



Universidade Federal da Bahia
Escola Politécnica
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica



RAFAEL FURQUIM JÚNIOR

**UTILIZAÇÃO DA ÁLGEBRA GEOMÉTRICA DE CLIFFORD NA
ANÁLISE DE CIRCUITOS NÃO LINEARES.**

Salvador, Bahia - Brasil
Dezembro de 2020

RAFAEL FURQUIM JÚNIOR

**UTILIZAÇÃO DA ÁLGEBRA GEOMÉTRICA DE CLIFFORD NA
ANÁLISE DE CIRCUITOS NÃO LINEARES.**

Dissertação apresentado à Coordenação do
Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Elétrica da Universidade Federal da Bahia, em
cumprimento às exigências para obtenção do
Grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Fernando Augusto Moreira
Coorientador: Prof. Dr. Niraldo Roberto Ferreira

Application of Clifford Geometric Algebra in Nonlinear Circuits Analysis.
Área de Concentração: Processamento da Informação e Energia.
Linha de Pesquisa: Sistemas de Potência.

Salvador, Bahia - Brasil
Dezembro de 2020

F989 Furquim Júnior, Rafael.

Utilização da álgebra geométrica de Clifford na análise de circuitos não lineares/ Rafael Furquim Júnior. – Salvador, 2020.
128 f. : il. color.

Orientador: Prof. Dr. Fernando Augusto Moreira.

Coorientador: Prof. Dr. Niraldo Roberto Ferreira.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal da Bahia.
Escola Politécnica, 2020.

1. Circuitos elétricos. 2. Clifford, Álgebra de. 3. Correntes elétricas. I. Moreira, Fernando Augusto. II. Ferreira, Niraldo Roberto. III. Universidade Federal da Bahia. IV. Título.

CDD: 621.381

RAFAEL FURQUIM JÚNIOR

Utilização da Álgebra Geométrica de Clifford na Análise de Circuitos Não Lineares.

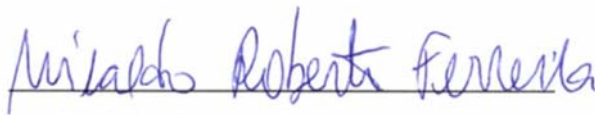
Dissertação apresentada à Universidade Federal da Bahia, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, para a obtenção do título de Mestre.

APROVADA em: 09 de Dezembro de 2020.

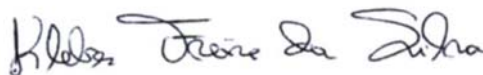
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Fernando Augusto Moreira
Orientador – UFBA



Prof. Dr. Niraldo Roberto Ferreira
Coorientador - UFBA



Prof. Dr. Kleber Freire da Silva
UFBA



Profª. Drª. Alessandra Freitas Picanço
IFBA

Agradecimentos

A Deus em primeiro lugar, por me permitir chegar até aqui.

Ao Prof. Fernando Augusto Moreira, meu muito obrigado por toda a orientação e apoio recebido.

Ao Prof. Niraldo Roberto Ferreira, imensamente grato pelo brilhante tema escolhido para esta dissertação e por todo apoio recebido ao longo desta pesquisa.

Aos membros que completam a banca examinadora, Prof. Kleber Freire da Silva e Prof^a. Alessandra Freitas Picanço, agradeço imensamente a disponibilidade para contribuir na consolidação desta pesquisa.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFBA pela oportunidade de realizar o mestrado.

À Fapesb pelo apoio financeiro durante a realização desta pesquisa.

Resumo

A primeira teoria criada para fazer a análise da potência em circuitos elétricos no regime permanente não senoidal foi devida a Budeanu em 1927. Ela se baseia numa extrapolação do método clássico utilizado para o regime puramente senoidal.

Por não explicar adequadamente alguns aspectos do comportamento do fluxo de potências não ativo, permitiu a proposição de diversas outras teorias ao longo dos últimos quase 100 anos.

Entre as mais recentes está a proposta de Castro-Núñez, que para modelar a potência não ativa e o caráter multivetorial da potência elétrica utiliza uma ferramenta matemática chamada Álgebra de *Clifford* ou Álgebra Geométrica, entretanto esta proposta ainda não atinge o objetivo, visto que, seus resultados divergem do domínio do tempo.

Nesta dissertação apresenta-se uma nova abordagem para a transformação entre os domínios do tempo e de Clifford que se mostra capaz de reproduzir os resultados da análise da potência instantânea no domínio do tempo. Também se propõem, pela primeira vez, um operador de rotação distinto para cada frequência presente no circuito. Desta forma, o domínio do tempo é perfeitamente reproduzido no domínio de *Clifford*, o que não acontece com as propostas de outros autores.

Para validar o método proposto foram resolvidos, no domínio do tempo e no domínio de *Clifford*, quatro circuitos monofásicos em regime permanente não senoidal, contendo fontes de tensão fundamental e fontes de tensão de 3º harmônico, combinados com carga de elementos RLC. Assim como, um circuito contendo fonte de tensão fundamental, carga linear, e carga não linear composta por um retificador monofásico de onda completa.

Palavras-Chave: Potência elétrica; Harmônicos; Circuitos não lineares; Potência reativa; Álgebra de Clifford; Regime permanente.

Abstract

The first theory created for the analysis of power in electric circuits under non-sinusoidal steady-state conditions was proposed by Budeanu in 1927. It is based on an extrapolation of the classical method used for sinusoidal steady-state conditions.

Since it does not explain adequately some aspects of the behavior of non-active power flow, it has allowed the proposition of several other theories for almost the last 100 years.

Among the most recent propositions is the one by Castro-Núñez, which uses, in order to model the non-active power and the multivector aspect of the electric power, a mathematical tool called Clifford Algebra or Geometric Algebra. However, this proposal still does not reach its goal since its results diverge in the time-domain.

In this work, a new approach for the transformation between the time and Clifford domains is presented, which is capable of reproducing the results from the analysis of the instantaneous power in the time-domain. Also, it is proposed, for the first time, a rotating operator, different for each frequency present in the circuit. Therefore, the time-domain is perfectly reproduced in the Clifford-domain, a characteristic that is not present in the proposal of other authors.

In order to validate the proposed method, four single-phase circuits in non-sinusoidal steady-state conditions were solved in the time-domain and in the Clifford-domain. These circuits contain fundamental frequency and third harmonic voltage sources together with RLC loads. Also, a circuit containing a fundamental frequency voltage source, a linear load, and a non-linear load consisting of a single-phase full-wave rectifier, was solved.

Keywords: Electric power; Harmonics; Non-linear circuits; Reactive power; Clifford algebra; Steady-state.

Lista de Figuras

Fig. 3.1 Unidade bivetora.....	12
Fig. 3.2 Circuito usado para demonstrar as análises nos domínios do tempo e da frequência.....	15
Fig. 3.3 Transformações e Operadores de Rotação.....	20
Fig. 4.1 Circuito 01 com duas fontes e carga RL.....	24
Fig. 4.2 Circuito 02 com duas fontes, carga RL e capacitor em paralelo.....	24
Fig. 4.3 Circuito 03 com duas fontes e carga RLC série.....	25
Fig. 4.4 Circuito 04 radial com uma fonte de tensão e retificador monofásico de onda completa.....	25
Fig. 4.5 Circuito 01 com duas fontes e carga RL.....	26
Fig. 4.6 Circuito 01 com duas fontes e carga RL.....	32
Fig. 4.7 Tensões na entrada do Circuito 01.....	32
Fig. 4.8 Valores RMS das tensões na entrada do Circuito 01.....	33
Fig. 4.9 Tensão e corrente resultantes na carga do Circuito 01.....	33
Fig. 4.10 Valores RMS de tensão e corrente entregues pelas fontes à carga do Circuito 01.....	34
Fig. 4.11 Potência Aparente entregue pelas fontes do Circuito 01.....	34
Fig. 4.12 Valor de Potência Aparente entregue pelas fontes do Circuito 01.....	35
Fig. 4.13 Potência Ativa entregue pelas fontes do Circuito 01.....	35
Fig. 4.14 Valor de Potência Ativa entregue pelas fontes do Circuito 01.....	36
Fig. 4.15 Fator de Potência “visto” pelas fontes do Circuito 01.....	36
Fig. 4.16 Valor do Fator de Potência “visto” pelas fontes do Circuito 01.....	37
Fig. 4.17 Circuito 02 com duas fontes, carga RL e capacitor em paralelo.....	38
Fig. 4.18 Circuito 02 com duas fontes, carga RL e capacitor em paralelo.....	44
Fig. 4.19 Tensões na entrada do Circuito 02.....	44
Fig. 4.20 Valores RMS das tensões na entrada do Circuito 02.....	45
Fig. 4.21 Tensão e corrente resultantes na carga do Circuito 02.....	45
Fig. 4.22 Valores RMS de tensão e corrente entregues pelas fontes à carga do Circuito 02.....	46
Fig. 4.23 Potência Aparente entregue pelas fontes do Circuito 02.....	46
Fig. 4.24 Valor de Potência Aparente entregue pelas fontes do Circuito 02.....	47
Fig. 4.25 Potência Ativa entregue pelas fontes do Circuito 02.....	47
Fig. 4.26 Valor de Potência Ativa entregue pelas fontes do Circuito 02.....	48
Fig. 4.27 Fator de Potência “visto” pelas fontes do Circuito 02.....	48
Fig. 4.28 Valor do Fator de Potência “visto” pelas fontes do Circuito 02.....	49
Fig. 4.29 Circuito 03 com duas fontes e carga RLC série.....	50
Fig. 4.30 Circuito 03 com duas fontes e carga RLC série.....	56
Fig. 4.31 Tensões na entrada do Circuito 03.....	56
Fig. 4.32 Valores RMS das tensões na entrada do Circuito 03.....	57
Fig. 4.33 Tensão e corrente resultantes na carga do Circuito 03.....	57
Fig. 4.34 Valores RMS de tensão e corrente entregues pelas fontes à carga do Circuito 03.....	58
Fig. 4.35 Potência Aparente entregue pelas fontes do Circuito 03.....	58

Fig. 4.36 Valor de Potência Aparente entregue pelas fontes do Circuito 03.....	59
Fig. 4.37 Potência Ativa entregue pelas fontes do Circuito 03.....	59
Fig. 4.38 Valor de Potência Ativa entregue pelas fontes do Circuito 03.....	60
Fig. 4.39 Fator de Potência “visto” pelas fontes do Circuito 03.....	60
Fig. 4.40 Valor do Fator de Potência “visto” pelas fontes do Circuito 03.....	61
Fig. 4.41 Circuito 04 radial com uma fonte de tensão e retificador monofásico de onda completa.....	62
Fig. 4.42 Circuito 04 radial com uma fonte de tensão e retificador monofásico de onda completa.....	76
Fig. 4.43 Tensão de entrada e correntes da carga não linear do Circuito 04.....	77
Fig. 4.44 Valores RMS da tensão de entrada e correntes da carga não linear do Circuito 04.....	77
Fig. 4.45 Tensão e corrente resultantes na carga linear e não linear do Circuito 04.....	78
Fig. 4.46 Valores RMS de tensão e corrente resultantes na carga linear e não linear do Circuito 04.....	78
Fig. 4.47 Potência Aparente entregue às cargas linear e não linear do Circuito 04.....	79
Fig. 4.48 Valor de Potência Aparente entregue às cargas linear e não linear do Circuito 04.....	79
Fig. 4.49 Potência Ativa entregue às cargas linear e não linear do Circuito 04.....	80
Fig. 4.50 Valor de Potência Ativa entregue às cargas linear e não linear do Circuito 04.....	80
Fig. 4.51 Fator de Potência “visto” no ponto x do Circuito 04.....	81
Fig. 4.52 Valor do Fator de Potência “visto” no ponto x do Circuito 04.....	81
Fig. 4.53 Tensão e corrente resultantes na fonte de tensão do Circuito 04.....	82
Fig. 4.54 Valores RMS de tensão e corrente na fonte de tensão do Circuito 04.....	83
Fig. 4.55 Potência Aparente entregue pela fonte de tensão do Circuito 04.....	83
Fig. 4.56 Valor de Potência Aparente entregue pela fonte de tensão do Circuito 04.....	84
Fig. 4.57 Potência Ativa entregue pela fonte de tensão do Circuito 04.....	84
Fig. 4.58 Valor de Potência Ativa entregue pela fonte de tensão do Circuito 04.....	85
Fig. 4.59 Fator de Potência “visto” pela fonte de tensão do Circuito 04.....	85
Fig. 4.60 Valor do Fator de Potência “visto” pela fonte de tensão do Circuito 04..	86
Fig. 4.61 Tensão e corrente resultantes na carga não linear do Circuito 04.....	87
Fig. 4.62 Valores RMS de tensão e corrente na carga não linear do Circuito 04.....	87
Fig. 4.63 Potência Aparente entregue à carga não linear do Circuito 04.....	88
Fig. 4.64 Valor de Potência Aparente entregue à carga não linear do Circuito 04.....	88
Fig. 4.65 Potência Ativa entregue à carga não linear do Circuito 04.....	89
Fig. 4.66 Valor de Potência Ativa entregue à carga não linear do Circuito 04.....	89

Fig. 4.67 Fator de Potência da carga não linear do Circuito 04.....	90
Fig. 4.68 Valor do Fator de Potência da carga não linear do Circuito 04.....	90
Fig. 4.69 Tensão e corrente resultantes na carga linear do Circuito 04.....	91
Fig. 4.70 Valores RMS de tensão e corrente na carga linear do Circuito 04.....	92
Fig. 4.71 Potência Aparente entregue à carga linear do Circuito 04.....	92
Fig. 4.72 Valor de Potência Aparente entregue à carga linear do Circuito 04.....	93
Fig. 4.73 Potência Ativa entregue à carga linear do Circuito 04.....	93
Fig. 4.74 Valor de Potência Ativa entregue à carga linear do Circuito 04.....	94
Fig. 4.75 Fator de Potência da carga linear do Circuito 04.....	94
Fig. 4.76 Valor do Fator de Potência da carga linear do Circuito 04.....	95
Fig. 4.77 Tensão e corrente resultantes na resistência da fonte do Circuito 04.....	96
Fig. 4.78 Valores RMS de tensão e corrente na resistência da fonte do Circuito 04.....	96
Fig. 4.79 Potência Aparente sobre a resistência da fonte do Circuito 04.....	97
Fig. 4.80 Valor de Potência Aparente sobre a resistência da fonte do Circuito 04.....	97
Fig. 4.81 Potência Ativa dissipada pela resistência da fonte do Circuito 04.....	98
Fig. 4.82 Valor de Potência Ativa dissipada pela resistência da fonte do Circuito 04.....	98
Fig. 4.83 Fator de Potência na resistência da fonte do Circuito 04.....	99
Fig. 4.84 Valor do Fator de Potência na resistência da fonte do Circuito 04.....	99
Fig. 5.1 Circuito 01 com duas fontes e carga RL.....	101
Fig. 5.2 Circuito 02 com duas fontes, carga RL e capacitor em paralelo.....	103
Fig. 5.3 Circuito 03 com duas fontes e carga RLC série.....	104
Fig. 5.4 Circuito 04 radial com uma fonte de tensão e retificador monofásico de onda completa.....	106
Fig. 5.5 Circuito apresentado em Castro-Núñez e Castro-Puche [13].....	109
Fig. 5.6 Valor de Potência Aparente do circuito apresentado em Castro-Núñez e Castro-Puche [13].....	111

Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Principais teorias de potência propostas.....	5
Tabela 3.1 Análise da Potência – Estudo de caso; adaptado de [16].....	18
Tabela 5.1 Análise da Potência – Circuito 01.....	102
Tabela 5.2 Análise da Potência – Circuito 02.....	103
Tabela 5.3 Análise da Potência – Circuito 03.....	105
Tabela 5.4 Análise da Potência – Circuito 04.....	106
Tabela 5.5 Análise da Potência – Estudo de caso; adaptado de [16].....	109

Lista de Símbolos

P	Potência Ativa
S	Potência Aparente
Q	Potência Reativa
Q_B	Potência Reativa de Budeanu
D_B	Potência Distorcida de Budeanu
$ia(t)$	Corrente ativa de Fryze
$v(t)$	Tensão rms de Fryze
G_F	Condutância de Fryze
$ir(t)$	Corrente residual de Fryze
Q_F	Potência Reativa de Fryze
$x(t)$	Sinal periódico não senoidal
$\ x(t)\ $	Norma ou magnitude de $x(t)$
$\ v(t)\ $	Norma ou magnitude de $v(t)$
$S(t)$	Potência Aparente instantânea
$\ S(t)\ $	Norma ou magnitude da potência aparente
R^n	Espaço vetorial euclidiano
$Cl(R^n)$	Espaço vetorial expandido no domínio de Clifford
σ_I	Base do espaço vetorial euclidiano
a	Vetores do espaço vetorial euclidiano
$v(t)$	Tensão no domínio do tempo
w	Velocidade angular
$I(t)$	Corrente no domínio do tempo
$x_c(t)$	Sinal cosseno de tensão ou corrente no domínio do tempo
$x_s(t)$	Sinal seno de tensão ou corrente no domínio do tempo
$A_c\sigma_{(2n-1)}$	Sinal cosseno no domínio da álgebra geométrica
$A_s\sigma_{(2n)}$	Sinal seno no domínio da álgebra geométrica
$x\sigma_I$	Vetor no domínio de Clifford
$\sigma_{(2n)(2n-1)}$	Operador de rotação no domínio de Clifford
X_L	Reatância indutiva no domínio de Clifford
X_C	Reatância capacitiva no domínio de Clifford
$S = V \cdot I + V \wedge I$	Multivetor Potência Aparente no domínio de Clifford
$s^\dagger = \sum_k (-1)^{\frac{k(k-1)}{2}} \cdot \langle s \rangle_k$	Multivetor Reverso no domínio de Clifford
$\ s\ = \sqrt{\langle s \cdot s^\dagger \rangle_0}$	Norma do multivetor potência aparente no domínio de Clifford
$\langle s \cdot s^\dagger \rangle_0$	Parte escalar do multivetor potência aparente no domínio de Clifford
V	Tensão no domínio de Clifford
I	Corrente no domínio de Clifford
n	Número inteiro
$\ q\ = \sqrt{\langle q \cdot q^\dagger \rangle_0}$	Norma do multivetor potência reativa no domínio de Clifford
$\ d\ = \sqrt{\langle d \cdot d^\dagger \rangle_0}$	Norma do multivetor potência distorcida no domínio de Clifford

SUMÁRIO

1. CAPÍTULO I: INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Motivação.....	1
1.2 Objetivos	1
1.3 Contribuição desta Dissertação	1
1.4 Estrutura da Dissertação.....	2
2. CAPÍTULO II: REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	4
2.1 As principais Teorias de Potência	6
2.2 A Teoria de Potência de <i>Budeanu</i>	6
2.2.1 Limitações da Teoria de <i>Budeanu</i>	7
2.3 A Teoria da Potência de <i>Fryze</i>	8
2.3.1 Limitações da Teoria de <i>Fryze</i>	8
2.4 Potência Aparente em Regime não Senoidal no Domínio do Tempo.	9
3. CAPÍTULO III: ÁLGEBRA DE <i>CLIFFORD</i>	11
3.1 Definições básicas da Álgebra Geométrica de <i>Clifford</i>	11
3.2 A Álgebra de <i>Clifford</i> e o método de Castro-Núñez	13
3.2.1 A inconsistência no modelo de Castro-Núñez	14
3.2.2 Resolução no Domínio do Tempo	15
3.2.3 A inconsistência da Potência Reativa Q_B de Budeanu	17
3.2.4 Resultados apresentados em Castro-Núñez [13]	18
3.3 Uma nova transformação no domínio de <i>Clifford</i>	19
3.4 As reatâncias indutiva e capacitiva no domínio de <i>Clifford</i>	20
3.5 Potência como Produto Geométrico e Multivetor	21
4. CAPÍTULO IV: SOLUÇÕES NOS DOMÍNIOS DO TEMPO E DE <i>CLIFFORD</i>	23
4.1 Motivação.....	23
4.2 Circuitos Analisados nesta dissertação.....	23
4.2.1 Circuito 01 com uma fonte de tensão na frequência fundamental, uma fonte de tensão na frequência harmônica e carga RL.	24
4.2.2 Circuito 02 com uma fonte de tensão na frequência fundamental, uma fonte de tensão na frequência harmônica e carga RL, incluindo-se um capacitor em paralelo.....	24

4.2.3	Circuito 03 com uma fonte de tensão na frequência fundamental, uma fonte de tensão na frequência harmônica e carga RLC série.....	25
4.2.4	Circuito 04 radial com uma fonte de tensão e retificador monofásico onda completa.....	25
4.3	Resolução nos Domínios do Tempo e da Álgebra de <i>Clifford</i>	26
4.3.1	Resolução do Circuito 01 no domínio de <i>Clifford</i>	26
4.3.1.1	Resolução do Circuito 01 no domínio do Tempo.	32
4.3.2	Resolução do Circuito 02 no domínio de <i>Clifford</i>	38
4.3.2.1	Resolução do Circuito 02 no domínio do Tempo.	44
4.3.3	Resolução do Circuito 03 no domínio de <i>Clifford</i>	50
4.3.3.1	Resolução do Circuito 03 no domínio do Tempo	56
4.3.4	Resolução do Circuito 04 no domínio de <i>Clifford</i>	62
4.3.4.1	Potência fornecida pela fonte de tensão	67
4.3.4.2	Potência fornecida a Carga Não Linear	70
4.3.4.3	Potência fornecida a Carga Linear.....	73
4.3.4.4	Potência dissipada na Resistência da Fonte de Tensão.....	75
4.3.4.5	Resolução do Circuito 04 no domínio do Tempo.	76
4.3.4.5.1	Potência fornecida pela fonte de tensão.....	82
4.3.4.5.2	Potência fornecida a Carga Não Linear	86
4.3.4.5.3	Potência fornecida a Carga Linear.....	91
4.3.4.5.4	Potência dissipada na Resistência da Fonte de Tensão	95
5.	CAPÍTULO V: RESULTADOS E DISCUSSÕES	101
5.1	Circuito 01	101
5.2	Circuito 02.....	102
5.3	Circuito 03.....	104
5.4	Circuito 04.....	106
5.5	Circuito apresentado em Castro-Núñez [13].....	109
5.6	Trabalhos Publicados.....	111
6.	CAPÍTULO VI: CONCLUSÕES	112
6.1	Trabalhos Futuros	113
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	114

1. CAPÍTULO I: INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

O desenvolvimento de uma teoria sobre o comportamento dos fluxos de potência ativa e não ativa na presença de sinais não senoidais, distorcidos ou desequilibrados é um tema da engenharia elétrica que intriga a comunidade científica há quase 100 anos.

A relevância deste tema está fundamentada na necessidade de se entender e se demonstrar os fenômenos de transferência de energia em um circuito, quando o mesmo está sujeito a condições periódicas não senoidais, seja proveniente da alimentação ou ocasionada pelo próprio circuito.

1.2 Objetivos

Apresentar a álgebra geométrica de *Clifford* como uma ferramenta eficiente a ser utilizada no domínio da frequência para a resolução de circuitos elétricos monofásicos operando em regime permanente não senoidal, de modo a obter resultados compatíveis com a análise no domínio do tempo.

Para isto, propõem-se uma nova transformação do domínio do tempo para o domínio de *Clifford*, bem como, propõem-se, pela primeira vez, um operador de rotação distinto para cada frequência harmônica, tornando inequívoca a interpretação dos resultados das parcelas envolvidas no *multivetor* de potência no domínio de *Clifford*, o que não acontece com as propostas atuais, onde dois resultados, provenientes de parcelas distintas no domínio do tempo, não representam parcelas distintas no domínio da álgebra geométrica.

1.3 Contribuição desta Dissertação

A contribuição desta dissertação é apresentar um modelo matemático consistente para solução de circuitos elétricos monofásicos em regime permanente não senoidal. A solução no domínio do tempo não apresenta inconsistências, contudo

é um processo trabalhoso e longo, que exige várias manipulações trigonométricas, no entanto, apresenta de maneira inequívoca todas as parcelas envolvidas pelas n -frequências presentes no circuito.

A solução no domínio geométrico da Álgebra de *Clifford*, com a transformação e operador de rotação propostos, mostra-se bastante eficiente, com a vantagem de não se necessitar de manipulações trigonométricas, as quais ficam implícitas no processo algébrico.

1.4 Estrutura da Dissertação

Para atingir os objetivos propostos, a dissertação é composta da presente introdução, juntamente com cinco outros capítulos.

O Capítulo 2 traz a revisão bibliográfica e apresenta as duas principais teorias de potência, que se mantêm em uso até presente momento, pela falta de consenso entre a comunidade científica em torno de uma outra teoria.

O Capítulo 3 apresenta a Álgebra de *Clifford* e traz a conceituação mínima necessária para o entendimento da transformação proposta entre os domínios do tempo e de Clifford. Assim como, apresenta a transformação proposta por Castro-Núñez e mostra a inconsistência dessa transformação. Apenas para ilustrar, apresenta também a inconsistência, já bastante conhecida, da potência reativa Q_B de Budeanu.

O Capítulo 4 apresenta as soluções no domínio do tempo com o software *PSIM* e no domínio de *Clifford* com a transformação e operador de rotação propostos nesta dissertação. São resolvidas quatro configurações de circuitos diferentes, evidenciando que a transformação proposta nesta dissertação, tem a capacidade de reproduzir os resultados alcançados no domínio do tempo com o software *PSIM*.

O Capítulo 5 traz a síntese dos resultados encontrados em cada um dos quatro circuitos analisados, faz a comparação entre eles, e também, as considerações pertinentes a cada um dos quatro circuitos analisados.

Apresenta também, como resultado desta pesquisa, o trabalho publicado no VIII Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos.

O Capítulo 6 traz as conclusões que foram observadas na pesquisa, e também, os possíveis trabalhos futuros para outras dissertações de mestrado ou tese de doutorado.

2. CAPÍTULO II: REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

As propriedades da potência, nos circuitos elétricos de corrente alternada em regime permanente não senoidal, são discutidas há quase um século e como resultado diversos trabalhos são publicados todos os anos. Apresenta-se aqui, as duas principais teorias que surgiram na tentativa de definir e explicar as potências ativa P e aparente S em circuitos *n-senoidais* e que permanecem em uso até o presente momento.

A primeira definição de potência, aplicada a circuitos monofásicos de corrente alternada, foi proposta por *Steinmetz* em 1897, na qual foram definidas as potências ativa P , aparente S e reativa Q , em regime permanente senoidal [1].

A primeira definição de potência no domínio da frequência, aplicada a circuitos monofásicos de corrente alternada em regime periódico não senoidal, foi proposta por *Budeanu* em 1927, na qual foram apresentadas as três parcelas que compõem a potência aparente S : potência ativa P , potência reativa Q_B e potência distorcida D_B [2,3]. Esta teoria é de longe a mais utilizada em todo o universo da engenharia elétrica.

Logo após *Budeanu* propor sua teoria no domínio da frequência, *Fryze* em 1931 propôs sua teoria para definição de potência no domínio do tempo, teoria esta baseada na decomposição ortogonal, dando origem às componentes de corrente ativa e não ativa [4,5].

Contudo, estas teorias foram contestadas por vários pesquisadores e nas décadas de 70 a 90 surgiram outras teorias, destacando-se entre elas as teorias de *Shepherd* e *Zakikhani* em 1972 [6], *Akagi et al.* em 1983 [7,8] e *Czarnecki* em 1988 [9]. Ainda nos anos 90, haviam três grupos de estudo dedicados a este assunto, sendo um grupo do *IEEE* coordenado por *A. Emanuel*, outro grupo coordenado por *A. Ferrero* do *International Workshop on Power Definitions and Measurements under Non-sinusoidal Conditions* e o grupo coordenado por *Czarnecki* do *International School on Non-sinusoidal Currents and Compensation*.

Embora continuem sendo publicados vários trabalhos a cada ano, acerca das várias teorias de potência propostas, conforme apresenta a tabela 2.1, Lima[12], ainda não há consenso na comunidade científica que aponte uma única teoria para explicar a potência não ativa em regime não senoidal.

Tabela 2.1 – Principais teorias de potência propostas (Lima, E. J.,2014).

	Autores	Título	Ano
1	C Budeanu	Budeanu's power theory	1927
2	S Fryze	Orthogonal currents	1931
3	W Shepherd & P Zakikhani	Definition of reactive power	1972
4	D Sharon	Reactive power definitions	1973
5	H Depenbrock	The first harmonic of voltage and current	1979
6	N L Kuster's & M J M Moore	Definition of reactive power	1980
7	C H Page	Reactive power definition	1980
8	G Nomowiesjki	Generalised theory of electrical power	1981
9	Akagi & Nabae	Original p-q theory	1983
10	L S Czarnecki	CPC Theory	1988
11	M D Slonim & J D Van Wyck	Definition of active, reactive and apparent powers with clear physical interpretation	1988
12	J H Enslyn & J D Van Wyck	Load related time domain generalised definition	1988
13	I Takahashi	Instantaneous Vectors	1988
14	M J Robinson & P H G Allen	Power factor and quadergy definitions	1989
15	T Furuhasi	Theory of instantaneous reactive power	1990
16	Ferrero e Superti-Furga	The Park power theory	1991
17	P S Fillipski	Elucidation of apparent power and power factor	1991
18	A Ferrero & G Superti-Furga	Powers using Parks transform	1991
19	Willems	Generalized Akagi's and Ferrero's p-q power theories	1992
20	Willems	Instantaneous voltage and current vectors	1993
21	E H Watanabe	Generalised theory of instantaneous powers α - β -0 transformation	1993
22	Rossetto e Tenti	Instantaneous orthogonal currents	1994
23	Akagi & Nabae	Modified p-q theory	1994
24	IEEE Working Group	Practical power definitions	1995
25	F Z Peng & J S Lai	Generalised instantaneous reactive power theory	1996
26	D Sharon	Power factor definitions	1996
27	A Nabae & T Tanaka	Powers based on instantaneous space vector	1996
28	L M Dalgerti	Concepts based on instantaneous complex power approach	1996
29	H Akagi & K Hyosung	Instantaneous power theory based on mapping matrices	1996
30	Nils & Marja	Vector space decomposition of reactive power	1997
31	A E Emanuel	Definitions of apparent power	1998

32	K Hyusong & H Akagi	Instantaneous p-q-r power theory	1999
33	J Cohen, F Keon & K M Hernandez	Time domain representation of powers	1999
34	F Ghassemi	Definition of apparent power based on modified voltage	2000
35	F Z Peng & L M Tolbert	Definitions of nonactive power from compensation standpoint	2000
36	S K Chen & G W Chang	Instantaneous power theory based on active filter	2000
37	H Lev-Ari & A M Stankovic	Reactive power definition via local Fourier transform	2002
38	M Depenbrock	FBD Method	2003
39	A Menti T Zacharias & J. Milias-Argitis	Introduced the framework of Geometric Algebra to non-sinusoidal power theory	2007
40	M Castilla et all	Extended the use of Geometric Algebra in non-sinusoidal power theory	2009
41	IEEE Std 1459	Definitions for the measurement of electric power quantities	2010

Assim sendo, em 2013, Milton David Castro-Núñez [10] apresentou sua teoria propondo uma abordagem multivetorial para a transformação do domínio do tempo para o domínio geométrico da álgebra de *Clifford*, e consequentemente, a modelagem da potência em regime permanente *n*-senoidal.

2.1 As principais Teorias de Potência

As teorias de *Budeanu* e *Fryze* permanecem válidas há quase 100 anos, dado que, até o presente momento não há consenso em torno de uma outra teoria que em definitivo pudesse substituir as teorias em questão.

Por serem estas duas teorias, as mais discutidas por toda a comunidade científica, elas serão aqui transcritas para estabelecer-se um padrão de referência.

2.2 A Teoria de Potência de *Budeanu*.

Constantin Budeanu, em 1927, compreendeu que a potência aparente tinha mais de duas componentes em condições periódicas não senoidais e postulou que a Potência Aparente é composta por duas componentes ortogonais, chamadas de Potência Ativa e Não Ativa [2,3].

A Potência Ativa sendo definida como a potência média calculada pela média da potência instantânea no domínio do tempo dada por:

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T p(t) dt = V_0 \cdot I_0 + \sum_{\substack{h=1 \\ h,n \in \mathbb{N}^+}}^n V_h \cdot I_h \cdot \cos \varphi_h \quad (2.1)$$

Onde V_0 e I_0 representam a componente contínua de tensão e corrente, respectivamente. A Potência Não Ativa é dividida em duas componentes, definidas como Potência Reativa de *Budeanu* e Potência de Distorção.

A Potência Reativa de *Budeanu* é calculada pela soma das potências reativas individuais de cada ordem harmônica, ou seja:

$$Q_B = \sum_{h=1}^n V_h \cdot I_h \cdot \sin \varphi_h \quad (2.2)$$

E a Potência de Distorção é dada por:

$$D_B = \sqrt{S^2 - P^2 - Q_B^2} \quad (2.3)$$

Onde h e n são inteiros positivos, distintos, que indicam a ordem harmônica.

2.2.1 Limitações da Teoria de *Budeanu*.

As principais limitações da teoria de *Budeanu*, conforme apontado nos trabalhos de *Shepherd* e *Zakikhani*, e também *Czarnecki* são:

- A redução da potência reativa, no valor de Q_B , não reduz o valor eficaz da corrente de alimentação para corrente ativa, como ocorreria no caso senoidal;
- A potência de distorção D_B pode, ou não, ter algo em comum com a distorção das formas de onda da tensão e corrente.

Estas limitações da potência reativa de *Budeanu* podem ter motivado a exclusão deste conceito da norma IEEE 1459 em sua revisão de 2010.

2.3 A Teoria da Potência de Fryze

Em 1932, *Stanislaw Fryze* propôs uma decomposição de corrente, na qual a corrente é dividida em duas componentes ortogonais, chamadas, corrente ativa e reativa [4,5].

A corrente ativa, i_a , seria calculada utilizando a potência ativa da carga.

$$i_a(t) = \frac{P}{\|v(t)\|^2} \cdot v(t) = G_e \cdot v(t) \quad (2.4)$$

Onde $\|v(t)\|$ é tensão rms e a condutância G_e é referida como condutância equivalente da carga. A parte remanescente da corrente da fonte é tida como corrente reativa. Logo:

$$i_r(t) = i(t) - i_a(t) \quad (2.5)$$

Assim, a decomposição sugerida por *Fryze* é:

$$S^2 = P^2 + Q_F^2 \quad (2.6)$$

Onde as Potência ativa e reativa são dadas, respectivamente por:

$$P = \|v(t)\| \cdot \|i_a\| \quad (2.7)$$

$$Q_F = \|v(t)\| \cdot \|i_r\| \quad (2.8)$$

2.3.1 Limitações da Teoria de Fryze

A principal limitação da teoria de *Fryze*, conforme apontado nos trabalhos de *Shepherd* e *Zakikhani*, e também *Czarnecki* é:

- Todas as correntes n -senoidais são agrupadas em uma única corrente denominada não ativa, I_{na} , assim sendo, esta teoria não permite o detalhamento de cada parcela envolvida na transferência de energia; logo não permite a compensação de determinada parcela de potência.

2.4 Potência Aparente em Regime não Senoidal no Domínio do Tempo.

Em um circuito com tensões e correntes em diferentes frequências, originam-se potências em diferentes frequências, incluindo-se as associadas as frequências cruzadas, sendo então a potência, *multivetorial*. Assim sendo, para se encontrar a potência aparente total em regime não senoidal, utiliza-se da definição de Fourier, apresentada sucintamente.

Dado um sinal $x(t)$ periódico não senoidal:

$$x(t) = \sum_{h=1}^n \left[\sqrt{2} \cdot A_h \cdot \text{sen}(h\omega t + \alpha) \right] \quad (2.9)$$

A norma ou magnitude de $x(t)$ será:

$$\|x(t)\| = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x^2(t) dt} = \sqrt{\sum_{h=1}^n A_h^2} \quad (2.10)$$

onde: $x(t)$ pode ser um sinal de tensão ou de corrente, A_h é o valor eficaz da componente de ordem harmônica h , T é o período da onda fundamental.

Sendo $x(t)$ o sinal de tensão $v(t)$, sua norma ou magnitude será:

$$\|v(t)\| = \sqrt{\sum_{h=1}^n V_h^2} = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + \dots + V_n^2} \quad (2.11)$$

A potência aparente instantânea no domínio do tempo é definida como:

$$S(t) = v(t) \cdot i(t) \quad (2.12)$$

A norma ou magnitude da potência aparente é definida como:

$$\|S(t)\| = \|v(t)\| \cdot \|i(t)\| \quad (2.13)$$

Substituindo-se as normas de tensão e corrente se obtém:

$$\|S(t)\| = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + \dots + V_n^2} \cdot \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_n^2} \quad (2.14)$$

Rearranjando algebricamente se obtém:

$$\|S(t)\| = \sqrt{(V_1^2 + V_2^2 + \dots V_n^2) \cdot (I_1^2 + I_2^2 + \dots I_n^2)} \quad (2.15)$$

$$\|S(t)\| = \sqrt{(V_1^2 I_1^2) + (V_1^2 I_2^2) + \dots (V_n^2 I_n^2)} \quad (2.16)$$

Simplificando-se a apresentação da norma ou magnitude da potência aparente, se obtém:

$$\|S(t)\| = \sqrt{S_{11}^2 + S_{12}^2 + \dots S_m^2} \quad (2.17)$$

onde: $S_{ij} = (V_i)^2 \cdot (I_j)^2$

3. CAPÍTULO III: ÁLGEBRA DE CLIFFORD

A álgebra de *Clifford*, também conhecida como álgebra geométrica, é uma ferramenta matemática capaz de manipular vetores e objetos geométricos de forma relativamente simples. Portanto, tem encontrado aplicação em vários ramos da física e da engenharia. No contexto desta dissertação a álgebra de *Clifford* será utilizada para a manipulação no campo dos números complexos, bastante conhecido dos engenheiros eletricitistas.

A álgebra de *Clifford* absorve naturalmente a álgebra dos números complexos e estende-a para n -dimensões, possibilitando a sua aplicação na resolução de circuitos monofásicos de corrente alternada em regime periódico não senoidal.

3.1 Definições básicas da Álgebra Geométrica de *Clifford*.

Um entendimento em profundidade é apresentado em Jancewicz [11], nesta dissertação apresenta-se apenas o conteúdo essencial. A base da álgebra geométrica, segundo Chappell et al. [14], é estender o espaço vetorial euclidiano R^n com uma operação de multiplicação, associativa e anticomutativa, designada produto geométrico dando origem a um espaço vetorial expandido $CI(R^n)$, sendo fechado para a soma e multiplicação de vetores.

Considerando-se a base ortonormal $\{\sigma_1, \sigma_2\}$ do espaço vetorial euclidiano R^2 e dois vetores quaisquer V e W deste espaço, sendo:

$$V = v_1\sigma_1 + v_2\sigma_2 \quad (3.1)$$

$$W = w_1\sigma_1 + w_2\sigma_2 \quad (3.2)$$

onde: σ_1, σ_2 são vetores unitários ortogonais de R^2 e $v_1\sigma_1, v_2\sigma_2, w_1\sigma_1, w_2\sigma_2$ são vetores de R^2 .

Obtém-se o espaço vetorial expandido $CI(R^2)$, aplicando-se o produto geométrico de *Clifford* entre V e W , definido como:

$$VW = V \cdot W + V \wedge W \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} VW &= (v_1\sigma_1 + v_2\sigma_2)(w_1\sigma_1 + w_2\sigma_2) \\ &= v_1w_1\sigma_1^2 + v_1w_2\sigma_1\sigma_2 + v_2w_1\sigma_2\sigma_1 + v_2w_2\sigma_2^2 \end{aligned} \quad (3.4)$$

onde: $V \cdot W$ é o produto interno, um escalar, e corresponde ao produto interno euclidiano e $V \wedge W$ é o produto externo, um novo tipo de elemento chamado bivector do espaço $Cl(\mathbb{R}^2)$.

O produto geométrico (3.4) é agrupado utilizando-se do axioma da álgebra de *Clifford* apresentado em (3.5):

$$\sigma_i \sigma_j = \begin{cases} 1 & \Leftrightarrow i = j \rightarrow \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 1 \\ -\sigma_j \sigma_i & \Leftrightarrow i \neq j \rightarrow \sigma_1 \sigma_2 = -\sigma_2 \sigma_1 \end{cases} \quad (3.5)$$

Do qual origina-se o elemento $\sigma_i \sigma_j$, anticomutativo, chamado bivector, o qual tem magnitude, direção e sentido, como um segmento de área orientado, exemplificado na Fig.3.1.

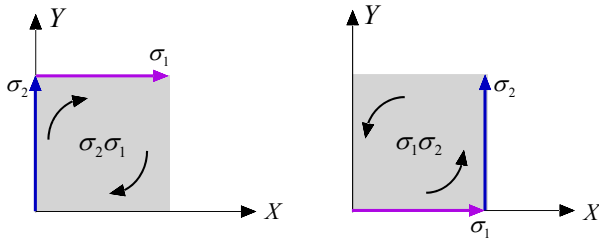


Fig. 3.1 Unidade bivetora.

Aplicando-se o axioma (3.5) ao produto geométrico (3.4) obtém-se no domínio geométrico de *Clifford* $Cl(\mathbb{R}^2)$:

$$VW = (v_1w_1 + v_2w_2) + (v_1w_2 - v_2w_1)\sigma_1\sigma_2 \quad (3.6)$$

Portanto, um escalar, que corresponde ao produto interno e um bivector, que corresponde ao produto externo.

O produto externo da álgebra geométrica estende o conceito de número imaginário para um sistema de n-dimensões.

Conforme Hestenes e Sobczyk [15], a propriedade de contração é que diferencia a álgebra geométrica de *Clifford* de outras álgebras associativas, ao definir que o quadrado de vetores não nulos seja positivo.

$$a^2 = aa = a \cdot a = \|a\|^2 \quad (3.7)$$

onde: a é um vetor e $\|a\|$ é um escalar positivo que corresponde a magnitude ou norma do vetor a .

Assim sendo, a propriedade da equação (3.7) proporciona uma medida de comprimento de vetores, no espaço vetorial de *Clifford* $CI(R^2)$ que é a mesma do espaço vetorial euclidiano R^2 .

Seja o vetor $a = a_1\sigma_1 + a_2\sigma_2$, um vetor qualquer de R^2 , aplicando-se (3.7) e (3.5) obtém-se a norma no domínio de *Clifford*:

$$\begin{aligned} a^2 &= a_1^2\sigma_1^2 + a_1a_2\sigma_1\sigma_2 + a_2a_1\sigma_2\sigma_1 + a_2^2\sigma_2^2 = a_1^2 + a_2^2 \\ a^2 &= \|a\|^2 \Rightarrow \|a\|^2 = a_1^2 + a_2^2 \Rightarrow \|a\| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \end{aligned} \quad (3.8)$$

3.2 A Álgebra de *Clifford* e o método de Castro-Núñez

A transformação proposta por Steinmetz em 1897 para o domínio da frequência [1], não se aplica a circuitos com sinais *n-senoidais*, pois a informação da frequência angular é perdida. A equação (3.9) apresenta dois sinais distintos de tensão no domínio do tempo que são representados pelo mesmo número complexo.

$$\begin{aligned} v(t) &= 100\sqrt{2} \cos(\omega t - 90^\circ) \rightarrow V_1 = 100e^{-j90^\circ} = -j100 \\ v(t) &= 100\sqrt{2} \cos(3\omega t - 90^\circ) \rightarrow V_3 = 100e^{-j90^\circ} = -j100 \end{aligned} \quad (3.9)$$

Buscando preencher a ligação entre os domínios do tempo e da frequência, Castro-Núñez [10] utilizou-se da álgebra geométrica de *Clifford*, por ter as bases necessárias para representar sinais periódicos não senoidais.

As transformações propostas em Castro-Núñez e Castro-Puche [13], se apresentam como um produto das bases do sistema, ou seja, um sistema de multivetores para representar os sinais de frequência $n\omega$ no domínio do tempo,

conforme equações (3.10) e (3.11) transcritas, onde w é a frequência fundamental e n é um número inteiro.

$$\left. \begin{aligned} x_c(t) &= \sqrt{2} \cos(wt) \leftrightarrow \sigma_1 \\ x_s(t) &= \sqrt{2} \sin(wt) \leftrightarrow -\sigma_2 \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

$$\left. \begin{aligned} x_{cn}(t) &= \sqrt{2} \cos(nwt) \leftrightarrow \sigma_{cn} = \bigwedge_{i=2}^{n+1} \sigma_i \\ x_{sn}(t) &= \sqrt{2} \sin(nwt) \leftrightarrow \sigma_{sn} = \bigwedge_{i=1, i \neq 2}^{n+1} \sigma_i \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

Observa-se, portanto, que a natureza dos elementos propostos para a frequência fundamental em (3.10) correspondem a vetores, $x\sigma_1$; $-y\sigma_2$, entretanto, a transformação de seno foi definida como o negativo da base σ_2 , o que diverge da representação clássica para o sinal seno na frequência fundamental. No entanto, a natureza dos elementos propostos em (3.11), correspondem a multivetores, por exemplo, um bivector para a segunda harmônica, onde $n=2$, um trivector para a terceira harmônica, onde $n=3$, e assim sucessivamente, sendo estes multivetores, incoerentes com a representação por vetores no domínio do tempo.

No domínio do tempo, os sinais de excitação senoidais, independentemente da frequência, são sempre representados por vetores, por exemplo $x\sigma_1$; $y\sigma_2$, diferenciando-se apenas a velocidade angular entre a frequência fundamental e suas respectivas harmônicas, bem como, o módulo dos vetores. Esta representação é apresentada em detalhes no item 3.3.

3.2.1 A inconsistência no modelo de Castro-Núñez

O circuito da Fig. 3.2 foi proposto como exemplo em Castro-Núñez e Castro-Puche [13], no entanto, não foi apresentada a solução no domínio do tempo.

A solução no domínio do tempo para o circuito proposto e a comparação dos resultados com o modelo de Castro-Núñez e Castro-Puche [13] foi apresentada em Furquim et al. [16]. Nesta dissertação apresenta-se apenas o conteúdo essencial para permitir a comparação dos resultados.

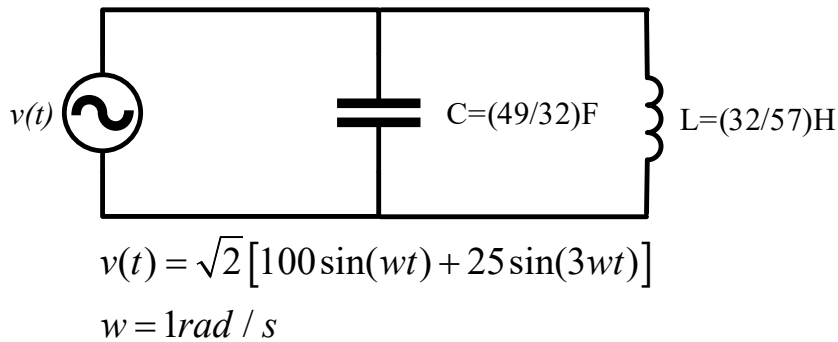


Fig. 3.2 Circuito usado para demonstrar as análises nos domínios do tempo e da frequência.

3.2.2 Resolução no Domínio do Tempo

Em função das unidades utilizadas serem as unidades padrão do SI, elas serão omitidas ao longo deste trabalho.

Realizando-se os cálculos no domínio do tempo, para cada sinal de excitação do circuito da Fig. 3.2, na frequência fundamental obtém-se os seguintes resultados para as correntes (valores máximos):

$$I_C(\omega t) = \frac{4900\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)}{32} \quad (3.12)$$

$$I_L(\omega t) = \frac{5700\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 90^\circ)}{32} \quad (3.13)$$

Considerando-se que as correntes no capacitor e no indutor estão defasadas de 180° , isto possibilita a simples soma algébrica entre estas correntes, dando como resultado uma única parcela, que será capacitiva ou indutiva, em função do módulo de cada componente. Na frequência fundamental o módulo de I_L é maior, logo a resultante da corrente é indutiva.

Os cálculos para o terceiro harmônico produzem:

$$I_C(3\omega t) = \frac{3675\sqrt{2} \cdot \sin(3\omega t + 90^\circ)}{32} \quad (3.14)$$

$$I_L(3\omega t) = \frac{1425\sqrt{2} \cdot \sin(3\omega t - 90^\circ)}{96} \quad (3.15)$$

onde: $I_C(kt)$ = corrente no capacitor na frequência (ω) ou (3ω), e $I_L(kt)$ = corrente no indutor na frequência (ω) ou (3ω).

Fazendo-se a mesma consideração anterior, verifica-se que para a frequência de 3ω o módulo da corrente capacitiva I_C é maior que a indutiva, logo a resultante da corrente é capacitiva.

As equações (3.16) e (3.17) apresenta as correntes resultantes na carga para as tensões nas frequências fundamental e terceiro harmônico, respectivamente:

$$I_{(\omega t)} = 25\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 90^\circ) \quad (3.16)$$

$$I_{(3\omega t)} = 100\sqrt{2} \cdot \sin(3\omega t + 90^\circ) \quad (3.17)$$

Para o cálculo da potência instantânea no domínio do tempo $S(t)$, realiza-se o produto entre tensões e correntes:

$$S_{(t)} = \left\{ \sqrt{2} [100 \sin(\omega t) + 25 \sin(3\omega t)] \cdot \left[25\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 90^\circ) + 100\sqrt{2} \cdot \sin(3\omega t + 90^\circ) \right] \right\} \quad (3.18)$$

Realizando-se os produtos de tensões e correntes da equação (3.18), utilizando-se das propriedades trigonométricas seno(a+b) e seno(a-b), encontram-se as potências instantâneas fornecidas pelas fontes. No domínio do tempo se obtém:

$$\begin{aligned} S(t) &= P + S_{11}(t) + S_{13}(t) + S_{31}(t) + S_{33}(t) \\ S_{11}(t) &= -2500 \cdot [2 \sin(\omega t) \cos(\omega t)] \\ S_{13}(t) &= 10^4 \cdot [2 \sin(\omega t) \cos(3\omega t)] \\ S_{31}(t) &= -625 \cdot [2 \sin(3\omega t) \cos(\omega t)] \\ S_{33}(t) &= 2500 \cdot [2 \sin(3\omega t) \cos(3\omega t)] \end{aligned} \quad (3.19)$$

onde: $P=0W$ e $S_{ij}(t)$ = produto entre tensão e corrente nas frequências (ω) e (3ω).

Aplicando-se (2.17) aos resultados das potências instantâneas eficazes obtidas em (3.19), calcula-se:

$$S = \sqrt{(-2500)^2 + (10^4)^2 + (-625)^2 + 2500^2} = 10625VA \quad (3.20)$$

Esta potência aparente deveria ser obtida por qualquer teoria de potência coerente.

Aplicando-se (2.17) apenas às parcelas S_{11} e S_{33} que correspondem a potência reativa Q nas frequências fundamental e terceiro harmônico, calcula-se:

$$Q = \sqrt{(-2500)^2 + 2500^2} = 3535,53VAr \quad (3.21)$$

Aplicando-se (2.17) apenas às parcelas S_{13} e S_{31} que correspondem a potência distorcida D nas frequências cruzadas, calcula-se:

$$D = \sqrt{(10^4)^2 + (-625)^2} = 10019,51VAr \quad (3.22)$$

Portanto, fica evidente a capacidade de análise de sistemas monofásicos não senoidais no domínio do tempo.

3.2.3 A inconsistência da Potência Reativa Q_B de Budeanu

A Potência Reativa de Budeanu é calculada pela soma algébrica das potências reativas individuais de cada ordem harmônica, conforme (2.2). Para o circuito apresentado anteriormente, as potências calculadas em Castro-Núñez e Castro-Puche [13], apresentaram os seguintes resultados: potência reativa na frequência fundamental $Q = j2500 \text{ VAr}$ e potência reativa no terceiro harmônico é $Q = -j2500 \text{ VAr}$.

Assim sendo, aplicando-se (2.2) às potências reativas S_{11} e S_{33} , obtém-se a potência reativa de Budeanu $Q_B = 0 \text{ VAr}$.

O que está incoerente, pois as potências são de frequências distintas e não se compensam neste circuito como previsto pela teoria de Budeanu.

3.2.4 Resultados apresentados em Castro-Núñez [13]

Verifica-se que os resultados apresentados em Castro-Núñez e Castro-Puche [13], no domínio de *Clifford*, divergem dos resultados encontrados no domínio do tempo, os quais são a base de comparação para qualquer sistema. A Tabela 3.1 apresenta os resultados comparativos entre Furquim et al [16] e Castro-Núñez [13].

Tabela 3.1. Análise da Potência – Estudo de caso; adaptado de [16].

Resultados obtidos em Furquim et al.[16].		Castro-Núñez e Castro-Puche (2012)
Termos de Potência	Domínio do tempo	Domínio de <i>Clifford</i>
S_{11}	$-2500 \cdot \begin{bmatrix} 2 \sin(\omega t) \cdot \\ \cos(\omega t) \end{bmatrix}$	*
S_{13}	$+10^4 \cdot \begin{bmatrix} 2 \sin(\omega t) \cdot \\ \cos(3\omega t) \end{bmatrix}$	*
S_{31}	$-625 \cdot \begin{bmatrix} 2 \sin(3\omega t) \cdot \\ \cos(\omega t) \end{bmatrix}$	*
S_{33}	$+2500 \cdot \begin{bmatrix} 2 \sin(3\omega t) \cdot \\ \cos(3\omega t) \end{bmatrix}$	*
	$S(t) = P$ $+S_{11}(t)$ $+S_{13}(t)$ $+S_{31}(t)$ $+S_{33}(t)$	$M_s =$ $-5000\sigma_1\sigma_2$ $-10625\sigma_3\sigma_4$
	$\ S\ =$ $\sqrt{(-2500)^2 + (10^4)^2 + (-625)^2 + 2500^2}$	$\ M_s\ =$ $\sqrt{(-5000)^2 + (-10625)^2}$
S(VA)	10625	11742,7

onde: (*) significa não apresentado em Castro-Núñez e Castro-Puche (2012), $P=0W$.

3.3 Uma nova transformação no domínio de *Clifford*

Apresenta-se, nesta dissertação, uma nova forma de representar as componentes, de tensão ou corrente, senoidais de frequência fundamental e frequências harmônicas, no domínio da álgebra geométrica, no entanto, coerentes com a definição de base ortonormal do espaço vetorial euclidiano $\mathbf{R}^2$, e, portanto, coerentes com a representação de sinais no domínio do tempo.

Bem como, propõem-se pela primeira vez, um operador de rotação distinto para cada frequência, o qual estende o conceito de número complexo para n-dimensões. Para se alcançar esta proposta, foi necessário realizar a comparação de solução de vários circuitos nos domínios do tempo e da frequência de forma a entender a lógica necessária para a transformação no domínio de *Clifford*.

As transformações propostas são:

$$x_c(t) = A_c \sqrt{2} \cos(n\omega t) \leftrightarrow A_c \sigma_{(2n-1)} \quad (3.23)$$

$$x_s(t) = A_s \sqrt{2} \sin(n\omega t) \leftrightarrow A_s \sigma_{(2n)} \quad (3.24)$$

onde: $x_{\pm}(t)$ = sinal cosseno ou seno, de tensão ou corrente, na frequência ($n\omega$), $A_{\pm}$ = valor eficaz do sinal cosseno ou seno, de tensão ou corrente, $A_c \sigma_{(2n-1)} \rightarrow$ sinal cosseno no domínio da álgebra geométrica, de tensão ou corrente, na frequência ($n\omega$), e $A_s \sigma_{(2n)} \rightarrow$ sinal seno no domínio da álgebra geométrica, de tensão ou corrente, na frequência ($n\omega$).

Portanto, com as transformações propostas nesta dissertação, a natureza dos sinais de excitação senoidais no domínio de *Clifford* são sempre vetores, como, por exemplo, $x\sigma_1$ e $y\sigma_2$, portanto, em conformidade com o domínio do tempo.

As funções cosseno e seno na frequência fundamental do domínio do tempo são mapeadas para o domínio geométrico como vetores $x\sigma_1$ e $y\sigma_2$, respectivamente. O produto destes vetores por $\sigma_2\sigma_1$ produz uma defasagem (rotação) de 90° no domínio geométrico de *Clifford*.

Assim sendo, neste trabalho, propõem-se pela primeira vez, o operador de rotação $\sigma_{(2n)(2n-1)}$, para cada frequência $n\omega$:

$$\sigma_{(2n)} \wedge \sigma_{(2n-1)} = \sigma_{(2n)(2n-1)} \quad (3.25)$$

A transformação e o operador de rotação propostos nesta dissertação, estendem a transformação proposta por Steinmetz em 1897, do regime periódico senoidal para o regime periódico não senoidal. Dando-se origem a um sistema, no domínio de *Clifford*, totalmente coerente com as operações em regime não senoidal, no domínio do tempo.

Apresentam-se, como exemplo, na Fig. 3.3, as transformações e os operadores de rotação para as frequências fundamental $n=1$, e segunda harmônica $n=2$.

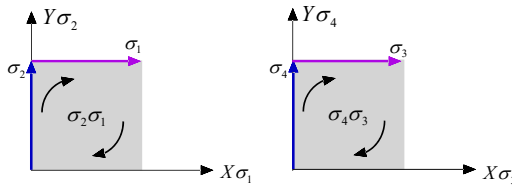


Fig. 3.3 Transformações e Operadores de Rotação.

3.4 As reatâncias indutiva e capacitiva no domínio de *Clifford*

Uma consequência das propriedades da álgebra de *Clifford*, é que, utilizando-se do axioma (3.5) o quadrado de bivectores, como, por exemplo, $\sigma_2 \sigma_1$, resultam em **-1**, tal como $(\sigma_2 \sigma_1)^2 = \sigma_2 \sigma_1 \sigma_2 \sigma_1 = -\sigma_1 \sigma_2 \sigma_2 \sigma_1 = -\sigma_1 \sigma_1 = -(\sigma_1)^2 = -1$, o que é coerente com a definição da unidade imaginária j dos números complexos, tal que $j^2 = (\sigma_2 \sigma_1)^2 = -1$.

Assim sendo, pode-se reescrever as expressões para as reatâncias indutiva e capacitiva do domínio complexo para o domínio da álgebra geométrica, obtendo-se:

$$X_L = \omega L \sigma_2 \sigma_1 \quad X_C = \frac{-\sigma_2 \sigma_1}{\omega C} \quad (3.26)$$

Contudo, nesta dissertação, propõem-se a introdução de um operador de rotação (3.25) para cada frequência, portanto, as reatâncias indutiva e capacitiva ficam, pela primeira vez, assim definidas:

$$X_L = wL\sigma_{(2n)}\sigma_{(2n-1)} \quad X_C = \frac{-\sigma_{(2n)}\sigma_{(2n-1)}}{wC} \quad (3.27)$$

onde: $\sigma_{(2n)(2n-1)} \rightarrow$ operador de rotação, X_L = reatância indutiva no domínio de *Clifford* em Ohm, X_C = reatância capacitiva no domínio de *Clifford* em Ohm, n é a ordem da frequência harmônica sendo considerada.

3.5 Potência como Produto Geométrico e Multivetor

Conforme Hestenes e Sobczyk [15], a álgebra geométrica pode incluir elementos de várias dimensões, tais como: 0-vetor, 1-vetor, 2-vetor,.....k-vetor, para permitir representar as propriedades direcionais de pontos, linhas, planos e espaço.

Assim sendo, a álgebra geométrica possui caráter multidimensional, ou multivetorial, ao permitir a adição de elementos de várias dimensões com um simples produto geométrico (3.3) e o axioma da álgebra geométrica (3.5)

Portanto, para se expressar a potência em sistemas elétricos monofásicos, utiliza-se da equação:

$$S = VI = V \cdot I + VA I \quad (3.28)$$

onde: S = potência no domínio de *Clifford* em VA, V = vetor de tensão no domínio de *Clifford*, e I = vetor de corrente no domínio de *Clifford*.

Aplicando-se os produtos interno e externo da álgebra geométrica, obtém-se produtos escalares e produtos de ordem k , os quais são agrupados da forma:

$$S = \sum_{k=0}^n \langle \rangle_k \quad (3.29)$$

Onde $k=0$ representa um escalar (potência ativa), $k=1$ um vetor, $k=2$ um bivector e assim sucessivamente.

Obtendo-se então o multivetor potência:

$$\mathcal{S} = \langle \rangle_0 + \langle \rangle_1 + \langle \rangle_2 + \dots \langle \rangle_n \quad (3.30)$$

Conforme Hestenes e Sobczyk [15], o reverso de um multivetor é encontrado realizando-se a operação:

$$\mathcal{S}^\dagger = \sum_k (-1)^{\frac{k(k-1)}{2}} \cdot \langle \mathcal{S} \rangle_k \quad (3.31)$$

Onde k representa a dimensão do k -vetor em questão

Realizando-se a operação reversa, definida em [15], obtém-se a norma do multivetor:

$$\|\mathcal{S}\| = \sqrt{\langle \mathcal{S} \cdot \mathcal{S}^\dagger \rangle_0} \quad (3.32)$$

onde: $\langle \mathcal{S} \cdot \mathcal{S}^\dagger \rangle_0$ representa a parte escalar do multivetor de potência $\mathcal{S}$.

4. CAPÍTULO IV: SOLUÇÕES NOS DOMÍNIOS DO TEMPO E DE *CLIFFORD*

4.1 Motivação

A resolução de circuitos no domínio do tempo envolvendo múltiplas harmônicas de tensão e corrente não é uma tarefa simples e envolve a soma de produtos de vários termos em frequências diferentes, denominados produtos cruzados.

A resolução no domínio da frequência através da Álgebra Complexa não é capaz de resolver circuitos com fontes n -senoidais por não trazer a informação da frequência de cada fonte ou carga não linear em sua transformação. Portanto, a representação fasorial está associada a circuitos excitados por senóides em uma única frequência fundamental, caso haja excitação senoidal em mais de uma frequência não cabe a representação com números complexos.

No contexto desta dissertação, utiliza-se como referência para a solução de circuitos no domínio do tempo o software *PSIM* e para a solução no domínio de *Clifford* a transformação proposta nesta dissertação.

4.2 Circuitos Analisados nesta dissertação.

Objetivando demonstrar-se a eficácia da transformação e do operador de rotação propostos nessa dissertação, do domínio do tempo para o domínio de *Clifford*, foram resolvidos quatro circuitos monofásicos em regime n -senoidal.

Dos quais, três contendo apenas fontes de tensão, fontes de interferência harmônica e combinações dos elementos R , L e C .

Considera também um circuito radial, contendo fonte de tensão, carga linear e não linear, sendo esta última, um retificador monofásico onda completa. Segundo Bose [17], página 103, a corrente de entrada de um retificador monofásico de onda completa pode ser representada pela série de Fourier de senos dos termos ímpares. Para o circuito apresentado nesta dissertação, utiliza-se apenas as primeiras três componentes da série de Fourier de um retificador monofásico de onda completa, visto

que, são as mais relevantes em termos de amplitude do componente harmônico. Do ponto de vista da complexidade, observa-se que este é o mais complexo entre eles.

4.2.1 Circuito 01 com uma fonte de tensão na frequência fundamental, uma fonte de tensão na frequência harmônica e carga RL.

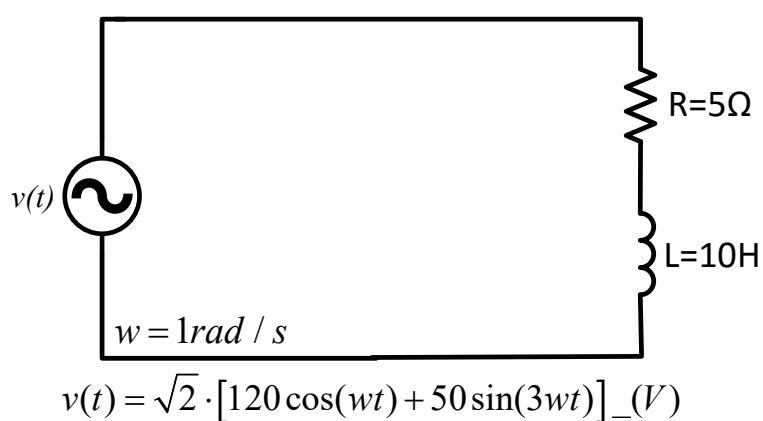


Fig. 4.1 Circuito 01 com duas fontes e carga RL.

4.2.2 Circuito 02 com uma fonte de tensão na frequência fundamental, uma fonte de tensão na frequência harmônica e carga RL, incluindo-se um capacitor em paralelo.

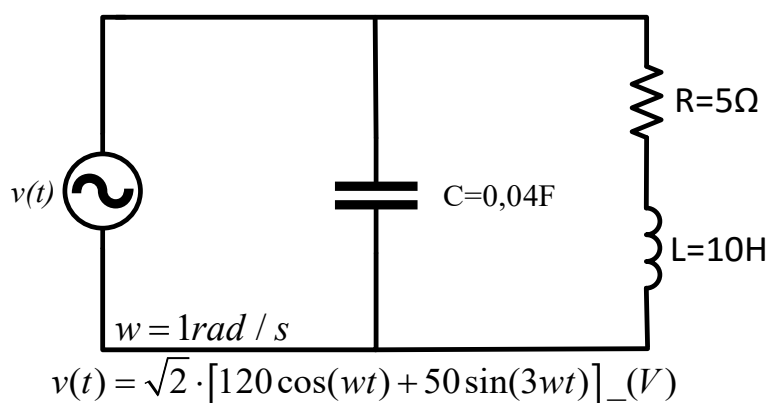
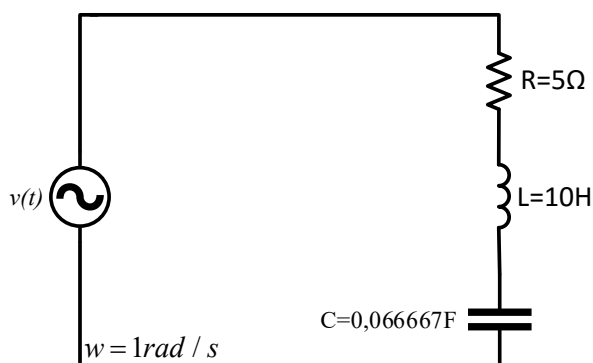


Fig. 4.2 Circuito 02 com duas fontes, carga RL e capacitor em paralelo.

4.2.3 Circuito 03 com uma fonte de tensão na frequência fundamental, uma fonte de tensão na frequência harmônica e carga RLC série.

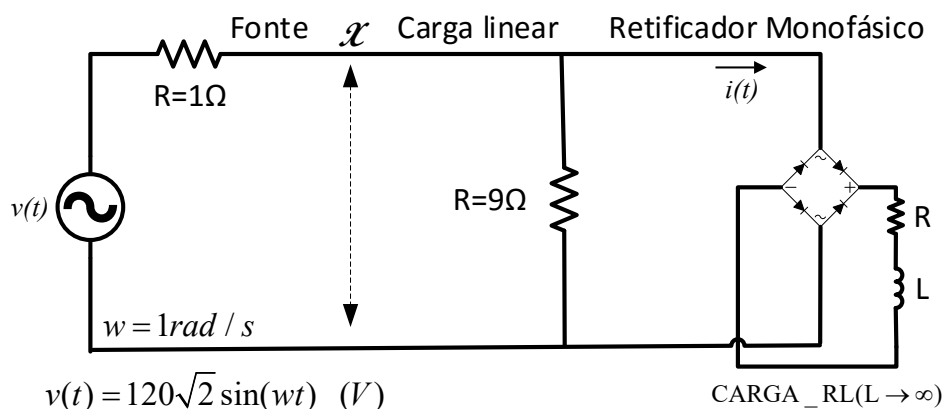


$$v(t) = \sqrt{2} \cdot [120 \cos(\omega t) + 50 \sin(3\omega t)] \text{ (V)}$$

Fig. 4.3 Circuito 03 com duas fontes e carga RLC série.

4.2.4 Circuito 04 radial com uma fonte de tensão e retificador monofásico onda completa.

A corrente $i(t)$ no retificador corresponde à série de Fourier truncada após o terceiro termo e $L \rightarrow \infty$ faz com que $i(t)$ se aproxime de uma onda quadrada.



$$v(t) = 120\sqrt{2} \sin(\omega t) \text{ (V)}$$

$$i(t) = 40\sqrt{2} \cdot \left[\sin(\omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) \right] \text{ (A)}$$

Fig. 4.4 Circuito 04 radial com uma fonte de tensão e retificador monofásico de onda completa.

4.3 Resolução nos Domínios do Tempo e da Álgebra de *Clifford*.

Em função das unidades utilizadas serem as unidades padrão do SI, elas serão omitidas ao longo desta dissertação.

Para implementar-se as soluções no domínio do tempo realizou-se as simulações no software *PSIM*. Para demonstrar as simulações e os resultados encontrados, apresenta-se as impressões de tela “print screen” do software, visto que, as imagens geradas através da função “print” do próprio software apresentam baixa resolução gráfica.

Para implementar as soluções no domínio de *Clifford* utilizou-se das premissas das seções 3.3, 3.4 e 3.5.

4.3.1 Resolução do Circuito 01 no domínio de *Clifford*.

Nesta seção apresenta-se a solução do circuito da Fig. 4.5

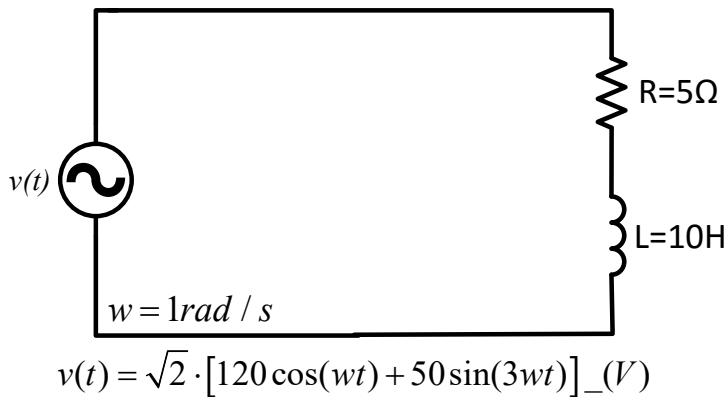


Fig. 4.5 Circuito 01 com duas fontes e carga RL.

Aplicando-se as transformações propostas em (3.23) e (3.24) definidas como:

$$x_c(t) = A_c \sqrt{2} \cos(n\omega t) \leftrightarrow A_c \sigma_{(2n-1)} \quad (4.1)$$

$$x_s(t) = A_s \sqrt{2} \sin(n\omega t) \leftrightarrow A_s \sigma_{(2n)} \quad (4.2)$$

aos sinais de tensão no domínio do tempo do circuito da Fig. 4.5, obtém-se os sinais de tensão no domínio de *Clifford*, resultando em:

$$\begin{aligned}
 \sqrt{2} \cos(nwt) &\Leftrightarrow \sigma_{(2n-1)} \rightarrow n=1 \rightarrow \sigma_1 \\
 \sqrt{2} \sin(nwt) &\Leftrightarrow \sigma_{(2n)} \rightarrow n=3 \rightarrow \sigma_6 \\
 v_1(t) &= 120\sqrt{2} \cos(wt) \rightarrow V_1 = 120\sigma_1 \\
 v_3(t) &= 50\sqrt{2} \sin(3wt) \rightarrow V_3 = 50\sigma_6 \\
 v_T(t) &= v_1(t) + v_3(t) \rightarrow \\
 V_T &= V_1 + V_3 \Rightarrow V_T = 120\sigma_1 + 50\sigma_6
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Considerando-se que, com o operador de rotação proposto nesta dissertação, as reatâncias indutiva e capacitiva foram definidas em (3.27) como:

$$X_L = wL\sigma_{(2n)}\sigma_{(2n-1)} \quad X_C = \frac{-\sigma_{(2n)}\sigma_{(2n-1)}}{wC} \tag{4.4}$$

Levando-se em consideração os sinais de frequência com $n=1$ e $n=3$ obtém-se os operadores de rotação das reatâncias:

$$n=1 \rightarrow \sigma_2\sigma_1 \quad n=3 \rightarrow \sigma_6\sigma_5 \tag{4.5}$$

Realizando-se os cálculos no domínio de *Clifford*, com as definições de tensão e impedância, para a frequência $\omega = 1\text{rad/s}$ obtém-se a seguinte corrente no circuito:

$$I_1 = \frac{120\sigma_1}{5 + 1 \cdot 10\sigma_2\sigma_1} = \frac{120\sigma_1}{5 + 10\sigma_2\sigma_1} \cdot \frac{5 - 10\sigma_2\sigma_1}{5 - 10\sigma_2\sigma_1} = \frac{600\sigma_1 + 1200\sigma_2}{125} \tag{4.6}$$

Realizando-se os cálculos no domínio de *Clifford*, com as definições de tensão e impedância, para a frequência $\omega = 3\text{rad/s}$ obtém-se a seguinte corrente no circuito:

$$I_3 = \frac{50\sigma_6}{5 + 3 \cdot 10\sigma_6\sigma_5} = \frac{50\sigma_6}{5 + 30\sigma_6\sigma_5} \cdot \frac{5 - 30\sigma_6\sigma_5}{5 - 30\sigma_6\sigma_5} = \frac{250\sigma_6 - 1500\sigma_5}{925} \tag{4.7}$$

A corrente total na carga do circuito obtém-se com a soma de I_1 (4.6) e I_3 (4.7) resultando em:

$$\mathbf{I}_T = \frac{600\sigma_1 + 1200\sigma_2}{125} + \frac{250\sigma_6 - 1500\sigma_5}{925} \quad (4.8)$$

Aplicando-se (3.28), nas tensões em (4.3) e na corrente em (4.8), calculam-se as parcelas de potências no domínio de *Clifford* fornecidas pelas fontes do circuito.

$$\mathbf{S} = \mathbf{V}_T \mathbf{I}_T$$

$$\mathbf{S} = (120\sigma_1 + 50\sigma_6) \cdot \left(\frac{600\sigma_1 + 1200\sigma_2}{125} + \frac{250\sigma_6 - 1500\sigma_5}{925} \right) \quad (4.9)$$

$$\mathbf{S} = \left\{ \left(576\sigma_1^2 + 1152\sigma_1\sigma_2 - \frac{180 \cdot 10^3}{925}\sigma_1\sigma_5 + \frac{30 \cdot 10^3}{925}\sigma_1\sigma_6 \right) + \right. \\ \left. \left(240\sigma_6\sigma_1 + 480\sigma_6\sigma_2 - \frac{75 \cdot 10^3}{925}\sigma_6\sigma_5 + \frac{12,5 \cdot 10^3}{925}\sigma_6^2 \right) \right\} \quad (4.10)$$

Aplicando-se o axioma (3.5) às parcelas do multivetor (4.10) contendo $\sigma_1^2=1$ e $\sigma_6^2=1$ conclui-se que são parcelas escalares e, portanto, trata-se de potência ativa. Obtendo-se então:

$$\mathbf{P} = \left(576 + \frac{12,5 \cdot 10^3}{925} \right) \quad (4.11)$$

$$\mathbf{P} = 589,5135 _W$$

Para realizar a análise da potência aparente, aplica-se (3.31) a cada parcela bivectora do multivetor (4.10), calculando-se o reverso de cada parcela:

$$\mathbf{S}^\dagger = (-1)^{\frac{2(2-1)}{2}} \cdot \left[\langle +1152\sigma_1\sigma_2 \rangle_2 \right] = -1152\sigma_1\sigma_2 \quad (4.12)$$

onde: $k=2$ dado que as parcelas são bivectores.

Assim sendo, para todas as parcelas do multivetor que correspondem a bivectores, haverá a inversão de sinal, obtendo-se então:

$$\mathbf{S}^\dagger = \left\{ \begin{array}{l} \left(576 - 1152\sigma_1\sigma_2 + \frac{180 \cdot 10^3}{925}\sigma_1\sigma_5 - \frac{30 \cdot 10^3}{925}\sigma_1\sigma_6 \right) + \\ \left(-240\sigma_6\sigma_1 - 480\sigma_6\sigma_2 + \frac{75 \cdot 10^3}{925}\sigma_6\sigma_5 + \frac{12,5 \cdot 10^3}{925} \right) \end{array} \right\} \quad (4.13)$$

Para se calcular a norma do multivetor aplica-se (3.32) aos resultados (4.10) e (4.13), obtendo-se:

$$\|\mathbf{S}\| = \sqrt{\langle \mathbf{S} \cdot \mathbf{S}^\dagger \rangle_0} = \sqrt{\left\langle \begin{array}{l} \left(576 + 1152\sigma_1\sigma_2 - \frac{180 \cdot 10^3}{925}\sigma_1\sigma_5 + \frac{30 \cdot 10^3}{925}\sigma_1\sigma_6 \right) + \\ \left(240\sigma_6\sigma_1 + 480\sigma_6\sigma_2 - \frac{75 \cdot 10^3}{925}\sigma_6\sigma_5 + \frac{12,5 \cdot 10^3}{925} \right) \\ \left(576 - 1152\sigma_1\sigma_2 + \frac{180 \cdot 10^3}{925}\sigma_1\sigma_5 - \frac{30 \cdot 10^3}{925}\sigma_1\sigma_6 \right) + \\ \left(-240\sigma_6\sigma_1 - 480\sigma_6\sigma_2 + \frac{75 \cdot 10^3}{925}\sigma_6\sigma_5 + \frac{12,5 \cdot 10^3}{925} \right) \end{array} \right\rangle_0} \quad (4.14)$$

Levando-se em consideração que na equação (4.14) interessa-nos apenas a parte escalar da multiplicação, a equação se reduz ao apresentado em (4.15):

$$\|\mathbf{S}\| = \sqrt{\left\langle \begin{array}{l} \left(576^2 + 1152^2 + \left(\frac{180 \cdot 10^3}{925} \right)^2 + \left(\frac{30 \cdot 10^3}{925} \right)^2 \right) + \\ \left(240^2 + 480^2 + \left(\frac{75 \cdot 10^3}{925} \right)^2 + \left(\frac{12,5 \cdot 10^3}{925} \right)^2 \right) \end{array} \right\rangle} \quad (4.15)$$

$$\|\mathbf{S}\| = 1411,5791 \text{ VA}$$

Analisando-se no domínio de *Clifford*, aplica-se (3.32) e calcula-se a norma da potência reativa $\mathbf{Q}$, a partir do multivetor de potência aparente (4.14), considerando-se apenas as parcelas de potências não cruzadas, obtendo-se:

$$\|Q\| = \sqrt{\langle Q \cdot Q^\dagger \rangle_0}$$

$$\|Q\| = \sqrt{\left\langle \left\{ \left(1152\sigma_1\sigma_2 \right) + \left(-\frac{75 \cdot 10^3}{925} \sigma_6\sigma_5 \right) \right\} \cdot \left\{ \left(-1152\sigma_1\sigma_2 \right) + \left(+\frac{75 \cdot 10^3}{925} \sigma_6\sigma_5 \right) \right\} \right\rangle_0} \quad (4.16)$$

$$\|Q\| = \sqrt{\left\{ 1152^2 + \left(\frac{75 \cdot 10^3}{925} \right)^2 \right\}}$$

$$\|Q\| = 1154,8498 \text{ _Var}$$

Levando-se em consideração que a base do sistema é ortonormal, portanto, os valores estão em quadratura, aplica-se a ideia contida em (2.3) e calcula-se a potência de distorção D :

$$\|D\| = \sqrt{\|S\|^2 - \|P\|^2 - \|Q\|^2}$$

$$\|D\| = \sqrt{1411,5791^2 - 589,5135^2 - 1154,8498^2} \quad (4.17)$$

$$\|D\| = 557,9887 \text{ _Var}$$

Analisando-se no domínio de *Clifford*, verifica-se que entre as potências cruzadas em (4.14) existem valores de mesma base, $\{\sigma_1, \sigma_6\}$ neste caso, nas quais aplica-se o axioma (3.5) da álgebra de *Clifford* e reduz-se a um único valor.

Na sequência, aplica-se (3.32) e calcula-se a norma da potência de distorção D , a partir do multivetor de potência aparente (4.14), considerando-se apenas as parcelas de potências cruzadas, obtendo-se:

$$\begin{aligned}\|D\| &= \sqrt{\langle D \cdot D^\dagger \rangle_0} \\ \|D\| &= \sqrt{\left\langle \left\{ \left(-\frac{180 \cdot 10^3}{925} \sigma_1 \sigma_5 + \left(\frac{30 \cdot 10^3}{925} - 240 \right) \sigma_1 \sigma_6 + 480 \sigma_6 \sigma_2 \right) \right\} \cdot \left\{ \left(+\frac{180 \cdot 10^3}{925} \sigma_1 \sigma_5 - \left(\frac{30 \cdot 10^3}{925} - 240 \right) \sigma_1 \sigma_6 - 480 \sigma_6 \sigma_2 \right) \right\} \right\rangle_0} \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\|D\| = \sqrt{\left\{ \left(\frac{180 \cdot 10^3}{925} \right)^2 + \left(\frac{30 \cdot 10^3}{925} - 240 \right)^2 + 480^2 \right\}}$$

$$\|D\| = 557,9887 \text{ _} VAr$$

O que está de acordo com a consideração das potências em quadratura em (4.17).

No entanto, para se permitir a comparação entre os resultados obtidos no domínio do tempo, com o software *PSIM*, e o calculado para o domínio de *Clifford*, faz-se necessário apresentar um valor único de potência reativa, obtendo-se:

$$\|Q_{PSIM}\| = \sqrt{\|Q\|^2 + \|D\|^2} \quad (4.19)$$

Aplica-se (4.19) aos valores obtidos em (4.16) e (4.18) obtendo-se:

$$\|Q_{PSIM}\| = \sqrt{1154,8498^2 + 557,9887^2} \quad (4.20)$$

$$\|Q_{PSIM}\| = 1282,5870 \text{ _} VAr$$

Após concluir-se a resolução no domínio de *Clifford* apresenta-se então a resolução no domínio do tempo com o software *PSIM*.

4.3.1.1 Resolução do Circuito 01 no domínio do Tempo.

Na Figura 4.6 apresenta-se a tela inicial com o circuito 01 implementado no software *PSIM*.

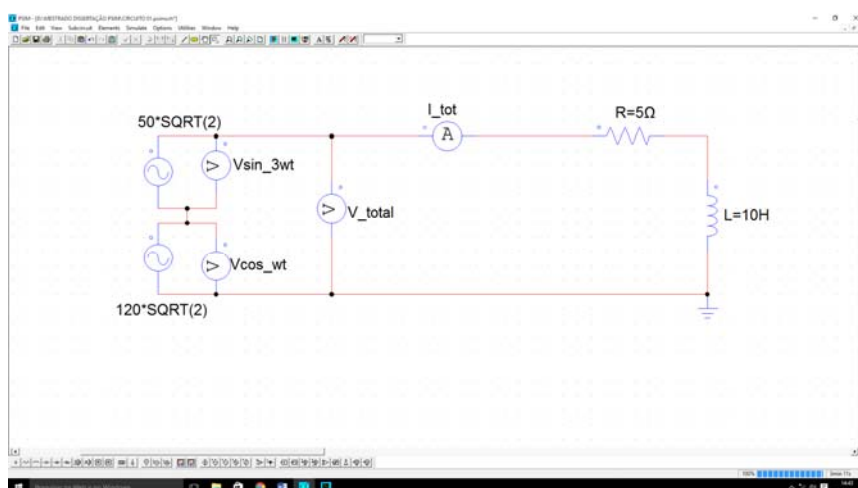


Fig. 4.6 Circuito 01 com duas fontes e carga RL.

Na Figura 4.7 apresenta-se o gráfico mostrando as formas de onda das tensões na entrada do circuito, sendo fundamental 120V eficaz e 3° harmônico 50V eficaz.

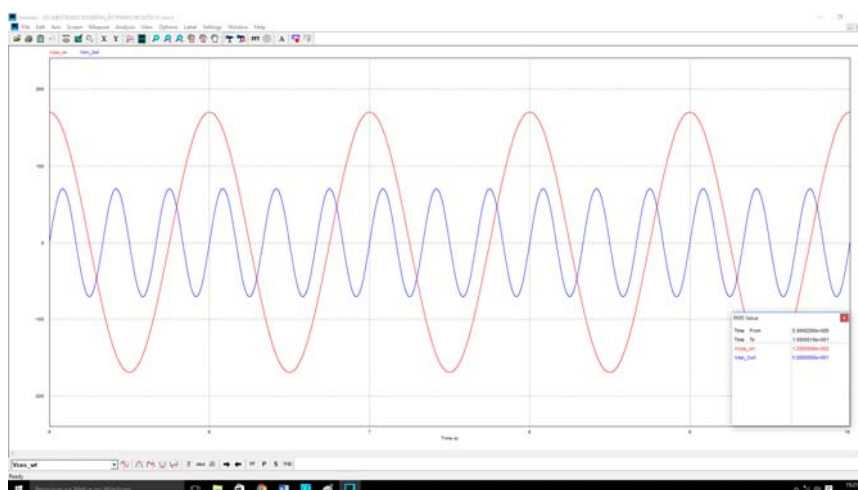


Fig. 4.7 Tensões na entrada do Circuito 01.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.8 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.7, mostrando os valores eficazes de 120V e 50V.

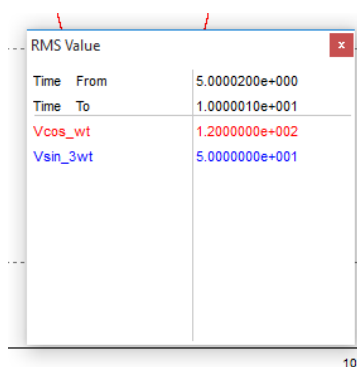


Fig. 4.8 Valores RMS das tensões na entrada do Circuito 01.

Na Figura 4.9 apresenta-se o gráfico mostrando as formas de onda da tensão resultante, curva de maior amplitude, e da corrente entregues pelas fontes à carga do circuito e também um zoom da curva de corrente.

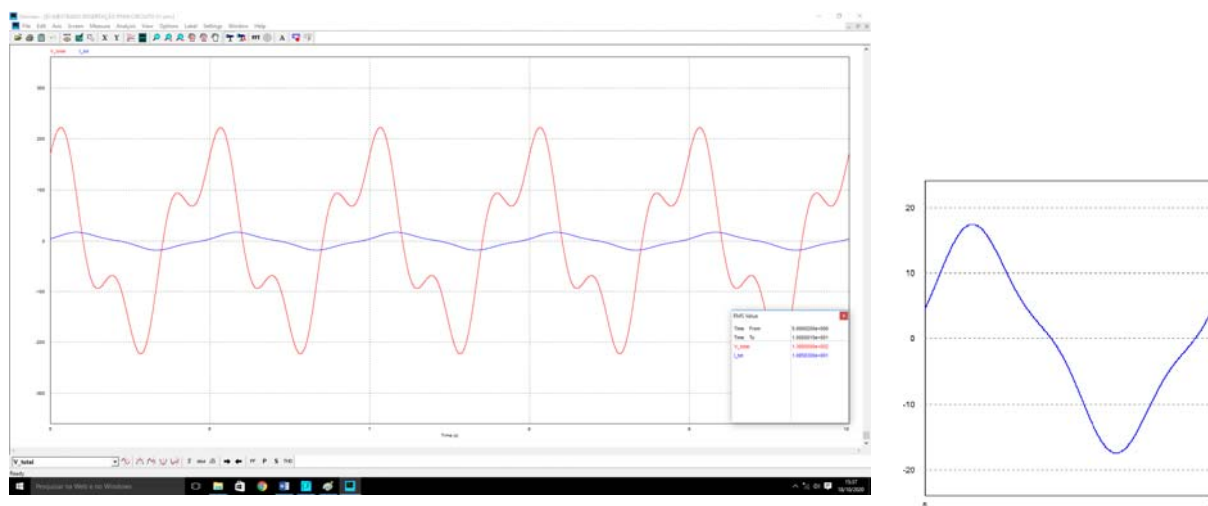


Fig. 4.9 Tensão e corrente resultantes na carga do Circuito 01.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.10 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.9, mostrando os valores eficazes de 130V e 10,8583A.

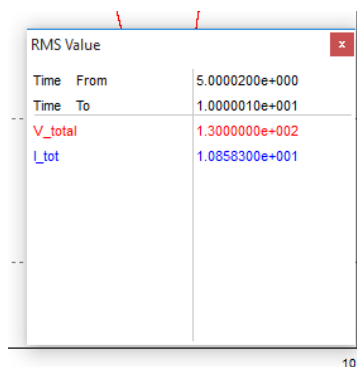


Fig. 4.10 Valores RMS de tensão e corrente entregues pelas fontes à carga do Circuito 01.

Uma vez que se obtém o gráfico de tensão e corrente, no ponto de interesse, o software *PSIM* possibilita realizar a leitura dos valores de Potência Aparente, Potência Ativa e Fator de Potência. Na sequência apresenta-se estes valores.

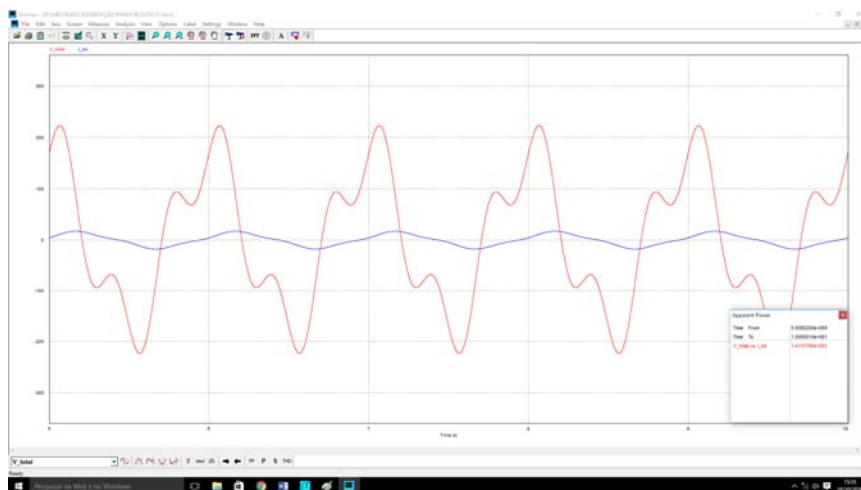


Fig. 4.11 Potência Aparente entregue pelas fontes do Circuito 01.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.12 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.11, mostrando o valor de potência aparente de 1411,5790VA.

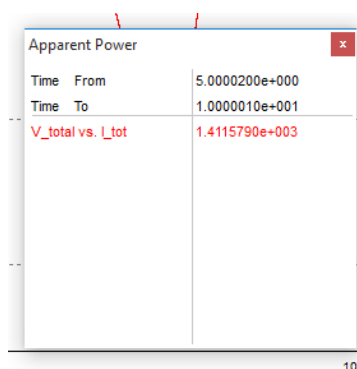


Fig. 4.12 Valor de Potência Aparente entregue pelas fontes do Circuito 01.

Portanto, verifica-se que foi obtido no domínio de *Clifford*, resultado idêntico ao domínio do tempo com o software *PSIM*, para a potência aparente total na fonte.

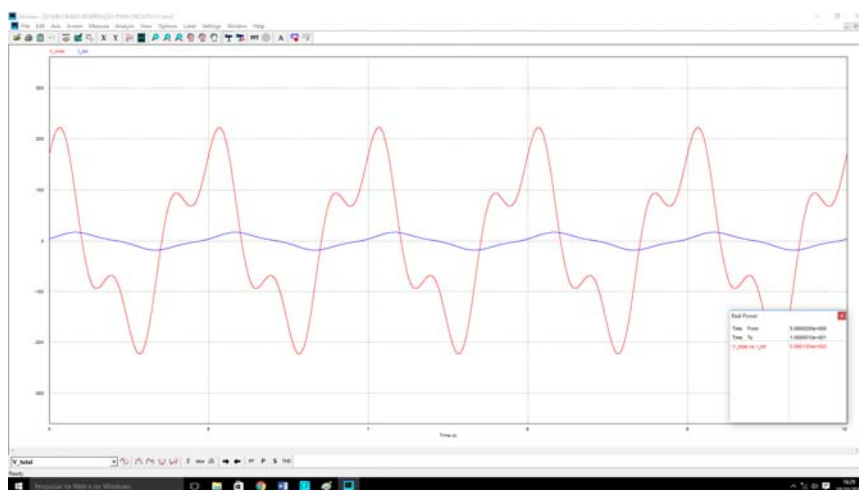


Fig. 4.13 Potência Ativa entregue pelas fontes do Circuito 01.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.14 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.13, mostrando o valor de potência ativa de 589,51354W.

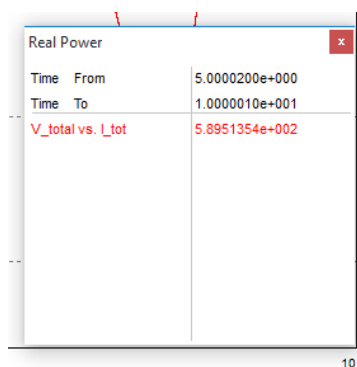


Fig. 4.14 Valor de Potência Ativa entregue pelas fontes do Circuito 01.

Portanto, verifica-se que foi obtido no domínio de *Clifford*, resultado idêntico ao domínio do tempo com o software *PSIM*, para a potência ativa total na fonte.

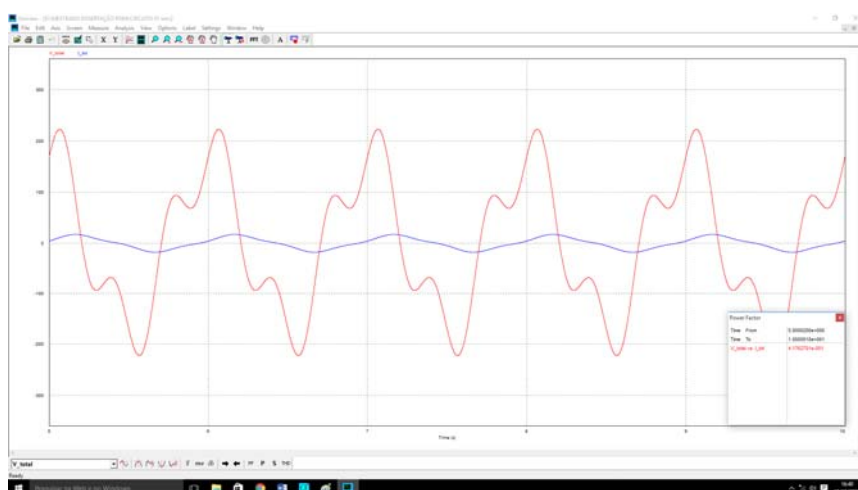


Fig. 4.15 Fator de Potência “visto” pelas fontes do Circuito 01.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.16 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.15, mostrando o valor do fator de potência de 0,41762701.

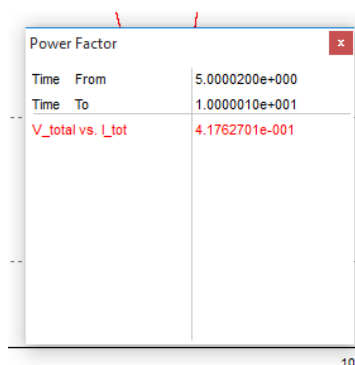


Fig. 4.16 Valor do Fator de Potência “visto” pelas fontes do Circuito 01.

De posse do valor de Fator de Potência informado pelo software *PSIM*, na Fig. 4.16, e da potência aparente informada na Fig. 4.12, é possível calcular-se a Potência Reativa fornecida pelas fontes do Circuito 01, obtendo-se:

$$Q_{PSIM} = 1411,5790 \cdot \left\{ \sin \left(\cos^{-1} 0,41762701 \right) \right\} \quad (4.21)$$

$$Q_{PSIM} = 1282,5869 \text{ _} VAr$$

Portanto, verifica-se que foi obtido no domínio de *Clifford*, resultado idêntico ao domínio do tempo com o software *PSIM*, para a potência reativa total na fonte.

Fica evidente que os valores de potência no domínio do tempo são encontrados no domínio de *Clifford*, utilizando-se da transformação e operador de rotação propostos.

4.3.2 Resolução do Circuito 02 no domínio de *Clifford*.

Nesta seção apresenta-se a solução do circuito da Fig. 4.17

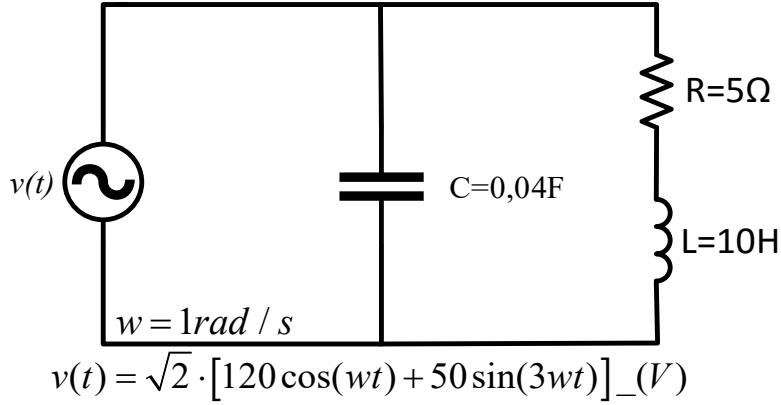


Fig. 4.17 Circuito 02 com duas fontes, carga RL e capacitor em paralelo.

Aplicando-se as transformações propostas em (3.23) e (3.24) definidas como:

$$x_c(t) = A_c \sqrt{2} \cos(nwt) \leftrightarrow A_c \sigma_{(2n-1)} \quad (4.22)$$

$$x_s(t) = A_s \sqrt{2} \sin(nwt) \leftrightarrow A_s \sigma_{(2n)} \quad (4.23)$$

aos sinais de tensão no domínio do tempo do circuito da Fig. 4.17, obtém-se os sinais de tensão no domínio de *Clifford*, resultando em:

$$\begin{aligned} \sqrt{2} \cos(nwt) &\leftrightarrow \sigma_{(2n-1)} \rightarrow n=1 \rightarrow \sigma_1 \\ \sqrt{2} \sin(nwt) &\leftrightarrow \sigma_{(2n)} \rightarrow n=3 \rightarrow \sigma_6 \\ v_1(t) = 120\sqrt{2} \cos(wt) &\rightarrow V_1 = 120\sigma_1 \\ v_3(t) = 50\sqrt{2} \sin(3wt) &\rightarrow V_3 = 50\sigma_6 \\ v_T(t) = v_1(t) + v_3(t) &\rightarrow \\ V_T = V_1 + V_3 &\Rightarrow V_T = 120\sigma_1 + 50\sigma_6 \end{aligned} \quad (4.24)$$

Considerando-se que, com o operador de rotação proposto nesta dissertação, as reatâncias indutiva e capacitiva foram definidas em (3.27) como:

$$X_L = wL\sigma_{(2n)}\sigma_{(2n-1)} \quad X_C = \frac{-\sigma_{(2n)}\sigma_{(2n-1)}}{wC} \quad (4.25)$$

Levando-se em consideração os sinais de frequência com $n=1$ e $n=3$ obtém-se os operadores de rotação das reatâncias:

$$n=1 \rightarrow \sigma_2 \sigma_1 \quad n=3 \rightarrow \sigma_6 \sigma_5 \quad (4.26)$$

Realizando-se os cálculos no domínio de *Clifford*, com as definições de tensão e impedância, para a frequência $\omega = 1\text{rad/s}$ obtém-se as seguintes correntes no circuito:

$$I_1' = \frac{120\sigma_1}{5+1 \cdot 10\sigma_2\sigma_1} = \frac{120\sigma_1}{5+10\sigma_2\sigma_1} \cdot \frac{5-10\sigma_2\sigma_1}{5-10\sigma_2\sigma_1} = \frac{600\sigma_1+1200\sigma_2}{125}$$

$$I_1'' = \frac{120\sigma_1}{\frac{-\sigma_2\sigma_1}{1 \cdot 0,04}} = \frac{120\sigma_1}{-25\sigma_2\sigma_1} \cdot \frac{\sigma_2\sigma_1}{\sigma_2\sigma_1} = \frac{-120\sigma_2}{25} \quad (4.27)$$

$$I_1 = I_1' + I_1'' \Rightarrow I_1 = \frac{600\sigma_1 + 600\sigma_2}{125}$$

Realizando-se os cálculos no domínio de *Clifford*, com as definições de tensão e impedância, para a frequência $\omega = 3\text{rad/s}$ obtém-se a seguinte corrente no circuito:

$$I_3' = \frac{50\sigma_6}{5+3 \cdot 10\sigma_6\sigma_5} = \frac{50\sigma_6}{5+30\sigma_6\sigma_5} \cdot \frac{5-30\sigma_6\sigma_5}{5-30\sigma_6\sigma_5} = \frac{250\sigma_6-1500\sigma_5}{925}$$

$$I_3'' = \frac{50\sigma_6}{\frac{-\sigma_6\sigma_5}{3 \cdot 0,04}} = \frac{50\sigma_6}{-25\sigma_6\sigma_5} \cdot \frac{\sigma_6\sigma_5}{\sigma_6\sigma_5} = \frac{+150\sigma_5}{25} \quad (4.28)$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' \Rightarrow I_3 = \frac{250\sigma_6 + 4050\sigma_5}{925}$$

A corrente total na carga do circuito obtém-se com a soma de I_1 (4.27) e I_3 (4.28) resultando em:

$$I_T = \frac{600\sigma_1 + 600\sigma_2}{125} + \frac{250\sigma_6 + 4050\sigma_5}{925} \quad (4.29)$$

Aplicando-se (3.28), nas tensões em (4.24) e na corrente em (4.29), calculam-se as parcelas de potências no domínio de Clifford fornecidas pelas fontes do circuito.

$$\mathbf{S} = \mathbf{V}_T \mathbf{I}_T$$

$$\mathbf{S} = (120\sigma_1 + 50\sigma_6) \cdot \left(\frac{600\sigma_1 + 600\sigma_2}{125} + \frac{250\sigma_6 + 4050\sigma_5}{925} \right) \quad (4.30)$$

$$\mathbf{S} = \left\{ \begin{aligned} & \left(576\sigma_1^2 + 576\sigma_1\sigma_2 + \frac{486 \cdot 10^3}{925}\sigma_1\sigma_5 + \frac{30 \cdot 10^3}{925}\sigma_1\sigma_6 \right) + \\ & \left(240\sigma_6\sigma_1 + 240\sigma_6\sigma_2 + \frac{202,5 \cdot 10^3}{925}\sigma_6\sigma_5 + \frac{12,5 \cdot 10^3}{925}\sigma_6^2 \right) \end{aligned} \right\} \quad (4.31)$$

Aplicando-se o axioma (3.1.5) às parcelas do multivetor (4.31) contendo $\sigma_1^2=I$ e $\sigma_6^2=I$ conclui-se que são parcelas escalares e, portanto, trata-se de potência ativa. Obtendo-se então:

$$\mathbf{P} = \left(576 + \frac{12,5 \cdot 10^3}{925} \right) \quad (4.32)$$

$$\mathbf{P} = 589,5135 _ W$$

Para realizar a análise da potência aparente, aplica-se (3.31) a cada parcela bivectora do multivetor (4.31), calculando-se o reverso de cada parcela:

$$\mathbf{S}^\dagger = (-1)^{\frac{2(2-1)}{2}} \cdot \left[\langle +576\sigma_1\sigma_2 \rangle_2 \right] = -576\sigma_1\sigma_2 \quad (4.33)$$

onde: $k=2$ dado que as parcelas são bivectores.

Assim sendo, para todas as parcelas do multivetor que correspondem a bivectores, haverá a inversão de sinal, obtendo-se então:

$$\mathbf{S}^\dagger = \left\{ \begin{array}{l} \left(576 - 576\sigma_1\sigma_2 - \frac{486 \cdot 10^3}{925}\sigma_1\sigma_5 - \frac{30 \cdot 10^3}{925}\sigma_1\sigma_6 \right) + \\ \left(-240\sigma_6\sigma_1 - 240\sigma_6\sigma_2 - \frac{202,5 \cdot 10^3}{925}\sigma_6\sigma_5 + \frac{12,5 \cdot 10^3}{925} \right) \end{array} \right\} \quad (4.34)$$

Para se calcular a norma do multivetor aplica-se (3.32) aos resultados (4.31) e (4.34), obtendo-se:

$$\|\mathbf{S}\| = \sqrt{\langle \mathbf{S} \cdot \mathbf{S}^\dagger \rangle_0} = \sqrt{\left\langle \begin{array}{l} \left(576 + 576\sigma_1\sigma_2 + \frac{486 \cdot 10^3}{925}\sigma_1\sigma_5 + \frac{30 \cdot 10^3}{925}\sigma_1\sigma_6 \right) + \\ \left(240\sigma_6\sigma_1 + 240\sigma_6\sigma_2 + \frac{202,5 \cdot 10^3}{925}\sigma_6\sigma_5 + \frac{12,5 \cdot 10^3}{925} \right) \cdot \\ \left(576 - 576\sigma_1\sigma_2 - \frac{486 \cdot 10^3}{925}\sigma_1\sigma_5 - \frac{30 \cdot 10^3}{925}\sigma_1\sigma_6 \right) + \\ \left(-240\sigma_6\sigma_1 - 240\sigma_6\sigma_2 - \frac{202,5 \cdot 10^3}{925}\sigma_6\sigma_5 + \frac{12,5 \cdot 10^3}{925} \right) \end{array} \right\rangle_0} \quad (4.35)$$

Levando-se em consideração que na equação (4.35) interessa-nos apenas a parte escalar da multiplicação, a equação se reduz ao apresentado em (4.36):

$$\|\mathbf{S}\| = \sqrt{\left\langle \begin{array}{l} \left(576^2 + 576^2 + \left(\frac{486 \cdot 10^3}{925} \right)^2 + \left(\frac{30 \cdot 10^3}{925} \right)^2 \right) + \\ \left(240^2 + 240^2 + \left(\frac{202,5 \cdot 10^3}{925} \right)^2 + \left(\frac{12,5 \cdot 10^3}{925} \right)^2 \right) \end{array} \right\rangle} \quad (4.36)$$

$$\|\mathbf{S}\| = 1050,6963 \text{ VA}$$

Analisando-se no domínio de *Clifford*, aplica-se (3.32) e calcula-se a norma da potência reativa $\mathbf{Q}$, a partir do multivetor de potência aparente (4.35), considerando-se apenas as parcelas de potências não cruzadas, obtendo-se:

$$\|Q\| = \sqrt{\langle Q \cdot Q^\dagger \rangle_0}$$

$$\|Q\| = \sqrt{\left\langle \left\{ \left(576\sigma_1\sigma_2 \right) + \left(\frac{202,5 \cdot 10^3}{925} \sigma_6\sigma_5 \right) \right\} \cdot \left\{ \left(-576\sigma_1\sigma_2 \right) + \left(-\frac{202,5 \cdot 10^3}{925} \sigma_6\sigma_5 \right) \right\} \right\rangle_0} \quad (4.37)$$

$$\|Q\| = \sqrt{\left\{ 576^2 + \left(\frac{202,5 \cdot 10^3}{925} \right)^2 \right\}}$$

$$\|Q\| = 616,1992 \text{ } \underline{VAr}$$

Levando-se em consideração que a base do sistema é ortonormal, portanto, os valores estão em quadratura, aplica-se a ideia contida em (2.3) e calcula-se a potência de distorção D :

$$\|D\| = \sqrt{\|S\|^2 - \|P\|^2 - \|Q\|^2}$$

$$\|D\| = \sqrt{1050,6963^2 - 589,5135^2 - 616,1992^2} \quad (4.38)$$

$$\|D\| = 613,7875 \text{ } \underline{VAr}$$

Analisando-se no domínio de *Clifford*, verifica-se que entre as potências cruzadas em (4.35) existem valores de mesma base, $\{\sigma_1, \sigma_6\}$ neste caso, nas quais aplica-se o axioma (3.5) da álgebra de *Clifford* e reduz-se a um único valor.

Na sequência, aplica-se (3.32) e calcula-se a norma da potência de distorção D , a partir do multivetor de potência aparente (4.35), considerando-se apenas as parcelas de potências cruzadas, obtendo-se:

$$\|D\| = \sqrt{\langle D \cdot D^\dagger \rangle_0}$$

$$\|D\| = \sqrt{\left\langle \left\{ \left(+\frac{486 \cdot 10^3}{925} \sigma_1 \sigma_5 + \left(\frac{30 \cdot 10^3}{925} - 240 \right) \sigma_1 \sigma_6 + 240 \sigma_6 \sigma_2 \right) \right\} \cdot \left\{ \left(-\frac{486 \cdot 10^3}{925} \sigma_1 \sigma_5 - \left(\frac{30 \cdot 10^3}{925} - 240 \right) \sigma_1 \sigma_6 - 240 \sigma_6 \sigma_2 \right) \right\} \right\rangle_0} \quad (4.39)$$

$$\|D\| = \sqrt{\left\{ \left(\frac{486 \cdot 10^3}{925} \right)^2 + \left(\frac{30 \cdot 10^3}{925} - 240 \right)^2 + 240^2 \right\}}$$

$$\|D\| = 613,7875 \text{ _Var}$$

O que está de acordo com a consideração das potências em quadratura em (4.38).

No entanto, para se permitir a comparação entre os resultados obtidos no domínio do tempo, com o software *PSIM*, e o calculado para o domínio de *Clifford*, faz-se necessário apresentar um valor único de potência reativa, obtendo-se:

$$\|Q_{PSIM}\| = \sqrt{\|Q\|^2 + \|D\|^2} \quad (4.40)$$

Aplica-se (4.40) aos valores obtidos em (4.37) e (4.39) obtendo-se:

$$\|Q_{PSIM}\| = \sqrt{616,1992^2 + 613,7875^2} \quad (4.41)$$

$$\|Q_{PSIM}\| = 869,7336 \text{ _Var}$$

4.3.2.1 Resolução do Circuito 02 no domínio do Tempo.

Na Figura 4.18 apresenta-se a tela inicial com o circuito 02 implementado no software *PSIM*.

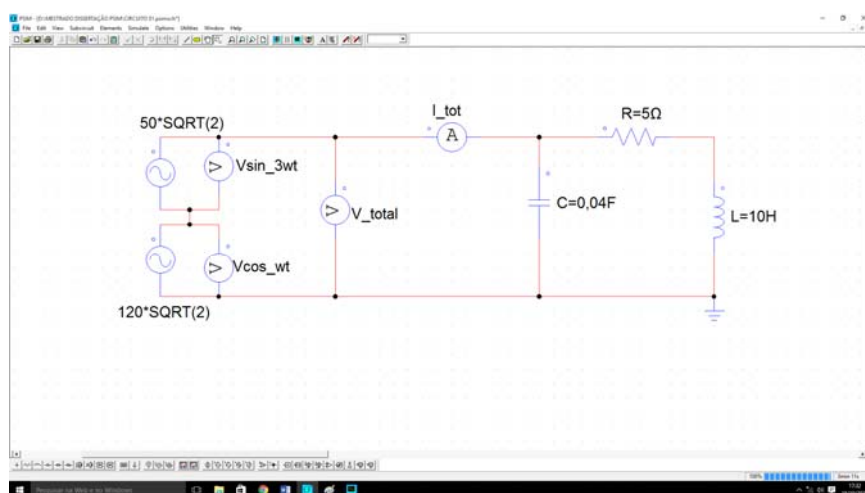


Fig. 4.18 Circuito 02 com duas fontes, carga RL e capacitor em paralelo.

Na Figura 4.19 apresenta-se o gráfico mostrando as formas de onda das tensões na entrada do circuito, sendo fundamental 120V eficaz e 3º harmônico 50V eficaz.

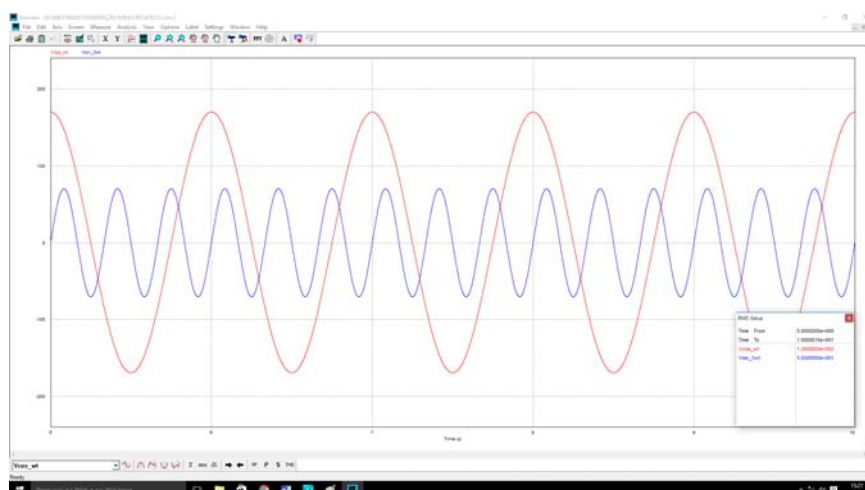


Fig. 4.19 Tensões na entrada do Circuito 02.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.20 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.19, mostrando os valores eficazes de 120V e 50V.

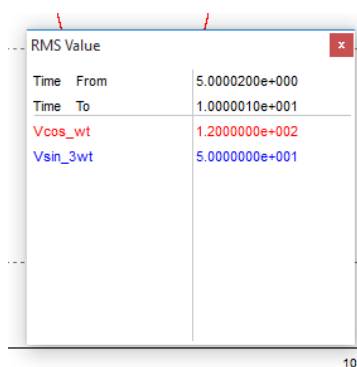


Fig. 4.20 Valores RMS das tensões na entrada do Circuito 02.

Na Figura 4.21 apresenta-se o gráfico mostrando as formas de onda da tensão resultante, curva de maior amplitude, e da corrente entregues pelas fontes à carga do circuito e também um zoom da curva de corrente.

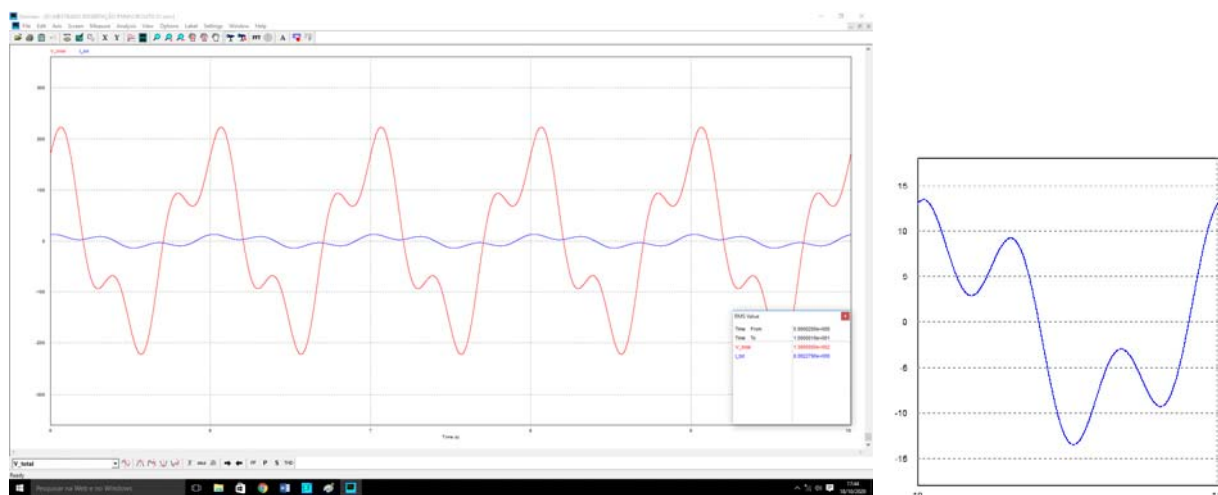


Fig. 4.21 Tensão e corrente resultantes na carga do Circuito 02.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.22 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.21, mostrando os valores eficazes de 130V e 8,082279A.

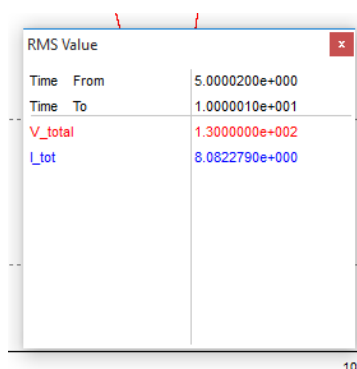


Fig. 4.22 Valores RMS de tensão e corrente entregues pelas fontes à carga do Circuito 02.

Uma vez que se obtém o gráfico de tensão e corrente, no ponto de interesse, o software *PSIM* possibilita realizar a leitura dos valores de Potência Aparente, Potência Ativa e Fator de Potência. Na sequência apresenta-se estes valores.

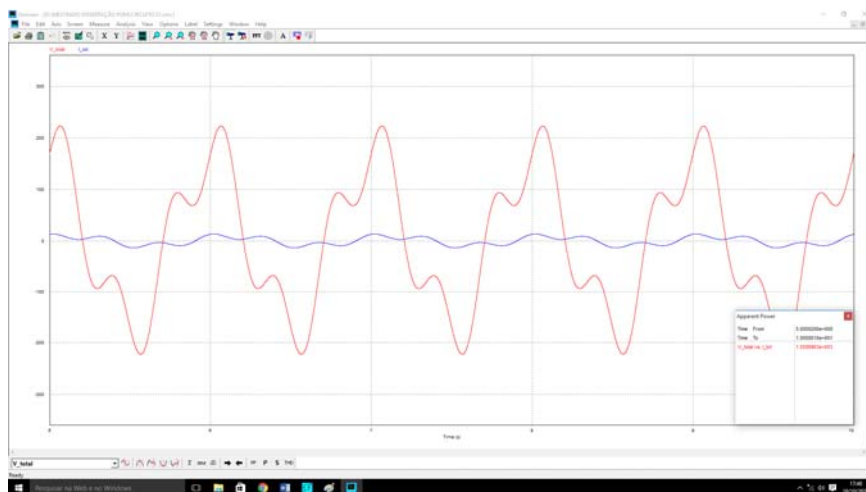


Fig. 4.23 Potência Aparente entregue pelas fontes do Circuito 02.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.24 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.23, mostrando o valor de potência aparente de 1050,6963VA.

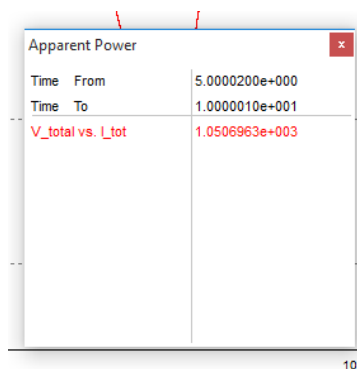


Fig. 4.24 Valor de Potência Aparente entregue pelas fontes do Circuito 02.

Portanto, verifica-se que foi obtido no domínio de *Clifford*, resultado idêntico ao domínio do tempo com o software *PSIM*, para a potência aparente total na fonte.

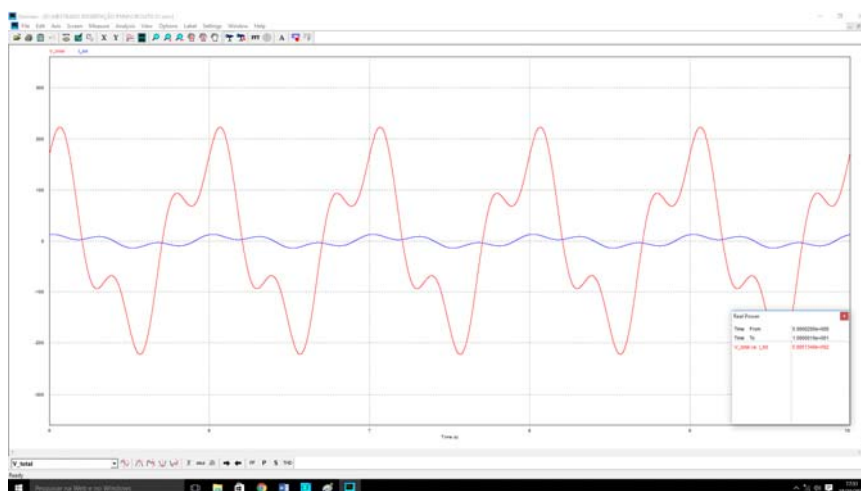


Fig. 4.25 Potência Ativa entregue pelas fontes do Circuito 02.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.26 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.25, mostrando o valor de potência ativa de 589,51348W.

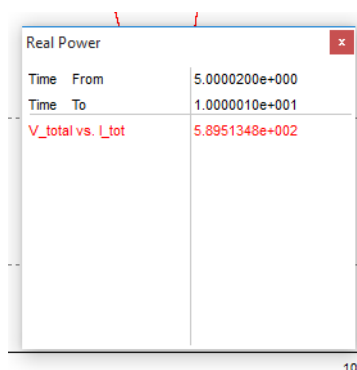


Fig. 4.26 Valor de Potência Ativa entregue pelas fontes do Circuito 02.

Portanto, verifica-se que foi obtido no domínio de *Clifford*, resultado idêntico ao domínio do tempo com o software *PSIM*, para a potência ativa total na fonte.

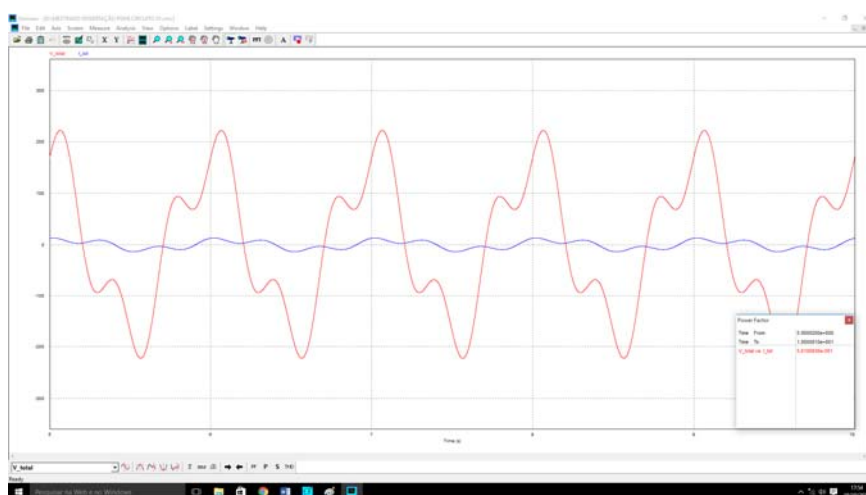


Fig. 4.27 Fator de Potência “visto” pelas fontes do Circuito 02.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.28 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.27, mostrando o valor do fator de potência de 0,56106936.

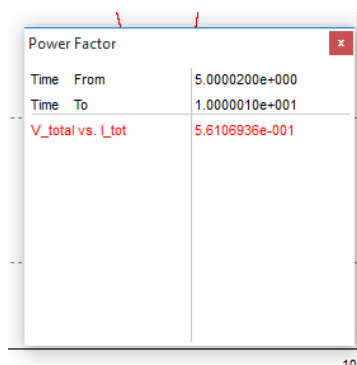


Fig. 4.28 Valor do Fator de Potência “visto” pelas fontes do Circuito 02.

De posse do valor de Fator de Potência informado pelo software *PSIM*, na Fig. 4.28, e da potência aparente informada na Fig. 4.24, é possível calcular-se a Potência Reativa fornecida pelas fontes do Circuito 02, obtendo-se:

$$Q_{PSIM} = 1050,6963 \cdot \left\{ \sin \left(\cos^{-1} 0,56106936 \right) \right\} \quad (4.42)$$

$$Q_{PSIM} = 869,7336 \text{ _VAR}$$

Portanto, verifica-se que foi obtido no domínio de *Clifford*, resultado idêntico ao domínio do tempo com o software *PSIM*, para a potência reativa total na fonte.

Fica evidente que os valores de potência no domínio do tempo são encontrados no domínio de *Clifford*, utilizando-se da transformação e operador de rotação propostos.

4.3.3 Resolução do Circuito 03 no domínio de *Clifford*.

Nesta seção apresenta-se a solução do circuito da Fig. 4.29

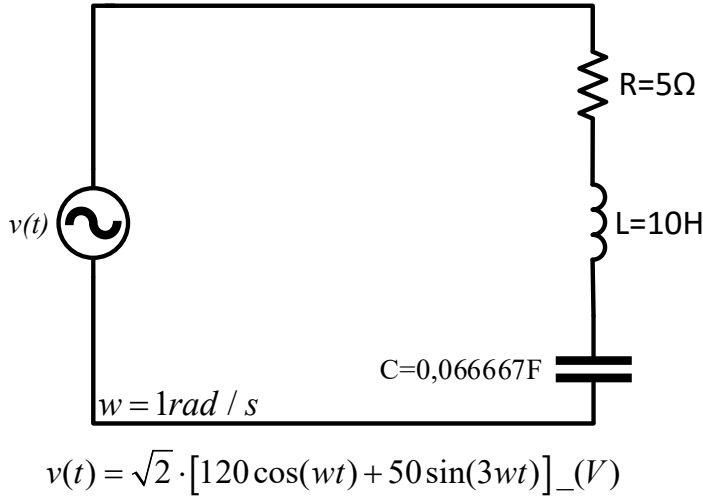


Fig. 4.29 Circuito 03 com duas fontes e carga RLC série.

Aplicando-se as transformações propostas em (3.23) e (3.24) definidas como:

$$x_c(t) = A_c \sqrt{2} \cos(n\omega t) \leftrightarrow A_c \sigma_{(2n-1)} \quad (4.43)$$

$$x_s(t) = A_s \sqrt{2} \sin(n\omega t) \leftrightarrow A_s \sigma_{(2n)} \quad (4.44)$$

aos sinais de tensão no domínio do tempo do circuito da Fig. 4.29, obtém-se os sinais de tensão no domínio de *Clifford*, resultando em:

$$\begin{aligned} \sqrt{2} \cos(n\omega t) &\leftrightarrow \sigma_{(2n-1)} \rightarrow n=1 \rightarrow \sigma_1 \\ \sqrt{2} \sin(n\omega t) &\leftrightarrow \sigma_{(2n)} \rightarrow n=3 \rightarrow \sigma_6 \\ v_1(t) = 120\sqrt{2} \cos(\omega t) &\rightarrow V_1 = 120\sigma_1 \\ v_3(t) = 50\sqrt{2} \sin(3\omega t) &\rightarrow V_3 = 50\sigma_6 \\ v_T(t) = v_1(t) + v_3(t) &\rightarrow \\ V_T = V_1 + V_3 &\Rightarrow V_T = 120\sigma_1 + 50\sigma_6 \end{aligned} \quad (4.45)$$

Considerando-se que, com o operador de rotação proposto nesta dissertação, as reatâncias indutiva e capacitiva foram definidas em (3.27) como:

$$X_L = wL\sigma_{(2n)}\sigma_{(2n-1)} \quad X_C = \frac{-\sigma_{(2n)}\sigma_{(2n-1)}}{wC} \quad (4.46)$$

Levando-se em consideração os sinais de frequência com $n=1$ e $n=3$ obtém-se os operadores de rotação das reatâncias:

$$n=1 \rightarrow \sigma_2\sigma_1 \quad n=3 \rightarrow \sigma_6\sigma_5 \quad (4.47)$$

Realizando-se os cálculos no domínio de *Clifford*, com as definições de tensão e impedância, para a frequência $\omega = 1\text{rad/s}$ obtém-se a seguinte corrente no circuito:

$$I_1 = \frac{120\sigma_1}{5 + 1 \cdot 10\sigma_2\sigma_1 - \frac{\sigma_2\sigma_1}{1 \cdot 0,066667}} = \frac{120\sigma_1}{5 - 5\sigma_2\sigma_1} \cdot \frac{5 + 5\sigma_2\sigma_1}{5 + 5\sigma_2\sigma_1} \quad (4.48)$$

$$I_1 = \frac{600\sigma_1 - 600\sigma_2}{50}$$

Realizando-se os cálculos no domínio de *Clifford*, com as definições de tensão e impedância, para a frequência $\omega = 3\text{rad/s}$ obtém-se a seguinte corrente no circuito:

$$I_3 = \frac{50\sigma_6}{5 + 3 \cdot 10\sigma_6\sigma_5 - \frac{\sigma_6\sigma_5}{3 \cdot 0,066667}} = \frac{50\sigma_6}{5 + 25\sigma_6\sigma_5} \cdot \frac{5 - 25\sigma_6\sigma_5}{5 - 25\sigma_6\sigma_5} \quad (4.49)$$

$$I_3 = \frac{250\sigma_6 - 1250\sigma_5}{650}$$

A corrente total na carga do circuito obtém-se com a soma de I_1 (4.48) e I_3 (4.49) resultando em:

$$I_T = \frac{600\sigma_1 - 600\sigma_2}{50} + \frac{250\sigma_6 - 1250\sigma_5}{650} \quad (4.50)$$

Aplicando-se (3.28), nas tensões em (4.45) e na corrente em (4.50), calculam-se as parcelas de potências no domínio de *Clifford* fornecidas pelas fontes do circuito.

$$\mathbf{S} = \mathbf{V}_T \mathbf{I}_T$$

$$\mathbf{S} = (120\sigma_1 + 50\sigma_6) \cdot \left(\frac{600\sigma_1 - 600\sigma_2}{50} + \frac{250\sigma_6 - 1250\sigma_5}{650} \right) \quad (4.51)$$

$$\mathbf{S} = \left\{ \begin{array}{l} \left(1440\sigma_1^2 - 1440\sigma_1\sigma_2 - \frac{150 \cdot 10^3}{650} \sigma_1\sigma_5 + \frac{30 \cdot 10^3}{650} \sigma_1\sigma_6 \right) + \\ \left(600\sigma_6\sigma_1 - 600\sigma_6\sigma_2 - \frac{62,5 \cdot 10^3}{650} \sigma_6\sigma_5 + \frac{12,5 \cdot 10^3}{650} \sigma_6^2 \right) \end{array} \right\} \quad (4.52)$$

Aplicando-se o axioma (3.5) às parcelas do multivetor (4.52) contendo $\sigma_1^2=1$ e $\sigma_6^2=1$ conclui-se que são parcelas escalares e, portanto, trata-se de potência ativa. Obtendo-se então:

$$\mathbf{P} = \left(1440 + \frac{12,5 \cdot 10^3}{650} \right) \quad (4.53)$$

$$\mathbf{P} = 1459,2308 \text{ _} W$$

Para realizar a análise da potência aparente, aplica-se (3.31) a cada parcela bivectora do multivetor (4.52), calculando-se o reverso de cada parcela:

$$\mathbf{S}^\dagger = (-1)^{\frac{2(2-1)}{2}} \cdot \left[\langle -1440\sigma_1\sigma_2 \rangle_2 \right] = +1440\sigma_1\sigma_2 \quad (4.54)$$

onde: $k=2$ dado que as parcelas são bivectores.

Assim sendo, para todas as parcelas do multivetor que correspondem a bivectores, haverá a inversão de sinal, obtendo-se então:

$$\mathbf{S}^\dagger = \left\{ \begin{array}{l} \left(1440 + 1440\sigma_1\sigma_2 + \frac{150 \cdot 10^3}{650} \sigma_1\sigma_5 - \frac{30 \cdot 10^3}{650} \sigma_1\sigma_6 \right) + \\ \left(-600\sigma_6\sigma_1 + 600\sigma_6\sigma_2 + \frac{62,5 \cdot 10^3}{650} \sigma_6\sigma_5 + \frac{12,5 \cdot 10^3}{650} \sigma_6^2 \right) \end{array} \right\} \quad (4.55)$$

Para se calcular a norma do multivetor aplica-se (3.32) aos resultados (4.52) e (4.55), obtendo-se:

$$\|S\| = \sqrt{\langle S \cdot S^\dagger \rangle_0}$$

$$\|S\| = \sqrt{\left\langle \begin{pmatrix} \left(1440 - 1440\sigma_1\sigma_2 - \frac{150 \cdot 10^3}{650}\sigma_1\sigma_5 + \frac{30 \cdot 10^3}{650}\sigma_1\sigma_6 \right) + \\ \left(600\sigma_6\sigma_1 - 600\sigma_6\sigma_2 - \frac{62,5 \cdot 10^3}{650}\sigma_6\sigma_5 + \frac{12,5 \cdot 10^3}{650} \right) \\ \left(1440 + 1440\sigma_1\sigma_2 + \frac{150 \cdot 10^3}{650}\sigma_1\sigma_5 - \frac{30 \cdot 10^3}{650}\sigma_1\sigma_6 \right) + \\ \left(-600\sigma_6\sigma_1 + 600\sigma_6\sigma_2 + \frac{62,5 \cdot 10^3}{650}\sigma_6\sigma_5 + \frac{12,5 \cdot 10^3}{650} \right) \end{pmatrix} \right\rangle_0} \quad (4.56)$$

Levando-se em consideração que na equação (4.56) interessa-nos apenas a parte escalar da multiplicação, a equação se reduz ao apresentado em (4.57):

$$\|S\| = \sqrt{\left\langle \begin{pmatrix} 1440^2 + 1440^2 + \left(\frac{150 \cdot 10^3}{650} \right)^2 + \left(\frac{30 \cdot 10^3}{650} \right)^2 \\ 600^2 + 600^2 + \left(\frac{62,5 \cdot 10^3}{650} \right)^2 + \left(\frac{12,5 \cdot 10^3}{650} \right)^2 \end{pmatrix} \right\rangle} \quad (4.57)$$

$$\|S\| = 2220,8557 \text{ _VA}$$

Analisando-se no domínio de *Clifford*, aplica-se (3.32) e calcula-se a norma da potência reativa Q , a partir do multivetor de potência aparente (4.56), considerando-se apenas as parcelas de potências não cruzadas, obtendo-se:

$$\|Q\| = \sqrt{\langle Q \cdot Q^\dagger \rangle_0}$$

$$\|Q\| = \sqrt{\left\langle \left\{ \left(-1440\sigma_1\sigma_2 \right) + \left(-\frac{62,5 \cdot 10^3}{650} \sigma_6\sigma_5 \right) \right\} \cdot \left\{ \left(+1440\sigma_1\sigma_2 \right) + \left(+\frac{62,5 \cdot 10^3}{650} \sigma_6\sigma_5 \right) \right\} \right\rangle_0} \quad (4.58)$$

$$\|Q\| = \sqrt{\left\{ 1440^2 + \left(\frac{62,5 \cdot 10^3}{650} \right)^2 \right\}}$$

$$\|Q\| = 1443,2067 \text{ _Var}$$

Levando-se em consideração que a base do sistema é ortonormal, portanto, os valores estão em quadratura, aplica-se a ideia contida em (2.3) e calcula-se a potência de distorção D :

$$\|D\| = \sqrt{\|S\|^2 - \|P\|^2 - \|Q\|^2}$$

$$\|D\| = \sqrt{2220,8557^2 - 1459,2308^2 - 1443,2067^2} \quad (4.59)$$

$$\|D\| = 848,5281 \text{ _Var}$$

Analisando-se no domínio de *Clifford*, verifica-se que entre as potências cruzadas em (4.56) existem valores de mesma base, $\{\sigma_1, \sigma_6\}$ neste caso, nas quais aplica-se o axioma (3.5) da álgebra de *Clifford* e reduz-se a um único valor.

Na sequência, aplica-se (3.32) e calcula-se a norma da potência de distorção D , a partir do multivetor de potência aparente (4.56), considerando-se apenas as parcelas de potências cruzadas, obtendo-se:

$$\|D\| = \sqrt{\langle D \cdot D^\dagger \rangle_0}$$

$$\|D\| = \sqrt{\left\langle \left\{ \left(-\frac{150 \cdot 10^3}{650} \sigma_1 \sigma_5 + \left(\frac{30 \cdot 10^3}{650} - 600 \right) \sigma_1 \sigma_6 - 600 \sigma_6 \sigma_2 \right) \right\} \cdot \left\{ \left(+\frac{150 \cdot 10^3}{650} \sigma_1 \sigma_5 - \left(\frac{30 \cdot 10^3}{650} - 600 \right) \sigma_1 \sigma_6 + 600 \sigma_6 \sigma_2 \right) \right\} \right\rangle_0} \quad (4.60)$$

$$\|D\| = \sqrt{\left\{ \left(\frac{150 \cdot 10^3}{650} \right)^2 + \left(\frac{30 \cdot 10^3}{650} - 600 \right)^2 + 600^2 \right\}}$$

$$\|D\| = 848,5281 \text{ _} VAr$$

O que está de acordo com a consideração das potências em quadratura em (4.59).

No entanto, para se permitir a comparação entre os resultados obtidos no domínio do tempo, com o software *PSIM*, e o calculado para o domínio de *Clifford*, faz-se necessário apresentar um valor único de potência reativa, obtendo-se:

$$\|Q_{PSIM}\| = \sqrt{\|Q\|^2 + \|D\|^2} \quad (4.61)$$

Aplica-se (4.61) aos valores obtidos em (4.58) e (4.60) obtendo-se:

$$\|Q_{PSIM}\| = \sqrt{1443,2067^2 + 848,5281^2} \quad (4.62)$$

$$\|Q_{PSIM}\| = 1674,1701 \text{ _} VAr$$

4.3.3.1 Resolução do Circuito 03 no domínio do Tempo

Na Figura 4.30 apresenta-se a tela inicial com o circuito 03 implementado no software *PSIM*.

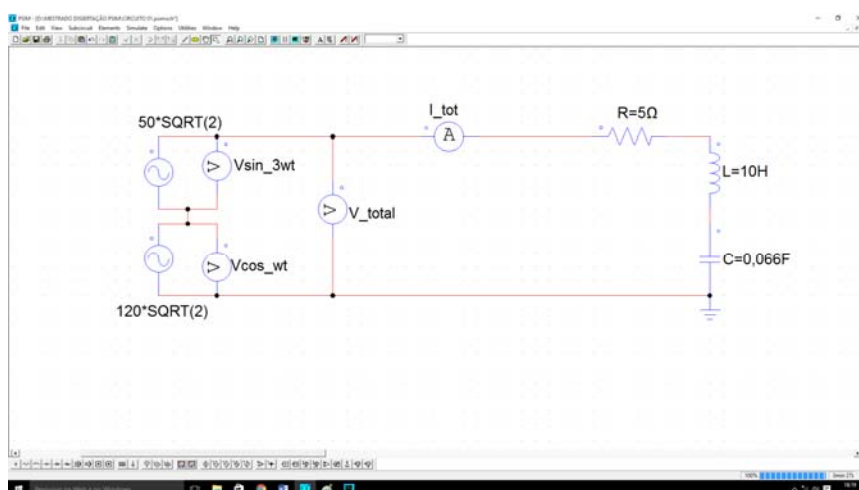


Fig. 4.30 Circuito 03 com duas fontes e carga RLC série.

Na Figura 4.31 apresenta-se o gráfico mostrando as formas de onda das tensões na entrada do circuito, sendo fundamental 120V eficaz e 3º harmônico 50V eficaz.



Fig. 4.31 Tensões na entrada do Circuito 03.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.32 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.31, mostrando os valores eficazes de 120V e 50V.

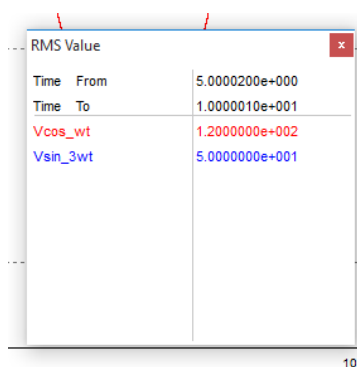


Fig. 4.32 Valores RMS das tensões na entrada do Circuito 03.

Na Figura 4.33 apresenta-se o gráfico mostrando as formas de onda da tensão resultante, curva de maior amplitude, e da corrente entregues pelas fontes à carga do circuito e também um zoom da curva de corrente.

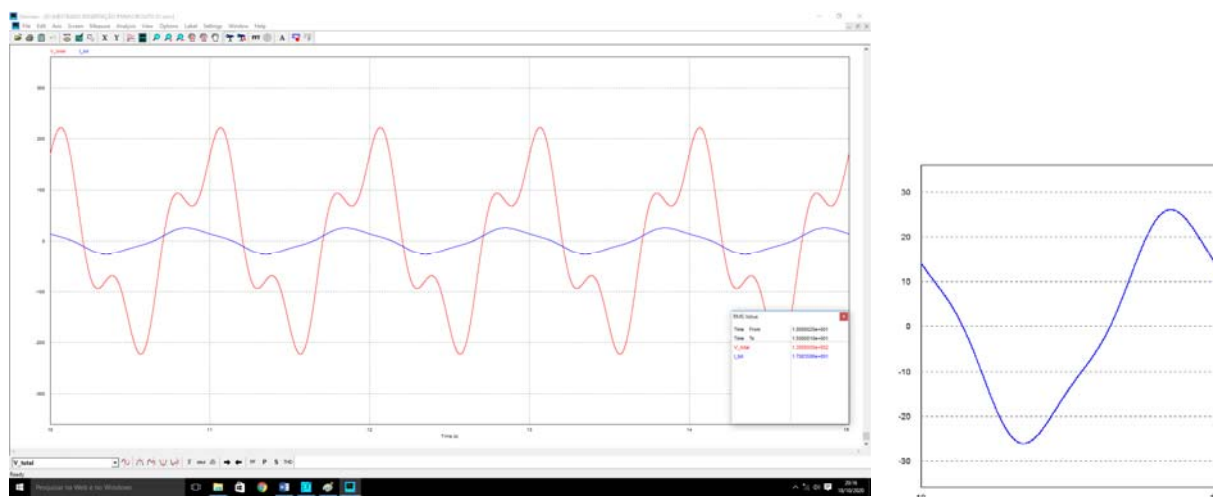


Fig. 4.33 Tensão e corrente resultantes na carga do Circuito 03.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.34 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.33, mostrando os valores eficazes de 130V e 17,083506A.

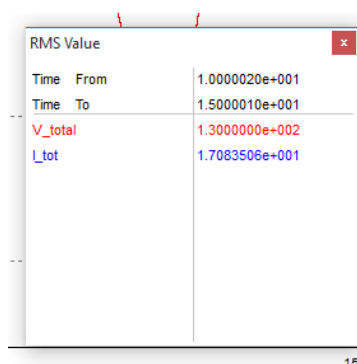


Fig. 4.34 Valores RMS de tensão e corrente entregues pelas fontes à carga do Circuito 03.

Uma vez que se obtém o gráfico de tensão e corrente, no ponto de interesse, o software *PSIM* possibilita realizar a leitura dos valores de Potência Aparente, Potência Ativa e Fator de Potência. Na sequência apresenta-se estes valores.

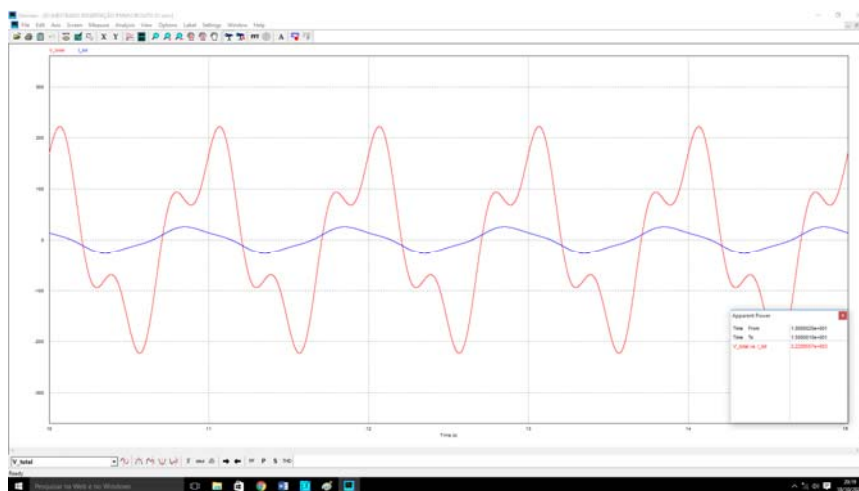


Fig. 4.35 Potência Aparente entregue pelas fontes do Circuito 03.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.36 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.35, mostrando o valor de potência aparente de 2220,8557VA.

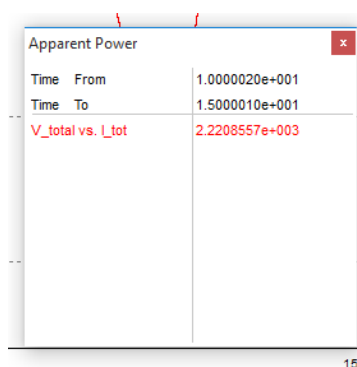


Fig. 4.36 Valor de Potência Aparente entregue pelas fontes do Circuito 03.

Portanto, verifica-se que foi obtido no domínio de *Clifford*, resultado idêntico ao domínio do tempo com o software *PSIM*, para a potência aparente total na fonte.

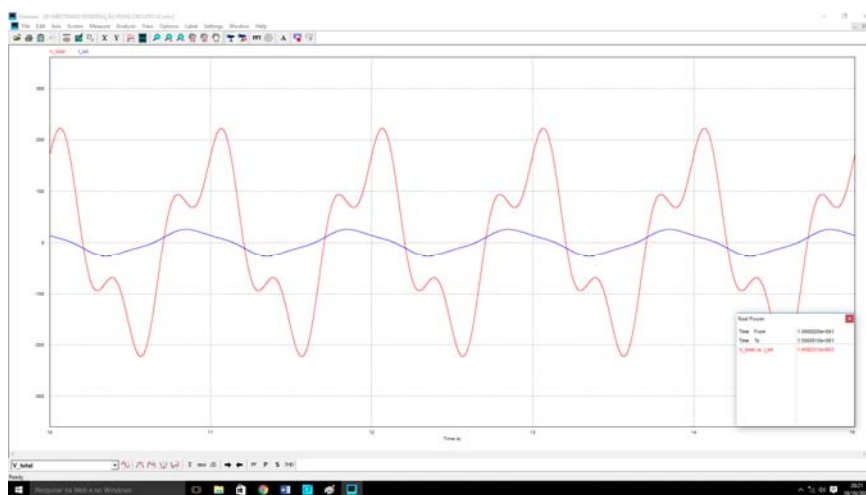


Fig. 4.37 Potência Ativa entregue pelas fontes do Circuito 03.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.38 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.37, mostrando o valor de potência ativa de 1459,2311W.

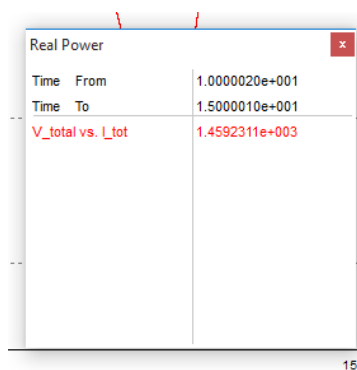


Fig. 4.38 Valor de Potência Ativa entregue pelas fontes do Circuito 03.

Portanto, verifica-se que foi obtido no domínio de *Clifford*, resultado idêntico ao domínio do tempo com o software *PSIM*, para a potência ativa total na fonte.

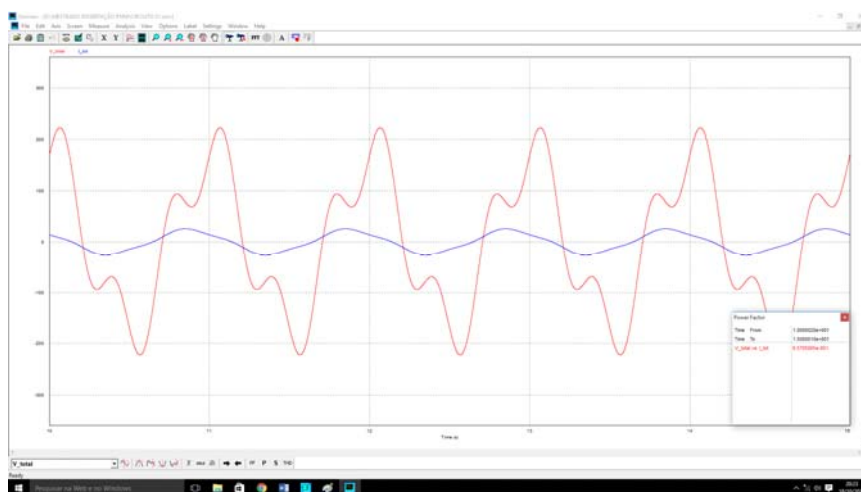


Fig. 4.39 Fator de Potência “visto” pelas fontes do Circuito 03.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.40 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.39, mostrando o valor do fator de potência de 0,65705805.

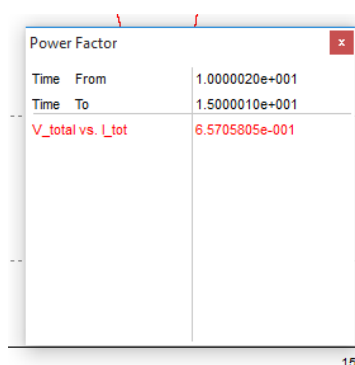


Fig. 4.40 Valor do Fator de Potência “visto” pelas fontes do Circuito 03.

De posse do valor de Fator de Potência informado pelo software *PSIM*, na Fig. 4.40, e da potência aparente informada na Fig. 4.36, é possível calcular-se a Potência Reativa fornecida pelas fontes do Circuito 02, obtendo-se:

$$Q_{PSIM} = 2220,8557 \cdot \left\{ \sin \left(\cos^{-1} 0,65705805 \right) \right\} \quad (4.63)$$

$$Q_{PSIM} = 1674,1698 \text{ } VAR$$

Portanto, verifica-se que foi obtido no domínio de *Clifford*, resultado idêntico ao domínio do tempo com o software *PSIM*, para a potência reativa total na fonte.

Fica evidente que os valores de potência no domínio do tempo são encontrados no domínio de *Clifford*, utilizando-se da transformação e operador de rotação propostos.

4.3.4 Resolução do Circuito 04 no domínio de *Clifford*.

Nesta seção apresenta-se a solução do circuito da Fig. 4.41 onde $i(t)$ corresponde à série de Fourier truncada após o terceiro termo e $L \rightarrow \infty$ faz com que $i(t)$ se aproxime de uma onda quadrada.

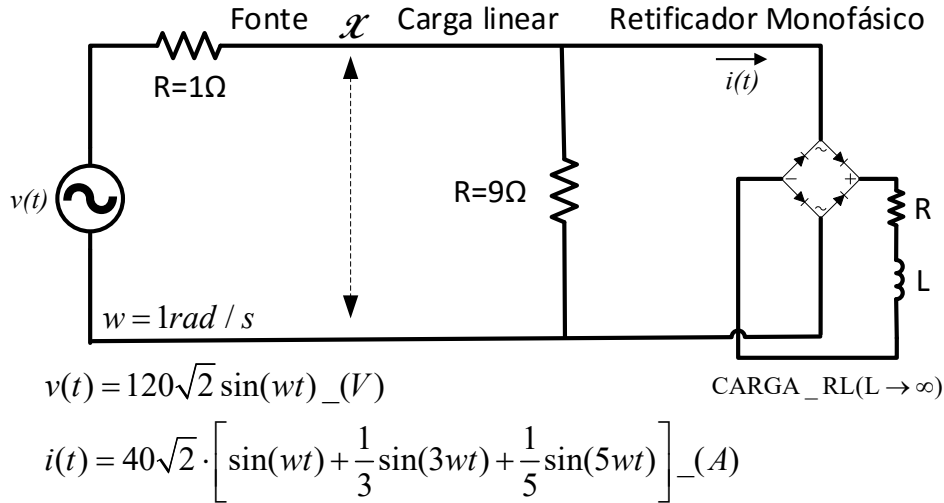


Fig. 4.41 Circuito 04 radial com uma fonte de tensão e retificador monofásico de onda completa.

Aplicando-se a transformação proposta em (3.24) definida como:

$$x_s(t) = A_s \sqrt{2} \sin(n\omega t) \leftrightarrow A_s \sigma_{(2n)} \quad (4.64)$$

aos sinais de tensão e corrente no domínio do tempo, do circuito da Fig. 4.41, obtém-se os sinais de tensão e corrente no domínio de *Clifford*, resultando em:

$$\begin{aligned}
 \sqrt{2} \sin(n\omega t) &\leftrightarrow \sigma_{(2n)} \rightarrow n = 1 \rightarrow \sigma_2 \text{ } n = 3 \rightarrow \sigma_6 \text{ } n = 5 \rightarrow \sigma_{10} \\
 v(t) = 120\sqrt{2} \sin(\omega t) &\rightarrow V = 120\sigma_2 \\
 i(t) = 40\sqrt{2} \left(\sin(\omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) \right) &\rightarrow \\
 I = 40 \left(\sigma_2 + \frac{1}{3} \sigma_6 + \frac{1}{5} \sigma_{10} \right) &
 \end{aligned} \quad (4.65)$$

Considerando-se como referência o ponto x no circuito da Fig. 4.41, calcula-se a corrente, neste ponto, em função da fonte de tensão e obtém-se:

$$I_x' = \frac{120\sigma_2}{10} = 12\sigma_2 \quad (4.66)$$

Ainda se considerando como referência o ponto x no circuito da Fig. 4.41, calcula-se a corrente, neste ponto, em função das fontes de corrente e obtém-se:

$$I_x'' = \frac{9}{10} \cdot 40 \left(\sigma_2 + \frac{1}{3}\sigma_6 + \frac{1}{5}\sigma_{10} \right) \quad (4.67)$$

$$I_x'' = 36\sigma_2 + 12\sigma_6 + \frac{36}{5}\sigma_{10}$$

A corrente total no ponto x do circuito obtém-se com a soma de I_x' (4.66) e I_x'' (4.67) resultando em:

$$I_x = 12\sigma_2 + 36\sigma_2 + 12\sigma_6 + \frac{36}{5}\sigma_{10} \quad (4.68)$$

$$I_x = 48\sigma_2 + 12\sigma_6 + \frac{36}{5}\sigma_{10}$$

Aplica-se a 1ª lei de ohm em $R_{(1\Omega)}$, e então, se calcula a tensão no ponto x do circuito e obtém-se:

$$V_x = V - \Delta V_{R1\Omega}$$

$$V_x = 120\sigma_2 - 1 \cdot \left(48\sigma_2 + 12\sigma_6 + \frac{36}{5}\sigma_{10} \right) \quad (4.69)$$

$$V_x = 72\sigma_2 - 12\sigma_6 - \frac{36}{5}\sigma_{10}$$

Aplicando-se (3.28), nas tensões em (4.69) e na corrente em (4.68), calculam-se as parcelas de potências no domínio de *Clifford* fornecidas às cargas linear e não linear, no ponto x do circuito.

$$S_x = V_x I_x$$

$$S_x = (72\sigma_2 - 12\sigma_6 - \frac{36}{5}\sigma_{10}) \cdot \left(48\sigma_2 + 12\sigma_6 + \frac{36}{5}\sigma_{10} \right) \quad (4.70)$$

$$S_x = \left\{ \begin{aligned} &\left(3456\sigma_2^2 + 864\sigma_2\sigma_6 + \frac{2592}{5}\sigma_2\sigma_{10} - 576\sigma_6\sigma_2 - 144\sigma_6^2 \right) + \\ &\left(-\frac{432}{5}\sigma_6\sigma_{10} - \frac{1728}{5}\sigma_{10}\sigma_2 - \frac{432}{5}\sigma_{10}\sigma_6 - \frac{1296}{25}\sigma_{10}^2 \right) \end{aligned} \right\} \quad (4.71)$$

Aplicando-se o axioma (3.5) às parcelas do multivetor (4.71) contendo $\sigma_2^2=I$, $\sigma_6^2=I$ e $\sigma_{10}^2=I$ conclui-se que são parcelas escalares e, portanto, trata-se de potência ativa. Obtendo-se então:

$$P_x = \left(3456 - 144 - \frac{1296}{25} \right) \quad (4.72)$$

$$P_x = 3260,1600 \text{ _}W$$

Para realizar a análise da potência aparente, aplica-se (3.31) a cada parcela bivectora do multivetor (4.71), calculando-se o reverso de cada parcela:

$$S_x^\dagger = (-1)^{\frac{2(2-1)}{2}} \cdot \left[\langle +864\sigma_2\sigma_6 \rangle_2 \right] = -864\sigma_2\sigma_6 \quad (4.73)$$

onde: $k=2$ dado que as parcelas são bivectores.

Assim sendo, para todas as parcelas do multivetor que correspondem a bivectores, haverá a inversão de sinal, obtendo-se então:

$$\mathbf{S}_x^\dagger = \left\{ \begin{array}{l} \left(3456 - 864\sigma_2\sigma_6 - \frac{2592}{5}\sigma_2\sigma_{10} + 576\sigma_6\sigma_2 - 144 \right) + \\ \left(+ \frac{432}{5}\sigma_6\sigma_{10} + \frac{1728}{5}\sigma_{10}\sigma_2 + \frac{432}{5}\sigma_{10}\sigma_6 - \frac{1296}{25} \right) \end{array} \right\} \quad (4.74)$$

Para se calcular a norma do multivetor aplica-se (3.32) aos resultados (4.71) e (4.74), obtendo-se:

$$\|\mathbf{S}_x\| = \sqrt{\langle \mathbf{S}_x \cdot \mathbf{S}_x^\dagger \rangle_0} = \sqrt{\left\langle \begin{array}{l} \left(3456 + 864\sigma_2\sigma_6 + \frac{2592}{5}\sigma_2\sigma_{10} - 576\sigma_6\sigma_2 - 144 \right) + \\ \left(- \frac{432}{5}\sigma_6\sigma_{10} - \frac{1728}{5}\sigma_{10}\sigma_2 - \frac{432}{5}\sigma_{10}\sigma_6 - \frac{1296}{25} \right) \\ \left(3456 - 864\sigma_2\sigma_6 - \frac{2592}{5}\sigma_2\sigma_{10} + 576\sigma_6\sigma_2 - 144 \right) + \\ \left(+ \frac{432}{5}\sigma_6\sigma_{10} + \frac{1728}{5}\sigma_{10}\sigma_2 + \frac{432}{5}\sigma_{10}\sigma_6 - \frac{1296}{25} \right) \end{array} \right\rangle_0} \quad (4.75)$$

Levando-se em consideração que na equação (4.75) interessa-nos apenas a parte escalar da multiplicação, a equação se reduz ao apresentado em (4.76):

$$\|\mathbf{S}_x\| = \sqrt{\left\langle \begin{array}{l} \left(3456^2 + 864^2 + \left(\frac{2592}{5} \right)^2 + 576^2 + 144^2 \right) + \\ \left(+ \left(\frac{432}{5} \right)^2 + \left(\frac{1728}{5} \right)^2 + \left(\frac{432}{5} \right)^2 + \left(\frac{1296}{25} \right)^2 \right) \end{array} \right\rangle} \quad (4.76)$$

$$\|\mathbf{S}_x\| = 3667,2523 \text{ _VA}$$

Analisando-se no domínio de *Clifford*, o multivetor de potência aparente em (4.75), verifica-se que, todos os termos bivectores correspondem a potências cruzadas, ou seja, correspondem à potência distorcida *D*. Assim sendo, a norma da potência reativa *Q* é igual a zero, obtendo-se:

$$\|\mathbf{Q}_x\| = 0,00 \text{ _VA} \quad (4.77)$$

Levando-se em consideração que a base do sistema é ortonormal, portanto, os valores estão em quadratura, aplica-se a ideia contida em (2.3) e calcula-se a potência de distorção D :

$$\|D_x\| = \sqrt{\|S_x\|^2 - \|P_x\|^2 - \|Q_x\|^2}$$

$$\|D_x\| = \sqrt{3667,2523^2 - 3260,1600^2 - 0} \quad (4.78)$$

$$\|D_x\| = 1679,3141 \text{ _} VAr$$

Analisando-se no domínio de *Clifford*, verifica-se que entre as potências cruzadas em (4.75) existem valores de mesma base, $\{\sigma_2, \sigma_6, \sigma_{10}\}$ neste caso, nas quais aplica-se o axioma (3.5) da álgebra de *Clifford* e reduz-se a um único valor.

Na sequência, aplica-se (3.32) e calcula-se a norma da potência de distorção D , a partir do multivetor de potência aparente (4.75), considerando-se apenas as parcelas de potências cruzadas, obtendo-se:

$$\|D_x\| = \sqrt{\langle D_x \cdot D_x^\dagger \rangle_0}$$

$$\|D_x\| = \sqrt{\left\langle \left\{ \left((864 + 576)\sigma_2\sigma_6 + \left(\frac{2592}{5} + \frac{1728}{5} \right)\sigma_2\sigma_{10} \right) + \left(-\frac{432}{5} + \frac{432}{5} \right)\sigma_6\sigma_{10} \right\} \cdot \left\{ -\left((864 + 576)\sigma_2\sigma_6 - \left(\frac{2592}{5} + \frac{1728}{5} \right)\sigma_2\sigma_{10} \right) + \left(-\left(-\frac{432}{5} + \frac{432}{5} \right)\sigma_6\sigma_{10} \right) \right\} \right\rangle_0}$$

$$\|D_x\| = \sqrt{\left\{ \left((864 + 576)^2 + \left(\frac{2592}{5} + \frac{1728}{5} \right)^2 + 0 \right) \right\}}$$

$$\|D_x\| = \sqrt{\{(1440)^2 + (864)^2\}} \quad (4.79)$$

$$\|D_x\| = 1679,3141_VAr$$

O que está de acordo com a consideração das potências em quadratura em (4.78).

No entanto, para se permitir a comparação entre os resultados obtidos no domínio do tempo, com o software *PSIM*, e o calculado para o domínio de *Clifford*, faz-se necessário apresentar um valor único de potência reativa, obtendo-se:

$$\|Q_{xPSIM}\| = \sqrt{\|Q_x\|^2 + \|D_x\|^2} \quad (4.80)$$

Aplica-se (4.80) aos valores obtidos em (4.77) e (4.79) obtendo-se:

$$\|Q_{xPSIM}\| = \sqrt{0 + 1679,3141^2} \quad (4.81)$$

$$\|Q_{xPSIM}\| = 1679,3141_VAr$$

4.3.4.1 Potência fornecida pela fonte de tensão

Considerando-se que a corrente calculada em (4.68) no ponto x do circuito da Fig. 4.41 é a mesma corrente que circula na fonte de tensão, calcula-se então a potência fornecida pela mesma.

Aplicando-se (3.28), na tensão em (4.65) e na corrente em (4.68), calculam-se as parcelas de potências no domínio de *Clifford* fornecidas pela fonte de tensão ao circuito.

$$S_f = V_f I_x \quad (4.82)$$

$$S_f = 120\sigma_2 \cdot \left(48\sigma_2 + 12\sigma_6 + \frac{36}{5}\sigma_{10} \right)$$

$$S_f = \left\{ (5760\sigma_2^2 + 1440\sigma_2\sigma_6 + 864\sigma_2\sigma_{10}) \right\} \quad (4.83)$$

Aplicando-se o axioma (3.5) à parcela do multivetor (4.83) contendo $\sigma_2^2=I$ conclui-se que é uma parcela escalar e, portanto, trata-se de potência ativa. Obtendo-se então:

$$P_f = 5760,00 \text{ _} W \quad (4.84)$$

Para realizar a análise da potência aparente, aplica-se (3.31) a cada parcela bivectora do multivetor (4.83), calculando-se o reverso de cada parcela:

$$\mathbf{S}_f^\dagger = (-1)^{\frac{2(2-1)}{2}} \cdot \left[\langle +1440\sigma_2\sigma_6 \rangle_2 \right] = -1440\sigma_2\sigma_6 \quad (4.85)$$

onde: $k=2$ dado que as parcelas são bivectores.

Assim sendo, para todas as parcelas do multivetor que correspondem a bivectores, haverá a inversão de sinal, obtendo-se então:

$$\mathbf{S}_f^\dagger = \{ (5760 - 1440\sigma_2\sigma_6 - 864\sigma_2\sigma_{10}) \} \quad (4.86)$$

Para se calcular a norma do multivetor aplica-se (3.32) aos resultados (4.83) e (4.86), obtendo-se:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{S}_f\| &= \sqrt{\langle \mathbf{S}_f \cdot \mathbf{S}_f^\dagger \rangle_0} \\ \|\mathbf{S}_f\| &= \sqrt{\left\langle \left\{ (5760 + 1440\sigma_2\sigma_6 + 864\sigma_2\sigma_{10}) \right\} \cdot \left\{ (5760 - 1440\sigma_2\sigma_6 - 864\sigma_2\sigma_{10}) \right\} \right\rangle_0} \end{aligned} \quad (4.87)$$

Levando-se em consideração que na equação (4.87) interessa-nos apenas a parte escalar da multiplicação, a equação se reduz ao apresentado em (4.88):

$$\|\mathbf{S}_f\| = \sqrt{\{ (5760^2 + 1440^2 + 864^2) \}} \quad (4.88)$$

$$\|\mathbf{S}_f\| = 5999,8080 \text{ _} VA$$

Analisando-se no domínio de *Clifford*, o multivetor de potência aparente em (4.87), verifica-se que, todos os termos bivectores correspondem a potências cruzadas,

ou seja, correspondem à potência distorcida D . Assim sendo, a norma da potência reativa Q é igual a zero, obtendo-se:

$$\|Q_f\| = 0,00 \text{ _} VAr \quad (4.89)$$

Levando-se em consideração que a base do sistema é ortonormal, portanto, os valores estão em quadratura, aplica-se a ideia contida em (2.3) e calcula-se a potência de distorção D :

$$\begin{aligned} \|D_f\| &= \sqrt{\|S_f\|^2 - \|P_f\|^2 - \|Q_f\|^2} \\ \|D_f\| &= \sqrt{5999,8080^2 - 5760,00^2 - 0} \end{aligned} \quad (4.90)$$

$$\|D_f\| = 1679,3141 \text{ _} VAr$$

Na sequência, aplica-se (3.32) e calcula-se a norma da potência de distorção D , a partir do multivetor de potência aparente (4.87), considerando-se apenas as parcelas de potências cruzadas, obtendo-se:

$$\begin{aligned} \|D_f\| &= \sqrt{\langle D_f \cdot D_f^\dagger \rangle_0} \\ \|D_f\| &= \sqrt{\left\langle \left\{ (1440\sigma_2\sigma_6 + 864\sigma_2\sigma_{10}) \right\} \cdot \left\{ (-1440\sigma_2\sigma_6 - 864\sigma_2\sigma_{10}) \right\} \right\rangle_0} \end{aligned} \quad (4.91)$$

$$\|D_f\| = \sqrt{\{(1440^2 + 864^2)\}}$$

$$\|D_f\| = 1679,3141 \text{ _} VAr$$

O que está de acordo com a consideração das potências em quadratura em (4.90).

No entanto, para se permitir a comparação entre os resultados obtidos no domínio do tempo, com o software *PSIM*, e o calculado para o domínio de *Clifford*, faz-se necessário apresentar um valor único de potência reativa, obtendo-se:

$$\|\mathbf{Q}_{fPSIM}\| = \sqrt{\|\mathbf{Q}_f\|^2 + \|\mathbf{D}_f\|^2} \quad (4.92)$$

Aplica-se (4.92) aos valores obtidos em (4.89) e (4.91) obtendo-se:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{Q}_{fPSIM}\| &= \sqrt{0 + 1679,3141^2} \\ \|\mathbf{Q}_{fPSIM}\| &= 1679,3141 \text{ _} VAr \end{aligned} \quad (4.93)$$

4.3.4.2 Potência fornecida a Carga Não Linear

Considerando-se que a tensão calculada em (4.69) no ponto x do circuito da Fig. 4.41 é a mesma tensão que está sobre a carga não linear, calcula-se então a potência fornecida a mesma.

Aplicando-se (3.28), na tensão em (4.69) e na corrente em (4.65), calculam-se as parcelas de potências no domínio de *Clifford* fornecidas a carga não linear.

$$\begin{aligned} S_{cnl} &= V_x I \\ S_{cnl} &= \left(72\sigma_2 - 12\sigma_6 - \frac{36}{5}\sigma_{10} \right) \cdot 40 \left(\sigma_2 + \frac{1}{3}\sigma_6 + \frac{1}{5}\sigma_{10} \right) \end{aligned} \quad (4.94)$$

$$S_{cnl} = \left\{ \begin{aligned} &\left(2880\sigma_2^2 + 960\sigma_2\sigma_6 + 576\sigma_2\sigma_{10} - 480\sigma_6\sigma_2 - 160\sigma_6^2 \right) + \\ &\left(-96\sigma_6\sigma_{10} - 288\sigma_{10}\sigma_2 - 96\sigma_{10}\sigma_6 - \frac{288}{5}\sigma_{10}^2 \right) \end{aligned} \right\} \quad (4.95)$$

Aplicando-se o axioma (3.5) às parcelas do multivetor (4.95) contendo $\sigma_2^2=I$, $\sigma_6^2=I$ e $\sigma_{10}^2=I$ conclui-se que são parcelas escalares e, portanto, trata-se de potência ativa. Obtendo-se então:

$$P_{cnl} = \left(2880 - 160 - \frac{288}{5} \right) \quad (4.96)$$

$$P_{cnl} = 2662,4000 \text{ _} W$$

Para realizar a análise da potência aparente, aplica-se (3.31) a cada parcela bivectora do multivetor (4.95), calculando-se o reverso de cada parcela:

$$\mathbf{S}_{cni}^{\dagger} = (-1)^{\frac{2(2-1)}{2}} \cdot \left[\langle +960\sigma_2\sigma_6 \rangle_2 \right] = -960\sigma_2\sigma_6 \quad (4.97)$$

onde: $k=2$ dado que as parcelas são bivectores.

Assim sendo, para todas as parcelas do multivetor que correspondem a bivectores, haverá a inversão de sinal, obtendo-se então:

$$\mathbf{S}_{cni}^{\dagger} = \left\{ \begin{array}{l} (2880 - 960\sigma_2\sigma_6 - 576\sigma_2\sigma_{10} + 480\sigma_6\sigma_2 - 160) + \\ \left(+96\sigma_6\sigma_{10} + 288\sigma_{10}\sigma_2 + 96\sigma_{10}\sigma_6 - \frac{288}{5} \right) \end{array} \right\} \quad (4.98)$$

Para se calcular a norma do multivetor aplica-se (3.32) aos resultados (4.95) e (4.98), obtendo-se:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{S}_{cni}\| &= \sqrt{\langle \mathbf{S}_{cni} \cdot \mathbf{S}_{cni}^{\dagger} \rangle_0} \\ \|\mathbf{S}_{cni}\| &= \sqrt{\left\langle \begin{array}{l} \left\{ (2880 + 960\sigma_2\sigma_6 + 576\sigma_2\sigma_{10} - 480\sigma_6\sigma_2 - 160) + \right. \\ \left. \left(-96\sigma_6\sigma_{10} - 288\sigma_{10}\sigma_2 - 96\sigma_{10}\sigma_6 - \frac{288}{5} \right) \right\} \cdot \\ \left\{ (2880 - 960\sigma_2\sigma_6 - 576\sigma_2\sigma_{10} + 480\sigma_6\sigma_2 - 160) + \right. \\ \left. \left(+96\sigma_6\sigma_{10} + 288\sigma_{10}\sigma_2 + 96\sigma_{10}\sigma_6 - \frac{288}{5} \right) \right\} \end{array} \right\rangle_0} \end{aligned} \quad (4.99)$$

Levando-se em consideração que na equação (4.99) interessa-nos apenas a parte escalar da multiplicação, a equação se reduz ao apresentado em (4.100):

$$\|\mathbf{S}_{cni}\| = \sqrt{\left\langle \begin{array}{l} (2880^2 + 960^2 + 576^2 + 480^2 + 160^2) + \\ \left(+96^2 + 288^2 + 96^2 + \left(\frac{288}{5} \right)^2 \right) \end{array} \right\rangle} \quad (4.100)$$

$$\|\mathbf{S}_{cni}\| = 3147,7722 \text{ VA}$$

Analisando-se no domínio de *Clifford*, o multivetor de potência aparente em (4.99), verifica-se que, todos os termos bivectores correspondem a potências cruzadas, ou seja, correspondem à potência distorcida $\mathbf{D}$. Assim sendo, a norma da potência reativa $\mathbf{Q}$ é igual a zero, obtendo-se:

$$\|\mathbf{Q}_{cnt}\| = 0,00 \text{ _} VAr \quad (4.101)$$

Levando-se em consideração que a base do sistema é ortonormal, portanto, os valores estão em quadratura, aplica-se a ideia contida em (2.3) e calcula-se a potência de distorção $\mathbf{D}$:

$$\|\mathbf{D}_{cnt}\| = \sqrt{\|\mathbf{S}_{cnt}\|^2 - \|\mathbf{P}_{cnt}\|^2 - \|\mathbf{Q}_{cnt}\|^2}$$

$$\|\mathbf{D}_{cnt}\| = \sqrt{3147,7722^2 - 2662,4000^2 - 0} \quad (4.102)$$

$$\|\mathbf{D}_{cnt}\| = 1679,3141 \text{ _} VAr$$

Analisando-se no domínio de *Clifford*, verifica-se que entre as potências cruzadas em (4.99) existem valores de mesma base, $\{\sigma_2, \sigma_6, \sigma_{10}\}$ neste caso, nas quais aplica-se o axioma (3.5) da álgebra de *Clifford* e reduz-se a um único valor.

Na sequência, aplica-se (3.32) e calcula-se a norma da potência de distorção $\mathbf{D}$, a partir do multivetor de potência aparente (4.99), considerando-se apenas as parcelas de potências cruzadas, obtendo-se:

$$\|\mathbf{D}_{cnt}\| = \sqrt{\langle \mathbf{D}_{cnt} \cdot \mathbf{D}_{cnt}^\dagger \rangle_0}$$

$$\|\mathbf{D}_{cnt}\| = \sqrt{\left\langle \left\{ \begin{aligned} &((960 + 480)\sigma_2\sigma_6 + (576 + 288)\sigma_2\sigma_{10}) + \\ &(-96 + 96)\sigma_6\sigma_{10} \end{aligned} \right\} \cdot \left\{ \begin{aligned} &-((960 + 480)\sigma_2\sigma_6 - (576 + 288)\sigma_2\sigma_{10}) + \\ &-(-96 + 96)\sigma_6\sigma_{10} \end{aligned} \right\} \right\rangle_0}$$

$$\|D_{cnt}\| = \sqrt{\{(960+480)^2 + (576+288)^2 + 0\}}$$

$$\|D_{cnt}\| = \sqrt{\{(1440)^2 + (864)^2\}} \quad (4.103)$$

$$\|D_{cnt}\| = 1679,3141_VA_r$$

O que está de acordo com a consideração das potências em quadratura em (4.102).

No entanto, para se permitir a comparação entre os resultados obtidos no domínio do tempo, com o software *PSIM*, e o calculado para o domínio de *Clifford*, faz-se necessário apresentar um valor único de potência reativa, obtendo-se:

$$\|Q_{cnt\ PSIM}\| = \sqrt{\|Q_f\|^2 + \|D_f\|^2} \quad (4.104)$$

Aplica-se (4.104) aos valores obtidos em (4.101) e (4.103) obtendo-se:

$$\|Q_{cnt\ PSIM}\| = \sqrt{0 + 1679,3141^2} \quad (4.105)$$

$$\|Q_{cnt\ PSIM}\| = 1679,3141_VA_r$$

4.3.4.3 Potência fornecida a Carga Linear

Considerando-se que a tensão calculada em (4.69) no ponto x do circuito da Fig. 4.41 é a mesma tensão que está sobre a carga linear, calcula-se então a potência fornecida a mesma.

Aplicando-se a equação da potência, derivada da lei de ohm, com a tensão em (4.69), calculam-se as parcelas de potências no domínio de *Clifford* fornecidas a carga linear.

$$P_{cl} = \frac{V_x^2}{R}$$

$$P_{cl} = \frac{\left(72\sigma_2 - 12\sigma_6 - \frac{36}{5}\sigma_{10}\right)^2}{9} \quad (4.106)$$

$$P_{cl} = \left\{ \begin{aligned} &\left(576\sigma_2^2 - 96\sigma_2\sigma_6 - \frac{2592}{45}\sigma_2\sigma_{10} - 96\sigma_6\sigma_2 + \frac{144}{9}\sigma_6^2\right) + \\ &\left(+\frac{432}{45}\sigma_6\sigma_{10} - \frac{2592}{45}\sigma_{10}\sigma_2 + \frac{432}{45}\sigma_{10}\sigma_6 + \frac{1296}{225}\sigma_{10}^2\right) \end{aligned} \right\} \quad (4.107)$$

Aplicando-se o axioma (3.5) às parcelas do multivetor (4.107) contendo $\sigma_2^2=1$, $\sigma_6^2=1$ e $\sigma_{10}^2=1$ conclui-se que são parcelas escalares e, portanto, trata-se de potência ativa. Obtendo-se então:

$$P_{cl} = \left(576 + \frac{144}{9} + \frac{1296}{225}\right) \quad (4.108)$$

$$P_{cl} = 597,7600 \text{ _} W$$

Analisando-se no domínio de *Clifford*, verifica-se que entre as potências cruzadas em (4.107) existem valores de mesma base, $\{\sigma_2, \sigma_6, \sigma_{10}\}$ neste caso, nas quais aplica-se o axioma (3.5) da álgebra de *Clifford* e reduz-se a um único valor.

No entanto, observa-se que os valores são numericamente iguais, porém com a ordem da base contrária, o que pelo axioma (3.5) resulta em zero.

Logo, o elemento resistivo, dissipa apenas potência ativa, o que está totalmente coerente com a teoria básica de eletricidade e foi demonstrado de forma bastante simples com a aplicação da álgebra de *Clifford*.

4.3.4.4 Potência dissipada na Resistência da Fonte de Tensão

Considerando-se que a corrente calculada em (4.68) no ponto x do circuito da Fig. 4.41 é a mesma corrente que circula na resistência da fonte de tensão, calcula-se então a potência dissipada pela mesma.

Aplicando-se a equação da potência, derivada da lei de ohm, com a corrente em (4.68), calculam-se as parcelas de potências no domínio de *Clifford* dissipadas pela resistência.

$$P_{R1\Omega} = R \cdot I_X^2$$

$$P_{R1\Omega} = 1 \cdot \left(48\sigma_2 + 12\sigma_6 + \frac{36}{5}\sigma_{10} \right)^2 \quad (4.109)$$

$$P_{R1\Omega} = \left\{ \left(2304\sigma_2^2 + 576\sigma_2\sigma_6 + \frac{1728}{5}\sigma_2\sigma_{10} + 576\sigma_6\sigma_2 + 144\sigma_6^2 \right) + \left(+\frac{432}{5}\sigma_6\sigma_{10} + \frac{1728}{5}\sigma_{10}\sigma_2 + \frac{432}{5}\sigma_{10}\sigma_6 + \frac{1296}{25}\sigma_{10}^2 \right) \right\} \quad (4.110)$$

Aplicando-se o axioma (3.5) às parcelas do multivetor (4.110) contendo $\sigma_2^2=I$, $\sigma_6^2=I$ e $\sigma_{10}^2=I$ conclui-se que são parcelas escalares e, portanto, trata-se de potência ativa. Obtendo-se então:

$$P_{R1\Omega} = \left(2304 + 144 + \frac{1296}{25} \right) \quad (4.111)$$

$$P_{R1\Omega} = 2499,8400 \text{ _}W$$

Analisando-se no domínio de *Clifford*, verifica-se que entre as potências cruzadas em (4.110) existem valores de mesma base, $\{\sigma_2, \sigma_6, \sigma_{10}\}$ neste caso, nas quais aplica-se o axioma (3.5) da álgebra de *Clifford* e reduz-se a um único valor.

No entanto, observa-se que os valores são numericamente iguais, porém com a ordem da base contrária, o que pelo axioma (3.5) resulta em zero.

Logo, o elemento resistivo, dissipa apenas potência ativa, o que está totalmente coerente com a teoria básica de eletricidade e foi demonstrado de forma bastante simples com a aplicação da álgebra de *Clifford*.

4.3.4.5 Resolução do Circuito 04 no domínio do Tempo.

Na Figura 4.42 apresenta-se a tela inicial com o circuito 04 implementado no software *PSIM*, representando-se a carga não linear, ou seja, o retificador monofásico de onda completa, pelo seu equivalente, sendo três fontes de corrente que representam os três primeiros termos da série de Fourier deste retificador.

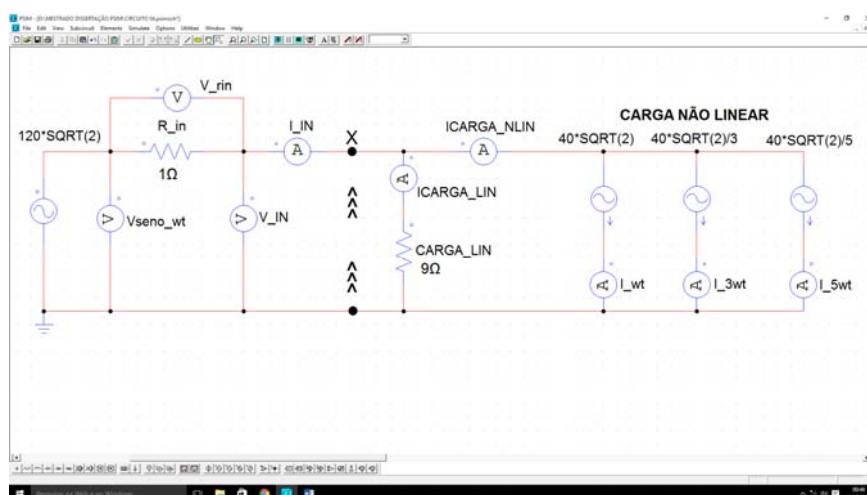


Fig. 4.42 Circuito 04 radial com uma fonte de tensão e retificador monofásico de onda completa.

Na Figura 4.43 apresenta-se o gráfico mostrando a forma de onda da tensão de entrada e as formas de onda das correntes da carga não linear do circuito, sendo tensão fundamental de 120V eficaz e correntes eficazes de: fundamental 40A, 3° harmônico 13,33A e 5° harmônico 8A.

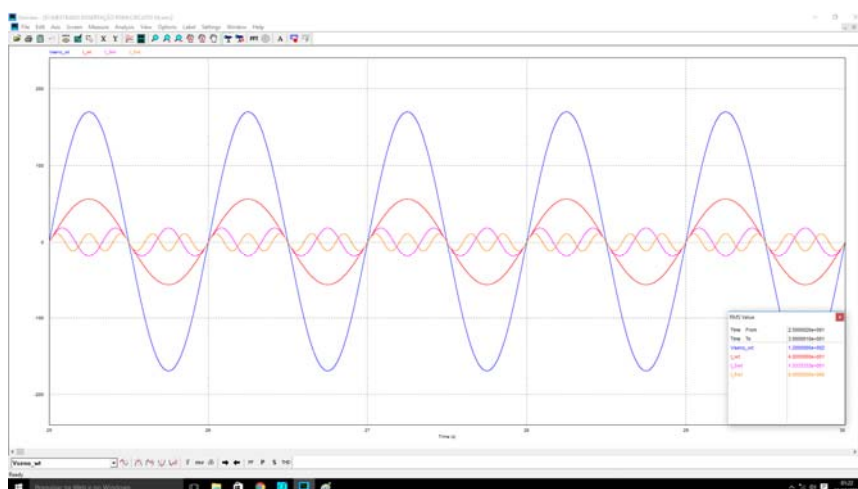


Fig. 4.43 Tensão de entrada e correntes da carga não linear do Circuito 04.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.44 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.43, mostrando os valores eficazes de 120V, 40A, 13,33A e 8A.

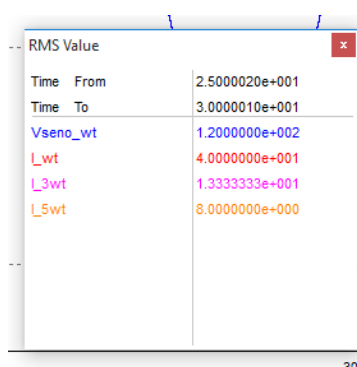


Fig. 4.44 Valores RMS da tensão de entrada e correntes da carga não linear do Circuito 04.

Considerando-se como referência o ponto x no circuito da Fig. 4.42 apresenta-se na Figura 4.45, o gráfico mostrando as formas de onda da tensão, curva de maior amplitude, e corrente resultantes neste ponto, fornecidas às cargas linear e não linear.

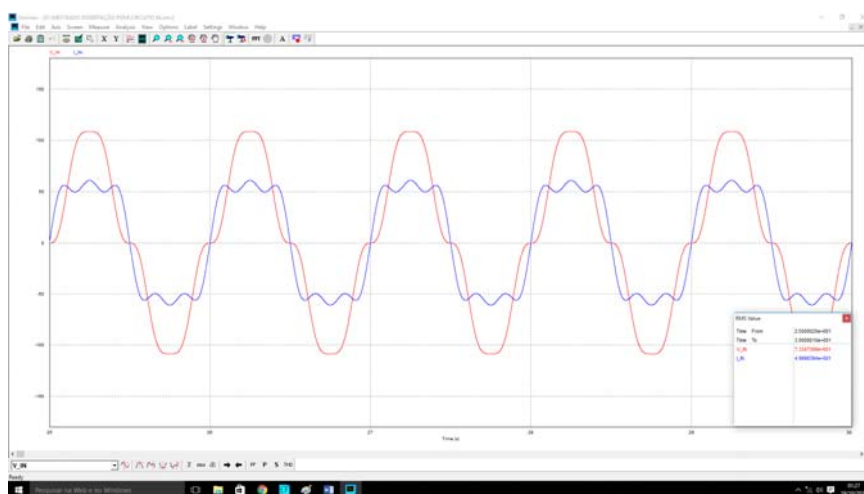


Fig. 4.45 Tensão e corrente resultantes na carga linear e não linear do Circuito 04.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.46 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.45, mostrando os valores eficazes de 73,347398V e 49,998394A.

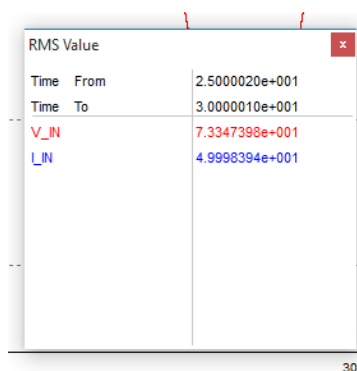


Fig. 4.46 Valores RMS de tensão e corrente resultantes na carga linear e não linear do Circuito 04.

Uma vez que se obtém o gráfico de tensão e corrente, no ponto de interesse, o software *PSIM* possibilita realizar a leitura dos valores de Potência Aparente, Potência Ativa e Fator de Potência. Na sequência apresenta-se estes valores para o ponto x no circuito da Fig. 4.42.

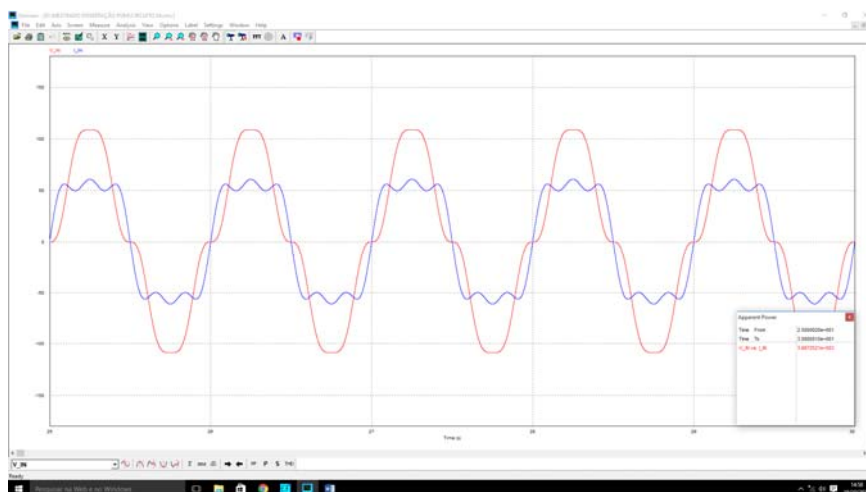


Fig. 4.47 Potência Aparente entregue às cargas linear e não linear do Circuito 04.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.48 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.47, mostrando o valor de potência aparente de 3667,2521VA.

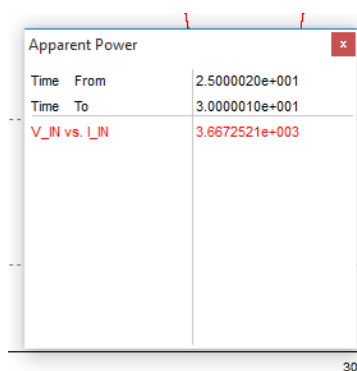


Fig. 4.48 Valor de Potência Aparente entregue às cargas linear e não linear do Circuito 04.

Portanto, verifica-se que foi obtido no domínio de *Clifford*, resultado idêntico ao domínio do tempo com o software *PSIM*, para a potência aparente entregue às cargas linear e não linear do circuito 04.

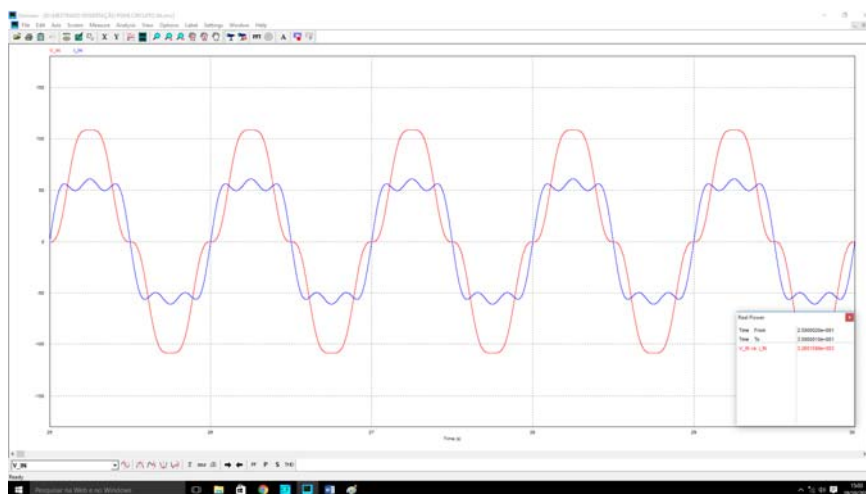


Fig. 4.49 Potência Ativa entregue às cargas linear e não linear do Circuito 04.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.50 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.49, mostrando o valor de potência ativa de 3260,1599W.

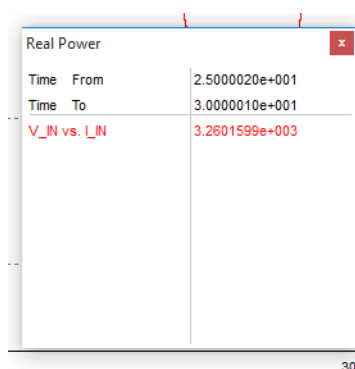


Fig. 4.50 Valor de Potência Ativa entregue às cargas linear e não linear do Circuito 04.

Portanto, verifica-se que foi obtido no domínio de *Clifford*, resultado idêntico ao domínio do tempo com o software *PSIM*, para a potência ativa total entregue às cargas linear e não linear do circuito 04.

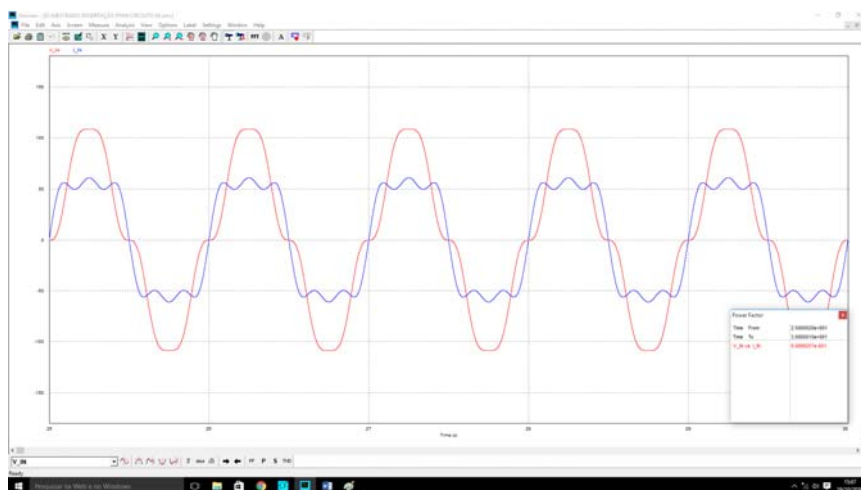


Fig. 4.51 Fator de Potência “visto” no ponto x do Circuito 04.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.52 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.51, mostrando o valor do fator de potência de 0,88899257.

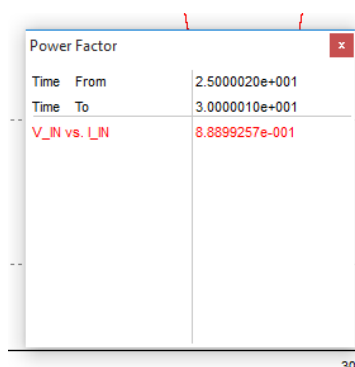


Fig. 4.52 Valor do Fator de Potência “visto” no ponto x do Circuito 04.

De posse do valor de Fator de Potência informado pelo software *PSIM*, na Fig. 4.52, e da potência aparente informada na Fig. 4.48, é possível calcular-se a Potência Reativa entregue às cargas linear e não linear do Circuito 04, obtendo-se:

$$Q_{xPSIM} = 3667,2521 \cdot \left\{ \sin \left(\cos^{-1} 0,88899257 \right) \right\} \quad (4.112)$$

$$Q_{xPSIM} = 1679,3140 \text{ } _{Var}$$

Portanto, verifica-se que foi obtido no domínio de *Clifford*, resultado idêntico ao domínio do tempo com o software *PSIM*, para a potência reativa entregue às cargas linear e não linear do circuito 04.

Fica evidente que os valores de potência no domínio do tempo são encontrados no domínio de *Clifford*, utilizando-se da transformação e operador de rotação propostos.

4.3.4.5.1 Potência fornecida pela fonte de tensão.

Considerando-se que, a corrente que circula no ponto x do circuito da Fig. 4.42 é a mesma corrente que circula na fonte de tensão, calcula-se então a potência fornecida pela mesma.

Apresenta-se na Figura 4.53 o gráfico mostrando a forma de onda da fonte de tensão e da corrente circulando neste ponto, fundamental de 120V eficaz e resultante harmônica de 49,998394A eficaz, respectivamente.

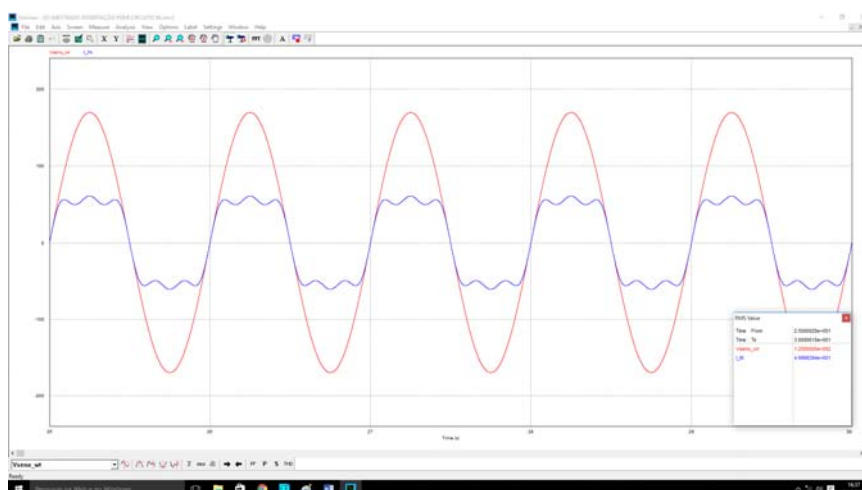


Fig. 4.53 Tensão e corrente resultantes na fonte de tensão do Circuito 04.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.54 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.53, mostrando os valores eficazes de 120V e 49,998394A.

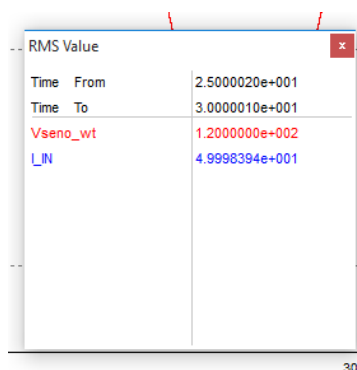


Fig. 4.54 Valores RMS de tensão e corrente na fonte de tensão do Circuito 04.

Uma vez que se obtém o gráfico de tensão e corrente, no ponto de interesse, o software *PSIM* possibilita realizar a leitura dos valores de Potência Aparente, Potência Ativa e Fator de Potência. Na sequência apresenta-se estes valores para a fonte de tensão no circuito da Fig. 4.42.

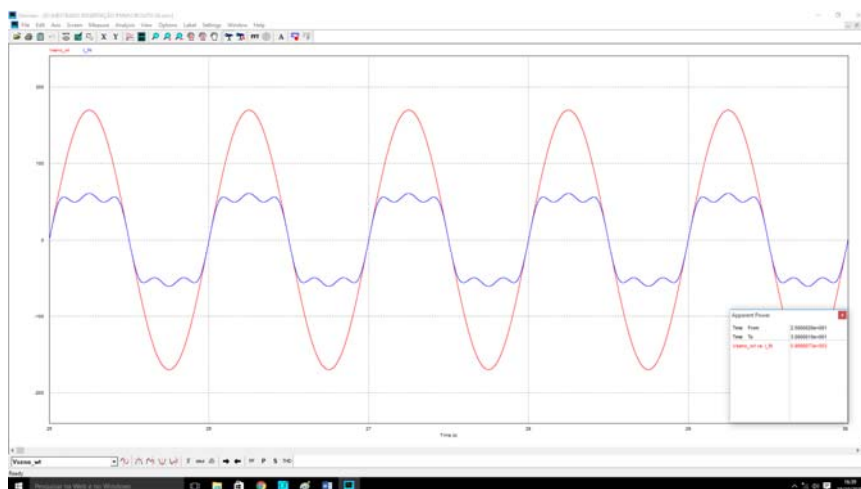


Fig. 4.55 Potência Aparente entregue pela fonte de tensão do Circuito 04.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.56 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.55, mostrando o valor de potência aparente de 5999,8073VA.

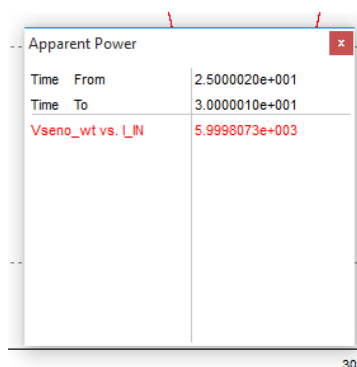


Fig. 4.56 Valor de Potência Aparente entregue pela fonte de tensão do Circuito 04.

Portanto, verifica-se que foi obtido no domínio de *Clifford*, resultado idêntico ao domínio do tempo com o software *PSIM*, para a potência aparente entregue pela fonte de tensão do circuito 04.

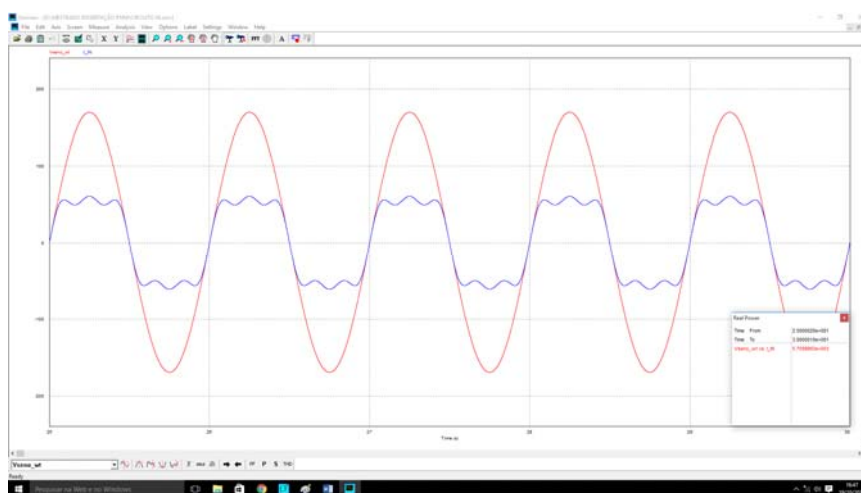


Fig. 4.57 Potência Ativa entregue pela fonte de tensão do Circuito 04.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.58 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.57, mostrando o valor de potência ativa de 5759,9993W.

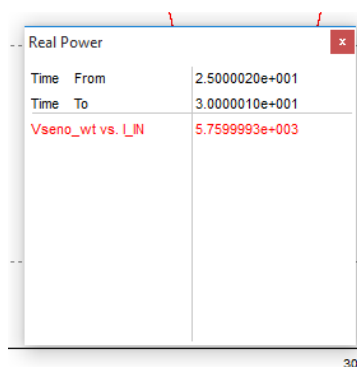


Fig. 4.58 Valor de Potência Ativa entregue pela fonte de tensão do Circuito 04.

Portanto, verifica-se que foi obtido no domínio de *Clifford*, resultado idêntico ao domínio do tempo com o software *PSIM*, para a potência ativa total entregue pela fonte de tensão do circuito 04.

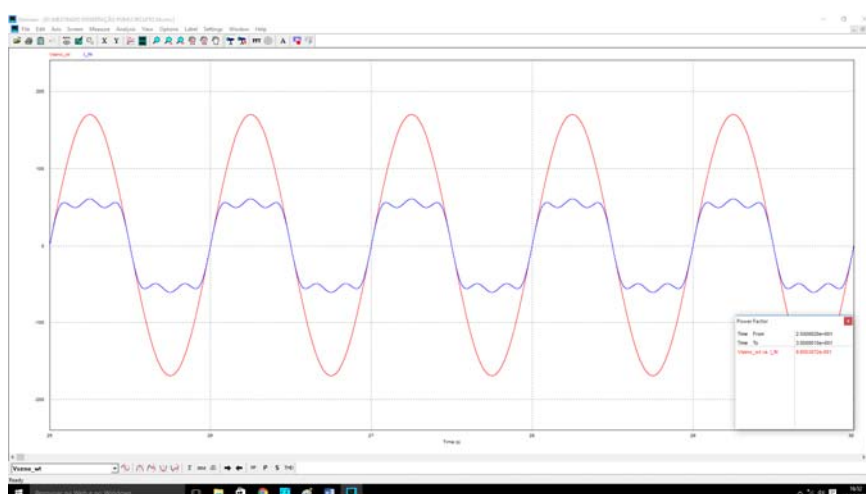


Fig. 4.59 Fator de Potência “visto” pela fonte de tensão do Circuito 04.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.60 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.59, mostrando o valor do fator de potência de 0,96003072.

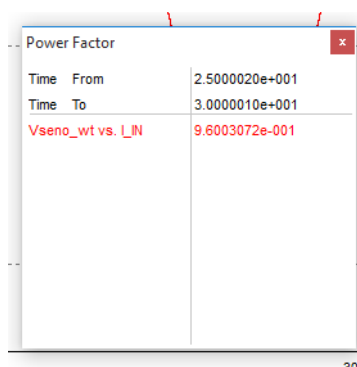


Fig. 4.60 Valor do Fator de Potência “visto” pela fonte de tensão do Circuito 04.

De posse do valor de Fator de Potência informado pelo software *PSIM*, na Fig. 4.60, e da potência aparente informada na Fig. 4.56, é possível calcular-se a Potência Reativa entregue pela fonte de tensão do Circuito 04, obtendo-se:

$$Q_{fPSIM} = 5999,8073 \cdot \left\{ \sin \left(\cos^{-1} 0,96003072 \right) \right\} \quad (4.113)$$

$$Q_{fPSIM} = 1679,3140 \text{ _VAR}$$

Portanto, verifica-se que foi obtido no domínio de *Clifford*, resultado idêntico ao domínio do tempo com o software *PSIM*, para a potência reativa entregue pela fonte de tensão do circuito 04.

Fica evidente que os valores de potência no domínio do tempo são encontrados no domínio de *Clifford*, utilizando-se da transformação e operador de rotação propostos.

4.3.4.5.2 Potência fornecida a Carga Não Linear

Considerando-se que, a tensão no ponto x do circuito da Fig. 4.42 é a mesma tensão que está sobre a carga não linear, e que, a corrente entrando na carga não linear, medida pelo software *PSIM*, equivale à soma das três fontes de corrente que a representam, calcula-se então a potência fornecida a carga não linear.

Apresenta-se na Figura 4.61 o gráfico mostrando a forma de onda da tensão, curva de maior amplitude, no ponto x e a forma de onda da corrente entrando na carga não linear.

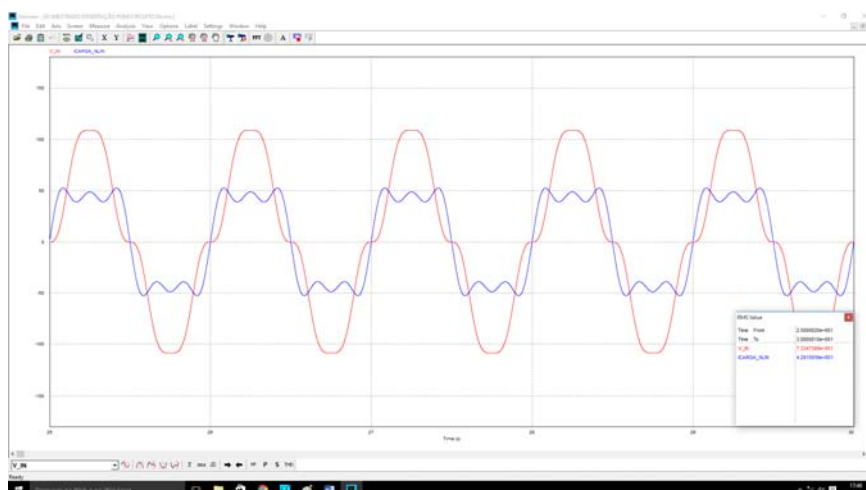


Fig. 4.61 Tensão e corrente resultantes na carga não linear do Circuito 04.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.62 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.61, mostrando os valores eficazes de 73,347398V e 42,915939A.

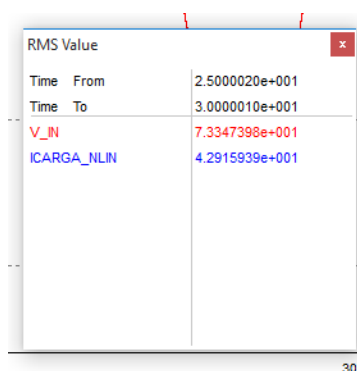


Fig. 4.62 Valores RMS de tensão e corrente na carga não linear do Circuito 04.

Uma vez que se obtém o gráfico de tensão e corrente, no ponto de interesse, o software *PSIM* possibilita realizar a leitura dos valores de Potência Aparente, Potência

Ativa e Fator de Potência. Na sequência apresenta-se estes valores para a carga não linear do circuito da Fig. 4.42.

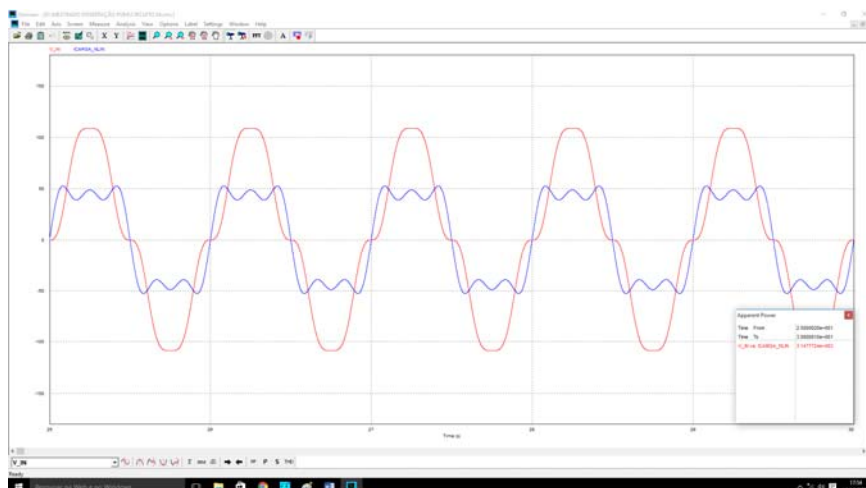


Fig. 4.63 Potência Aparente entregue à carga não linear do Circuito 04.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.64 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.63, mostrando o valor de potência aparente de 3147,7724VA.

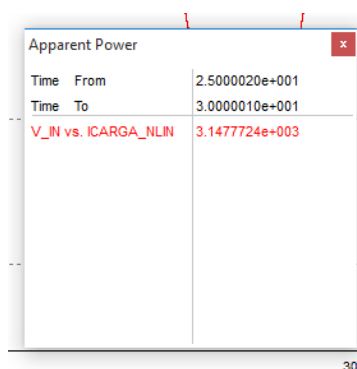


Fig. 4.64 Valor de Potência Aparente entregue à carga não linear do Circuito 04.

Portanto, verifica-se que foi obtido no domínio de *Clifford*, resultado idêntico ao domínio do tempo com o software *PSIM*, para a potência aparente entregue à carga não linear do circuito 04.



Fig. 4.65 Potência Ativa entregue à carga não linear do Circuito 04.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.66 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.65, mostrando o valor de potência ativa de 2662,4002W.

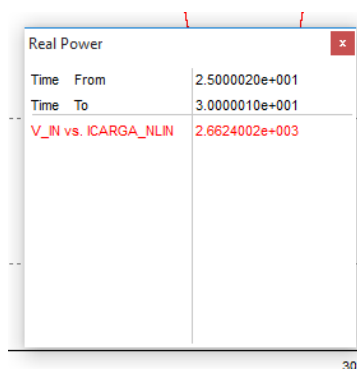


Fig. 4.66 Valor de Potência Ativa entregue à carga não linear do Circuito 04.

Portanto, verifica-se que foi obtido no domínio de *Clifford*, resultado idêntico ao domínio do tempo com o software *PSIM*, para a potência ativa total entregue à carga não linear do circuito 04.

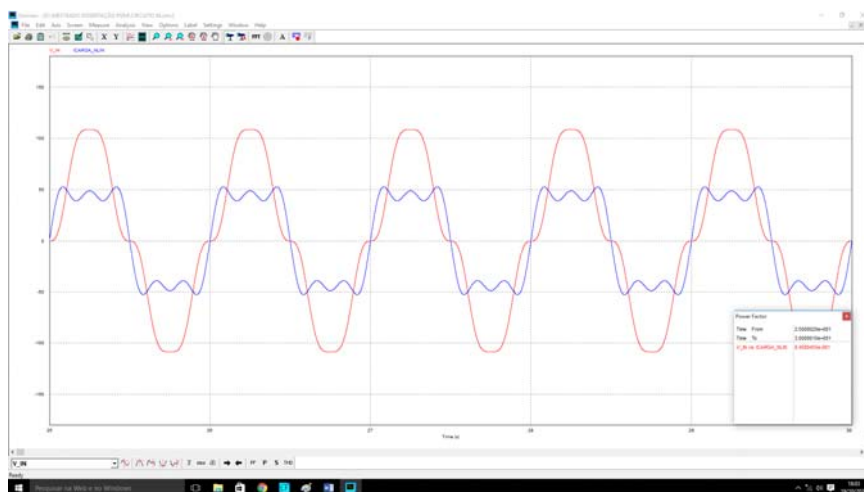


Fig. 4.67 Fator de Potência da carga não linear do Circuito 04.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.68 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.67, mostrando o valor do fator de potência de 0,84580455.

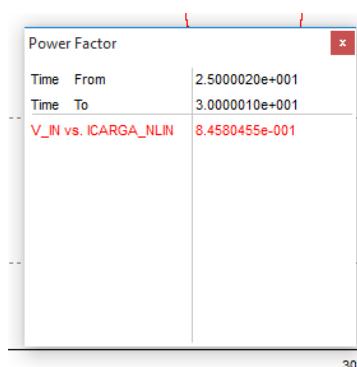


Fig. 4.68 Valor do Fator de Potência da carga não linear do Circuito 04.

De posse do valor de Fator de Potência informado pelo software *PSIM*, na Fig. 4.68, e da potência aparente informada na Fig. 4.64, é possível calcular-se a Potência Reativa entregue à carga não linear do Circuito 04, obtendo-se:

$$Q_{cnlPSIM} = 3147,7724 \cdot \left\{ \sin \left(\cos^{-1} 0,84580455 \right) \right\} \quad (4.114)$$

$$Q_{cnlPSIM} = 1679,3142 \text{ } _{Var}$$

Portanto, verifica-se que foi obtido no domínio de *Clifford*, resultado idêntico ao domínio do tempo com o software *PSIM*, para a potência reativa entregue à carga não linear do circuito 04.

Fica evidente que os valores de potência no domínio do tempo são encontrados no domínio de *Clifford*, utilizando-se da transformação e operador de rotação propostos.

4.3.4.5.3 Potência fornecida a Carga Linear

Considerando-se que, a tensão no ponto x do circuito da Fig. 4.42 é a mesma tensão que está sobre a carga linear, e que, a corrente entrando na carga linear pode ser medida no software *PSIM*, calcula-se então a potência fornecida a carga linear.

Apresenta-se na Figura 4.69 o gráfico mostrando a forma de onda da tensão, curva de maior amplitude, no ponto x e a forma de onda da corrente entrando na carga linear.

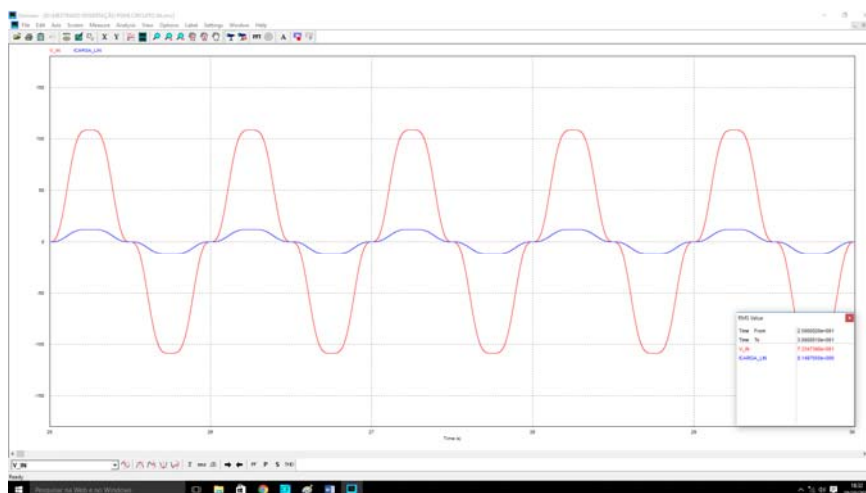


Fig. 4.69 Tensão e corrente resultantes na carga linear do Circuito 04.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.70 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.69, mostrando os valores eficazes de 73,347398V e 8,149705A.

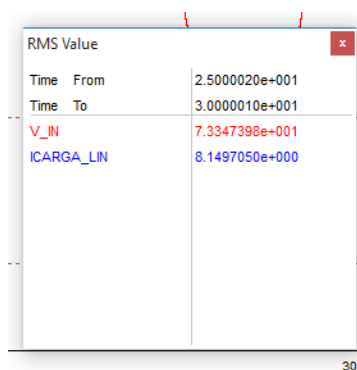


Fig. 4.70 Valores RMS de tensão e corrente na carga linear do Circuito 04.

Uma vez que se obtém o gráfico de tensão e corrente, no ponto de interesse, o software *PSIM* possibilita realizar a leitura dos valores de Potência Aparente, Potência Ativa e Fator de Potência. Na sequência apresenta-se estes valores para a carga linear do circuito da Fig. 4.42.

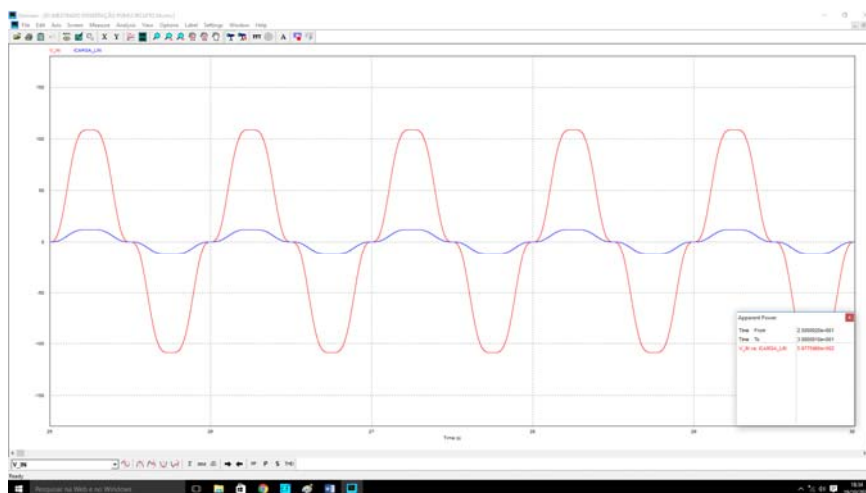


Fig. 4.71 Potência Aparente entregue à carga linear do Circuito 04.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.72 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.71, mostrando o valor de potência aparente de 597,75966VA.

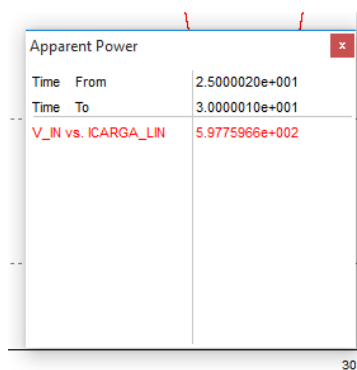


Fig. 4.72 Valor de Potência Aparente entregue à carga linear do Circuito 04.

Portanto, verifica-se que foi obtido no domínio de *Clifford*, resultado idêntico ao domínio do tempo com o software *PSIM*, para a potência aparente entregue à carga linear do circuito 04.

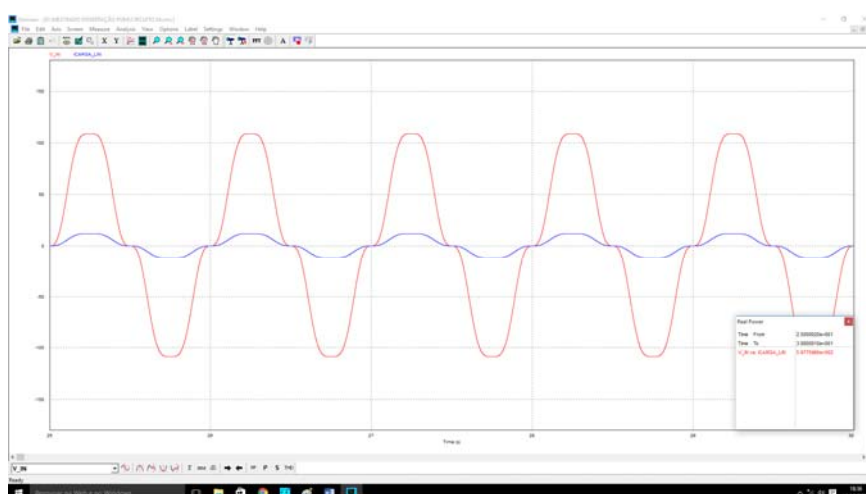


Fig. 4.73 Potência Ativa entregue à carga linear do Circuito 04.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.74 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.73, mostrando o valor de potência ativa de 597,75966W.

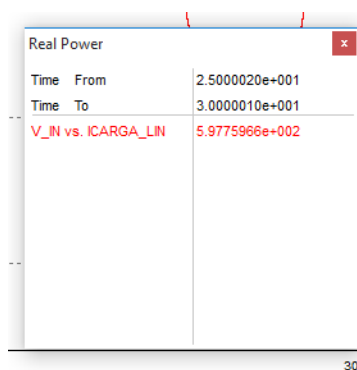


Fig. 4.74 Valor de Potência Ativa entregue à carga linear do Circuito 04.

Portanto, verifica-se que foi obtido no domínio de *Clifford*, resultado idêntico ao domínio do tempo com o software *PSIM*, para a potência ativa total entregue à carga linear do circuito 04.

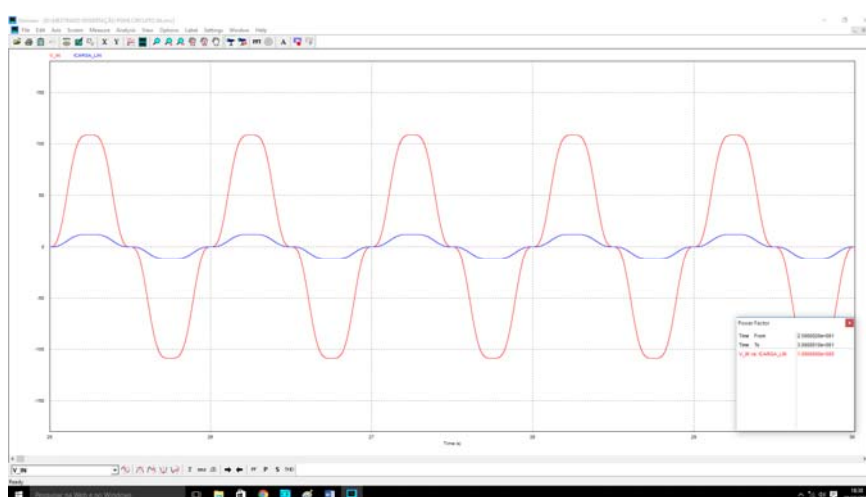


Fig. 4.75 Fator de Potência da carga linear do Circuito 04.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.76 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.75, mostrando o valor do fator de potência de 1,0000.

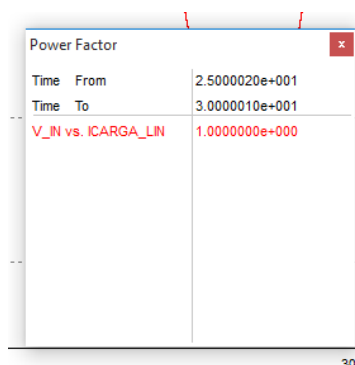


Fig. 4.76 Valor do Fator de Potência da carga linear do Circuito 04.

De posse do valor de Fator de Potência informado pelo software *PSIM*, na Fig. 4.76, e da potência aparente informada na Fig. 4.72, é possível calcular-se a Potência Reativa entregue à carga linear do Circuito 04, obtendo-se:

$$Q_{clPSIM} = 597,75966 \cdot \left\{ \sin(\cos^{-1} 1,00) \right\} \quad (4.115)$$

$$Q_{clPSIM} = 0,0000 \text{ _Var}$$

Portanto, verifica-se que foi obtido no domínio de *Clifford*, resultado idêntico ao domínio do tempo com o software *PSIM*, para a potência reativa entregue à carga linear do circuito 04.

Fica evidente que os valores de potência no domínio do tempo são encontrados no domínio de *Clifford*, utilizando-se da transformação e operador de rotação propostos.

4.3.4.5.4 Potência dissipada na Resistência da Fonte de Tensão

Considerando-se que, a corrente no ponto x do circuito da Fig. 4.42 é a mesma corrente que circula pela resistência da fonte de tensão, e que, a queda de tensão sobre esta resistência pode ser medida no software *PSIM*, calcula-se então a potência dissipada por esta resistência.

Apresenta-se na Figura 4.77 o gráfico mostrando a forma de onda da corrente no ponto x e a forma de onda da queda de tensão na resistência da fonte, as quais, por serem idênticas, estão sobrepostas.

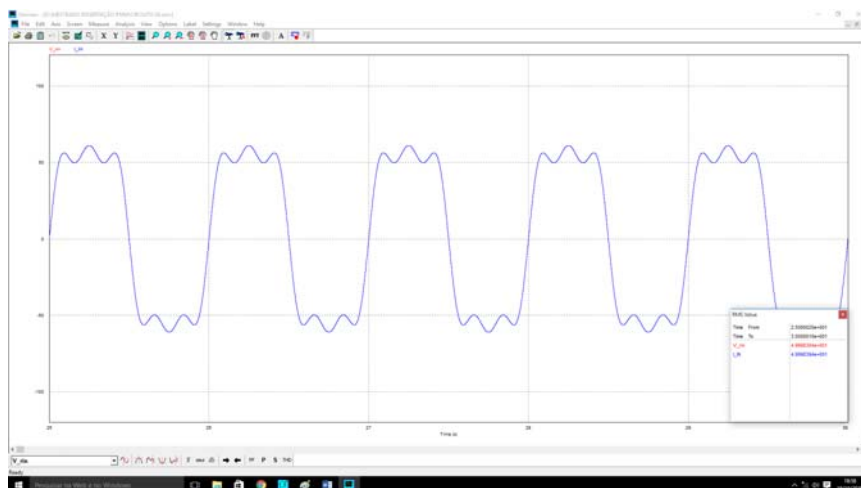


Fig. 4.77 Tensão e corrente resultantes na resistência da fonte do Circuito 04.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.78 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.77, mostrando os valores eficazes de 49,998394V e 49,998394A.

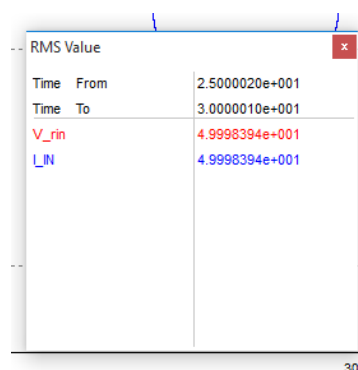


Fig. 4.78 Valores RMS de tensão e corrente na resistência da fonte do Circuito 04.

Uma vez que se obtém o gráfico de tensão e corrente, no ponto de interesse, o software *PSIM* possibilita realizar a leitura dos valores de Potência Aparente, Potência

Ativa e Fator de Potência. Na sequência apresenta-se estes valores para resistência da fonte do circuito da Fig. 4.42.

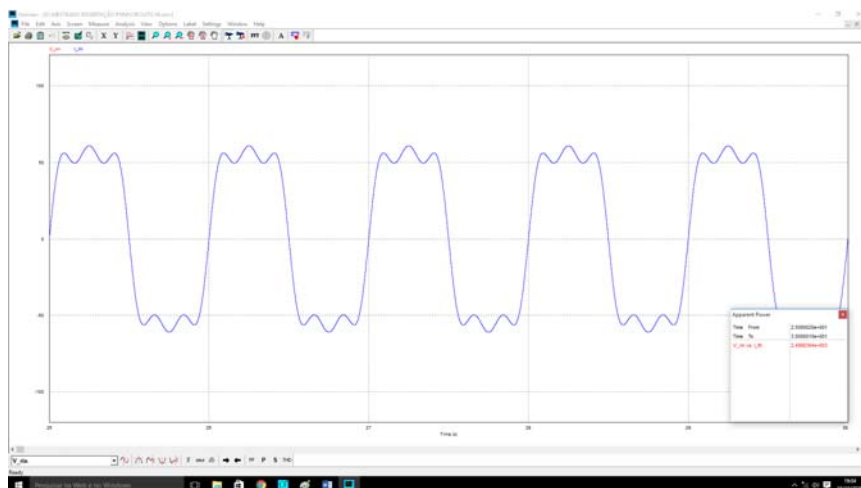


Fig. 4.79 Potência Aparente sobre a resistência da fonte do Circuito 04.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.80 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.79, mostrando o valor de potência aparente de 2499,8394VA.

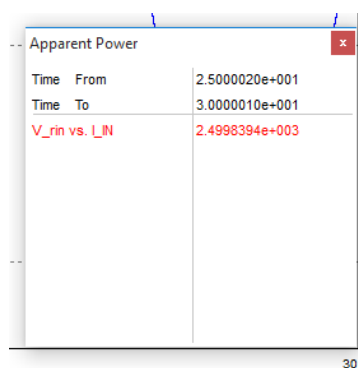


Fig. 4.80 Valor de Potência Aparente sobre a resistência da fonte do Circuito 04.

Portanto, verifica-se que foi obtido no domínio de *Clifford*, resultado idêntico ao domínio do tempo com o software *PSIM*, para a potência aparente sobre a resistência da fonte do circuito 04.

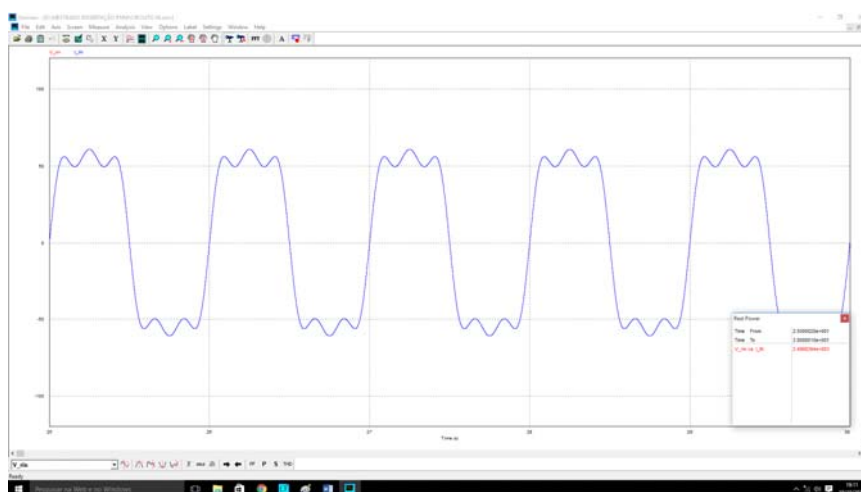


Fig. 4.81 Potência Ativa dissipada pela resistência da fonte do Circuito 04.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.82 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.81, mostrando o valor de potência ativa de 2499,8394W.

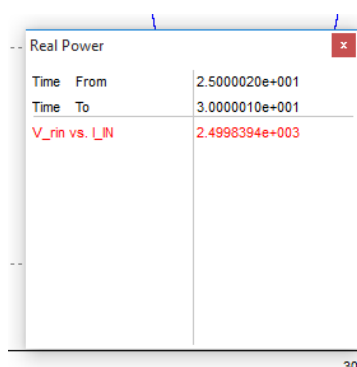


Fig. 4.82 Valor de Potência Ativa dissipada pela resistência da fonte do Circuito 04.

Portanto, verifica-se que foi obtido no domínio de *Clifford*, resultado idêntico ao domínio do tempo com o software *PSIM*, para a potência ativa dissipada pela resistência da fonte do circuito 04.

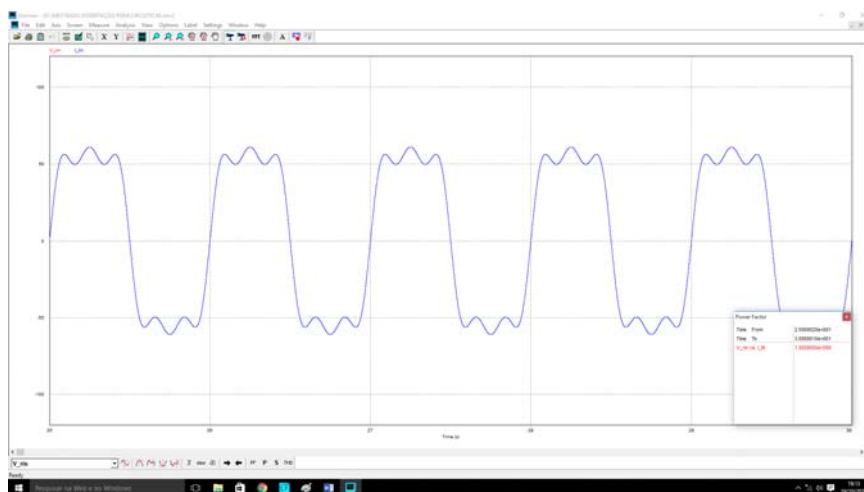


Fig. 4.83 Fator de Potência na resistência da fonte do Circuito 04.

Em função do tamanho da tela não permitir a leitura adequada, a Figura 4.84 amplia o quadro de valores apresentado na Figura 4.83, mostrando o valor do fator de potência de 1,0000.

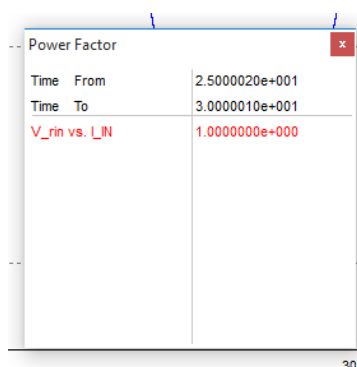


Fig. 4.84 Valor do Fator de Potência na resistência da fonte do Circuito 04.

De posse do valor de Fator de Potência informado pelo software *PSIM*, na Fig. 4.84, e da potência aparente informada na Fig. 4.80, é possível calcular-se a Potência Reativa sobre a resistência da fonte do Circuito 04, obtendo-se:

$$Q_{R1\Omega PSIM} = 2499,8394 \cdot \left\{ \sin \left(\cos^{-1} 1,00 \right) \right\} \quad (4.116)$$

$$Q_{R1\Omega PSIM} = 0,0000 \text{ } VAr$$

Portanto, verifica-se que foi obtido no domínio de *Clifford*, resultado idêntico ao domínio do tempo com o software *PSIM*, para a potência reativa sobre a resistência da fonte do circuito 04.

Fica evidente que os valores de potência no domínio do tempo são encontrados no domínio de *Clifford*, utilizando-se da transformação e operador de rotação propostos.

5. CAPÍTULO V: RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos na análise dos circuitos monofásicos, em regime permanente não senoidal, para os quatro circuitos propostos nesta dissertação. Também se analisa a performance dos resultados obtidos no domínio de *Clifford*, com a transformação e operador de rotação propostos, em relação aos resultados obtidos no domínio do tempo com o software *PSIM*.

Finalizando, apresenta-se novamente os resultados encontrados na seção 3.2.4 para o circuito proposto em Castro-Núñez e Castro-Puche [13] e realiza-se, sem, no entanto, apresentar as etapas intermediárias, a simulação do circuito proposto no software *PSIM*, apresentando-se apenas o resultado final de potência aparente.

5.1 Circuito 01

Nesta seção apresenta-se os resultados obtidos do circuito da Fig. 5.1

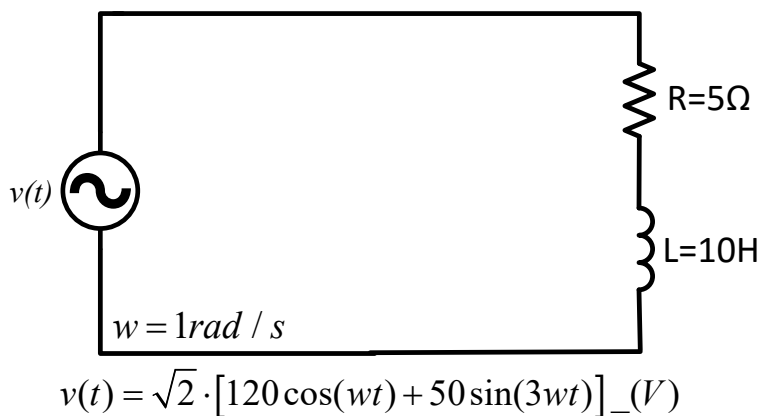


Fig. 5.1 Circuito 01 com duas fontes e carga RL.

Apresenta-se a Tabela 5.1 que sintetiza os resultados obtidos nos domínios do Tempo e de *Clifford*.

Tabela 5.1 Análise da Potência – Circuito 01.

Resultados obtidos nesta dissertação.		
Termos de Potência	Domínio do tempo	Domínio de <i>Clifford</i>
S (VA)	1411,5790	1411,5791
P (W)	589,5135	589,5135
Q (VAr)	*	1154,8498
D (VAr)	*	557,9887
Q _{PSIM} (VAr)	1282,5869	1282,5870

Onde (*) significa não disponível no software *PSIM*.

Da análise dos resultados obtidos na Tabela 5.1, pode-se concluir que os valores obtidos no domínio do Tempo e os valores obtidos no domínio de *Clifford* são os mesmos, dentro da precisão dos cálculos, pois, a maior diferença encontrada é de 10^{-4} .

Além disto, a análise no domínio de *Clifford* nos permite encontrar separadamente a potência reativa Q e a potência distorcida D , as quais, acumuladas da forma já apresentada durante a resolução, correspondem à potência reativa apresentada pelo software *PSIM*.

Portanto, fica evidente a capacidade da transformação proposta nesta dissertação de encontrar os resultados de potência obtidos no domínio do tempo para o circuito analisado.

5.2 Circuito 02

Nesta seção apresenta-se os resultados obtidos do circuito da Fig. 5.2

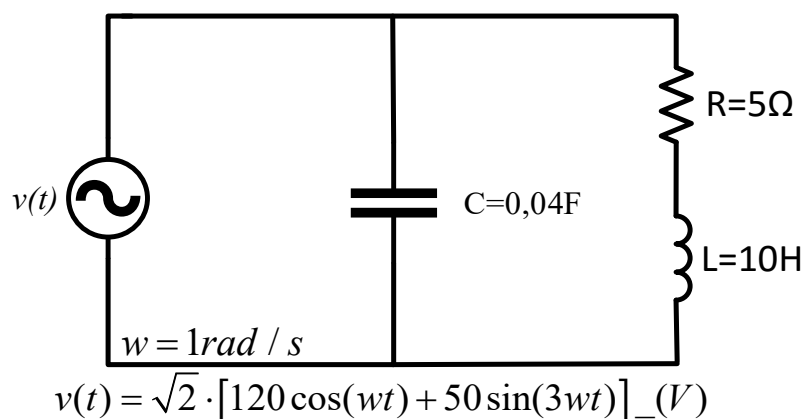


Fig. 5.2 Circuito 02 com duas fontes, carga RL e capacitor em paralelo.

Apresenta-se a Tabela 5.2 que sintetiza os resultados obtidos nos domínios do Tempo e de *Clifford*.

Tabela 5.2 Análise da Potência – Circuito 02.

Resultados obtidos nesta dissertação.		
Termos de Potência	Domínio do tempo	Domínio de <i>Clifford</i>
S (VA)	1050,6963	1050,6963
P (W)	589,5135	589,5135
Q (VAr)	*	616,1992
D (VAr)	*	613,7875
Q_{PSIM} (VAr)	869,7336	869,7336

Onde (*) significa não disponível no software *PSIM*.

Da análise dos resultados obtidos na Tabela 5.2, pode-se concluir que os valores obtidos no domínio do Tempo e os valores obtidos no domínio de *Clifford* são exatamente os mesmos.

Além disto, a análise no domínio de *Clifford* nos permite encontrar separadamente a potência reativa Q e a potência distorcida D , as quais, acumuladas da forma já apresentada durante a resolução, correspondem à potência reativa apresentada pelo software *PSIM*.

Embora não tenha sido demonstrado de forma explícita, como este circuito possui um nó onde a corrente se divide para um paralelo, então pressupõem-se que a Lei de Kirchhoff das correntes foi atendida no domínio de *Clifford*, pois, caso contrário, os resultados finais não seriam obtidos.

Portanto, fica evidente a capacidade da transformação proposta nesta dissertação de encontrar os resultados de potência obtidos no domínio do tempo para o circuito analisado.

5.3 Circuito 03

Nesta seção apresenta-se os resultados obtidos do circuito da Fig. 5.3

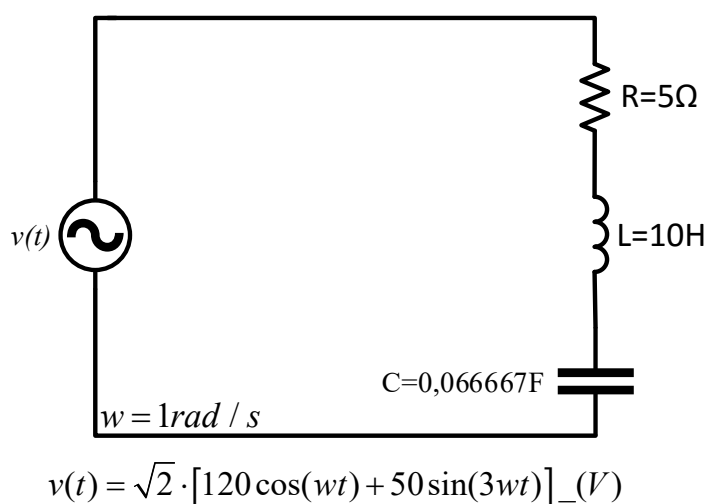


Fig. 5.3 Circuito 03 com duas fontes e carga RLC série.

Apresenta-se a Tabela 5.3 que sintetiza os resultados obtidos nos domínios do Tempo e de *Clifford*.

Tabela 5.3 Análise da Potência – Circuito 03.

Resultados obtidos nesta dissertação.		
Termos de Potência	Domínio do tempo	Domínio de <i>Clifford</i>
S (VA)	2220,8557	2220,8557
P (W)	1459,2311	1459,2308
Q (VAr)	*	1443,2067
D (VAr)	*	848,5281
Q _{PSIM} (VAr)	1674,1698	1674,1701

Onde (*) significa não disponível no software *PSIM*.

Da análise dos resultados obtidos na Tabela 5.3, pode-se concluir que os valores obtidos no domínio do Tempo e os valores obtidos no domínio de *Clifford* são os mesmos, dentro da precisão dos cálculos, pois, a maior diferença encontrada é de $3 \cdot 10^{-4}$.

Além disto, a análise no domínio de *Clifford* nos permite encontrar separadamente a potência reativa *Q* e a potência distorcida *D*, as quais, acumuladas da forma já apresentada durante a resolução, correspondem à potência reativa apresentada pelo software *PSIM*.

Embora não tenha sido demonstrado de forma explícita, como este circuito possui em série os elementos R,L e C, então pressupõem-se que a equação da impedância RLC foi atendida no domínio de Clifford, pois, caso contrário, os resultados finais não seriam obtidos.

Portanto, fica evidente a capacidade da transformação proposta nesta dissertação de encontrar os resultados de potência obtidos no domínio do tempo para o circuito analisado.

5.4 Circuito 04

Nesta seção apresenta-se os resultados obtidos do circuito da Fig. 5.4 onde $i(t)$ corresponde à série de Fourier truncada após o terceiro termo e $L \rightarrow \infty$ faz com que $i(t)$ se aproxime de uma onda quadrada.

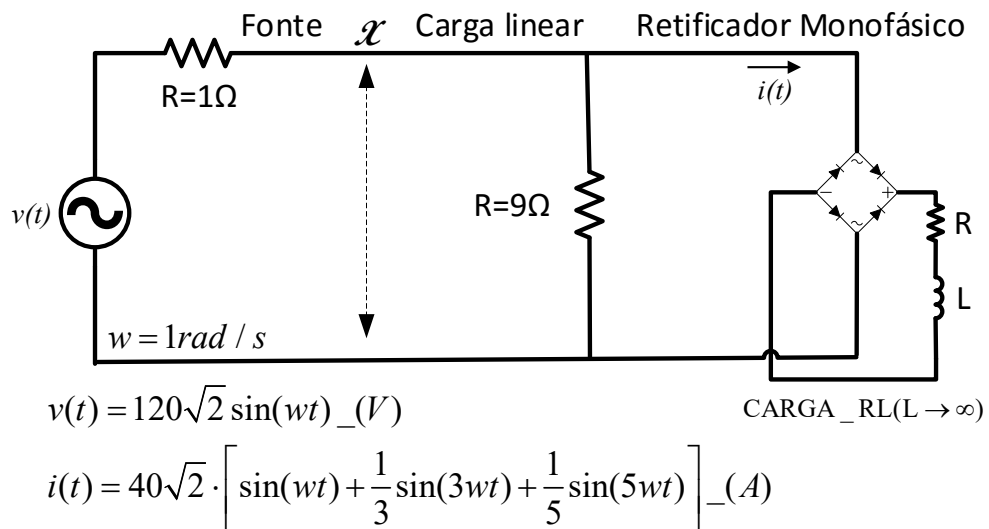


Fig. 5.4 Circuito 04 radial com uma fonte de tensão e retificador monofásico de onda completa.

Apresenta-se a Tabela 5.4 que sintetiza os resultados obtidos nos domínios do Tempo e de *Clifford*.

Tabela 5.4 Análise da Potência – Circuito 04.

Resultados obtidos nesta dissertação.		
Termos de Potência	Domínio do tempo	Domínio de <i>Clifford</i>
Potência no ponto de referência x		
S_x (VA)	3667,2521	3667,2523
P_x (W)	3260,1599	3260,1600
Q_x (VAr)	*	0,0000
D_x (VAr)	*	1679,3141
$Q_{x \text{ PSIM}}$ (VAr)	1679,3140	1679,3141
Potência fornecida pela Fonte de Tensão		
S_f (VA)	5999,8073	5999,8080
P_f (W)	5759,9993	5760,0000
Q_f (VAr)	*	0,0000
D_f (VAr)	*	1679,3141
$Q_{f \text{ PSIM}}$ (VAr)	1679,3140	1679,3141
Potência fornecida a Carga não Linear		
S_{cnl} (VA)	3147,7724	3147,7722
P_{cnl} (W)	2662,4002	2662,4000
Q_{cnl} (VAr)	*	0,0000
D_{cnl} (VAr)	*	1679,3141
$Q_{cnl \text{ PSIM}}$ (VAr)	1679,3142	1679,3141
Potência fornecida a Carga Linear		
S_{cl} (VA)	597,7597	597,7600
P_{cl} (W)	597,7597	597,7600
Q_{cl} (VAr)	*	0,0000
D_{cl} (VAr)	*	0,0000
$Q_{cl \text{ PSIM}}$ (VAr)	0,0000	0,0000
Potência dissipada na Resistência da Fonte de Tensão		
$S_{R1\Omega}$ (VA)	2499,8394	2499,8400
$P_{R1\Omega}$ (W)	2499,8394	2499,8400
$Q_{R1\Omega}$ (VAr)	*	0,0000
$D_{R1\Omega}$ (VAr)	*	0,0000
$Q_{R1\Omega \text{ PSIM}}$ (VAr)	0,0000	0,0000

Onde (*) significa não disponível no software *PSIM*.

Da análise dos resultados obtidos na Tabela 5.4, pode-se concluir que os valores obtidos no domínio do Tempo e os valores obtidos no domínio de *Clifford* são os mesmos, dentro da precisão dos cálculos, pois, a maior diferença encontrada é de $7 \cdot 10^{-4}$.

Além disto, a análise no domínio de *Clifford* nos permite encontrar separadamente a potência reativa Q e a potência distorcida D , as quais, acumuladas da forma já apresentada durante a resolução, correspondem à potência reativa apresentada pelo software *PSIM*.

A análise da Tabela 5.4 nos permite tirar algumas conclusões acerca do circuito calculado e suas potências:

- A potência ativa fornecida pela fonte é igual à soma das potências ativas absorvidas pelo circuito;
- Em função de não existirem elementos armazenadores de energia neste circuito, a análise no domínio de *Clifford* mostra que o valor da potência reativa Q é igual a zero;
- Em função das potências cruzadas, a análise no domínio de *Clifford* mostra que as potências são as distorcidas D ;
- A análise no domínio de *Clifford* mostra que a potência distorcida D é absorvida pela carga não linear e fornecida pela fonte de tensão, não envolvendo os outros elementos do circuito;
- A transformação proposta para o domínio da álgebra geométrica de *Clifford*, mostra-se capaz de discriminar as parcelas de potências envolvidas na análise de circuitos monofásicos em regime não senoidal.

Portanto, fica evidente a capacidade da transformação proposta nesta dissertação de encontrar os resultados de potência obtidos no domínio do tempo para o circuito analisado.

5.5 Circuito apresentado em Castro-Núñez [13]

Nesta seção apresenta-se os resultados obtidos do circuito da Fig. 5.5

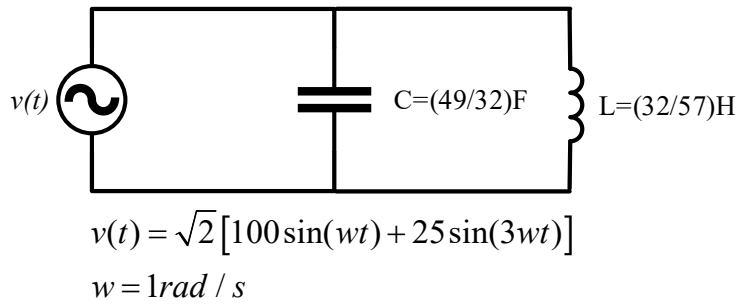


Fig. 5.5 Circuito apresentado em Castro-Núñez e Castro-Puche [13].

Apresenta-se a Tabela 5.5 que sintetiza os resultados obtidos nos domínios do Tempo e de *Clifford*.

Tabela 5.5 Análise da Potência – Estudo de caso; adaptado de [16] e [18].

Termos de Potência	Resultados obtidos em Furquim et al.		Castro-Núñez (2012)
	Domínio do tempo	Domínio de Clifford	Domínio de Clifford
S_{11}	$-2500 \cdot [2 \sin(\omega t) \cdot \cos(\omega t)]$	$-2500 \sigma_2 \sigma_1$	*
S_{13}	$10^4 \cdot [2 \sin(\omega t) \cdot \cos(3\omega t)]$	$10^4 \sigma_2 \sigma_5$	*
S_{31}	$-625 \cdot [2 \sin(3\omega t) \cdot \cos(\omega t)]$	$-625 \sigma_6 \sigma_1$	*
S_{33}	$2500 \cdot [2 \sin(3\omega t) \cdot \cos(3\omega t)]$	$2500 \sigma_6 \sigma_5$	*
	$S(t) = P + S_{11}(t) + S_{13}(t) + S_{31}(t) + S_{33}(t)$	$S = -2500 \sigma_2 \sigma_1 + 10^4 \sigma_2 \sigma_5 - 625 \sigma_6 \sigma_1 + 2500 \sigma_6 \sigma_5$	$M_s = -5000 \sigma_1 \sigma_2 - 10625 \sigma_3 \sigma_4$
	$\ S\ = \sqrt{2500^2 + (10^4)^2 + 625^2 + 2500^2}$	$\ S\ = \sqrt{2500^2 + (10^4)^2 + 625^2 + 2500^2}$	$\ M_s\ = \sqrt{5000^2 + 10625^2}$
S(VA)	10625	10625	11742,7

onde: (*) significa não apresentado em Castro-Núñez e Castro-Puche (2012), $P=0W$.

Da análise dos resultados obtidos na Tabela 5.5, pode-se concluir que os valores obtidos no domínio do Tempo e os valores obtidos no domínio de *Clifford* divergem entre si com a transformação proposta por Castro-Núñez e Castro-Puche (2012) [13].

Além disto, não foram apresentados em Castro-Núñez e Castro-Puche (2012) [13] os valores de referência, ou seja, os resultados no domínio do tempo, os quais foram apresentados na seção 3.2.2 desta dissertação e sintetizados na Tabela 5.5.

Apenas para a comparação de resultados, no entanto sem a respectiva demonstração, foi simulado o circuito da Fig. 5.5 no software *PSIM*, cujo resultado da potência aparente é apresentado na Figura 5.6, confirmando a conclusão apresentada de que os resultados apresentados em Castro-Núñez e Castro-Puche (2012) [13] não reproduzem o domínio do tempo.

Da análise do resultado da potência aparente apresentado na Figura 5.6, pode-se concluir que os valores obtidos no domínio do Tempo, calculados e apresentados na Tabela 5.5, 10625VA, e os valores obtidos no domínio de Tempo com o software *PSIM*, 10624,634VA, são os mesmos, dentro da precisão dos cálculos, pois, a diferença encontrada é de $3,66 \cdot 10^{-1}$.

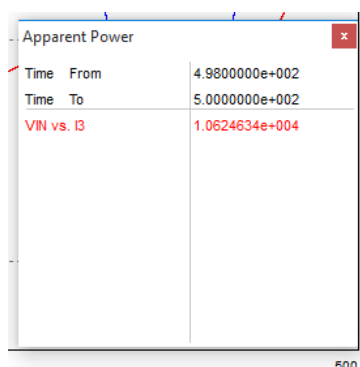


Fig. 5.6 Valor de Potência Aparente do circuito apresentado em Castro-Núñez e Castro-Puche [13].

5.6 Trabalhos Publicados

Como resultado desta pesquisa, foi publicado o artigo ÁLGEBRA DE CLIFFORD APLICADA A ANÁLISE DA POTÊNCIA ELÉTRICA EM SISTEMAS MONOFÁSICOS SOB CONDIÇÕES NÃO SENOIDAIS nos anais do VIII Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos - SBSE, realizado nos dias 25 a 28 de agosto de 2020.

Também como resultado desta pesquisa, foi publicado o artigo ÁLGEBRA DE CLIFFORD APLICADA À ANÁLISE DA POTÊNCIA ELÉTRICA EM CIRCUITOS MONOFÁSICOS EM REGIME NÃO SENOIDAL nos anais do V Congresso Nacional de Pesquisa e Ensino em Ciências – CONAPESC, realizado nos dias 04 e 05 de dezembro de 2020.

6. CAPÍTULO VI: CONCLUSÕES

Foi possível verificar que, com a transformação e operador de rotação propostos nesta dissertação, os resultados obtidos no domínio de *Clifford* reproduzem exatamente os resultados obtidos no domínio do tempo, para os circuitos elétricos analisados, consistindo-se em uma inovação em relação às teorias atuais.

E que, utilizando-se da transformação e operador de rotação propostos nesta dissertação, fica comprovada a capacidade da álgebra geométrica de *Clifford* para substituir completamente a álgebra dos números complexos e, portanto, estender o conceito de Steinmetz [1], de sistemas monofásicos puramente senoidais, para sistemas monofásicos em regime permanente não senoidais, de forma inequívoca e imediata, o que não acontece em diversas outras propostas, onde os resultados de potência aparente no domínio de *Clifford* não correspondem aos resultados de potência aparente no domínio do tempo.

Além disso, a avaliação das potências no domínio do tempo é alcançada no domínio de *Clifford*, porém, em função da transformação e operador de rotação propostos nesta dissertação, com um esforço de cálculo incomparavelmente menor que o domínio do tempo, inclusive, não sendo necessário recorrer a laboriosas operações trigonométricas.

Foi possível verificar que, nas publicações encontradas que buscam expressar a potência em regime permanente não senoidal, não há a comparação dos resultados para as teorias propostas, com os resultados obtidos no domínio do tempo. Logo, as teorias propostas ou são comparadas a outras propostas, ou então, estão isoladas sem comparação alguma.

Nesta dissertação buscou-se apresentar a fundamentação teórica necessária de ambos os domínios, bem como, demonstrar todas as etapas de cálculo necessárias para o completo entendimento da passagem do domínio do tempo para o domínio de *Clifford*, haja visto que, as diversas publicações encontradas não apresentam em detalhes as transformações entre os domínios.

6.1 Trabalhos Futuros

Levando-se em consideração a profundidade do tema estudado, pode-se elencar uma série de possíveis trabalhos futuros, portanto, esta lista não tem a pretensão de esgotar as possibilidades existentes:

- Obter uma formulação geral para os diversos teoremas de eletricidade no domínio de *Clifford*;
- Obter uma formulação geral para as configurações mais comuns de impedâncias no domínio de *Clifford*;
- Verificar a compatibilidade da teoria proposta para sistemas monofásicos com fontes de tensão ou corrente com fase diferente de zero;
- Investigar o projeto de filtros de harmônicos no domínio de *Clifford*;
- Verificar a compatibilidade da teoria proposta para sistemas monofásicos em sistemas trifásicos equilibrados no domínio de *Clifford*;
- Verificar a compatibilidade da teoria proposta para sistemas monofásicos em sistemas trifásicos desequilibrados no domínio de *Clifford*;
- Investigar a compensação de fator de potência com ou sem a adoção conjunta de filtros de harmônicos, no domínio de *Clifford*;
- Verificar a compatibilidade da teoria proposta com a Transformada de Fourier;
- Verificar a compatibilidade da teoria proposta com a Transformada de Hilbert;
- Verificar a compatibilidade da teoria proposta com a Transformada de Laplace;
- Obter uma formulação para o fator de potência no domínio de Clifford em sistemas em regime permanente não senoidais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] C. P. Steinmetz, Theory and Calculation of Alternating Current Phenomena. New York: McGraw-Hill, 1897.

[2] C. I. Budeanu, "Puissances Reactives et Fictives," Institute Romain de l'Energie, no. 2, 1927.

[3] C. I. Budeanu, "The Different Options and Conceptions Regarding Active Power in Nonsinusoidal Systems," Instytut Romain de l'Energie, no. 4, 1927.

[4] S. Fryze, "Moc, Rzeczywista, Urojona i Pozorna w Obwodach Elektrycznych o Przebiegach Odkształconych Prądu i Napięcia," Przegląd Elektrotechniczny, vol. XIII, no. 7 i 8, pp. 193-203 i 225-234, 1931.

[5] S. Fryze, "Wirk-, Blind- und Scheinleistung in Elektrischen Stromkreisen mit Nichtsinusförmigem Verlauf von Strom und Spannung," ETZ-A Elektrotech Zeitschrift, vol. 53, no. 25, pp. pp. 596-599, 625-627, 700-702, 1932.

[6] W. Shepherd and P. Zakikhani, "Suggested Definitions of Reactive Power for Nonsinusoidal Systems," IEEE Proceedings, vol. 9, no. 119, pp. 1361–1362, 1972.

[7] H. Akagi, Y. Kanazawa and A. Nabae, "Generalized Theory of the Instantaneous Reactive Power in Three-Phase Circuits," in IPEC – International Power Electronics Conference, Tokyo, 1983, pp. 1375-1386.

[8] H. Akagi, Y. Kanazawa, A. Nabae, "Instantaneous Reactive Power Compensators Comprising Switching Devices Without Energy Storage Components," IEEE Trans. On Industrial Application, vol. IA-20, no. 3, pp. 625-630, May/June 1984.

[9] L. S. Czarnecki, "Orthogonal Decomposition of the Currents in a 3-phase Nonlinear Asymmetrical Circuit with a Nonsinusoidal Voltage Source," IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement, vol. 1, no. 37, pp. 30–34, March 1988.

[10] Castro-Núñez, M. D. The Use of Geometric Algebra in the Analysis of Non-sinusoidal Networks and the Construction of a Unified Power Theory for Single Phase Systems - A Paradigm Shift. Calgary: University of Calgary, 2013.

[11] B. Jancewicz, Multivectors and *Clifford* Algebra in Electrodynamics. Singapore: World Science, 1988.

[12] Lima, E. J., Reflexões sobre as teorias de potência elétrica em regime não senoidal, Universidade Federal de Uberlândia, 2014.

[13] M. Castro-Núñez, R. Castro-Puche, "Advantages of Geometric Algebra Over Complex Numbers in the Analysis of Networks With Nonsinusoidal Sources and Linear Loads," IEEE Transactions On Circuits and Systems-I: Regular Papers, Vol. 59, No. 9, September 2012.

[14] Chappell et al., "Geometric Algebra for Electrical and Electronic Engineers" Proceedings of the IEEE, Vol. 102, No. 9, September 2014.

[15] Hestenes, D., Sobczyk, G., "Clifford Algebra to Geometric Calculus - A Unified Language for Mathematics and Physics", D. Reidel Publishing Company, Dordiecht, Holland, 1984.

[16] Furquim Jr., R., Ferreira, N. R., Moreira, F. A., "Álgebra de Clifford aplicada a Análise da Potência Elétrica em Sistemas Monofásicos sob Condições não Senoidais." VIII Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos, Santo André - SP, 2020.

[17] Bose, Bimal K., "Modern Power Electronics and AC Drives", Prentice Hall PTR, USA, 2002.

[18] Furquim Jr., R., Ferreira, N. R., Moreira, F. A., "Álgebra de Clifford aplicada a Análise da Potência Elétrica em Circuitos Monofásicos em Regime Não Senoidal." V Congresso Nacional de Pesquisa e Ensino em Ciências – CONAPESC, Dezembro 2020.