0} |\omega_m|$$

Usando uma função rampa para $\tau_m(t) = c t$ com pequeno $c > 0$, integrando a equação para $\omega_m > 0$

$$z(t) = q_m(t) - q_m(0) + \frac{c}{2\alpha_0} \left(q_m(t)t + \int_0^t q_m(\rho) d\rho \right)$$

em que $z(t)$ pode assim ser computado durante o intervalo de tempo $[0, T]$ e o valor inicial para $\hat{\sigma}_0$ pode ser obtido da seguinte relação de aproximação $\tau_m(t) = \sigma_0 z(t)$,

i.e.

$$\hat{\sigma}_0 \approx \frac{Z^T \tau_m}{Z^T Z}$$

onde Z e τ_m são os vetores que contem as amostras de $z(t)$ e $\tau_m(t)$ respectivamente.

Para obter o valor inicial de busca para σ_1 com $[\omega_m \approx 0, z \approx 0]$ pode ser aproximado por

$$J \frac{d^2 q_m}{dt^2} + (\sigma_1 + \alpha_2) \frac{dq_m}{dt} + \sigma_0 q_m = \tau_m(t)$$

Observação 5.1. Os parâmetros dinâmicos σ_{0i} e σ_{1i} escolhidos são $\sigma_{0i} = 10nNm/rad$ e $\sigma_{1i} = 1nNms/rad$, este ultimo para garantir que o modelo de atrito tenha um amortecimento crítico na evolução de z .

5.4 Controle da velocidade dos Motores com Compensação do Atrito

Da equação (4.43), a inércia do sistema robótico, substituído com os parâmetros da tabela C.2 do apêndice C é $\bar{J}_{mi} = 2,48433218 \times 10^{-8} kgm^2$, sendo a constante de tempo mecânica do sistema $T_m = \frac{\bar{J}_{mi}}{\alpha_{2i}} \approx 184ms$.

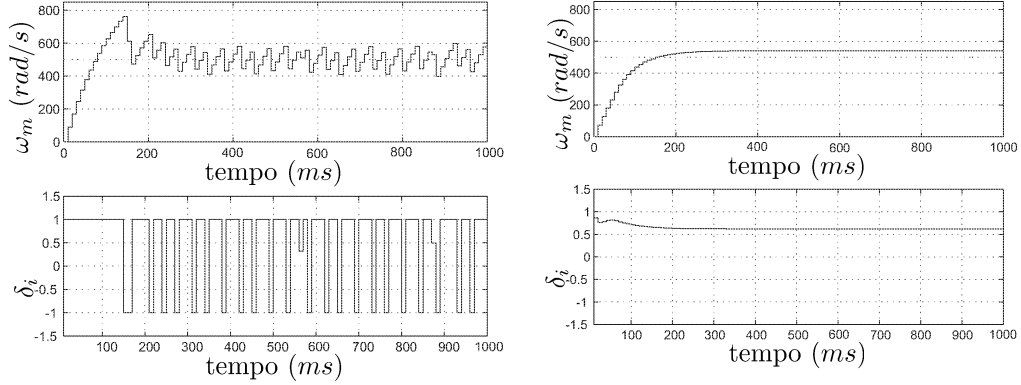
Para implementação do modelo de atrito de LuGre, foi utilizado um modelo discretizado pelo método de Euler reverso. Este modelo está apresentado na equação (5.10)

$$\begin{aligned} \hat{F}_i(n) &= (\sigma_{1i} + \alpha_{2i})\omega_{mi}(n) + \left(\sigma_{0i} - \frac{\sigma_{0i}\sigma_{1i}}{\alpha_{0i}} |\omega_{mi}(n)| \right) \hat{z}_i(n) - \sigma_{1i}k_i\varepsilon_{mi}, \quad k_i > 0 \quad (5.10) \\ \hat{z}_i(n) &= \frac{\hat{z}_i(n-1) + T_s(\omega_{mi}(n) - k_i\varepsilon_{mi})}{1 + \frac{\sigma_{0i}T_s}{\alpha_{0i}} |\omega_{mi}(n)|} \end{aligned}$$

onde $k_i\varepsilon_{mi}$ é o termo de correção em função do erro da velocidade.

O controlador **PD** do sistema, é obtido determinando K_p e K_d os ganhos proporcional e derivativo respectivamente, da condição **FSPR** de

$$G_i(s) = \frac{\sigma_{1i} s + \sigma_{0i}}{\bar{J}_{mi}(s + K_p + K_d s)} = \frac{\sigma_{1i} \left(s + \frac{\sigma_{0i}}{\sigma_{1i}} \right)}{\bar{J}_{mi}(1 + K_d) \left(s + \frac{K_p}{1 + K_d} \right)},$$



(a) Controle de velocidade do motor sem compensação de atrito. (b) Controle de velocidade do motor com compensação de atrito.

Figura 5.8: Comparação entre não compensação e compensação de atrito em controle de velocidade de um veículo.

para ajuste dos ganhos pode ser utilizado o método do lugar das raízes. Como este método não leva em conta as não linearidades ainda presentes, como as saturações, foi feito um ajuste manual por tentativas utilizando os ganhos $K_p \geq \frac{\sigma_{0i}}{\sigma_{1i}}$ e com $K_d > 0$. Os valores determinados são $K_p = 20$ e $K_d = 0.01$, com $k_i = 0.01$.

5.4.1 Resultados Experimentais

Os gráficos 5.8 ilustram as diferenças entre o controle de velocidade sem e com compensação de atrito para uma referencia de velocidade de $\omega_m = 500 \text{ rad/s}$.

A figura 5.8(a), apresenta oscilações limites com variações de larguras de pulso saturados. Entretanto, a compensação de atrito melhora o seguimento de trajetória como na figura 5.8(b).

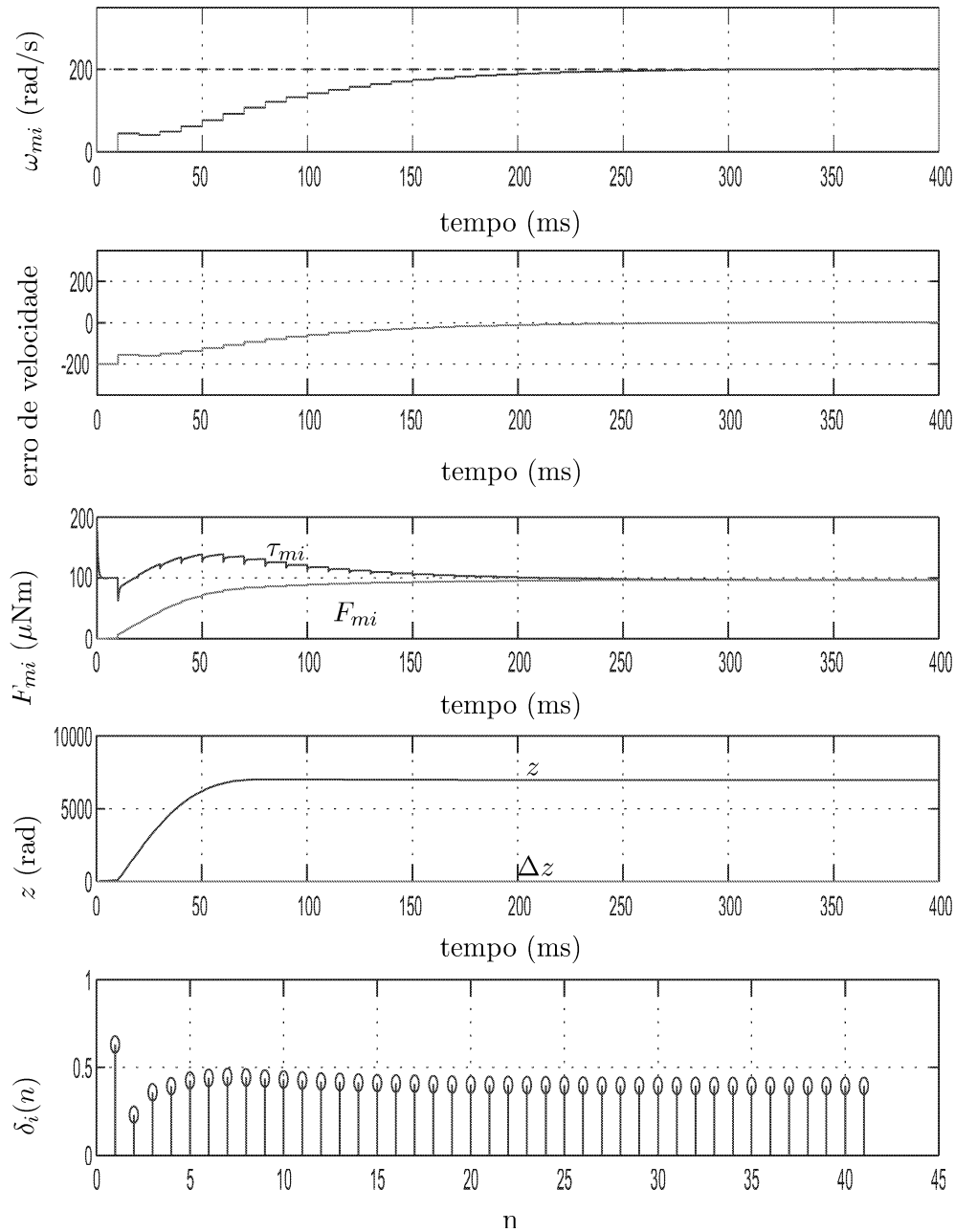


Figura 5.9: Controle de velocidade com compensação de atrito para o Robô Khepera II. $\omega_{mref} = 200 \text{ rad/s}$, $\bar{J}_{mi} = 24,8433218 \text{ nkgm}^2$, $\alpha_{0i} = 69,692 \mu \text{ Nm}$, $\alpha_{1i} = 0$, $\alpha_{2i} = 0,135 \mu \text{ Nms/rad}$, $\sigma_{0i} = 10 \text{ nNm/rad}$ e $\sigma_{1i} = 1 \text{ nNms/rad}$

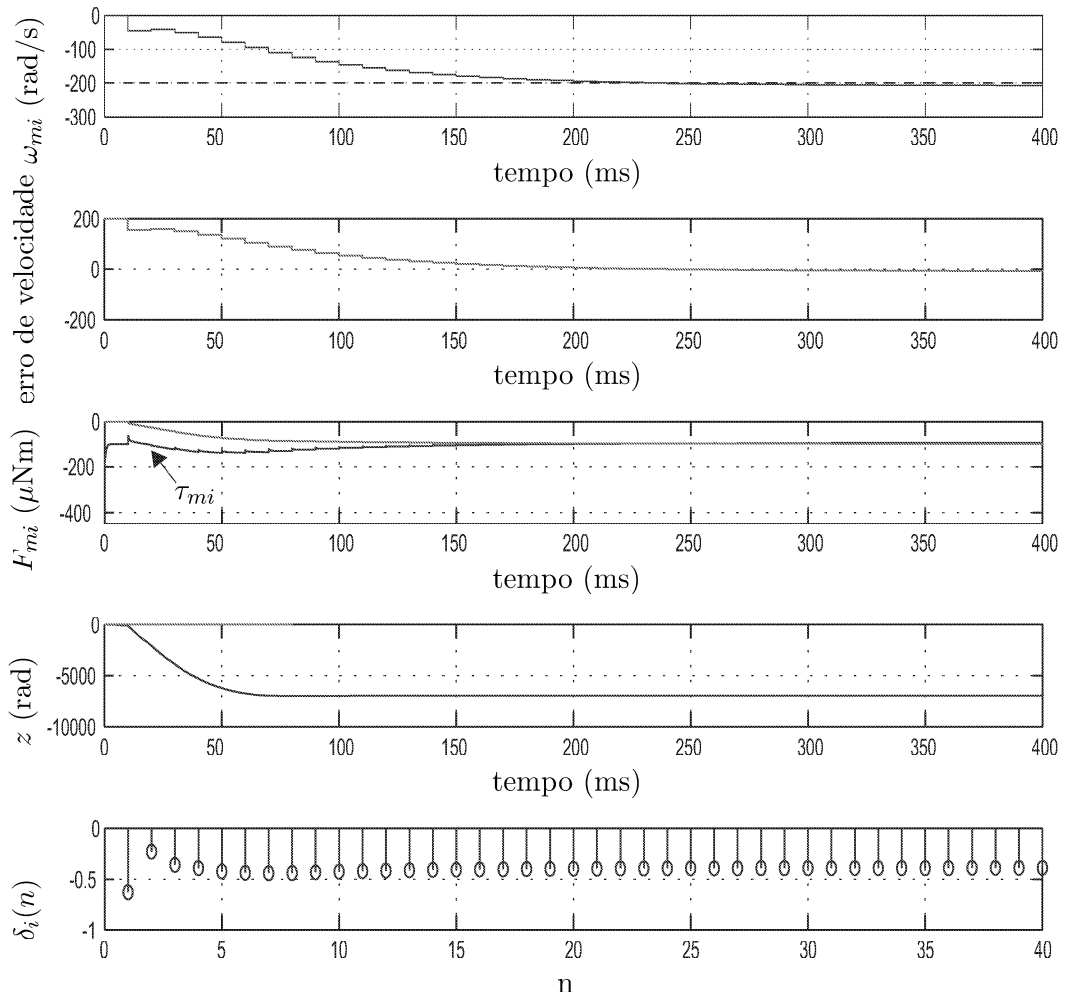


Figura 5.10: Controle de velocidade com compensação de atrito para o Robô Khepera II. $\omega_{mref} = -200 rad/s$, $\bar{J}_{mi} = 24,8433218 nkgm^2$, $\alpha_{0i} = 69,692 \mu Nm$, $\alpha_{1i} = 0$, $\alpha_{2i} = 0,135 \mu Nms/rad$, $\sigma_{0i} = 10 nNm/rad$ e $\sigma_{1i} = 1 nNms/rad$

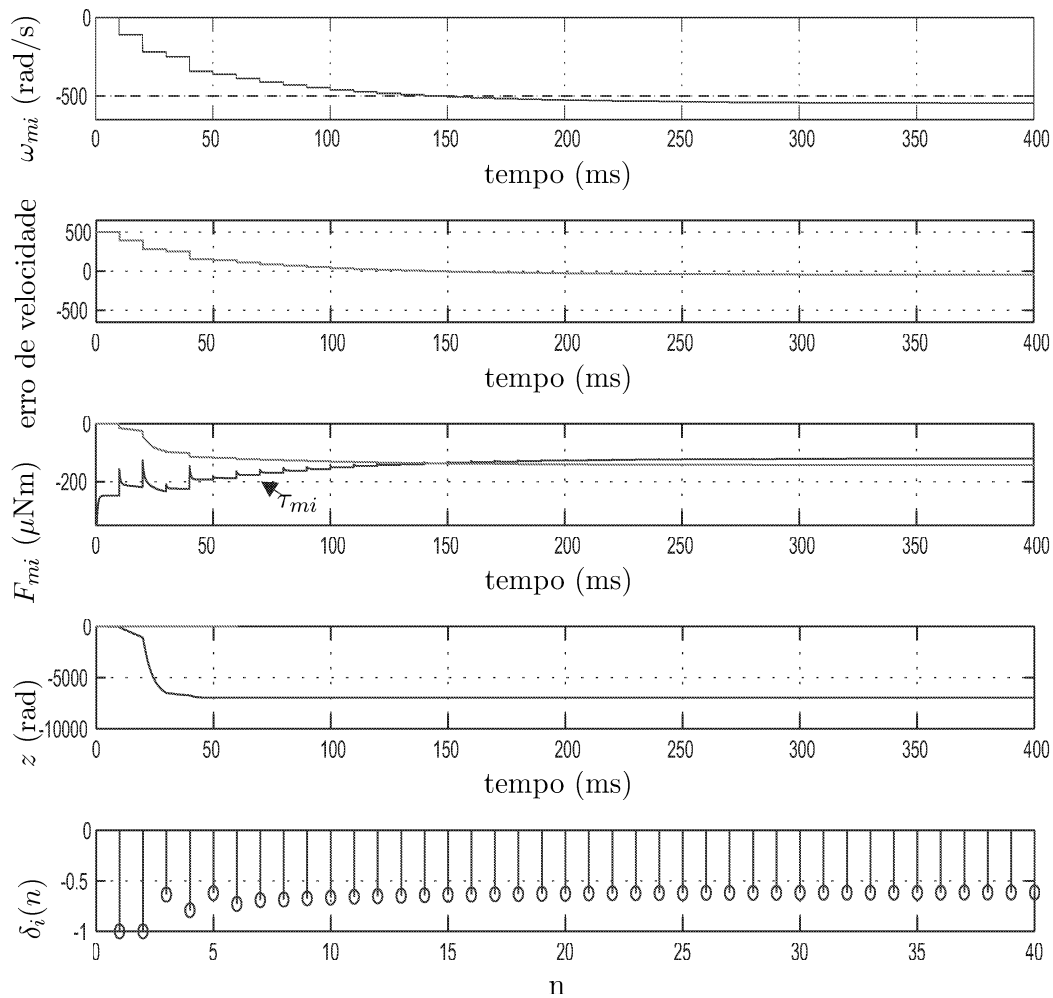


Figura 5.11: Controle de velocidade com compensação de atrito para o Robô Khepera II. $\omega_{mref} = -500 \text{ rad/s}$, $\bar{J}_{mi} = 24,8433218 \text{ nkgm}^2$, $\alpha_{0i} = 69,692 \mu\text{Nm}$, $\alpha_{1i} = 0$, $\alpha_{2i} = 0,135 \mu\text{Nms/rad}$, $\sigma_{0i} = 10 \text{ nNm/rad}$ e $\sigma_{1i} = 1 \text{ nNms/rad}$

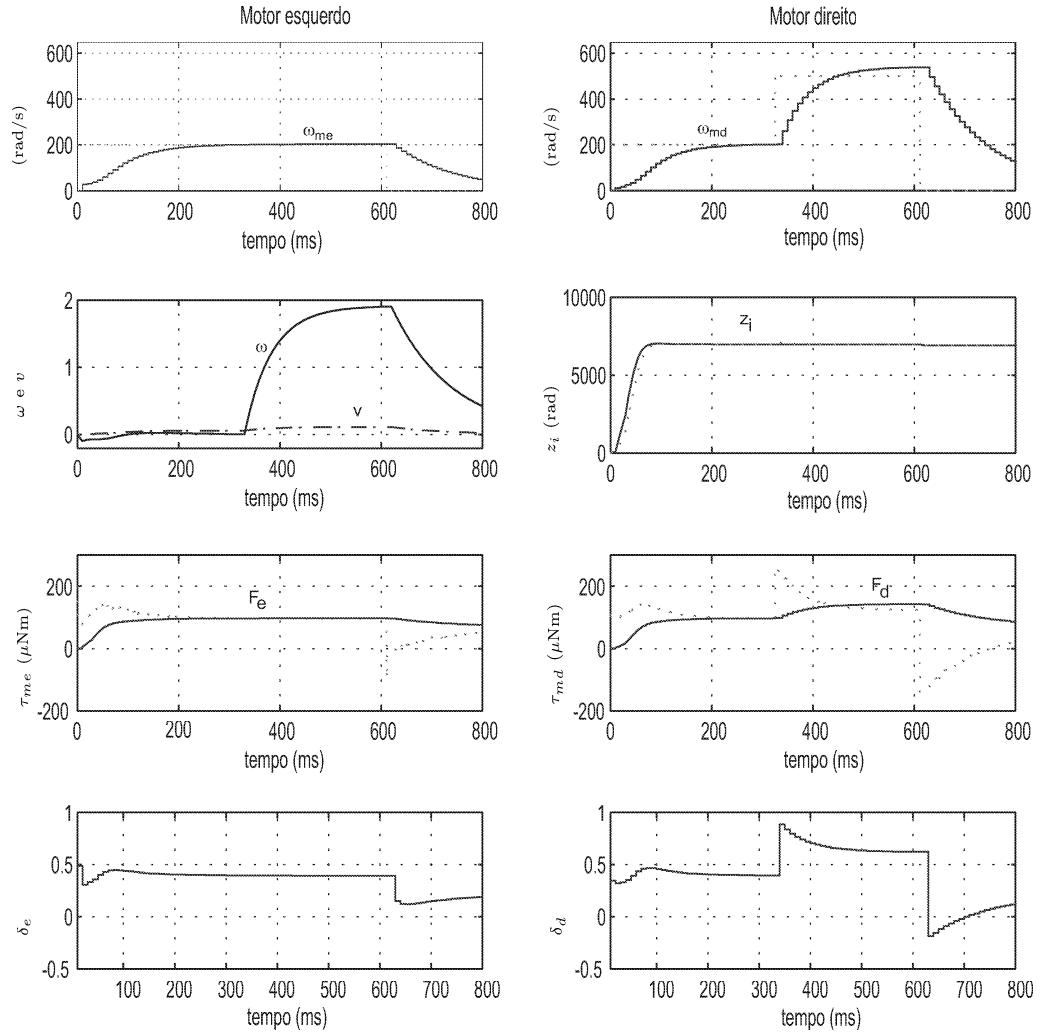


Figura 5.12: Controle de velocidade do veículo com compensação de atrito para o Robô Khepera II. $\bar{J}_{mi} = 24,8433218nkgm^2$, $\alpha_{0i} = 69,692\mu Nm$, $\alpha_{1i} = 0$, $\alpha_{2i} = 0,135\mu Nms/rad$, $\sigma_{0i} = 10nNm/rad$ e $\sigma_{1i} = 1nNms/rad$

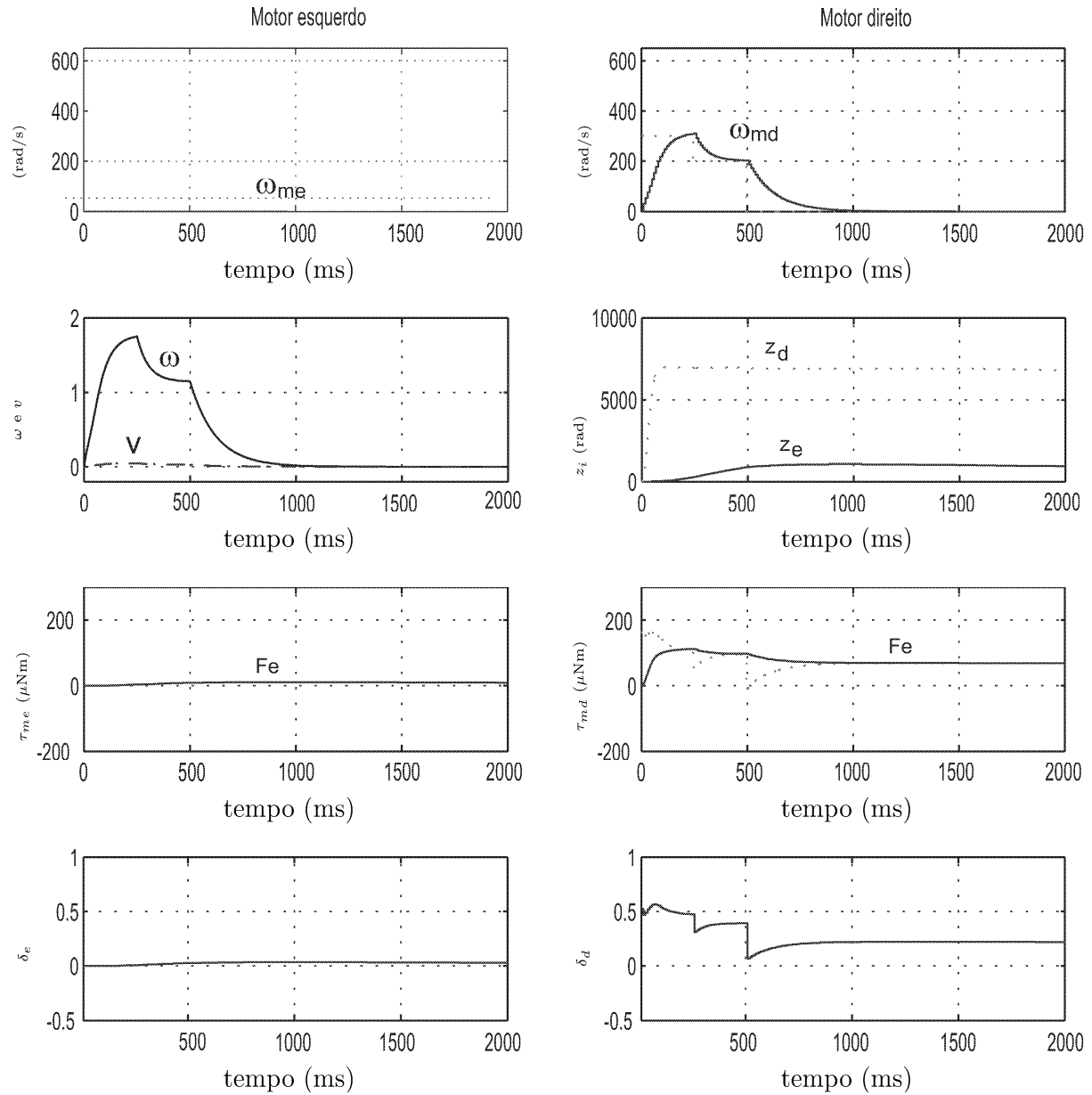


Figura 5.13: Controle de velocidade do veículo com compensação de atrito para o Robô Khepera II. $\bar{J}_{mi} = 24,8433218 nkgm^2$, $\alpha_{0i} = 69,692 \mu Nm$, $\alpha_{1i} = 0$, $\alpha_{2i} = 0,135 \mu Nms/rad$, $\sigma_{0i} = 10 nNm/rad$ e $\sigma_{1i} = 1 nNms/rad$

Capítulo 6

Considerações Finais

OS resultados apresentados nesta dissertação incluem modelagem e controle com compensação da não linearidade de tipo atrito de um veículo com duas rodas ativas. Os tópicos foram apresentados de diferentes pontos de vista: físicos, mecânicos, modelagem, sistemas lineares, sistemas não lineares e análise de controle digital. Assim, está objetivado também para auxílio de projetistas no desenvolvimento de sistemas robóticos móveis, encarando com os problemas encontrados durante a síntese de controle de sistemas com atrito. A seguir, a relevância das metodologias propostas e potencial direção para demais pesquisas são sumarizadas.

6.1 Relevância das Metodologias Propostas

Os resultados apresentados previamente podem ser classificados dentro de duas categorias: (i) Modelagem de um veículo com duas rodas ativas com não linearidade de entrada de tipo atrito, aplicando o modelo de *LuGre* como modelo do fenômeno de atrito, e (ii) Síntese do controlador do veículo com observador do atrito. Dentro do contexto do problema apresentado no Capítulo 1, e resulta-se:

- Experimentos são necessários para identificar todos os parâmetros do modelo de atrito de LuGre, Os resultados obtidos permitem comprovar a eficiência do método de compensação utilizado. Efeitos indesejáveis podem ser eliminados, como a zona morta.
- Os resultados obtidos permitem comprovar que o modelo de LuGre pode

ser utilizado de forma eficiente para a compensação de atrito em um sistema robótico móvel. Um ponto importante deste trabalho é que a estimação do torque a partir da velocidade, nem sempre dá a possibilidade de determinar a curva de *Stribeck* e muitas propriedades do comportamento de atrito não aparecem a velocidade em regime permanente.

6.2 Sugestões de Futuros Trabalhos

- (i) Aplicar em sistemas robóticos móveis com mais de duas rodas a mesma técnica de controle com compensação de atrito.
- (ii) Sugere-se projetar robôs moveis com rodas ativas, com várias interfaces para a estimação de atrito (ex: componentes inerciais nas rodas, detecção a velocidade nula), é provável a necessidade de incrementar o número de sensores e alta resolução de detecção em ordem a identificar todos os parâmetros do modelo do atrito do sistema.
- (iii) Estender o síntese do controlador a uma estrutura adaptativa, analisado com mais detalhe as condições de operação a variações paramétricas no sistema, para melhorar a autonomia do veículo em todo tipo de superfície.
- (iv) Aplicar a técnica de controle com os outros modelos dinâmicos de atrito estudados em sistemas robóticos móveis.
- (v) Estender a análise dos efeitos da não linearidade de tipo saturação no sistema e projetar o controlador para a localização no espaço cartesiano. Técnicas de controle servo visuais podem ser projetados.

Referências Bibliográficas

- Ackermann, J. (1985). *Sampled-Data Control Systems : Analysis and Synthesis, Robust System Design*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York Tokyo.
- Aguirre, L. A. (2000). *Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e Não-lineares Aplicadas a Sistemas Reais*. Universidade Federal de Minas Gerais.
- Al-Bender, F., V. Lampaert e J. Swevers (2005). The generalized maxwell-slip model: A novel model for friction simulation and compensation. *IEEE Transactions on Automatic Control* **50**(11), 1883–1887.
- Altpeter, F. (1999). Friction Modeling, Identification and Compensation. Tese de Doutorado. École Polytechnique Fédérale de Lausanne.
- Altpeter, F., P. Myszkorowski, M. Kocher e R. Longchamp (1997). Friction compensation: Pid synthesis and state control. This research was supported by the Commission pour la Technologie et l’Innovation (CTI) under grant no. 2874.1.
- Ang, K. H., G. Chong e Y. Li (2005). Pid control system analysis, design, and technology. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **13**(4), 559–576.
- Armstrong-Hélouvry, B., P. Dupont e C. Canudas de Wit (1994). A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction. *Automatica* **30**(7), 1083–1138. Elsevier Science Ltd.
- Bartolini, G., A. Damiano, G. Gatto, I. Marongiu, A. Pisano e E. Usai (2003). Robust speed and torque estimation in electrical drives by second-order sliding modes. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **11**(1), 84–90.

- Benjelloun, K., H. Mechli e E. K. Boukas (1993). A modified model reference adaptive control algorithm for dc servomotor. Em: *Second IEEE Conference on Control Applications*.
- Betser, A. e E. Zeheb (1993). Design of robust strictly positive real transfer functions. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications* **40**(9), 573–580.
- Bona, B. e M. Indri (2005). Friction compensation in robotics: an overview. *IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference* pp. 4360–4367.
- Candy, J. V. (1986). *SIGNAL PROCESSING The Model-Based Approach*. McGraw-Hill, Inc.
- Canudas de Wit, C. (1998). Comments on: A new model for control of systems with friction. *IEEE Transactions on Automatic Control* **43**(8), 1189–1190.
- Canudas de Wit, C., H. Olsson, K. J. Åström e P. Lischinsky (1995). A new model for control of systems with friction. *IEEE Transactions on Automatic Control* **40**(3), 419–425.
- Canudas de Wit, C. e P. Lischinsky (1997). Adaptive friction compensation with partially known dynamic friction model. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* **11**, 65–80.
- Canudas de Wit, C., P. Tsiotras, E. Velenis, M. Basset e G. Gissinger (2002). Dynamic friction models for road/tire longitudinal interaction. *Vehicle System Dynamics Draft Article* pp. 1–35.
- Cerqueira, J. J. F. (2001). Identificação de Sistemas Dinâmicos usando Redes Neurais Artificiais: Uma Aplicação a Manipuladores Robóticos. Tese de Doutorado. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas.
- Chen, C.T. (1999). *Linear Systems Theory and Design*. third ed.. Oxford University Press, Inc.

- Close, C. M. e D. K. Frederick (1995). *Modeling and Analysis of Dynamic Systems*. John Wiley & Sons, Inc.
- Corradini, M. L. e G. Orlando (2002). Robust stabilization of nonlinear uncertain plants with backlash or dead zone in the actuator. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **10**(1), 158–166.
- Dandy, G. C. e R. F. Warner (1989). *Planning and Design of Engineering Systems*. Unwin Hyman Ltd. London, UK.
- Deng, M., H. Yu e Z. Iwai (2001). Simple robust adaptive control for structured uncertainty plants with unknown dead-zone. Em: *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*. IEEE. pp. 1621–1626.
- Dorf, R. C. e R. H. Bishop (1998). *Modern Control Systems*. Addison-Wesley.
- Dupont, P., B. Armstrong e V. Hayward (2000). Elasto-plastic friction model: Contact compliance and stiction. Em: *Proceedings American Control Conference, Chicago, Illinois*. pp. 1072–1077.
- Faulhaber (2003). Technical information de minimotors - precious metal commutation series 1212...g. Technical report. Faulhaber Group. Url: www.faulhaber.com.
- Figueiredo, L. C. e F. G. Jota (2004). Introdução ao controle de sistemas não-holonômicos. *Revista Controle & Automação*.
- Franzi, Edoardo (1998). *Khepera Bios 5.0 Reference Manual*. K-Team S.A.
- Fu, K. S., R. C. Gonzalez e C. S. G. Lee (1987). *Robotics: Control, Sensing, Vision and Intelligence*. McGraw-Hill, Inc.
- Garcia, C. (2006). Modelagem de atrito em válvulas de controle. Em: *Anais do XVI Congresso Brasileiro de Automática*. Sociedade Brasileira de Automática. Salvador, Bahia. pp. 1908–1913.
- Ge, S. S., T. H. Lee e C. J. Harris (1998). *Adaptive Neural Network Control of Robotic Manipulators*. Vol. 19. World Scientific Series in Robotics and Intelligent Systems.

- Gökçek, C., P. T. Kabamba e S. M. Meerkov (2001). An lqr/lqg theory for systems with saturating actuators. *IEEE Transactions on Automatic Control* **46**(10), 1529–1542.
- Hirschorn, R. M. e G. Miller (1999). Control of nonlinear systems with friction. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **7**(5), 588–595.
- Huang, C. H., P. A. Ioannou, J. Maroulas e M. G. Safonov (1999). Design of strictly positive real systems using constant output feedback. *IEEE Transactions on Automatic Control* **44**(3), 569–573.
- Ifeachor, E. C. e B. W. Jervis (1996). *Digital Signal Processing : A Practical Approach*. Addison-Wesley.
- Ioannou, P. e G. Tao (1987). Frequency domain conditions for strictly positive real funtions. *IEEE Transactions on Automatic Control* **AC-32**(1), 53–54.
- Ismail, J. S. (1998). Fixed and Adaptive Mechanical Backlash Control. Tese de Doutorado. University of California.
- Jacobina, C. B. e A. M. N. Lima (2002). Acionamentos de máquinas elétricas de alto desempenho. Em: *Minicurso - XIV CBA*.
- Jang, J. O. (2001). A deadzone compensation of a dc motor system using fuzzy logic control. *IEEE Transactions On Systems, Man, and Cybernetics-Part C: Applications and Reviews* **31**(1), 42–48.
- Jatta, F., G. Legnani e A. Visioli (2006). Friction compensation in hybrid force/velocity control of industrial manipulators. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **53**(2), 604–613.
- K-Team S.A. (1999a). *Khepera - General I/O Turret User Manual*.
- K-Team S.A. (1999b). *Khepera - GNU C Based Cross-Compiler for the Khepera Robot*.
- K-Team S.A. (1999c). *Khepera - Gripper User Manual*.
- K-Team S.A. (1999d). *Khepera - Radio Base User Manual*.
- Armando Sanca Sanca - *Dissertação de Mestrado*

- K-Team S.A. (1999e). *Khepera - Radio Turret User Manual*.
- K-Team S.A. (2002). *Khepera2 - User Manual*. Url: www.k-team.com.
- Kubo, K., M. Watanabe, F. Kozawa e K. Kawasaki (1990). Disturbance torque compensated speed observer for digital servo drives. *IEEE Industrial Electronics Society, IECON* pp. 1182–1187.
- Kuo, B. C. (1992). *Digital Control Systems*. second ed.. Oxford University Press, Inc.
- Lampaert, V., F. Al-Bender e J. Swevers (2003). A generalized maxwell-slip friction model appropriate for control purposes. *PhysCon2003, St. Petersburg, Russia* pp. 1170–1177.
- Lampaert, V., J. Swevers e F. Al-Bender (2002). Modification of the leuven integrated friction model structure. *IEEE Transactions on Automatic Control* **47**(4), 683–687.
- Laura, T. L. (2006). Modelagem dinâmica da estrutura da base móvel de robôs manipuladores com inclusão das não linearidades de entrada. Tese de Mestrado. Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Bahia.
- Laura, T. L., J. J. F. Cerqueira, C. C. Paim, J. A. Pomílio e M. K. Madrid (2006). Modelo dinâmico da estrutura de base de robôs móveis com inclusão de não linearidades - o desenvolvimento do modelo. Em: *Anais do XVI Congresso Brasileiro de Automática*. Sociedade Brasileira de Automática. Salvador, Bahia. pp. 2879–2884.
- Lewis, F. L., K. Liu, R. Selmic e L. X. Wang (1997). Adaptive fuzzy logic compensation of actuator deadzones. *Journal of Robotic Systems by John Wiley & Sons, Inc.* pp. 502–511.
- Lewis, F. L., W. K. Tim, L. Z. Wang e Z. X. Li (1999). Deadzone compensation in motion control systems using adaptive fuzzy logic control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **7**(6), 731–742.
- Lischinsky, P., C. Canudas-de-Wit e G. Morel (1999). Friction compensation for an industrial hydraulic robot. *IEEE Control Systems* pp. 25–32.

- Ljung, L. (1999). *System Identification: Theory for the User*. second ed.. Prentice-Hall PTR.
- Ljung, L. e T. Glad (1994). *Modeling of Dynamic Systems*. Prentice-Hall PTR.
- Luenberger, D. G. (1971). An introduction to observers. *IEEE Transactions on Automatic Control* **AC-16**(6), 596–602.
- Mallon, N., N. Van de Wouw, D. Putra e H. Nijmeijer (2006). Friction compensation in a controlled one-link robot using a reduced-order observer. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **14**(2), 374–383.
- Marquez, H. J. e C. J. Damaren (1995). On the design of strictly positive real transfer functions. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications* **42**(4), 214–218.
- Mohan, N., T. M. Undeland e W. P. Robbins (1995). *Power Electronics: Converters, Applications and Design*. John Wiley & Sons, Inc.
- Ogata, K. (1982). *Engenharia de Controle Moderno*. Prentice Hall do Brasil Ltda.
- Ogata, K. (1987). *Dinâmica de Sistemas*. Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A.
- Olsson, H. e K. J. Åström (2001). Friction generated limit cycles. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **9**(4), 629–636.
- Olsson, H., K. J. Åström, C. Canudas de Wit, M. Gäfvert e P. Lischinsky (1997). Friction models and friction compensation.
- Papadopoulos, E. G. e G. C. Chasparis (2002). Analysis and model-based control of servomechanisms with friction. Em: *Proceedings of the International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2002)*. EPFL Lausanne, Switzerland. pp. 1–6.
- Pereira, G. A. S. (2000). Identificação e controle de micro-robôs móveis. Tese de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais.
- Rabinowicz, E. (1951). The nature of the static and kinetic coefficients of friction. *Journal of Applied Physics* **22**(11), 1373–1379.

- Recker, D. A., P. V. Kokotovic, D. Rhode e Winkelman (1991). Adaptive nonlinear control of systems containing a deadzone. Em: *Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control - Brighton, England*. IEEE. pp. 2111–2115.
- Selmic, R. R. e F. L. Lewis (2000). Deadzone compensation in motion control systems using neural networks. *IEEE Transactions on Automatic Control* **45**(4), 602–613.
- Siegwart, R. e I. R. Nourbakhsh (2004). *Introduction to Autonomous Mobile Robots*. The Massachusetts Institute of Technology.
- Sira Ramirez, H. e P. Lischinsky Arenas (1990). Dynamical discontinuous feedback control of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* **35**(12), 1373–1378.
- Song, S. H. e S. K. Sul (1998). An instantaneous speed observer for low speed control of ac machine. *IEEE* pp. 581–586.
- Spong, M. W. e M. Vidyasagar (1989). *Robot Dynamics and Control*. John Wiley & Sons, Inc.
- Åström, K. J. (2002). Control system design: Lecture notes. Department of Automatic Control - Lund Institute of Technology.
- Åström, K. J. e B. Wittenmark (1989). *Adaptive Control*. Addison-Wesley Publishing Company.
- Åström, K. J. e B. Wittenmark (1997). *Computer-Controlled Systems: Theory and Design*. third ed.. Prentice-Hall Information and Systems Sciences Series.
- Åström, K. J. e T. Hägglund (1988). *Automatic Tuning of PID Controllers*. Instrument Society of America.
- Swevers, J., F. Al-Bender, C. G. Ganseman e T. Prajogo (2000). An integrated friction model structure with improved presliding behavior for accurate friction compensation. *IEEE Transactions on Automatic Control* **45**(4), 675–686.
- Tao, G. e P. V. Kokotovic (1994). Adaptive control of plants with unknown dead-zones. *IEEE Transactions on Automatic Control* **39**(1), 59–68.

- Tao, G. e P. V. Kokotovic (1995). Adaptive control of plants with unknown hystereses. *IEEE Transactions on Automatic Control* **40**(2), 200–212.
- Velenis, E. (2006). Analysis and Control of High-Speed Wheeled Vehicles. Tese de Doutorado. School of Aerospace Engineering of Georgia Institute of Technology.
- Vörös, J. (2004). Parameter identification of hammerstein systems with asymmetric dead-zones. *Journal of Electrical Engineering* **55**(1-2), 46–49.
- Wang, X. S. (2001). Robust adaptive control of a class of nonlinear systems with unknown dead-zone. Em: *Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control - Orlando, Florida USA*. IEEE. pp. 1627–1632.
- Wei, L. X., X. Wang, H. R. Wang e P. G. Wang (2004). Adaptive backstepping fuzzy control for x-y table with friction. Em: *Proceedings of the Third International Conference on Machine Learning and Cybernetics*. IEEE. pp. 683–686.
- Wiggers, R. H., D. J. Pagano e J. M. Mascheroni (2006). Compensação de atrito em um sistema acionado por correias sincronizadoras e servomotor cc. Em: *Anais do XVI Congresso Brasileiro de Automática*. Sociedade Brasileira de Automática. Salvador, Bahia. pp. 2281–2286.
- Zhou, J., C. Wen e Y. Zhang (2004). Adaptive backstepping control of a class of uncertain nonlinear systems with unknown dead-zone. Em: *Proceedings of the 2004 IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics - Singapore*. IEEE. pp. 513–518.
- Zhou, J., C. Wen e Y. Zhang (2006). Adaptive output control of nonlinear systems with uncertain dead-zone nonlinearity. *IEEE Transactions on Automatic Control* **51**(3), 504–511.
- Zhou, J., M. J. Er e C. Wen (2005). Adaptive control of nonlinear systems with uncertain dead-zone nonlinearity. Em: *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference 2005 - Seville, Spain*. IEEE. pp. 796–801.

Apêndice A

Função de Transferência Positiva Real

Um conceito importante encontrado em sistemas e na teoria de circuitos é a *Passividade*. Em linhas gerais, um sistema [linear ou não] é *estritamente passivo* se consome energia e é *passivo* se não entrega energia. Este conceito foi usado primeiramente em teoria de circuitos, motivado pelo fato que as redes que contêm elementos **RLC** [resistivos indutivos e capacitivos] são passivos, e transformou-se em uma ferramenta fundamental na análise de estabilidade de sistemas realimentados.

Restringindo a atenção aos sistemas causais lineares e invariantes no tempo (**LTI**), estes conceitos estão relacionados com a noção de função *positiva real* e *estritamente positiva real* (Huang *et al.*, 1999). Se uma função de transferência $H(s)$ de um sistema é positiva real (**FPR**), então o sistema é passivo. Além disso, uma interconexão realimentada que contém um subsistema passivo [linear ou não], e um subsistema estritamente próprio, estritamente positivo real (**FSPR**) é sempre estável em malha fechada (Marquez e Damaren, 1995).

A noção de função positiva real é importante em análise e projeto do modelo de um sistema. Este conceito é portanto útil como critério para determinar se uma determinada função de transferência é **FPR** ou **FSPR**. Também é útil ter métodos para construir uma função de transferência positiva real (Åström e Wittenmark, 1989).

Para clareza deste texto apresentam-se as seguintes definições abaixo (Ioannou e

Tao, 1987; Betser e Zeheb, 1993).

Definição A.1. Uma função racional $H(s)$ de variável complexa $s = \sigma + j\omega$ é **FPR** se

- (i) $H(s)$ é real para s real;
- (ii) $\text{Re}[H(s)] \geq 0 \ \forall \text{Re}[s] > 0$.

Definição A.2. Uma função de transferência racional $H(s)$ é **FPR** se

- (i) $H(s)$ é real para s real;
- (ii) $H(s)$ é analítica em $\text{Re}[s] > 0$ e os pólos sobre o eixo $j\omega$ são tais que o resíduo associado é não negativo;
- (iii) Para qualquer valor real de ω para o qual $j\omega$ não é um pólo de $H(j\omega)$, $\text{Re}[H(j\omega)] \geq 0$.

Åström e Wittenmark (1989) apresenta a definição a seguir.

Definição A.3. Uma função de transferência $H(s)$ é **FSPR** se $H(s - \epsilon)$ é positiva real para algum $\epsilon > 0$ real.

O lema seguinte foi provado para funções de transferência **FSPR** (Ioannou e Tao, 1987).

Lema A.1. Assume-se que $H(s)$ não é identicamente nula para todo s . Então $H(s)$ é **FSPR** se, e somente se, $H(s - \epsilon)$ é **FPR** para algum $\epsilon > 0$

Não é requerido que uma função seja **FSPR** para que ela seja considerada racional, mas o caso que é de interesse deste contexto é que a definição implica que cada ponto sobre o eixo imaginário ou no semiplano direito do plano s é mapeado dentro do semiplano direito de $H(s)$ ou sobre seu eixo imaginário. Isto é facilmente provado se $H(s)$ é **FPR**, e por tanto também seu recíproco $1/H(s)$. Isto dificulta a primeira condição da definição anterior para todo o semiplano direito de s . O seguinte Teorema dá as condições necessárias e suficientes no domínio da frequência para funções de transferência próprias e impróprias a serem **FSPR** (Ioannou e Tao, 1987).

Teorema A.1. Assume-se que $H(s)$ não é identicamente nula para todo s . Então $H(s)$ é **FSPR** se e somente se

(1) $H(s)$ é analítica em $\text{Re}[s] \geq 0$,

(2) $\text{Re}[H(j\omega)] > 0, \forall \omega \in (-\infty, \infty)$, e

(3) i) $\lim_{\omega^2 \rightarrow \infty} \omega^2 \text{Re}[H(j\omega)] > 0$ quando $n^* = 1$, ou

ii) $\lim_{\omega^2 \rightarrow \infty} \text{Re}[H(j\omega)] > 0, \quad \lim_{|\omega| \rightarrow \infty} \frac{H(j\omega)}{j\omega} > 0$ quando $n^* = -1$,

onde n^* é a ordem relativa de $H(s) = N(s)/D(s)$ [i.e., $n^* = \text{ordem de } N(s) - \text{ordem de } D(s)$].

Apêndice B

Acionamento com máquina de corrente contínua

A máquina de corrente contínua (**CC**) apresenta características dinâmicas e de operação bastante favoráveis para realização de acionamentos elétricos à velocidade variável. Entretanto, devido algumas limitações construtivas, principalmente o comutador de corrente mecânico, ela vem sendo substituída pelas máquinas de corrente alternada (**CA**), que dispensam esse tipo de comutador por terem sistemas de alimentação estáticos (Jacobina e Lima, 2002). Conversores de corrente contínua em corrente contínua (**CC-CC**) são usados em fontes de alimentação reguladas por comutação, conhecidos como fontes chaveadas e em aplicações de acionamentos de máquinas de corrente contínua. Os conversores com chaveamento são usados para converter uma entrada de **CC** não regulada em uma saída controlada de **CC**, sendo esta um nível de tensão desejado (Mohan *et al.*, 1995).

B.1 Controle dos conversores CC-CC

Em conversores **CC-CC**, a tensão média da saída deve ser controlada em um nível de tensão desejada. O conversor por chaveamento utiliza uma ou mais chaves para transformar um nível de tensão **CC** em outros **CC**. Em um conversor **CC-CC** com uma determinada tensão de entrada, V_d , a tensão média da saída é controlada pelo tempo de condução, t_{on} , e pelo tempo de bloqueio, t_{off} , das chaves que conectam a entrada à saída. Considerando uma frequência constante, então $T_s = t_{on} + t_{off}$, sendo T_s chamado de período de chaveamento, t_{on} de tempo de condução, e t_{off} de

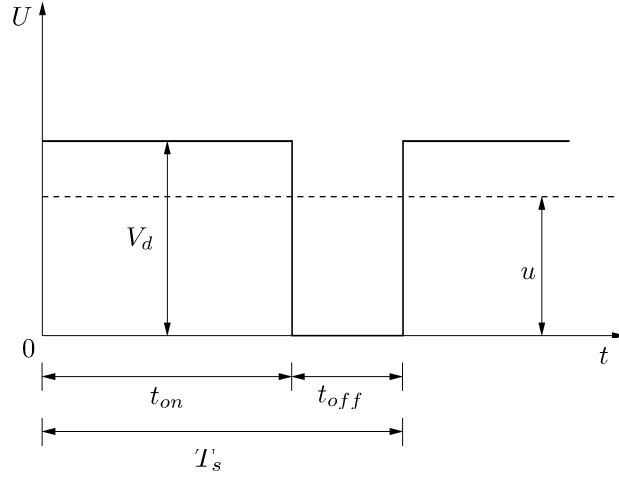


Figura B.1: Modulação por largura de pulso PWM.

tempo de bloqueio ou também chamado tempo de corte. Este método é conhecido como *modulação por largura de pulso* (**PWM**), como é indicado na figura B.1.

Utilizando como referência Sira Ramirez e Lischinsky Arenas (1990), um operador **PWM** pode ser definido da seguinte maneira:

$$PWM(t_K) = \begin{cases} V_d, & t_k < t \leq t_k + \bar{\delta}T_s \\ 0, & t_k + \bar{\delta}T_s < t \leq t_k + T_s \end{cases},$$

sendo $t_k = k T_s$, $k \in \mathbb{N}$, o incremento do tempo, e $\bar{\delta}$ uma função que varia em um intervalo fechado $[0; 1] \subset \mathbb{R}$ e conhecido como largura de pulso ou ciclo de trabalho. O ciclo de trabalho também pode ser definido como a relação entre o intervalo de condução das chaves e o período de chaveamento $\bar{\delta} = t_{on}/T_s$ ou definido pela relação entre a tensão média terminal na carga, u , e a tensão de entrada V_d na forma

$$\bar{\delta} = \frac{u}{V_d}. \quad (\text{B.1})$$

B.2 Conversor CC-CC em Ponte Completa

O conversor **CC-CC** em ponte completa mostrado na figura B.2, tem como alimentação principal (*Power source voltage*) uma tensão fixa V_d . Na saída do conversor tem-se uma tensão média u , que pode ser controlada em magnitude e também em polaridade. Igualmente, a magnitude e a direção do fluxo de corrente de saída i_o podem ser controladas.

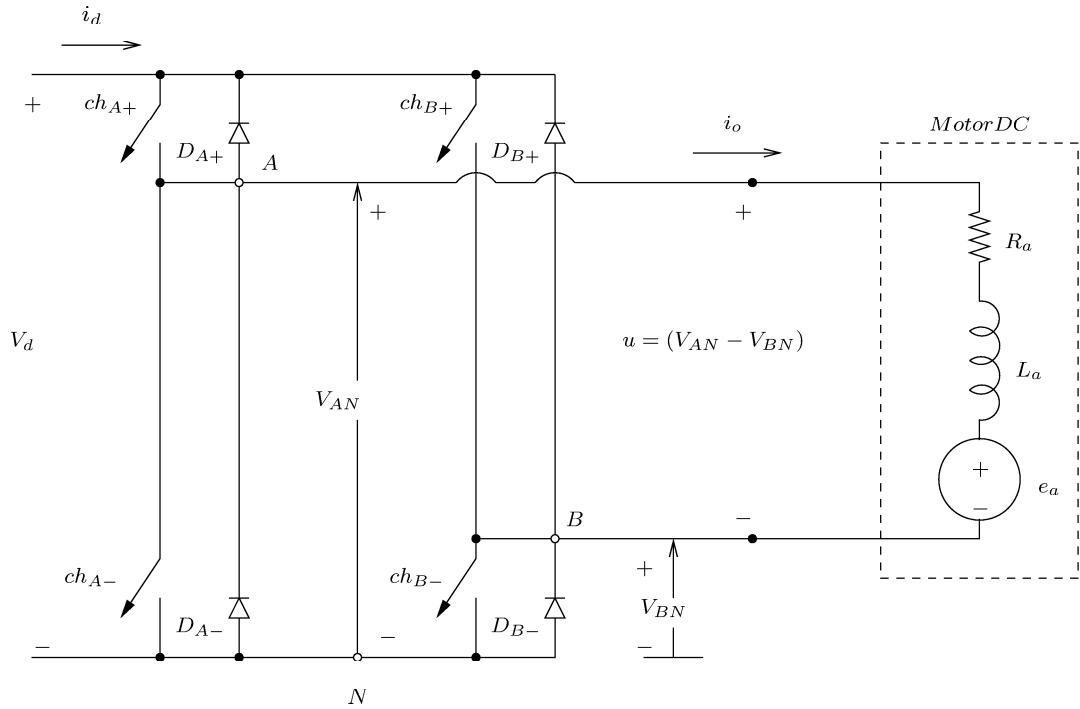


Figura B.2: Esquema de acionamento de um motor de corrente contínua.

Neste conversor os diodos estão conectados de forma antiparalela com as chaves. Deve-se fazer uma distinção importante entre o estado ligado e o estado de condução de uma chave. Estando os diodos em antiparalelo com as chaves, quando uma chave é comandada para ser ligada, esta pode ou não conduzir corrente, a depender da direção do fluxo i_o . Se a chave conduz corrente, então a chave está em estado de condução. Nenhuma distinção é requerida quando a chave está em estado desligado ou bloqueado.

Este conversor conta com dois terminais, A e B . Cada terminal tem duas chaves e seus respectivos diodos antiparalelos. As duas chaves de cada terminal comutam, de tal maneira que quando uma delas esteja desligada, a outra chave estará ligada. Portanto, as duas chaves nunca estarão desligadas simultaneamente. Então, a corrente de saída i_o , indicada na figura B.2, fluirá continuamente. Assim, a tensão de saída é determinada somente pelo estado das chaves. Da figura B.2, no terminal A a tensão de saída V_{AN} , com referência ao ponto negativo N , é determinada pelo estado da chave. Quando a chave ch_{A+} está ligada, a corrente de saída fluirá através de ch_{A+} se i_o for positivo, ou esta fluirá através de D_{A+} se i_o for negativo. Em um

outro caso, ao estar ligada, ch_{A+} assegura que a tensão no ponto A seja a mesma da entrada. Assim, se ch_{A+} está ligada e ch_{A-} está desligada

$$V_{AN} = V_d. \quad (B.2)$$

Igualmente, quando a chave ch_{A-} está ligada, uma corrente negativa i_o fluirá através de ch_{A-} (desde que D_{A+} esteja polarizado inversamente) e uma corrente positiva i_o fluirá através de D_{A-} . Assim, se ch_{A-} está ligada e ch_{A+} está desligada

$$V_{AN} = 0. \quad (B.3)$$

As equações (B.2) e (B.3) mostram que V_{AN} depende somente do estado de condução da chave e é independente da direção de i_o . Conseqüentemente, a tensão de saída do conversor no terminal A, com frequência de chaveamento em um período de tempo T_s , depende somente da tensão de entrada V_d e a razão cíclica de ch_{A+} na forma

$$V_{AN} = \frac{V_d t_{on} + 0 \cdot t_{off}}{T_s} = V_d \bar{\delta}_{ch_{A+}}, \quad (B.4)$$

em que t_{on} e t_{off} são intervalos de condução e bloqueio de ch_{A+} , respectivamente.

Argumentos similares aplicam-se ao conversor no terminal B, e V_{BN} depende de V_d e a razão de ciclo da chave ch_{B+} na forma

$$V_{BN} = V_d \bar{\delta}_{ch_{B+}}, \quad (B.5)$$

independente da direção de i_o . Portanto, a saída do conversor $u = (V_{AN} - V_{BN})$ pode ser controlada pela razão cíclica das chaves e é independente da magnitude e da direção de i_o (Mohan *et al.*, 1995).

B.3 PWM com Chaveamento de Tensão Bipolar

Neste tipo de chaveamento de tensão, as chaves (ch_{A+}, ch_{B-}) e (ch_{B+}, ch_{A-}) são tratadas como dois pares de chaves (dois pares de chaves que são simultaneamente ligadas e desligadas). Um dos dois pares de chaves está sempre ligado.

Os sinais de chaveamento são gerados pela comparação de um sinal triangular v_{tri} com um sinal de referencia $v_{controle}$ também conhecida como tensão de controle, sendo que a frequência de chaveamento é a mesma do sinal triangular. Quando

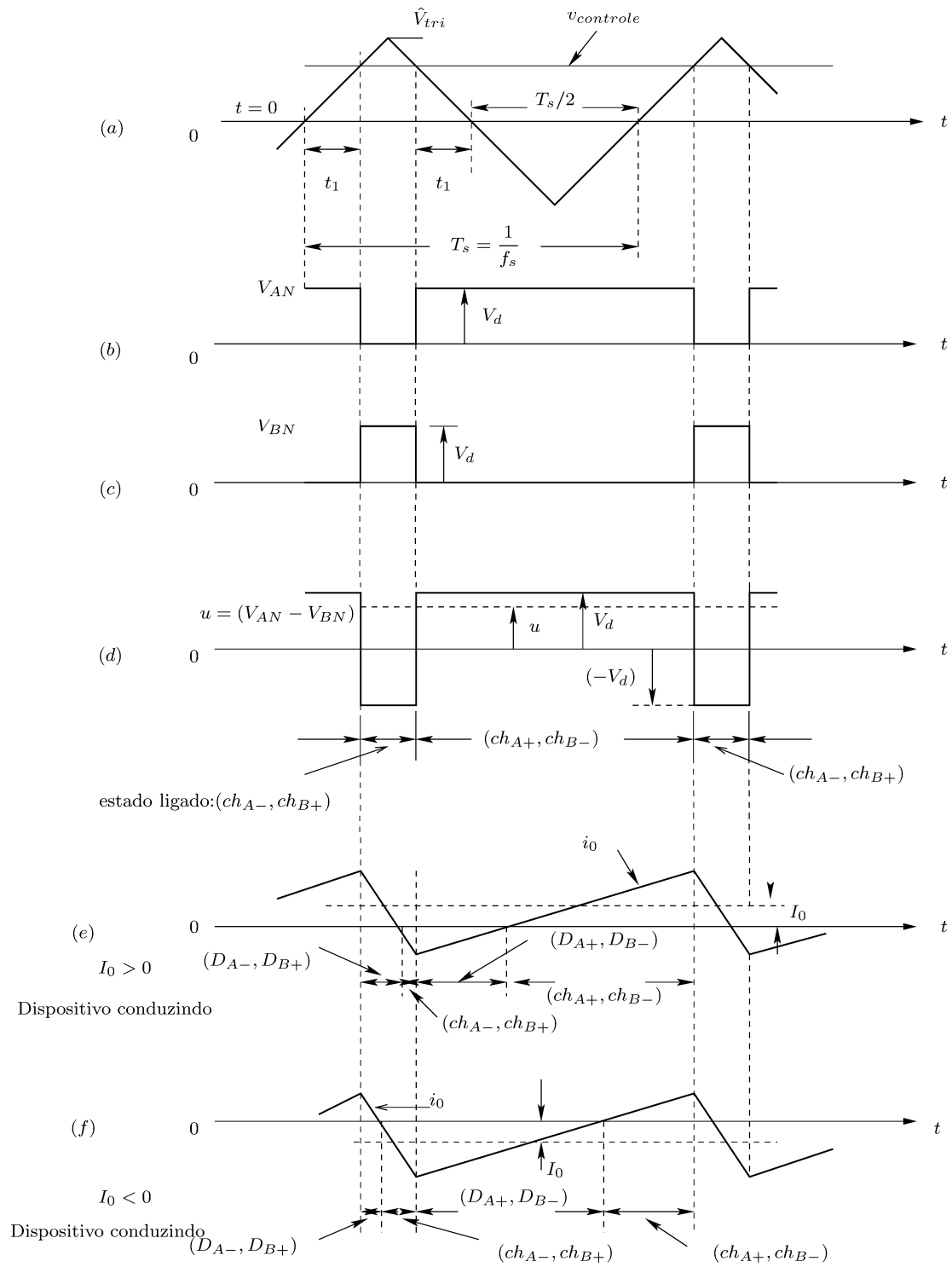


Figura B.3: PWM com comutação bipolar

$v_{controle} > v_{tri}$, ch_{A+} e ch_{B-} são ligadas. Caso contrário ch_{A-} e ch_{B+} são ligadas. Os ciclos de condução das chaves podem ser obtidos a partir da figura B.3a. Escolhe-se arbitrariamente a origem do tempo, e conforme a figura B.3a

$$v_{tri} = \hat{V}_{tri} \frac{t}{T_s/4} \quad 0 < t < \frac{1}{4}T_s. \quad (\text{B.6})$$

Para $t = t_1$ na Figura B.3a, $v_{tri} = v_{controle}$ e portanto,

$$t_1 = \frac{v_{controle}}{\hat{V}_{tri}} \frac{T_s}{4}. \quad (\text{B.7})$$

Da figura B.3 pode-se observar que a duração do tempo de condução t_{on} do par 1 das chaves (ch_{A+}, ch_{B-}) é

$$t_{on} = 2t_1 + \frac{1}{2}T_s. \quad (\text{B.8})$$

Assim, a razão cíclica da equação (B.8) é

$$\bar{\delta}_1 = \frac{t_{on}}{T_s} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{v_{controle}}{\hat{V}_{tri}} \right) \quad (ch_{A+}, ch_{B-}). \quad (\text{B.9})$$

Assim, a razão cíclica $\bar{\delta}_2$ do par de chaves 2 (ch_{B+}, ch_{A-}) é

$$\bar{\delta}_2 = 1 - \bar{\delta}_1 \quad (ch_{B+}, ch_{A-}). \quad (\text{B.10})$$

Usando o antecedente das razões cíclicas da figura B.3 pode-se obter V_{AN} e V_{BN} das equações (B.4) e (B.5) respectivamente. Portanto,

$$u = V_{AN} - V_{BN} = \bar{\delta}_1 V_d - \bar{\delta}_2 V_d = (2\bar{\delta}_1 - 1)V_d \quad (\text{B.11})$$

Substituindo $\bar{\delta}_1$ da equação (B.9) na equação (B.11) tem-se

$$u = \frac{V_d}{\hat{V}_{tri}} v_{controle} = k v_{controle}, \quad (\text{B.12})$$

em que $k = V_d/\hat{V}_{tri} \in \mathbb{R}_+$ é uma constante. Esta equação mostra que a tensão média na saída varia linearmente com o sinal de controle na entrada, similar a um amplificador linear. A forma de onda da tensão na saída u na figura B.3d mostra os saltos da tensão entre $+V_d$ e $-V_d$ em função de $v_{controle}$.

Note também que a razão cíclica $\bar{\delta}_1$ na equação (B.9) varia entre $[0 \text{ e } 1]$ dependendo da magnitude e polaridade de $v_{controle}$. Portanto u pode ser continuamente variado

na escala de $-V_d$ a V_d . A tensão de saída do conversor é independente da corrente de saída i_0 .

A média da corrente na saída I_0 pode ser positiva ou negativa. Para pequenos valores de I_0 , i_0 durante um ciclo ambos podem ser positivo e negativo, como é mostrado na figura B.3e para $I_0 > 0$, em que a média do fluxo de energia é de V_d a u , e na figura B.3f para $I_0 < 0$, em que a média do fluxo de energia é de u a V_d (Mohan *et al.*, 1995).

B.4 Considerações Importantes no Acionamento de um Motor de CC

Da figura B.2 que ilustra o esquema para o acionamento de um motor de corrente contínua e considerando o acionamento de um motor com chaveamento do tipo bipolar¹ (Mohan *et al.*, 1995), tomando o ponto N da figura B.2 como referência, tem-se que a tensão média na saída é $u = V_{AN} - V_{BN}$, sendo $V_{AN} = \bar{\delta} V_d$ e $V_{BN} = (1 - \bar{\delta}) V_d$ com $\bar{\delta} \in [0; 1]$. A relação entre a fonte de tensão primária e a tensão média de saída pode então ser representada da seguinte maneira:

$$u(t) = \delta(t) V_d \quad (\text{B.13})$$

com $\delta = (2\bar{\delta} - 1) \in [-1; 1] \subset \mathbb{R}$.

A partir da equação (B.13), note que o controle do motor passa a ser feito não mais pela tensão, sendo ele feito então pela largura de pulso $\delta(t)$. A dinâmica desta variável está restrita ao intervalo $[-1; 1] \subset \mathbb{R}$ independente do valor de V_d . Logo, nesta situação temos que $\delta_{\max} = 1$. Contudo, considera-se as imperfeições físicas existentes no sistema de acionamento, verifica-se que $u(t)$ pode não atingir o valor de $\pm V_d$ quando $\delta(t) = \pm 1$ na equação (B.13) e que V_d pode ser variante no tempo.

Basicamente pode-se enumerar duas imperfeições:

- (i) **Consideração de chaves não ideais:** Estas chaves são transistores que apresentam uma queda de tensão quando usados como chaves em condução

¹Neste tipo de chaveamento, no mesmo instante de tempo em que as chaves (ch_{A+} , ch_{B-}) são fechadas as chaves (ch_{B+} , ch_{A-}) são abertas e viceversa, porém não podendo no mesmo instante de tempo estar fechados ambos

chamada de tensão de saturação, V_{sat} na união *colector-emisor* em *BJTs* ou *dreno-fonte* em *MOSFETs*, que variam entre 0.1 a 0.4 volts para transistores comuns. V_{sat} pode ser desprezado para valores elevados de V_d , no entanto, para valores baixos de V_d , o que ocorre em sistemas embarcados e com baterias servindo como fonte primária de tensão, o mesmo não pode ser feito.

- (ii) **O próprio V_d :** Em sistemas embarcados autônomos com baterias servindo como fonte primária de tensão, diminui o seu valor com passar do tempo de funcionamento do sistema. A diminuição do valor de V_d pode ser modelada como uma perturbação $\Delta V_d(t)$ e com a criação de uma nova variável V'_d na forma

$$V'_d(t) = V_d - 2 V_{sat} - \Delta V_d(t) \quad (\text{B.14})$$

para substituir V_d na equação (B.13) e com isso manter $\delta_{max} = 1$.

Apêndice C

O Robô Khepera II

NESTE primeiro apêndice, o objetivo é de descrever as características importantes do Módulo Robô Khepera II da K-Team S.A., determinação dos parâmetros e informações obtidas a partir de medições feitas diretamente do sistema físico.

O Robô *Khepera II*¹ como é ilustrado na figura C.1, é um robô móvel modular multifuncional dedicado a atividades de ensino, pesquisa e desenvolvimento. Os principais módulos que compõem este sistema são:

- i) Veículo com duas rodas ativas (K-Team S.A., 2002).
- ii) Garra articulada (K-Team S.A., 1999c).
- iii) Comunicação via radio (K-Team S.A., 1999e; K-Team S.A., 1999d).
- iv) Aquisição de video.
- v) Extensão eletrônica para aplicações (K-Team S.A., 1999a), etc.

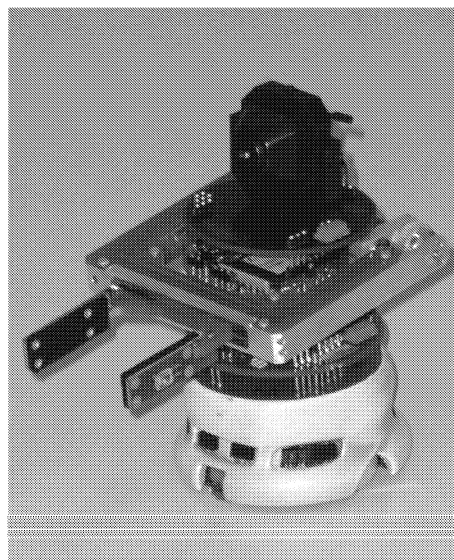


Figura C.1: Robô móvel modular *Khepera II*.

As ferramentas computacionais para desenvolvimento e utilização do sistema são: *GNU C Cross Compiler* (K-Team S.A., 1999b; Franzi, 1998) e *KTPProject* como

¹Atualmente encontra-se em sua terceira versão: [Url: www.k-team.com]

uma interface gráfica do GNU C Cross Compiler [Para aplicações autônomas]; MATLAB®, LabVIEW®, SysQuake e Saphira [Para aplicações de controle remoto]; Adicionalmente, o sistema pode ser simulado em 3D com o simulador WEBOTS® da Cyberbotics Ltd.

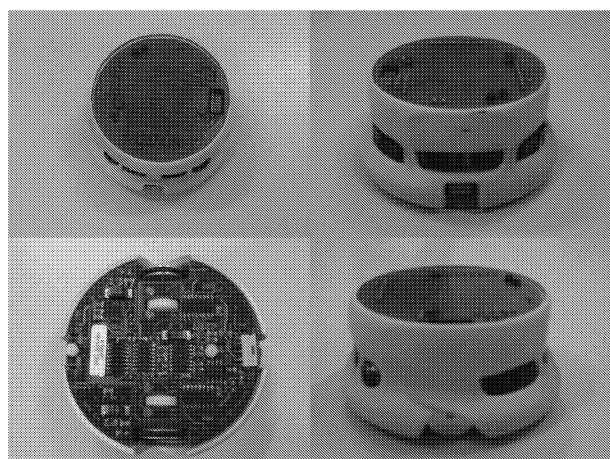


Figura C.2: Veículo *Khepera II*.

O Veículo possui duas rodas tracionadas mais dois elementos de apoio tornando-o equilibrado durante o movimento, cada roda é acionada por um motor de corrente contínua [CC] da série 1212-N004-G fabricado pela FAULHABER MINIMOTOR S.A. (Faulhaber, 2003), sendo cada motor acoplado a cada roda por uma caixa de engrenagens com relação de redução 25:1. O acionamento de cada motor é realizado a partir do controle de um modulador de larguras de pulso digital [PWMD] com frequência de 25KHz com 9 bits

de resolução. No eixo de cada motor também é acoplado um *encoder* incremental que produz 24 pulsos por cada ciclo de 360° giro do motor, gerando um total de 600 pulsos ciclo de 360° giro de cada roda, correspondendo a 12 pulsos/milímetro. A fonte primária de alimentação de energia elétrica para o sistema robótico móvel é constituída de quatro baterias da série TMK Ni-MH de 1,2/280 volts/mA cada. Oito sensores infravermelhos do tipo TCRT1000 estão localizados ao redor do veículo, e podem ser usados para a detecção de obstáculos. Segundo o fabricante, a base pode transportar uma carga total com massa de até 250 gramas (K-Team S.A., 2002).

O subsistema eletrônico digital do veículo é gerenciado por um microprocessador da família 68331 fabricado pela Motorola, que trabalha com 512 Kbytes de memória *Flash* e mais 512 Kbytes de memória RAM. Este subsistema eletrônico possui residente um sistema operacional em tempo real (BIOS - *Basic Input Output System*) com várias funções e rotinas computacionais destinadas ao desenvolvimento de aplicações (Franzi, 1998).

O módulo da garra articulada tem uma configuração básica que torna possível a manipulação de objetos com massa de até 50 gramas, segundo o fabricante, sendo composto por um braço e uma pinça com um total de dois graus de liberdade. O braço é acionado por um motor CC acoplado a um sensor de posição de 8 bits de resolução que cobre completamente os possíveis ângulos de ação. A pinça possui abertura máxima de 55mm, e possui também um sensor de posição. Mais dois sensores são acoplados à pinça: um de resistividade elétrica e o outro de presença de objetos. Este módulo possui subsistema eletrônico independente, gerenciado por um microprocessador 68HC11 da Motorola com 256 bytes de RAM (K-Team S.A., 1999c).

No módulo de comunicação, a estação rádio móvel é um rádio modem compacto e inteligente que opera nas frequências de 418 MHz ou 433,920 MHz com uma taxa de transmissão de 9600 bps², e possui um processador Motorola M68331 para gerenciar a comunicação, que inclui: codificação; transmissão e recepção; detecção e correção de erro, suportando o protocolo de rede de multiprocessamento, que permite a comunicação com outros *kheperas* que possuam estação rádio móvel. A estação rádio base é um rádio modem compacto, com protocolo padrão RS232, conectado a um *host computer* e adaptado para suportar uma rede com até 31 estações rádio móveis. A base possui um processador local Motorola 68HC11 para a gerenciamento do processo de comunicação (K-Team S.A., 1999e; K-Team S.A., 1999d).

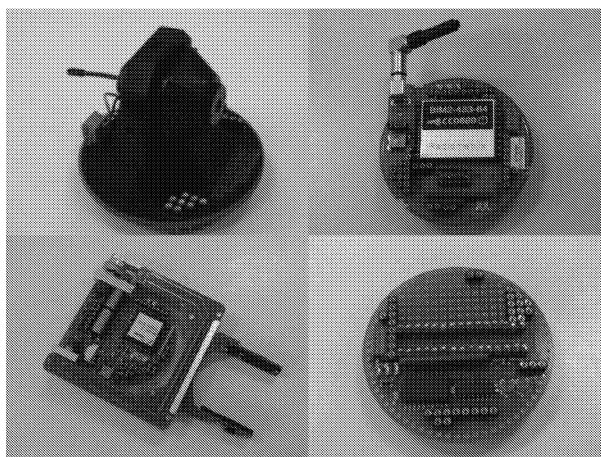


Figura C.3: Módulos que compõem o Robô *Khepera II*.

²Dependendo do tamanho da mensagem, típico de 4800 bps.

C.1 Parâmetros do Robô Khepera II

As informações necessárias como determinação de alguns dos parâmetros e informações obtidas a partir de medições feitas diretamente do sistema físico *Khepera II*, são resumidas nas seguintes Tabelas C.1 e C.2, fonte obtida de (Laura, 2006).

Tabela C.1: Parâmetros obtidos por medição direta do sistema físico Robô *Khepera II*.

Massa do veículo [M]	108,146 g
Diâmetro do veículo	70,0 mm
Distância entre as rodas [$2l$]	53,0 mm
Raio da cada roda [r_d, r_e]	7,5 mm
Massa da garra	84,975 g
Diâmetro da garra	78,0 mm
Massa da câmera	28,698 g
Diâmetro da câmera	56,0 mm
Massa do rádio móvel	49,569 g
Diâmetro do rádio móvel	56,0 mm

Tabela C.2: Parâmetros do veículo *Khepera II*.

K_{td}, K_{te}	1,66 mN m/A
K_{emd}, K_{eme}	1,66 mV s/rad
N_d, N_e	25
L_d, L_e	180 μ H
R_d, R_e	21,5 Ω
J_{md}, J_{me}	$0,2 \times 10^{-7}$ kgm ²
B_{md}, B_{me}	12×10^{-9} N m s/rad
B_{lin}	de 0 a 2,8 N s/m
B_{ang}	de 0 a 2×10^{-3} N m s/rad
J	$6,615 \times 10^{-5}$ kgm ²
η	0,94

Apêndice D

Lista de rotinas implementadas em MATLAB

Feitos os experimentos, para aplicação de identificação dos parâmetros estáticos e dinâmicos do modelo de atrito de LuGre, foram feitos os seguintes algoritmos em *MATLAB*®.

```
% Estimação dos parâmetros estáticos do modelo do atrito.  
% =====  
% Apartir dos dados obtidos experimentalmente, para a força de  
% atrito em função da velocidade em regime permanente.  
  
function H = staticstate(atrito)  
global Wm;  
global torqm;  
longWm=length(Wm);  
longtau=length(torqm);  
for i=1:longWm  
H(i)=(torqm(i)-((atrito(1))*sign(Wm(i))+atrito(2)*Wm(i)))^ 2;  
end  
H=sum(H);
```

```

% Busca de parâmetros estáticos para o modelo de LuGre.
% =====
%
% parâmetros identificados
% ==> atritomin = [alpha0, alpha1, alpha2, WmS]
% Atrito de Coulomb Fc = alpha0 (Nm)
% Atrito estático Fs = alpha0 + alpha1 (Nm)
% Atrito viscoso Fv = alpha2 (Nms/rad)
% Velocidade Stibeck WmS (rad/s)
global Wm;
global torqm;
% condição inicial de busca
atrito=[10 10];
[atritomin,fval] = fminunc(@staticstate,atrito)
for i=1:length(Wm)
f(i)=(atritomin(1))*sign(Wm(i))+atritomin(2)*Wm(i);
end
figure;
plot(Wm,f,'b-',Wm,torqm,'ko'); grid on

```

Apêndice: Artigos publicados