

TRANSDUTOR SIGMA-DELTA COM SENSOR TERMO-RESISTIVO

Alexandre Santana da Costa

Dissertação de Mestrado submetida à
Coordenação do Curso de Mestrado em
Engenharia Elétrica da Universidade
Federal da Bahia, como parte dos
requisitos necessários para a obtenção
do grau de Mestre em Ciências no
domínio da Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Processamento de Informação e Energia

Amauri Oliveira, Dr.
Orientador

Antônio Cezar de Castro Lima, Ph.D.
Co-Orientador

Salvador, Bahia, Brasil.
Dezembro de 2005

TRANSDUTOR SIGMA-DELTA COM SENSOR TERMO-RESISTIVO

Alexandre Santana da Costa

Dissertação de Mestrado apresentada em Dezembro de 2005

Amauri Oliveira, Dr.
Orientador

Antônio Cezar de Castro Lima, Ph.D.
Co-Orientador

Amauri Oliveira, Dr.
Componente da Banca Examinadora

Robson Nunes de Lima, Dr.
Componente da Banca Examinadora

Sebastian Yuri Cavalcanti Catunda, Dr.
Componente da Banca Examinadora

Salvador, Bahia, Brasil.
Dezembro de 2005

Dedicatória

Dedico este trabalho, em especial, aos meus pais, que, em primeiro lugar, possibilitaram a minha existência e, em seguida, dedicaram seus esforços para me proporcionarem todas as condições necessárias para o meu crescimento como ser humano, estudante e profissional.

À minha futura esposa Adriana, pelo persistente estímulo que me deu à conclusão deste trabalho, bem como por ter compreendido a minha ausência, em alguns momentos, em função dele.

Agradecimentos

Agradeço a todas as pessoas que colaboraram, de alguma maneira, para o sucesso deste trabalho. Incluem-se aí as pessoas com quem troquei experiências e idéias ao longo de toda a minha vida e que, portanto, são responsáveis, não só pela minha formação técnica e acadêmica, mas também pelo desenvolvimento dos meus princípios e concepções de vida.

Pelos apoios técnico e didático, agradeço ao meu orientador, o Prof. Amauri Oliveira, que me introduziu no estudo dos sensores termo-resistivos, sempre propondo alternativas originais de arquiteturas com tais sensores. À Prof^a. Lúgia Souza Palma, pela contribuição, tanto com resultados práticos, como também através de simulações e desenvolvimentos teóricos, além do aprofundamento no estudo de diversos aspectos relacionados ao trabalho que venho propor nesta dissertação. Ao meu Co-Orientador Prof. Antônio Cezar de Castro Lima, pela colaboração no estudo dos filtros digitais, aplicados para melhorarem os resultados do sistema proposto.

Por fim, agradeço a Deus, pela inspiração nas idéias e pelo estímulo nas horas difíceis.

Resumo

Este trabalho apresenta um estudo de modelos matemáticos para termo-resistências NTC (*Negative Temperature Coefficient*), PTC (*Positive Temperature Coefficient*) e metálicos, bem como as equações que modelam o comportamento de tais sensores quando operam numa temperatura mais alta do que a temperatura do meio em que estão inseridos. Com base nestas equações e nas suas versões linearizadas, são propostas arquiteturas Estado da Arte para medição de grandezas físicas, tais como: temperatura ambiente, velocidade de fluido e potência de radiação térmica.

Os conversores analógico-para-digitais sigma-delta são abordados no contexto deste trabalho, visto que a sua estrutura serve de base para a arquitetura que é o foco principal desta dissertação. A partir do modelo proporcionado por este tipo de conversor analógico-para-digital e, portanto, herdando as suas principais vantagens em relação aos métodos convencionais de obtenção de representações digitais de grandezas físicas, é proposta uma arquitetura sigma-delta que contém o próprio sensor termo-resistivo como elemento comparador e integrador. São obtidas relações entre os parâmetros físicos do sensor termo-resistivo, bem como as condições de operação do sistema, e a resolução resultante do conversor. Relações de compromisso também são estabelecidas entre a taxa de amostragem e a faixa de frequência de operação da grandeza medida.

O estudo dos filtros digitais é, também, apresentado, visto que tais filtros fazem parte dos conversores sigma-delta e, portanto, também estão presentes no sistema proposto. O projeto destes filtros é realizado tendo em vista a otimização da relação sinal-ruído na saída do conversor sigma-delta, o que, na verdade, significa uma melhor resolução, em bits.

Resultados decorrentes de simulação computacional são apresentados, de maneira a demonstrar a validade do estudo teórico realizado, ilustrando a concordância entre tais resultados e as equações desenvolvidas.

Abstract

This work presents a study of mathematical models of NTC (Negative Temperature Coefficient), PTC (Positive Temperature Coefficient) and metallic thermo-resistances, as well as the equations that describe the behavior of such sensors when they are working in a temperature greater than the temperature of the environment they are contained in. Based on such equations and on their linearized versions, some State of Art circuit architectures are proposed, which are intended to measure physical quantities such as: environment temperature, fluid velocity and thermal radiation power.

The sigma-delta analog-to-digital converters are approached in this work, as their structure is the basis to the mainly approached architecture of this dissertation. Based on the model provided by this type of analog-to-digital converter, which inherits its main advantages over other conventional methods on obtaining digital representations of physical quantities, a circuit architecture is proposed, which contains the thermo-resistive sensor within its loop, operating both as a comparator and an integrator. Relationships between the physical parameters of the thermo-resistive sensor, as well as operation conditions, and the converter resultant resolution are obtained. Tradeoffs between the sampling rate and the operation frequency range of the measured physical quantity are also established.

Digital filters are also presented, because such filters are contained in sigma-delta analog-to-digital converters and, therefore, are a part of the proposed system. The design of such filters is made keeping in view the optimization in the signal-to-noise ratio at the sigma-delta converter output. It means, as a matter of fact, a resolution improvement in terms of bits.

Results obtained from computational simulation are presented in order to confirm the theoretical approach, showing that these results are in accordance with the developed equations.

Índice Analítico

1	Introdução	1
1.1	Visão Geral	1
1.2	Organização do Trabalho	3
2	Termo-Resistências.....	7
2.1	Introdução	7
2.2	Equações Estáticas das Termo-Resistências	8
2.3	Operação Aquecida e Balanço de Energia	12
2.4	Medição em Regime Permanente	18
2.5	Modelo de Pequenos Sinais.....	22
2.6	Constantes de Tempo	29
2.7	Modelos para Simulação Computacional	31
3	Conversores A/D.....	35
3.1	Conversores A/D Convencionais	35
3.2	Conversores A/D Sigma-Delta	40
3.2.1	Conceitos.....	40
3.2.2	Estrutura	42
3.2.3	Análise da Resolução	49
4	Dizimação e Filtros nos A/D's Sigma-Delta	55
4.1	Primeiro Estágio de Filtragem e Dizimação	56
4.2	Segundo Estágio de Filtragem e Dizimação	61
4.2.1	Filtros FIR	63
4.2.2	Filtros IIR	68
4.3	Exemplo Completo de Projeto.....	69
5	Modelo do Sensor no Domínio Discreto.....	77
5.1	Descrição do Método	77
5.2	Aplicação ao Sensor Termo-Resistivo	80
5.3	Simulações Computacionais	81
5.3.1	Termo-Resistor PTC.....	81
5.3.2	Termo-Resistor NTC.....	88
6	Termo-Resistor em Arquitetura Sigma-Delta	93

6.1	Detalhamento da Arquitetura	95
6.1.1	Descrição.....	95
6.1.2	Vazamento no Integrador	99
6.1.3	Transdutor de Corrente Contínua	101
6.1.4	Transdutor de Corrente Pulsada.....	104
6.1.5	Detalhamento do Algoritmo de Projeto	109
6.2	Simulações com o Transdutor.....	112
6.2.1	Med. de Degrau de Temp. com o Transdutor de CC	113
6.2.2	Med. de Degrau de Temp. com o Transdutor de CP	117
6.2.3	Med. de Senóide de Temp. com o Transdutor de CC	122
6.2.4	Resolução da Med. de Temp. com o Transdutor de CC.....	125
6.2.5	Resolução da Med. de Temp. com o Transdutor de CP	127
6.2.6	Resolução da Med. de Rad. Térmica com o Transd. de CC.....	129
6.2.7	Resolução da Med. de Rad. Térmica com o Transd. de CP.....	131
6.2.8	Resolução da Med. de Vel. de Fluido com o Transd. de CC	133
6.2.9	Resolução da Med. de Vel. de Fluido com o Transd. de CP	135
7	Conclusões e Perspectivas Futuras	139
	Referências Bibliográficas	143
I	Código-Fonte das Rotinas em <i>Matlab</i>.....	149
I.1	<i>calculargth.m</i>	149
I.2	<i>calcularh.m</i>	149
I.3	<i>calcularkntnc.m</i>	150
I.4	<i>calcularktpc.m</i>	150
I.5	<i>calcularpeqsinais.m</i>	151
I.6	<i>calcularata.m</i>	151
I.7	<i>calcularu.m</i>	152
I.8	<i>calcularvazamento.m</i>	152
I.9	<i>calcularxs.m</i>	153
I.10	<i>projetarsigmadelta.m</i>	153
I.11	<i>rs2tsntc.m</i>	159
I.12	<i>rs2tsptc.m</i>	159
I.13	<i>ts2rsntc.m</i>	160
I.14	<i>ts2rsptc.m</i>	160

Lista de Tabelas

Tabela 5.1: desvios em relação ao modelo completo do PTC	86
Tabela 5.2: sensibilidade dos coeficientes do modelo de pequenos sinais	87
Tabela 5.3: desvios em relação ao modelo completo do NTC.....	89

Lista de Figuras

Figura 1.1: representação de um sistema de medição	2
Figura 2.1: curva característica de um termistor PTC.....	11
Figura 2.2: curva característica de um termistor NTC.....	11
Figura 2.3: diagrama de medição com termo-resistores	21
Figura 2.4: diagrama de blocos do sensor	32
Figura 2.5: diagrama de blocos do modelo de pequenos sinais	32
Figura 2.6: compensação para medição de temperatura ambiente	33
Figura 2.7: compensação para medição de radiação térmica.....	33
Figura 2.8: compensação para medição de velocidade de fluido	33
Figura 3.1: processo de conversão A/D	35
Figura 3.2: espectro de sinais amostrados (adapt. de [16])	37
Figura 3.3: espectro do ruído de quantização (adapt. de [16]).....	39
Figura 3.4: mod. sigma-delta a partir da modulação delta (adapt. de [16]).....	41
Figura 3.5: bits gerados pelo mod. sigma-delta com entrada senoidal (adapt. de [16]).....	42
Figura 3.6: conversor A/D sigma-delta (adapt. de [16])	42
Figura 3.7: filtro anti-recobrimento de baixa ordem e ruído dist. (adapt. de [16])	44
Figura 3.8: diagrama de blocos no domínio z	46
Figura 3.9: funções passa-altas e espectros de densidade de potência (adapt. de [16]).....	47
Figura 3.10: conversor sigma-delta completo utilizado no DSP56ADC16	48
Figura 4.1: espectro do primeiro estágio de filtragem	57
Figura 4.2: curvas de H_1 para valores distintos de ordem e $OSR_2 = 4$	59
Figura 4.3: curvas de H_1 para valores distintos de OSR_2 e ordem 2.....	60
Figura 4.4: FPB do primeiro estágio.....	71
Figura 4.5: FPB FIR do segundo estágio	72
Figura 4.6: FPB IIR do segundo estágio	73
Figura 4.7: FPB's de ambos os estágios (FIR no segundo).....	73
Figura 4.8: detalhe dos FPB's de ambos os estágios (FIR no segundo)	74
Figura 4.9: FPB's de ambos os estágios (IIR no segundo).....	74
Figura 4.10: detalhe dos FPB's de ambos os estágios (IIR no segundo)	75

Figura 5.1: diagrama de blocos do modelo discreto de pequenos sinais.....	81
Figura 5.2: resposta do PTC	83
Figura 5.3: resposta do PTC após mudança de radiação térmica	83
Figura 5.4: resposta do PTC após mudança de corrente ao quadrado	84
Figura 5.5: resposta do PTC após mudança de temperatura ambiente.....	84
Figura 5.6: modelo discreto do PTC com diferentes vazamentos.....	85
Figura 5.7: resposta do NTC.....	90
Figura 5.8: resposta do NTC após mudança de velocidade do fluido.....	90
Figura 5.9: resposta do NTC após mudança de corrente ao quadrado	91
Figura 5.10: resposta do NTC após mudança de temperatura ambiente	91
Figura 5.11: modelo discreto do NTC com diferentes vazamentos.....	92
Figura 6.1: porção substituída do conversor A/D sigma-delta.....	95
Figura 6.2: comparação entre integral ideal e exponencial.....	96
Figura 6.3: modelo de pequenos sinais da porção substituída	98
Figura 6.4: porção substituída no domínio z	98
Figura 6.5: modelo de pequenos sinais da porção substituída no domínio z.....	98
Figura 6.6: diagrama de blocos do Transdutor de Corrente Contínua	101
Figura 6.7: diagrama de blocos do Transdutor de Corrente Pulsada.....	106
Figura 6.8: T_a estimada pelo Transdutor de CC.....	115
Figura 6.9: T_s do sensor do Transdutor de CC	116
Figura 6.10: detalhe de T_s do sensor do Transdutor de CC.....	116
Figura 6.11: X_s aplicada ao sensor do Transdutor de CC	117
Figura 6.12: T_a estimada pelo Transdutor de CP	119
Figura 6.13: T_s do sensor do Transdutor de CP.....	120
Figura 6.14: detalhe de T_s do sensor do Transdutor de CP	120
Figura 6.15: X_s aplicada ao sensor do Transdutor de CP	121
Figura 6.16: detalhe 1 de X_s aplicada ao sensor do Transdutor de CP	121
Figura 6.17: detalhe 2 de X_s aplicada ao sensor do Transdutor de CP	122
Figura 6.18: T_a senoidal estimada pelo Transdutor de CC	124
Figura 6.19: T_s do sensor do Transd. de CC com entrada senoidal	124
Figura 6.20: detalhe de T_s no Transd. de CC com entrada senoidal	125
Figura 6.21: resolução na medição de T_a pelo Transdutor de CC	127
Figura 6.22: resolução na medição de T_a pelo Transdutor de CP	129
Figura 6.23: resolução na medição de H pelo Transdutor de CC	131

Figura 6.24: resolução na medição de H pelo Transdutor de CP	133
Figura 6.25: resolução na medição de U pelo Transdutor de CC	135
Figura 6.26: resolução na medição de U pelo Transdutor de CP	137

Lista de Símbolos

- A – resistência do termistor NTC, em Ω , quando a temperatura tende para infinito;
- A_R – a amplitude uniforme da densidade espectral de potência do ruído de quantização, em W/Hz;
- a – valor do coeficiente de transferência de calor na superfície do sensor, em $K^{-1}W$, quando a velocidade do fluido é nula;
- α – coeficiente de transmissividade-absorvidade do sensor, adimensional, que representa quanto da energia térmica incidente sobre o sensor é, efetivamente, absorvida;
- B – constante do termistor NTC, em K;
- BP – porção da banda do sinal que é considerada banda de passagem;
- b – constante a ser determinada experimentalmente, e que faz parte da equação empírica da condutância térmica G_{th} ;
- β_i – coeficientes de temperatura do sensor termo-resistivo metálico e PTC, em K^{-1} ;
- β_k – parâmetro para cálculo da janela de Kaiser;
- C_{th} – capacitância térmica do sensor, em $K^{-1}J$;
- c – calor específico do sensor, em $K^{-1}J/kg$;
- ΔT – período de tempo qualquer, resultante do Transdutor de Corrente Pulsada;
- ΔT_{PWM} – diferença entre $\Delta T_{PWMmáx}$ e $\Delta T_{PWMméd}$;
- $\Delta T_{PWMmáx}$ – intervalo de tempo associado à corrente eficaz máxima a ser aplicada no modulador PWM, em s;
- $\Delta T_{PWMméd}$ – média aritmética entre $\Delta T_{PWMmín}$ e $\Delta T_{PWMmáx}$;
- $\Delta T_{PWMmín}$ – intervalo de tempo associado à corrente eficaz mínima a ser aplicada no modulador PWM, em s;
- ΔX_s – diferença entre $X_{smáx}$ e $X_{sméd}$;

- δ_{BP} – desvio máximo a partir do valor ideal do ganho da banda de passagem, adimensional;
- δ_{BPdB} – valor de δ_{BP} em decibéis;
- δ_{BR} – desvio máximo a partir do valor ideal do ganho da banda de rejeição, adimensional;
- δ_{BRdB} – valor de δ_{BR} em decibéis;
- δ_i – coeficientes de temperatura do sensor termo-resistivo NTC, em Kⁱ;
- δ_k – valor máximo entre δ_{BPdB} e δ_{BRdB} ;
- E – Transformada Z do erro de quantização ε ;
- E_a – energia acumulada pelo sensor, em J;
- E_i – energia aplicada ao sensor, em J, isto é, que flui de fora para dentro da porção do espaço delimitada pelo sensor;
- E_o – energia perdida pelo sensor, em J, isto é, que flui de dentro para fora da porção do espaço delimitada pelo sensor;
- e – constante de Néper, que vale 2,71828182846;
- ε – erro decorrente da quantização;
- f – variável real frequência, em Hz;
- f_B – frequência máxima de que é composto determinado sinal, em Hz;
- f_{BP} – frequência de borda da banda de passagem, em Hz;
- f_{BR} – frequência de borda da banda de rejeição, em Hz;
- f_N – metade de f_{am} ;
- f_{am} – frequência de amostragem de um sistema discreto, em Hz ou amostras/s;
- f_{am}' – frequência de amostragem de saída do conversor sigma-delta, em Hz ou amostras/s;
- f_i – frequência intermediária do conversor A/D sigma-delta, entre o primeiro e o segundo estágio de filtragem e dizimação, em Hz ou amostras/s;
- G_H – condutância de radiação térmica, em m²;
- $GradeFBP_2$ – quantidade de pontos a ser utilizada para fazer a interpolação dos pontos localizados entre as amostras fornecidas para a compensação da atenuação do FPB do primeiro estágio;

- G_{th} – condutância térmica do sensor, em $K^{-1}W$;
- G_{th0} – valor do ponto de operação da condutância térmica, em $K^{-1}W$;
- H – radiação térmica incidente, em W/m^2 ;
- H_E – função de transferência que molda o ruído de quantização;
- H_d – Transformada de Laplace de h_d ;
- $H_{m\acute{a}x}$ – radiação térmica máxima medida pelo transdutor, em W/m^2 ;
- $H_{m\acute{i}n}$ – radiação térmica mínima medida pelo transdutor, em W/m^2 ;
- H_x – função de transferência que molda o sinal de entrada;
- H_0 – valor do ponto de operação da radiação incidente no sensor, em W/m^2 ;
- H_1 – função de transferência do filtro dizimador do primeiro estágio;
- H_2 – função de transferência do filtro dizimador do segundo estágio;
- H_2' – função de transferência do filtro dizimador do segundo estágio, sem o janelamento;
- h – coeficiente de transferência de calor na superfície do sensor, em $K^{-1}W/m^2$;
- h_d – valor incremental da radiação térmica incidente no sensor, em W/m^2 , em relação ao valor do ponto de operação;
- h_1 – resposta ao impulso unitário do filtro dizimador do primeiro estágio;
- h_2 – resposta ao impulso unitário do filtro dizimador do segundo estágio;
- h_2' – resposta ao impulso unitário do filtro dizimador do segundo estágio, sem o janelamento;
- I_s – corrente elétrica que atravessa o sensor, em A;
- I_0 – função de Bessel modificada do primeiro tipo de ordem zero;
- j – número complexo $\sqrt{-1}$;
- k_H – ganho da função de transferência da radiação térmica, dado em $m^2J^{-1}K$;
- k_{T_a} – ganho da função de transferência da temperatura ambiente, dado em s^{-1} ;
- k_U – ganho da função de transferência da velocidade do fluido, dado em $m^{-1}K$;

- k_{x_s} – ganho da função de transferência da corrente ao quadrado, dado em $A^{-2}s^{-1}K$;
- k_t – constante de proporcionalidade entre variações incrementais de resistência e temperatura do sensor, em Ω/K ;
- M – número inteiro tal que δ_{M+1} tem valor desprezível, considerando os requisitos de erro máximo permitido pelo sistema em que a termo-resistência será aplicada;
- m – massa do sensor, em kg;
- N – número inteiro tal que β_{N+1} tem valor desprezível, considerando os requisitos de erro máximo permitido pelo sistema em que a termo-resistência será aplicada;
- N_B – número de bits de um conversor A/D;
- N_k – número de coeficientes da janela de Kaiser;
- N_o – potência do ruído de quantização de saída de um conversor A/D, em W;
- $N_{om\acute{a}x}$ – máxima potência do ruído de quantização admissível de saída de um conversor A/D, em W;
- n – variável inteira instante discreto, em amostras;
- n – índice a ser determinado experimentalmente, e que faz parte da equação empírica da condutância térmica G_{th} ;
- OSR – taxa de sobreamostragem;
- OSR_1 – razão entre a taxa de amostragem e a frequência intermediária do bloco de filtragem e dizimação;
- OSR_2 – razão entre a frequência intermediária do bloco de filtragem e dizimação e a taxa de amostragem final do A/D;
- $OrdSinc$ – ordem da sinc implementada no FPB do primeiro estágio de filtragem do sigma-delta;
- P_i – potência aplicada ao sensor, em W;
- P_o – potência perdida pelo sensor, em W;

- p – pólo das funções de transferência que representam as variações incrementais das variáveis do sistema de medição com sensor aquecido a temperatura constante, dado em s^{-1} ou rad/s;
- p_z – pólo das funções de transferência que representam as variações incrementais das variáveis discretas do sistema de medição com sensor aquecido a temperatura constante, dado em amostra⁻¹ ou rad/amostra;
- π – número 3,14159265359;
- q – tamanho do passo de quantização;
- R_H – resistência de radiação térmica, em m^{-2} ;
- R_s – resistência elétrica da termo-resistência (sensor), em Ω ;
- R_{s0} – valor da resistência do sensor no ponto de operação, em Ω ;
- R_{th} – resistência térmica do sensor, em KW^{-1} ;
- R_0 – resistência elétrica de referência da termo-resistência;
- r_{sd} – valor incremental da resistência do sensor, em Ω , em relação ao valor do ponto de operação;
- ρ – módulo de z , adimensional;
- SNR – relação sinal-ruído, adimensional, entre sinal de entrada e ruído de saída, num conversor A/D;
- SNR_{dB} – é o símbolo SNR , porém em dB (decibéis);
- S_i – potência do sinal de entrada de um conversor A/D, em W;
- S_s – área da superfície do sensor, em m^2 ;
- s – variável complexa do domínio da Transformada de Laplace;
- σ – parte real de s , em s^{-1} ;
- σ_ε – variância de ε , que corresponde à potência do ruído de quantização, em W;
- T_{PWM} – intervalo configurado no modulador PWM;
- T_a – temperatura do meio, em K;
- T_{ad} – Transformada de Laplace de t_{ad} ;
- T_{am} – período de amostragem de um sistema discreto, em s;
- $T_{am\acute{a}x}$ – temperatura do meio máxima medida pelo transdutor, em K;
- $T_{am\acute{i}n}$ – temperatura do meio mínima medida pelo transdutor, em K;

- T_{a0} – valor da temperatura do meio no ponto de operação, em K;
- T_s – temperatura do sensor, em K;
- T_{sd} – Transformada de Laplace de t_{sd} ;
- T_{s0} – valor da temperatura do sensor no ponto de operação, em K;
- T_0 – temperatura de referência da termo-resistência;
- t – variável real instante de tempo, em s;
- t_{ad} – valor incremental da temperatura ambiente, em K, em relação ao valor do ponto de operação;
- t_{sd} – valor incremental da temperatura do sensor, em K, em relação ao valor do ponto de operação;
- τ – constante de tempo intrínseca do sensor, em s;
- τ_a – constante de tempo aparente do sensor, em s;
- τ_s – constante de tempo do sistema de medição, em s;
- U – velocidade do fluido em que o sensor está envolto, em m/s;
- U_d – Transformada de Laplace de u_d ;
- $U_{m\acute{a}x}$ – velocidade de fluido máxima medida pelo transdutor, em m/s;
- $U_{m\acute{i}n}$ – velocidade de fluido mínima medida pelo transdutor, em m/s;
- U_0 – valor do ponto de operação da velocidade do fluido em que está imerso o sensor, em m/s;
- u_d – valor incremental da velocidade do fluido em que está imerso o sensor, em m/s, em relação ao valor do ponto de operação;
- V_s – tensão nos terminais do sensor, em V;
- V_{s0} – tensão de referência nos terminais do sensor, em V;
- v – vazamento do integrador, adimensional;
- w_k – janela de Kaiser;
- Ω – fase de z , em rad/amostra. Esta variável também significa frequência, nas análises de espectro no domínio da Transformada Z ;
- ω – coeficiente complexo de s , em rad/s;
- X_s – quadrado da corrente elétrica que atravessa o sensor, em A^2 ;
- X_{sPWM} – valor de pico da corrente PWM ao quadrado, em A^2 ;
- X_{sd} – Transformada de Laplace de x_{sd} ;

- $X_{sm\acute{a}x}$ – valor máximo da corrente ao quadrado aplicada ao sensor, em A^2 ;
- $X_{sméd}$ – média aritmética entre $X_{smín}$ e $X_{sm\acute{a}x}$;
- $X_{smín}$ – valor mínimo da corrente ao quadrado aplicada ao sensor, em A^2 ;
- X_{s0} – valor do ponto de operação do quadrado da corrente que atravessa o sensor, em A^2 ;
- x_{sd} – valor incremental da corrente ao quadrado que atravessa o sensor, em A^2 , em relação ao valor do ponto de operação;
- z – variável complexa do domínio da Transformada Z.

Lista de Acrônimos

- A/D: Analógico-para-Digital;
- CC: Corrente Contínua;
- CP: Corrente Pulsada;
- D/A: Digital-para-Analógico;
- DFT: *Discrete Fourier Transform*;
- DSP: *Digital Signal Processor*;
- FIR: *Finite Impulse Response*;
- FPA: Filtro Passa-Altas;
- FPB: Filtro Passa-Baixas;
- IIR: *Infinite Impulse Response*;
- NTC: *Negative Temperature Coefficient*;
- OSR: *Oversampling Rate*;
- PDS: Processamento Digital de Sinais;
- PTC: *Positive Temperature Coefficient*;
- PWM: *Pulse Width Modulation*;
- RTD: *Resistance Temperature Detector*;
- SH: *Sample-and-Hold*;
- SNR: *Signal-to-Noise Ratio*.

Capítulo 1

Introdução

1.1 Visão Geral

Termo-resistências, ou sensores termo-resistivos, são elementos passivos de dois terminais cuja principal característica física é possuírem a sua resistência elétrica variável em função da sua temperatura. Por este motivo, são utilizadas como elemento primário nas mais diversas topologias de circuito para medição de grandezas físicas tais como temperatura ambiente, velocidade de fluido e potência de radiação térmica. Deste ponto em diante, o termo "radiação térmica" será utilizado com o mesmo significado do termo "potência de radiação térmica".

Diversas estruturas de circuito utilizando sensores termo-resistivos estão disponíveis na literatura e foram propostas com base, tanto apenas na relação biunívoca que existe entre temperatura e resistência, como também nos princípios termodinâmicos que regem as trocas de calor entre a termo-resistência e o meio.

No primeiro caso, só é possível medir temperatura ambiente, pois, conforme será possível observar adiante, quando há equilíbrio térmico entre o sensor e o meio, a temperatura ambiente e, portanto, a do sensor, é a única grandeza física que pode ser aproveitada para efeito de medição.

No segundo caso, o sensor opera aquecido, de maneira que, além da temperatura ambiente, outras grandezas físicas exercem influência sobre o balanço de energia. Assim sendo, equacionando-se estas "perturbações", é possível medir, por exemplo, velocidade de fluido e potência de radiação térmica.

Este trabalho se concentra nesse segundo caso e, ainda mais especificamente, numa estrutura considerada Estado da Arte, que é uma malha sigma-delta com o sensor integrado na própria malha, operando a uma temperatura constante. Esta topologia de circuito propõe, em última análise, o que pode ser chamado de Transdutor Sigma-Delta com Sensor Termo-Resistivo Integrado já que, na sua entrada, tem-se a grandeza física a ser medida e, na sua saída, pode-se obter tal grandeza amostrada e quantizada.

A Figura 1.1 é apresentada em [1] e consiste na representação de um sistema de medição, onde:

- x é a variável a ser medida, na sua forma original (ex.: temperatura ambiente);
- y é o sinal de medição, que é a representação de x em forma de outra grandeza física, mais conveniente para ser submetida ao estágio de processamento e estimação. Em geral, esta forma mais conveniente é uma grandeza elétrica, tal como tensão ou corrente;
- x' é o valor estimado de x , isto é, o resultado da medição.

Em [1], é dada ênfase ao processo inicial de medição (conversões e condicionamento), de modo que são apresentadas diversas arquiteturas de circuitos de conversão e condicionamento que permitem uma transformação de grandezas físicas tais como temperatura ambiente, velocidade de fluido e potência de radiação térmica em sinais de tensão, corrente, corrente ao quadrado ou tempo.

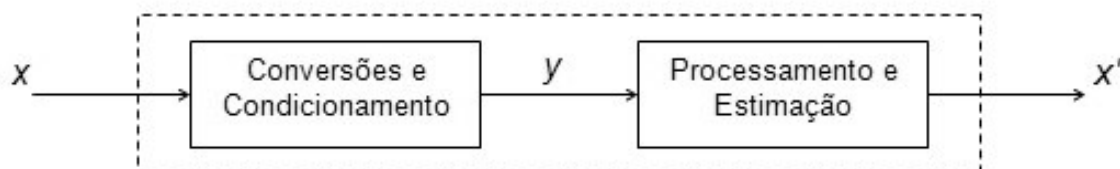


Figura 1.1: representação de um sistema de medição

No presente trabalho de dissertação, conforme será possível observar, a própria estrutura sigma-delta proposta faz com que esta ênfase seja estendida

para o bloco seguinte do processo de medição, que engloba as funções de processamento e estimação. Afirma-se isto, pois a malha sigma-delta com o sensor termo-resistivo integrado fornece, na sua saída, após processamento digital, um sinal amostrado e quantizado que se relaciona de forma linear ou não-linear (a depender do tipo de grandeza física medida) à grandeza de entrada e que pode ser compensado ou corrigido pelo próprio DSP (*Digital Signal Processor*) ou outro sistema digital de processamento numérico presente no sensor integrado. Ademais, será possível observar que ambos os blocos da Figura 1.1 são realizados por estruturas bastante definidas na arquitetura proposta. Isto representa a eliminação, portanto, da necessidade de circuitos adicionais de amostragem e quantização do sinal condicionado, o que não acontece em nenhuma das outras arquiteturas propostas até então.

1.2 Organização do Trabalho

O presente trabalho de dissertação está estruturado de maneira a fazer uma sólida apresentação dos tópicos que formam a base de conhecimento necessária para a melhor compreensão da estrutura sigma-delta proposta e, não obstante, o entendimento da evolução das estruturas propostas em trabalho anteriores até que se chegasse à topologia para o transdutor sigma-delta.

Além desta introdução e da lista de referências bibliográficas utilizadas, este trabalho é composto por mais cinco capítulos de desenvolvimento do embasamento teórico e da proposta para o transdutor sigma-delta, um capítulo com conclusões e perspectivas futuras, e mais um anexo. A saber:

- O Capítulo 2 traz uma apresentação detalhada sobre os sensores termo-resistivos, com ênfase, não só nos parâmetros que modelam matematicamente o sensor, como também nas equações que descrevem o seu comportamento quando da sua operação no regime aquecido a temperatura constante. Tais equações são não-lineares, de maneira que são desenvolvidas aproximações linearizadas, com o objetivo de simplificar a análise matemática das arquiteturas propostas para os transdutores. Neste capítulo, encontra-se a origem da analogia que será feita, posteriormente, entre os sensores termo-resistivos e o

conjunto comparador/integrador dos conversores A/D (Analógico-para-Digital) sigma-delta;

- Uma introdução sobre conversores A/D é feita no Capítulo 3, de forma a enfatizar as principais vantagens dos conversores baseados na arquitetura sigma-delta em relação aos baseados em métodos convencionais de conversão: rampa simples, rampa dupla, aproximações sucessivas e *flash*. A estrutura funcional dos conversores sigma-delta é apresentada em detalhes;
- Os processos de filtragem digital e dizimação são apresentados no Capítulo 4, pois tais filtros desempenham papel fundamental nos conversores A/D sigma-delta e, portanto, na arquitetura proposta com o sensor termo-resistivo integrado. Algumas técnicas de projeto de filtros digitais são apresentadas;
- O Capítulo 5 apresenta a análise de sistemas discretos no tempo e, a seguir, uma proposta de representação da função linearizada do sensor no domínio z . Esta discretização se faz necessária, pois todas as análises posteriores para o projeto dos filtros digitais são realizadas no domínio dos sistemas discretos, além de que a taxa de amostragem adotada na operação do sistema possui relação com a resolução final obtida, de modo que a discretização também explicita esta dependência em termos quantitativos;
- Com base no conhecimento da estrutura dos conversores A/D sigma-delta e nas vantagens oferecidas por eles, além das características físicas inerentes às termo-resistências, pensou-se numa configuração em que o próprio elemento sensor fizesse parte da malha sigma-delta. Esta estrutura (Estado da Arte) é apresentada no Capítulo 6, sendo estabelecidas relações quantitativas existentes entre os atributos físicos do sensor, o seu ponto de operação, a taxa de sobreamostragem e a resolução final esperada para o transdutor integrado. Também é apresentado um modelo adicional do transdutor proposto, que se aproxima mais do comportamento de uma possível

implementação real da arquitetura apresentada. Os resultados das simulações computacionais realizadas para validação do modelo proposto são mostrados;

- O Capítulo 7 apresenta as conclusões deste trabalho, bem como comentários sobre eventuais aspectos importantes não abordados no seu desenvolvimento, mas que são considerados fundamentais para uma possível evolução dentro do tema proposto, ou até para um outro trabalho que volte o seu foco para a implementação física real da arquitetura de transdutor sigma-delta com sensor termo-resistivo integrado;
- O Anexo I contém a listagem do código-fonte dos programas computacionais desenvolvidos para possibilitar o projeto e a simulação do sistema proposto.

Capítulo 2

Termo-Resistências

2.1 Introdução

A temperatura é uma grandeza física que está relacionada a, praticamente, todos os tipos de fenômenos químicos e físicos que ocorrem na natureza. Isto significa dizer que reações químicas que ocorrem envolvendo determinadas substâncias, bem como as propriedades físicas dos mais variados materiais são função da temperatura. É claro que determinados fenômenos e propriedades são mais sensíveis e outros são menos sensíveis (chegando, por vezes, a ter influência desprezível) a esta grandeza física, mas esta relação existe na grande maioria dos casos.

Sendo assim, poder-se-ia dizer, a princípio, que todas as resistências elétricas são termo-resistências, já que seus valores de resistência elétrica sofrem influência da grandeza física temperatura. No entanto, são consideradas termo-resistências apenas aquelas que possuem variação considerável do seu valor quando há uma pequena variação de temperatura. Portanto, se o valor de resistência varia numa faixa considerada aproveitável (do ponto de vista de detecção de variação no intuito de produzir medição útil) para os circuitos de condicionamento e conversão, quando a temperatura varia na faixa de operação considerada, a resistência pode ser considerada uma termo-resistência.

Os resistores de carbono e os construídos com determinados tipos de metal (como, por exemplo, ouro, prata, cobre e alumínio), não são, em geral, considerados termo-resistências pois suas resistências elétricas variam muito pouco em função da temperatura a que estão submetidos durante sua operação normal. Os resistores mais comumente considerados como termo-resistências e que, portanto, são utilizados como sensores nas mais variadas aplicações, são

os fabricados com base em metais como, por exemplo, a platina (exemplo de resistores metálicos de fio ou filme), e também os que têm composição baseada em materiais semicondutores. Estes últimos são, normalmente, chamados de termistores e podem ter suas resistências relacionadas com a temperatura de forma crescente (PTC – *Positive Temperature Coefficient*) ou decrescente (NTC – *Negative Temperature Coefficient*). No caso dos resistores que são considerados termo-resistências, é desejável que a resistência varie de forma rápida (pequena constante de tempo), possuindo alta sensibilidade (pequenas variações de temperatura causam grandes variações de resistência) e de maneira matematicamente previsível.

O principal material utilizado para a construção das termo-resistências de fio ou filme metálico é a platina. Tais tipos de termo-resistências são chamadas de RTD (*Resistance Temperature Detector*) e um clássico exemplo de sensor largamente utilizado na indústria é o RTD chamado de PT100, que é uma termo-resistência de platina (Pt) que possui um valor de resistência de 100Ω a 0°C e variação aproximadamente linear da resistência com a temperatura, segundo um determinado coeficiente de proporcionalidade.

Os termistores (PTC's e NTC's) são compostos, basicamente, por materiais semicondutores ([5], [6] e [7]). Os PTC's, além de serem utilizados como sensores para medição de grandezas físicas, também são encontrados em circuitos onde uma alta resistência elétrica é requerida em casos onde o material é submetido a uma alta temperatura, para evitar correntes elevadas (em circuitos de proteção de bobinas de televisão, por exemplo). Os NTC's, conforme será visto abaixo, em geral, possuem alta sensibilidade e baixos tempos de resposta, mas a relação entre a resistência e a temperatura é não-linear, o que pode ser apontado como uma desvantagem, pois os circuitos de condicionamento de sinal e conversão serão, na maioria dos casos, mais complexos.

2.2 Equações Estáticas das Termo-Resistências

As chamadas equações estáticas das termo-resistências são aquelas que representam a relação existente entre a temperatura do material ou do composto de materiais que formam o sensor propriamente dito e a resistência elétrica

medida entre os seus dois terminais. A Eq. (2.1) representa a relação para RTD's e termistores PTC, e a Eq. (2.2) está relacionada aos termistores NTC.

$$R_s = R_0 \left[1 + \beta_1 (T_s - T_0) + \beta_2 (T_s - T_0)^2 + \dots + \beta_n (T_s - T_0)^N \right] \quad (2.1)$$

em que:

- R_s é a resistência elétrica da termo-resistência (sensor), em Ω ;
- T_s é a temperatura da termo-resistência, em K;
- T_0 é uma temperatura de referência qualquer, em torno da qual será desenvolvida a aproximação por Série de Taylor representada na Eq. (2.1);
- R_0 é a resistência elétrica da termo-resistência quando a temperatura for igual a T_0 ;
- N é um número inteiro tal que β_{N+1} tem valor desprezível, considerando os requisitos de erro máximo permitido pelo sistema em que a termo-resistência será aplicada;
- $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N$ são os coeficientes da Série de Taylor, que podem ser obtidos através de ensaios térmicos com a termo-resistência.

$$R_s = R_0 e^{\delta_0 + \delta_1/T_s + \delta_2/T_s^2 + \dots + \delta_M/T_s^M} \quad (2.2)$$

em que:

- R_0 é uma resistência elétrica de referência da termo-resistência;
- M é um número inteiro tal que δ_{M+1} tem valor desprezível, considerando os requisitos de erro máximo permitido pelo sistema em que a termo-resistência será aplicada;
- $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_M$ são os coeficientes da série da Eq. (2.2), que podem ser obtidos através de ensaios térmicos com a termo-resistência.

Métodos experimentais para determinação da constante R_0 e dos coeficientes β_i e δ_i das Eqs. (2.1) e (2.2) são descritos, em detalhes, em [1], [8] e [9].

As Eqs. (2.1) e (2.2) são utilizadas, em geral, na sua forma simplificada, onde $N = 1$ e $M = 1$, respectivamente.

Portanto, (2.1) assume a forma simplificada mostrada em (2.3):

$$R_s = R_0 [1 + \beta(T_s - T_0)] \quad (2.3)$$

Desenvolvendo (2.2) com $M = 1$:

$$R_s = R_0 e^{\delta_0 + \delta_1/T_s} = R_0 e^{\delta_0} e^{\delta_1/T_s} = A e^{B/T_s}$$

Assim, a forma de (2.2) mais comumente utilizada é mostrada em (2.4):

$$R_s = A e^{B/T_s} \quad (2.4)$$

em que:

- A é a resistência do termistor NTC, em Ω , quando a temperatura tende para infinito;
- B é a constante do termistor NTC, em K.

Conforme é possível observar a partir de (2.3) e (2.4), os termistores PTC e as termo-resistências metálicas (RTD's) possuem relação linear entre temperatura e resistência elétrica, enquanto que os termistores NTC possuem relação exponencial. Isto representa, a princípio, uma vantagem dos PTC's e RTD's sobre os NTC's, pois os circuitos de condicionamento e conversão tendem a ser mais simples. No entanto, outros fatores, além da linearidade, são também importantes na avaliação de desempenho de sensores termo-resistivos, como, por exemplo, tempo de resposta e sensibilidade.

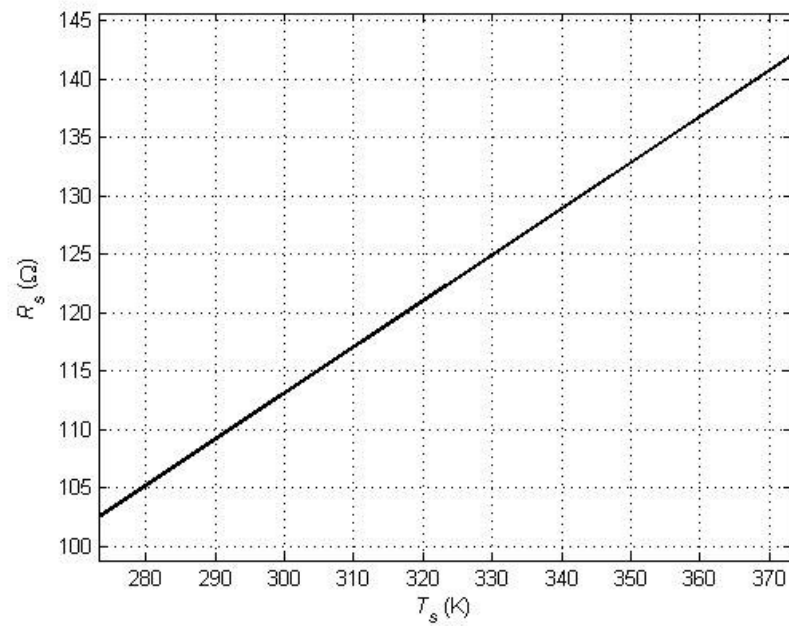


Figura 2.1: curva característica de um termistor PTC

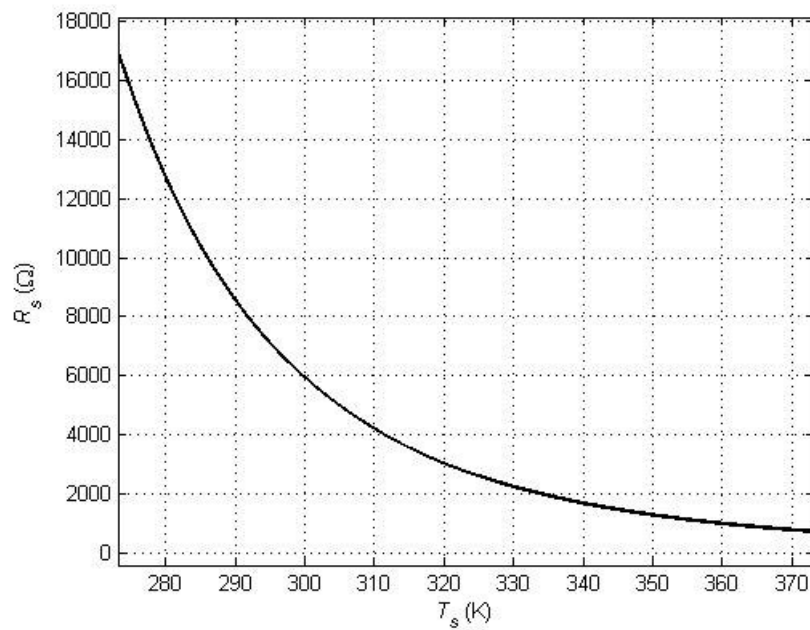


Figura 2.2: curva característica de um termistor NTC

A curva característica de um termistor PTC é mostrada na Figura 2.1, onde $R_0 = 102,48 \, \Omega$, $\beta = 3,85 \cdot 10^{-3} \, \text{K}^{-1}$ e $T_0 = 273,15 \, \text{K}$. Tais parâmetros foram obtidos experimentalmente em [2].

A curva característica de um termistor NTC é mostrada na Figura 2.2, onde $A = 1.3492 \cdot 10^{-1} \, \Omega$ e $B = 3207,9 \, \text{K}$. Tais parâmetros foram obtidos experimentalmente em [3].

A observação dessas duas figuras mostra que, apesar de o termistor PTC utilizado possuir uma relação linear entre temperatura e resistência, o NTC possui uma sensibilidade muito maior. No caso do PTC, a resistência varia de $102,48 \, \Omega$ a $141,93 \, \Omega$, enquanto que o NTC varia de $17,00 \, \text{k}\Omega$ a $730,51 \, \Omega$, considerando a mesma faixa de temperatura de $273,15 \, \text{K}$ a $373,15 \, \text{K}$. O problema da não-linearidade do NTC pode ser contornado utilizando-se circuitos ou técnicas mais complexas de conversão e condicionamento, ou então forçando a sua operação numa faixa de temperatura em que se aproxima a curva da Figura 2.2 por uma reta tangente, de maneira a considerar a relação como sendo uma função linear.

2.3 Operação Aquecida e Balanço de Energia

Em [1], são apresentadas, pelo menos, duas estruturas para medição de temperatura ambiente em que o sensor opera numa temperatura considerada igual à do meio. Este tipo de operação dos sensores termo-resistivos limita a sua utilização, pois a única grandeza física que pode ser medida com tais circuitos é a temperatura ambiente.

Também em [1], são apresentadas outras estruturas contendo sensores termo-resistivos, mas que pressupõem a operação do sensor numa temperatura maior do que a do meio em que está inserido. Existem três modos de operação para esta categoria de circuitos: temperatura constante (resistência constante, por consequência), corrente constante e tensão constante.

Quando o sensor opera aquecido, torna-se possível a medição de outras duas grandezas físicas, além da temperatura ambiente. São elas: radiação térmica e velocidade de fluido. Estas duas grandezas aparecem nas equações que descrevem a operação aquecida do sensor.

Considerando o sensor termo-resistivo como sendo uma porção do espaço sujeita, obviamente, ao princípio da conservação da energia, é possível escrever a equação do balanço de energia para esta porção do espaço:

$$E_i = E_o + E_a \quad (2.5)$$

em que:

- E_i é a energia aplicada ao sensor, em J, isto é, que flui de fora para dentro da porção do espaço delimitada pelo sensor;
- E_o é a energia perdida pelo sensor, em J, isto é, que flui de dentro para fora da porção do espaço delimitada pelo sensor;
- E_a é a energia acumulada pelo sensor, em J.

Derivando (2.5) em relação ao tempo, obtém-se:

$$P_i = P_o + \frac{dE_a}{dt} \quad (2.6)$$

em que:

- P_i é a potência aplicada ao sensor, em W;
- P_o é a potência perdida pelo sensor, em W;
- t é a variável real instantânea de tempo, em s.

A potência de entrada P_i pode ter origem em duas fontes: energia térmica resultante de efeito Joule, isto é, da passagem de corrente elétrica pela termo-resistência, e energia térmica resultante da incidência de radiação térmica sobre o sensor. Assim sendo, P_i da Eq. (2.6) pode ser substituída por:

$$P_i = R_s I_s^2 + \alpha S_s H \quad (2.7)$$

em que:

- I_s é a corrente elétrica que atravessa o sensor, em A;
- α é o coeficiente de transmissividade-absorvidade do sensor ([1]), adimensional, que representa quanto da energia térmica incidente sobre o sensor é, efetivamente, absorvida;
- S_s é a área da superfície do sensor, em m^2 ;
- H é a radiação térmica incidente, em W/m^2 .

A potência de saída P_o é devida à diferença de temperatura entre o sensor e o meio. Portanto, P_o da Eq. (2.6) pode ser substituída por:

$$P_o = hS_s(T_s - T_a) \quad (2.8)$$

em que:

- h é o coeficiente de transferência de calor na superfície do sensor ([1]), em $K^{-1}W/m^2$;
- T_a é a temperatura do meio, em K.

A energia acumulada E_a se manifesta através do aquecimento do sensor. Sendo assim, tem-se:

$$E_a = mc\Delta T_s \quad (2.9)$$

em que:

- m é a massa do sensor, em kg;
- c é o calor específico do sensor, em $K^{-1}J/kg$.

Substituindo (2.7), (2.8) e (2.9) em (2.6), obtém-se a equação completa do balanço de energia do sistema que, neste caso, é composto exclusivamente pelo sensor termo-resistivo.

$$R_s I_s^2 + \alpha S_s H = h S_s (T_s - T_a) + mc \frac{dT_s}{dt}$$

Por motivo de clareza, não está explícito, na equação acima, que parâmetros são funções do tempo, isto é, quais dos símbolos acima correspondem a variáveis do sistema e que, portanto, estão sujeitas a alterações de valor durante a observação do fenômeno ao longo de um determinado intervalo de tempo. Abaixo, tais variáveis estão explicitadas através da adição de "(t)" após cada uma delas.

$$R_s(t) I_s^2(t) + \alpha S_s H(t) = h(t) S_s [T_s(t) - T_a(t)] + mc \frac{dT_s(t)}{dt} \quad (2.10)$$

O parâmetro h , conforme detalhado na lista de símbolos da Eq. (2.8), é o coeficiente de transferência de calor na superfície do sensor. Este parâmetro, de uma forma geral, também é função do tempo, pois o seu valor depende, não só de parâmetros constantes relacionados ao material com que o sensor é construído e das substâncias que compõem o meio físico em que o sensor está contido, mas também da velocidade com que o fluido que envolve o sensor se movimenta.

Quatro substituições adicionais podem ser realizadas em (2.10), de maneira a reduzir a quantidade de parâmetros da equação, além de darem melhor idéia do que cada um significa. São elas:

$$I_s^2(t) = X_s(t) \quad (2.11)$$

em que:

- X_s é o quadrado da corrente elétrica que atravessa o sensor, em A^2 .

$$\alpha S_s = G_H \quad (2.12)$$

em que:

- G_H é a condutância de radiação térmica, em m^2 , e cujo inverso é R_H , resistência de radiação térmica, em m^{-2} .

$$h(t)S = G_{th}(t) \quad (2.13)$$

em que:

- G_{th} é a condutância térmica do sensor, em $K^{-1}W$, e cujo inverso é R_{th} , resistência térmica do sensor, em KW^{-1} .

$$mc = C_{th} \quad (2.14)$$

em que:

- C_{th} é a capacitância térmica do sensor, em $K^{-1}J$.

Assim, substituindo (2.11), (2.12), (2.13) e (2.14) em (2.10), obtém-se (2.15):

$$R_s(t)X_s(t) + G_H H(t) = G_{th}(t)[T_s(t) - T_a(t)] + C_{th} \frac{dT_s(t)}{dt} \quad (2.15)$$

Portanto, a Eq. (2.15) engloba todos os três modos de transferência de calor abordados em [10]: condução, radiação e convecção. A condução aparece no primeiro termo do lado direito da igualdade de (2.15), pois a diferença de temperatura entre o sensor (que opera aquecido) e o fluido (meio) em que está inserido faz com que energia seja perdida no sentido do elemento de maior temperatura para o de menor. A radiação aparece no segundo termo do lado esquerdo de (2.15) e é representada pela variável H . Por fim, a convecção é a razão pela qual o parâmetro G_{th} é, na verdade, uma variável de (2.15).

Comprova-se que, havendo equilíbrio térmico entre o sensor e o meio, o lado direito de (2.15) se anulará, pois não haverá perda de calor por condução, e nem aquecimento do sensor. A constatação de que existe equilíbrio térmico entre

o sensor e o meio indica que as variáveis radiação térmica e velocidade de fluido não aparecem na Eq. (2.15). A primeira não aparece, pois, sendo (2.15) igual a zero, e sendo os dois termos do lado direito sempre positivos, conclui-se que ambos serão, também, iguais a zero, idealmente. A segunda não aparece pois, conforme será visto na Eq. (2.16), a velocidade do fluido está relacionada com a condutância térmica, e o termo que multiplica G_{th} , no equilíbrio térmico, se anulará.

A Lei de King e sua versão generalizada, apresentadas, respectivamente, em [11] e [12], descrevem a relação existente entre o coeficiente de transferência de calor h e a velocidade do fluido que envolve o sensor. Esta versão generalizada está expressa na Eq. (2.16), que é, na verdade, a expressão apresentada nas referências citadas, multiplicada por S_s .

$$G_{th}(t) = a + bU^n(t) \quad (2.16)$$

em que:

- a é o valor do coeficiente de transferência de calor na superfície do sensor, em $K^{-1}W$, quando a velocidade do fluido é nula;
- b é uma constante a ser determinada experimentalmente;
- U é a velocidade do fluido em que o sensor está envolto, em m/s;
- n é um índice a ser determinado experimentalmente.

A dimensão do termo bU^n é $K^{-1}W$. Na verdade, esta é uma equação obtida empiricamente para tornar possível a modelagem matemática do fenômeno da convecção forçada e, por isso, existe esta aparente incoerência dimensional.

Em [11], é mostrado que, quando a convecção forçada é muito maior do que a convecção livre, o valor de n tende a $\frac{1}{2}$, isto é, tem-se uma raiz quadrada no segundo termo do lado direito de (2.16).

Portanto, a partir de (2.15) e (2.16), é possível comprovar a afirmação de que a operação do sensor termo-resistivo na condição aquecida expande as suas

aplicações, visto que a sua operação passa a ser influenciada pela radiação térmica incidente H e pela velocidade do fluido U , além de, como na operação não-aquecida, pela temperatura do fluido T_a .

2.4 Medição em Regime Permanente

As arquiteturas propostas em [1] para operação do sensor termo-resistivo no modo de temperatura constante e, também, a baseada no modulador sigma-delta, objeto deste trabalho, assumem que o sistema físico constituído pelo sensor opera em regime permanente. Para que se compreenda melhor o significado desta condição e tendo em vista que a corrente elétrica I_s , a radiação térmica incidente H , a velocidade do fluido U (e, portanto, a condutância térmica G_{th}) e a temperatura ambiente T_a são as entradas do sistema sensor, suponha-se o seguinte: tais entradas estão com seus valores estabilizados e constantes; nesta condição, a saída T_s (ou, similarmente, R_s) do sensor também se encontra estabilizada e constante; se uma das variáveis de entrada sofrer uma alteração, como, por exemplo, um degrau no seu valor, a saída terá um determinado comportamento transitório até que atinja o seu novo valor estabilizado e constante, isto é, o seu valor de regime permanente. No caso de arquiteturas em que a operação é no modo de temperatura constante, o valor de T_s após a fase transitória será, por definição, o mesmo que possuía anteriormente. Ainda assim, existirá a fase transitória, onde o valor irá variar de alguma maneira relacionada à estrutura de controle que foi implementada para manter o seu valor constante. Isto está relacionado à constante de tempo do sistema de medição (τ_s), conceito que será visto a seguir. Se não houvesse estrutura de controle para manter T_s constante, o conceito observado seria o da constante de tempo aparente do sensor (τ_a). Além destas duas constantes de tempo citadas, ainda há a constante de tempo intrínseca da termo-resistência (τ), que está relacionada ao tempo de resfriamento do sensor quando lhe é retirada toda a corrente elétrica e, portanto, a injeção de energia elétrica. Estes conceitos de constante de tempo serão vistos logo adiante, mas, neste ponto, já é possível compreender por que é desejável a utilização de sensores com pequenas constantes de tempo e estruturas que ofereçam pequenas constantes de tempo ao sistema: uma vez que as

expressões matemáticas utilizadas para inferência das grandezas a serem medidas (mesurandos) são válidas para a condição de temperatura constante do sensor e regime permanente do sistema, quanto mais rápido estas condições forem atingidas, mais rápidas as leituras corretas e precisas poderão ser feitas.

Em [1], é mostrado que é possível atingirem-se constantes de tempo nulas para o sistema de medição utilizando arquiteturas que empregam o método de medição a temperatura constante (em contraste com os métodos de corrente constante e tensão constante). Assim, o modelo de transdutor sigma-delta proposto por este trabalho possui esta característica, já que seu método de medição é o de temperatura constante.

Para que se chegue à expressão matemática que explicita a relação existente entre as variáveis a serem medidas e às observadas, parte-se da Eq. (2.15), considerando-se a temperatura do sensor T_s como sendo uma constante, já que o método a ser utilizado (resistência constante) garante esta condição. Assim, tem-se que T_s é constante (igual a T_{s0}), R_s também é constante (igual a R_{s0}) e, por consequência da primeira condição, a derivada de T_s possui valor nulo.

$$R_{s0}X_s(t) + G_H H(t) = G_{th}(t)[T_{s0} - T_a(t)] \quad (2.17)$$

em que:

- R_{s0} é o valor da resistência do sensor no ponto de operação, em Ω ;
- T_{s0} é o valor da temperatura do sensor no ponto de operação, em K.

A Eq. (2.17) é a base para qualquer estrutura de medição baseada no método de temperatura constante. Uma vez conhecidos os valores dos parâmetros G_H , a , b e n (estes três últimos, da Eq. (2.16)), além de definido o ponto de operação composto pelo par R_{s0} e T_{s0} , o conhecimento do valor de $X_s(t)$ transforma (2.17) numa equação com três variáveis: $H(t)$, $G_{th}(t)$ ($U(t)$, em última instância, através de (2.16)) e $T_a(t)$. Estas variáveis representam, justamente, as três grandezas físicas as quais podem ser medidas utilizando termo-resistências

aquecidas. O valor de $X_s(t)$ é facilmente obtido, pois, em geral, esta é a variável de controle nas arquiteturas realimentadas utilizadas para manter a termo-resistência com a temperatura constante.

Fica claro, pelo exposto acima, que não é possível conhecer o valor das três grandezas simultaneamente, caso seja utilizado um único sensor. As possíveis soluções são:

- Utilizar outros instrumentos para medir duas das grandezas e o sensor termo-resistivo para medir a terceira, após a correção (compensação) do valor das outras duas;
- Usar três sensores termo-resistivos diferentes, de maneira a fornecer três versões de (2.17) e, através de processamento computacional, obterem-se os valores das três variáveis;
- Conhecer os valores de uma ou duas variáveis de maneira forçada. Por exemplo: para se medir a temperatura ambiente $T_a(t)$, pode-se forçar para zero os valores de $H(t)$ (impedindo que qualquer tipo de radiação térmica incida no sensor, através de pintura, por exemplo) e $U(t)$ (impedindo que haja troca de calor por convecção, através de recobrimento, por exemplo);
- Soluções mistas envolvendo as três descritas acima.

A Eq. (2.17) pode ser reescrita de três formas distintas, cada uma colocando em evidência um determinado mesurando.

$$T_a(t) = T_{s0} - \frac{G_H H + R_{s0} X_s(t)}{G_{th}} \quad (2.18)$$

$$H(t) = \frac{G_{th}(T_{s0} - T_a) - R_{s0} X_s(t)}{G_H} \quad (2.19)$$

$$G_{th}(t) = \frac{G_H H + R_{s0} X_s(t)}{(T_{s0} - T_a)} \Rightarrow U(t) = \left\{ \frac{1}{b} \left[\frac{G_H H + R_{s0} X_s(t)}{(T_{s0} - T_a)} - a \right] \right\}^{1/n} \quad (2.20)$$

Através de (2.18), (2.19) e (2.20), é possível perceber que $T_a(t)$, $H(t)$ e $G_{th}(t)$ são funções lineares de $X_s(t)$, respectivamente, dado que as outras duas variáveis, em cada caso, são conhecidas. Nestas três equações, apenas a variável de saída e o sinal de medição $X_s(t)$ foram explicitados como sendo uma função do tempo, apesar de que as duas outras variáveis passíveis de medição também o são. No caso de medição de velocidade de fluido $U(t)$, a relação é não-linear com $X_s(t)$, pois, apesar de o ser com $G_{th}(t)$, a relação entre esta e $U(t)$ é dada por (2.16), que, por sua vez, não é linear.

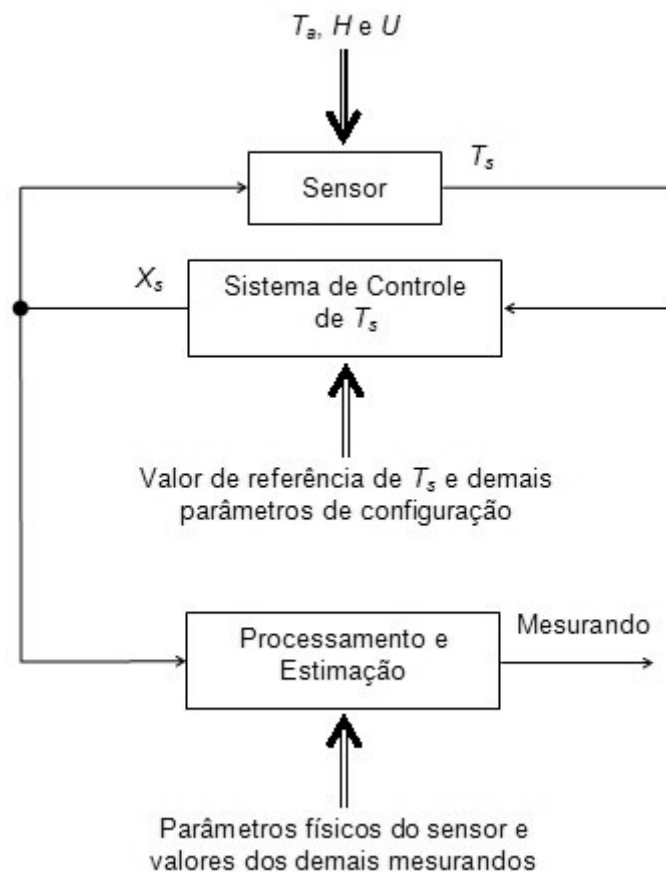


Figura 2.3: diagrama de medição com termo-resistores

A Figura 2.3 representa, sob forma de diagrama de blocos, o processo de medição de temperatura ambiente, radiação térmica e velocidade de fluido utilizando estruturas realimentadas com termo-resistências operando aquecidas e no modo de temperatura constante. O sensor aquecido, representado na parte superior da figura, recebe a influência das três grandezas físicas representadas.

Como consequência da influência dessas grandezas físicas e também da corrente elétrica aplicada pelo sistema de controle, a temperatura do sensor tenderá a se modificar, o que, prontamente, será sentido pelo próprio sistema de controle, que ajustará a corrente aplicada de maneira a manter a temperatura T_s num valor constante, com base em parâmetros de configuração, incluindo o *set-point* (valor de referência) para T_s . O sinal de corrente ao quadrado aplicado ao sensor é processado pelo bloco de processamento e estimação, que, por sua vez, estima o valor do mesurando. Deve-se observar que este último bloco realiza a sua função com base nos parâmetros físicos do sensor e, também, nos valores das demais variáveis que influenciam na termodinâmica do sistema. Por exemplo: se o mesurando é a radiação térmica, devem-se conhecer os valores da temperatura ambiente e da velocidade do fluido.

2.5 Modelo de Pequenos Sinais

A Eq. (2.15) é uma equação diferencial não-linear que não possui solução analítica conhecida. É verdade que se pode até conseguir resolvê-la para casos particulares em que as equações para as entradas $X_s(t)$, $H(t)$, $G_{th}(t)$ e $T_a(t)$ a tornam uma equação diferencial linear de primeira ordem. No entanto, para efeito de simulações computacionais e de análise do sistema como um aparato de medição, apenas uma solução analítica geral teria utilidade prática. Devido à dificuldade de se atingir tal solução, dois artifícios são utilizados: para a realização de simulações computacionais, um modelo de sistema realimentado com múltiplas entradas e uma saída foi utilizado e será mostrado com mais detalhes no item 2.7; e para análise do sistema de medição, um modelo linearizado de (2.15) foi obtido, conforme será demonstrado abaixo, para representar o comportamento do sensor em torno de um determinado ponto de operação.

Assim, derivando-se (2.15) em relação ao tempo:

$$\begin{aligned} \frac{dR_s(t)}{dt} X_s(t) + R_s(t) \frac{dX_s(t)}{dt} + G_H \frac{dH(t)}{dt} = \\ \frac{dG_{th}(t)}{dt} [T_s(t) - T_a(t)] + G_{th}(t) \left[\frac{dT_s(t)}{dt} - \frac{dT_a(t)}{dt} \right] + C_{th} \frac{d}{dt} \left[\frac{dT_s(t)}{dt} \right] \end{aligned} \quad (2.21)$$

Derivando-se (2.16), também em relação ao tempo:

$$\frac{dG_{th}(t)}{dt} = bnU^{n-1}(t) \frac{dU(t)}{dt} \quad (2.22)$$

Substituindo (2.22) em (2.21), obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{dR_s(t)}{dt} X_s(t) + R_s(t) \frac{dX_s(t)}{dt} + G_H \frac{dH(t)}{dt} = \\ bnU^{n-1}(t) \frac{dU(t)}{dt} [T_s(t) - T_a(t)] + G_{th}(t) \left[\frac{dT_s(t)}{dt} - \frac{dT_a(t)}{dt} \right] + C_{th} \frac{d}{dt} \left[\frac{dT_s(t)}{dt} \right] \end{aligned}$$

Multiplicando pelo diferencial dt:

$$\begin{aligned} dR_s(t) X_s(t) + R_s(t) dX_s(t) + G_H dH(t) = \\ bnU^{n-1}(t) dU(t) [T_s(t) - T_a(t)] + G_{th}(t) [dT_s(t) - dT_a(t)] + C_{th} \frac{d}{dt} [dT_s(t)] \end{aligned} \quad (2.23)$$

Como o objetivo é encontrar uma expressão que relacione as variações incrementais de cada variável, tais variações serão substituídas, na Eq. (2.23), por símbolos correspondentes aos símbolos originais, porém com letras minúsculas e com o subscrito "d" para enfatizar que se tratam de variações incrementais. Além disso, os valores instantâneos (enfatizados por "(t)"), serão substituídos pelos valores correspondentes das variáveis no ponto definido para a linearização, que serão representados pelo símbolo da variável acompanhado do subscrito "0". Assim, obtém-se:

$$r_{sd}(t)X_{s0} + R_{s0}x_{sd}(t) + G_H h_d(t) = bnU_0^{n-1}u_d(t)(T_{s0} - T_{a0}) + G_{th0}[t_{sd}(t) - t_{ad}(t)] + C_{th} \frac{dt_{sd}(t)}{dt} \quad (2.24)$$

em que:

- r_{sd} é o valor incremental da resistência do sensor, em Ω , em relação ao valor do ponto de operação;
- X_{s0} é o valor do ponto de operação do quadrado da corrente que atravessa o sensor, em A^2 ;
- x_{sd} é o valor incremental da corrente ao quadrado que atravessa o sensor, em A^2 , em relação ao valor do ponto de operação;
- h_d é o valor incremental da radiação térmica incidente no sensor, em W/m^2 , em relação ao valor do ponto de operação;
- U_0 é o valor do ponto de operação da velocidade do fluido em que está imerso o sensor, em m/s;
- u_d é o valor incremental da velocidade do fluido em que está imerso o sensor, em m/s, em relação ao valor do ponto de operação;
- T_{a0} é o valor do ponto de operação da temperatura do fluido (temperatura ambiente) em que está imerso o sensor, em K;
- G_{th0} é o valor do ponto de operação da condutância térmica, em $K^{-1}W$;
- t_{sd} é o valor incremental da temperatura do sensor, em K, em relação ao valor do ponto de operação;
- t_{ad} é o valor incremental da temperatura ambiente, em K, em relação ao valor do ponto de operação.

Como já se sabe, a resistência elétrica do sensor termo-resistivo está relacionada de forma biunívoca com a sua temperatura. Assim, é possível escrever o valor incremental de resistência como função do valor incremental de temperatura e vice-versa. Sejam (2.3) e (2.4) as equações que relacionam

resistência com temperatura, para cada um dos tipos de termo-resistência. A partir delas, derivando-se ambos os lados da igualdade em relação à temperatura e substituindo-se os valores do ponto de operação R_{s0} e T_{s0} , obtêm-se, respectivamente:

$$r_{sd} = R_0 \beta t_{sd} = k_t t_{sd} \quad (2.25)$$

$$r_{sd} = -\frac{BR_{s0}}{T_{s0}^2} t_{sd} = k_t t_{sd} \quad (2.26)$$

Assim, define-se uma constante de proporcionalidade k_t para cada um dos dois tipos de termo-resistências, com base em (2.25) e (2.26), onde k_t tem unidade de Ω/K . Substituindo em (2.24):

$$k_t t_{sd}(t) X_{s0} + R_{s0} x_{sd}(t) + G_H h_d(t) = bn U_0^{n-1} u_d(t) (T_{s0} - T_{a0}) + G_{th0} [t_{sd}(t) - t_{ad}(t)] + C_{th} \frac{dt_{sd}(t)}{dt} \quad (2.27)$$

Aplicando-se a Transformada de Laplace a (2.27):

$$k_t T_{sd}(s) X_{s0} + R_{s0} X_{sd}(s) + G_H H_d(s) = bn U_0^{n-1} U_d(s) (T_{s0} - T_{a0}) + G_{th0} [T_{sd}(s) - T_{ad}(s)] + C_{th} s T_{sd}(s) \quad (2.28)$$

em que:

- s é a variável complexa do domínio da Transformada de Laplace, e está definida em (2.29).

$$s = \sigma + j\omega \quad (2.29)$$

em que:

- σ é a parte real de s , em s^{-1} ;

- j é o número complexo $\sqrt{-1}$;
- ω é o coeficiente complexo de s , em rad/s.

Isolando $T_{sd}(s)$ em (2.28):

$$T_{sd}(s) = \frac{1}{s - p} [k_{T_a} T_{ad}(s) + k_H H_d(s) + k_U U_d(s) + k_{X_s} X_{sd}(s)] \quad (2.30)$$

$$p = \frac{X_{s0} k_t - G_{th0}}{C_{th}} \quad (2.31)$$

$$k_{T_a} = \frac{G_{th0}}{C_{th}} \quad (2.32)$$

$$k_H = \frac{G_H}{C_{th}} \quad (2.33)$$

$$k_U = \frac{(T_{a0} - T_{s0}) b n U_0^{n-1}}{C_{th}} \quad (2.34)$$

$$k_{X_s} = \frac{R_{s0}}{C_{th}} \quad (2.35)$$

em que:

- T_{sd} é a Transformada de Laplace de t_{sd} ;
- T_{ad} é a Transformada de Laplace de t_{ad} ;
- H_d é a Transformada de Laplace de h_d ;
- U_d é a Transformada de Laplace de u_d ;
- X_{sd} é a Transformada de Laplace de x_{sd} ;
- p é o pólo das funções de transferência que representam as variações incrementais das variáveis do sistema de medição com sensor aquecido a temperatura constante, dado em s^{-1} ou rad/s;

- k_{T_a} é o ganho da função de transferência da temperatura ambiente, dado em s^{-1} ;
- k_H é o ganho da função de transferência da radiação térmica, dado em $m^2 J^{-1} K$;
- k_U é o ganho da função de transferência da velocidade do fluido, dado em $m^{-1} K$;
- k_{X_s} é o ganho da função de transferência da corrente ao quadrado, dado em $A^{-2} s^{-1} K$.

Através de (2.30), é possível perceber que todas as funções de transferência nela representadas são de primeira ordem, já que possuem um único pólo p . Esta característica, conforme será visto adiante, foi a base para o desenvolvimento da arquitetura sigma-delta proposta por este trabalho, já que a característica de uma função de primeira ordem pode ser interpretada como uma integração com perdas (vazamento).

Para finalizar a análise de pequenos sinais, é interessante mostrar a relação existente entre os parâmetros que compõem o ponto de operação. Na verdade, esta relação já é mostrada em (2.17), mas não de forma explícita e com X_{s0} isolado do lado esquerdo. Portanto, a partir dela, tem-se:

$$X_{s0} = \frac{G_{th0}(T_{s0} - T_{a0}) - G_H H_0}{R_{s0}} \quad (2.36)$$

em que:

- H_0 é o valor do ponto de operação da radiação incidente no sensor, em W/m^2 .

Portanto, os seguintes passos resumem o procedimento para análise do sistema de medição com sensor termo-resistivo a temperatura constante:

- Obtêm-se, experimentalmente ou através de tabelas do fabricante, os valores dos parâmetros estáticos do sensor: R_0 e β (para PTC's e RTD's) ou A e B (para NTC's);

- Obtêm-se, experimentalmente ou através de tabelas do fabricante, os valores dos parâmetros dinâmicos do sensor: G_H (calculado através de (2.12)), C_{th} (calculado através de (2.14)), a , b e n ;
- Define-se a temperatura de operação do sensor, T_{s0} e calcula-se R_{s0} com a Eq. (2.3) (para PTC's e RTD's) ou (2.4) (para NTC's);
- Definem-se os valores dos mesurandos nos pontos de operação: T_{a0} , H_0 e U_0 ;
- Com U_0 e (2.16), calcula-se o valor de G_{th0} ;
- Através de (2.36), calcula-se a corrente ao quadrado X_{s0} , necessária para manter o sensor nas condições do ponto de operação definido;
- Calcula-se o valor de k_t através de (2.25) (para PTC's e RTD's) ou (2.26) (para NTC's);
- Calculam-se todos os parâmetros de (2.30), através das Eqs. (2.31), (2.32), (2.33), (2.34) e (2.35).

No caso da arquitetura sigma-delta com o sensor termo-resistivo, será visto que o valor do pólo influencia na qualidade do transdutor e também na taxa de amostragem e esta última, por sua vez, tem papel fundamental na resolução alcançada pelo conversor sigma-delta com sensor termo-resistivo. Ainda assim, os passos descritos e ordenados acima servem para mostrar sucintamente de que forma as diversas equações e parâmetros abordados neste capítulo estão relacionados entre si.

Por último, pode-se obter o valor do pólo p como uma função, apenas, das grandezas físicas e dos parâmetros do sensor, bastando, para isto, substituir (2.36) em (2.31):

$$p = \frac{[G_{th0}(T_{s0} - T_{a0}) - G_H H_0]k_t - R_{s0}G_{th0}}{R_{s0}C_{th}} \quad (2.37)$$

2.6 Constantes de Tempo

Conforme abordado no item 2.4, há três conceitos de constante de tempo associados aos sensores termo-resistivos.

O primeiro deles é a constante de tempo intrínseca do sensor, representada por τ . Esta constante de tempo representa o tempo decorrido desde o instante em que a potência elétrica aplicada ao sensor é retirada (temperatura do sensor igual T_{s1}) até o instante em que a temperatura do sensor decresce 63,21 % da diferença entre T_{s1} e a nova temperatura de regime T_{s2} . Em todo o processo, todas as outras condições (temperatura ambiente, radiação térmica e velocidade do fluido) são mantidas constantes. Se X_s for igualado a zero em (2.15), obter-se-á uma equação diferencial linear de primeira ordem e de coeficientes constantes. Assim, a partir de (2.15), pode-se comprovar que a constante de tempo do sistema é dada por:

$$\tau = \frac{C_{th}}{G_{th}} = R_{th} C_{th} \quad (2.38)$$

Métodos experimentais para determinação de τ são discutidos em [1] e [13].

O segundo conceito que concerne a constantes de tempo é o da constante de tempo aparente τ_a . O conceito é bastante similar ao de τ , porém, agora, trata-se de aquecimento, e não de resfriamento. Isto é, no caso de τ , o sensor estava aquecido a uma determinada temperatura e a potência elétrica sofria um degrau com valor final igual a zero. No caso de τ_a , o sensor está resfriado e um degrau de corrente é aplicado, de maneira a aquecê-lo, e define-se τ_a como sendo o intervalo de tempo necessário para que a temperatura do sensor aumente em 63,21% da diferença ($T_{s2} - T_{s1}$), sendo T_{s1} a temperatura inicial (mais baixa) e T_{s2} a final. Se for aplicado um degrau de corrente num sensor termo-resistivo, a curva de aquecimento, diferentemente da curva de resfriamento associada ao caso da constante de tempo intrínseca τ , dependerá do tipo de sensor em estudo. Além disso, o cálculo do valor final de estabilização da temperatura do

sensor também dependerá do tipo de sensor. Isto ocorre, pois o termo que contém a corrente aplicada X_s na equação diferencial (2.15) é uma função da própria temperatura T_s e que depende do tipo de sensor em estudo (RTD, PTC ou NTC). No caso de NTC's, a equação diferencial passa a ser não-linear, pois a relação entre resistência e temperatura é dada por (2.4), e não por (2.3), onde se tem uma relação linear. Assim, a determinação de uma expressão analítica para o cálculo de τ_a para o sensor NTC não é possível. Valores podem ser obtidos por simulação, através de métodos numéricos para solução de equações não-lineares ou, opcionalmente, utilizando uma linearização desta relação não-linear. No entanto, [1] apresenta uma expressão para o caso de RTD's e PTC's, expressa em (2.39).

$$\tau_a = \frac{C_{th}}{G_{th} \left(1 - \frac{\beta R_0 X_s}{G_{th}} \right)} = \tau \left(1 - \frac{\beta R_0 X_s}{G_{th}} \right)^{-1} \quad (2.39)$$

Por último, o conceito de constante de tempo do sistema de medição τ_s está relacionado a quão rápido o sistema realimentado responde a mudanças na variável que corresponde ao mesurando. Isto é: se um mesurando sofrer uma variação em forma de degrau, a variável de medição (corrente ao quadrado, por exemplo) sofrerá variação e se estabilizará num outro valor, supondo que as demais variáveis de entrada não se alteram. Assim, τ_s é definido como sendo o intervalo de tempo necessário para que a variável de medição saia do seu valor inicial (antes do degrau no mesurando) e atinja 63,21% da diferença entre os valores inicial e final desta mesma variável de medição. Em [1], está demonstrado que mudanças nos mesurandos são instantaneamente sentidas pela variável de medição, quando se utiliza a corrente como variável de medição, ou seja, a constante de tempo é nula (nas condições aproximadas do modelo linearizado, o que significa que esta afirmação é válida para variações incrementais em torno do ponto de operação definido). Este parâmetro é extremamente importante, pois indica o quão rápido podem ser obtidas leituras válidas do mesurando quando o sistema está em operação. Como esta demonstração foi feita utilizando-se o modelo para pequenos sinais, o valor nulo

da constante de tempo é uma aproximação para quando as variações nos mesurandos são incrementais. No entanto, o parâmetro pode ser utilizado como base de comparação entre modos de operação distintos, segundo faz [1].

2.7 Modelos para Simulação Computacional

Devido à complexidade e não-linearidade das equações que descrevem os fenômenos físicos dos sistemas de medição com sensores termo-resistivos, as simulações computacionais desempenharam um importante papel no desenvolvimento deste trabalho. Assim, este item se destina a apresentar os blocos básicos utilizados nas simulações envolvendo os sensores termo-resistivos. As simulações foram realizadas no software *Simulink*, que faz parte do pacote de aplicativos *Matlab 7 R14*.

A Eq. (2.15) pode ser reorganizada para dar origem ao bloco básico de simulação, que é a representação do sensor termo-resistivo propriamente dito. A Eq. (2.40) apresenta esta nova versão, após a substituição de (2.16).

$$T_s(t) = T_s(0) + \frac{1}{C_{th}} \int_0^t \{R_s(t')X_s(t') + G_H H(t') + (a + bU^n(t'))[T_a(t') - T_s(t')]\} dt' \quad (2.40)$$

O diagrama de blocos implementado no *Simulink* para simulação do sensor termo-resistivo é mostrado na Figura 2.4 e tem origem na Eq. (2.40). O bloco " $T_s \rightarrow R_s$ " representa a função que transforma temperatura em resistência e, portanto, pode realizar a Eq. (2.3) ou (2.4), a depender do tipo de sensor. Com exceção desse bloco, todos os outros são idênticos, independentemente do tipo de sensor em questão, já que o princípio da conservação da energia não se altera. Portanto, observando-se o sensor como uma "caixa preta", percebe-se que ele é um sistema com quatro entradas e uma saída. A saber: T_a , H , U e X_s são as entradas, sendo que as três primeiras são os mesurandos, isto é, as grandezas passíveis de medição, e a última é a variável de controle, sendo T_s a saída.

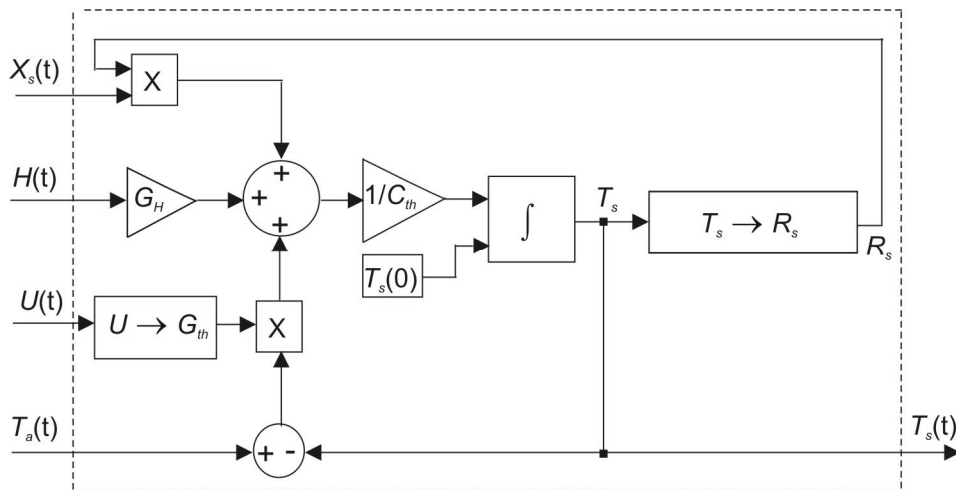


Figura 2.4: diagrama de blocos do sensor

Um outro bloco básico de simulação que é de extrema importância para análise, principalmente quando a estrutura sigma-delta com o sensor termo-resistivo for apresentada, é o do modelo de pequenos sinais para a termo-resistência. O diagrama é mostrado na Figura 2.5 e possui as mesmas entradas e saídas do diagrama da Figura 2.4. No entanto, uma importante diferença deve ser enfatizada: na Figura 2.5, as entradas e saídas são as Transformadas de Laplace dos valores incrementais das respectivas grandezas da Figura 2.4, conforme a Eq. (2.30).

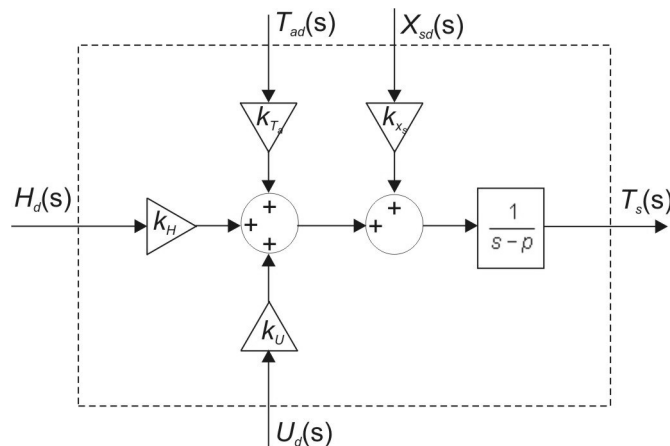


Figura 2.5: diagrama de blocos do modelo de pequenos sinais

As implementações das Eqs. (2.18), (2.19) e (2.20) no ambiente de simulação são, também, de grande utilidade, pois tais equações são as expressões de compensação dos mesurandos. Tais blocos estão representados

na Figura 2.6, Figura 2.7 e Figura 2.8 e representam os blocos de compensação para medição de temperatura ambiente, radiação térmica e velocidade de fluido, respectivamente.

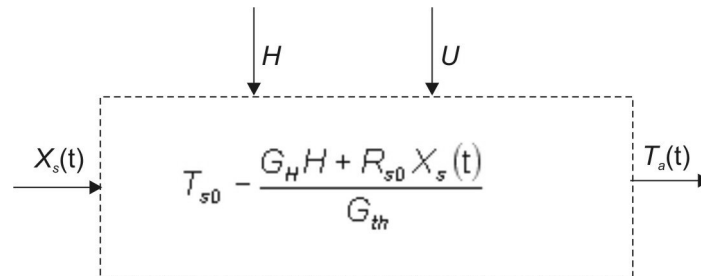


Figura 2.6: compensação para medição de temperatura ambiente

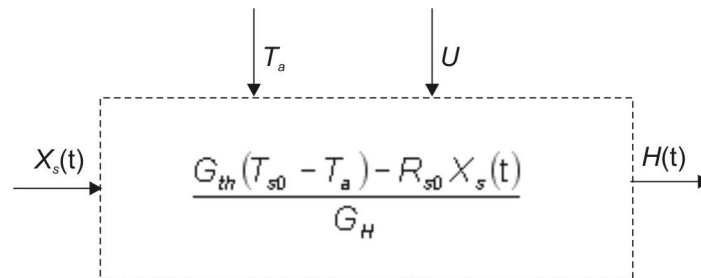


Figura 2.7: compensação para medição de radiação térmica

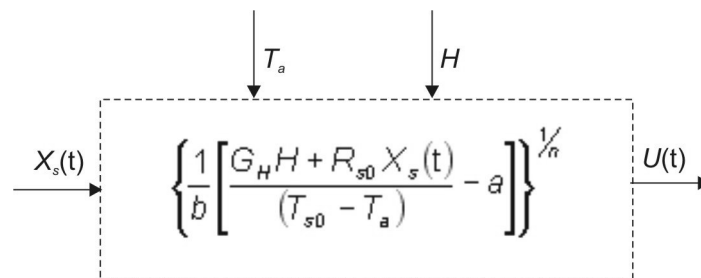


Figura 2.8: compensação para medição de velocidade de fluido

Capítulo 3

Conversores A/D

Para melhor compreensão da estrutura sigma-delta com o sensor termoresistivo, é conveniente uma apresentação dos conversores A/D que utilizam a configuração sigma-delta. No entanto, uma breve introdução sobre conversores A/D em geral será apresentada, no intuito de embasar e enfatizar as vantagens dos conversores sigma-delta em relação aos conversores convencionais.

3.1 Conversores A/D Convencionais

Os principais tipos de conversores A/D convencionais são o de rampa dupla, o de aproximações sucessivas e o do tipo *flash*. Estes três tipos de conversores fazem a amostragem do sinal na frequência de Nyquist. Isto significa que, se o objetivo do conversor for digitalizar sinais com uma frequência máxima f_B , a frequência de amostragem será $f_{am} = 2f_B$. Assim sendo, será necessário submeter o sinal analógico de entrada a um filtro passa-baixas (FPB) para evitar sobreposição de espectro devido à amostragem, e a um circuito de amostragem-e-retenção (SH – *Sample-and-Hold*) para evitar mudanças no sinal de entrada durante o período de conversão, o que pode acarretar em erros na quantização ([14]). Os três tipos citados de conversores A/D possuem vasta literatura disponível. [15], por exemplo, é uma referência para estudo.

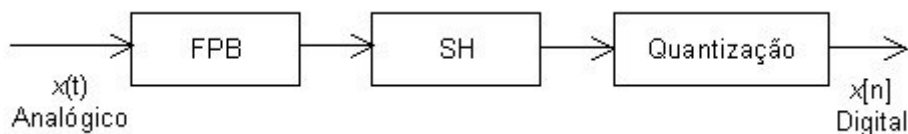


Figura 3.1: processo de conversão A/D

Um diagrama do processo de digitalização de um sinal é mostrado na Figura 3.1, isto é, amostragem de um sinal analógico e sua codificação em níveis quantizados, com amostras espaçadas uniformemente no tempo. A representação é válida para qualquer arquitetura de conversor A/D.

Como a taxa de amostragem f_{am} é igual a apenas o dobro da frequência máxima f_B do sinal analógico, o FPB anti-recobrimento (*anti-aliasing*) da entrada deve ter uma banda de transição extremamente estreita, além de uma atenuação muito grande na banda de rejeição ([16], [17] e [18]).

Por exemplo: se fosse desejada a digitalização de um sinal de áudio com frequência máxima de 22 kHz, com uma resolução dinâmica de 16 bits e utilizando uma taxa de amostragem de 48 kHz, seria necessário um filtro passa-baixas com ondulação máxima de 0,001 dB na banda de passagem, 96 dB de atenuação mínima na banda de rejeição e uma banda de transição de 22 kHz até 24 kHz (largura de 2 kHz), segundo [16]. Um filtro analógico de Butterworth teria uma ordem de 176, um de Chebyshev teria uma ordem de 38 e um elíptico teria uma ordem de 16. Claramente, isto dificulta o encapsulamento de todo o circuito num único chip, já que muitos componentes analógicos seriam necessários para realizar um filtro desta ordem. Além disso, a precisão dos componentes poderia afetar a função de transferência do filtro e, portanto, sua capacidade de evitar o recobrimento.

A Figura 3.2 ilustra o efeito do recobrimento ocorrido devido à amostragem de um sinal $x(t)$ qualquer, além da função de transferência do filtro necessário para evitar o recobrimento, no caso em que é usada uma frequência de amostragem f_{am} tal que a metade do seu valor (representado por f_N) causaria recobrimento se um FPB não fosse utilizado. Na figura, é mostrado o espectro de frequência $|X(f)|$ do sinal original $x(t)$, bem como o espectro $|X_{am}(f)|$ do sinal amostrado $x_{am}(t)$. São analisados os sinais sem filtragem ((a) e (b)) e com filtragem anti-recobrimento ((c) e (d)). Apesar de os símbolos X e X_{am} estarem sendo usados, cada um, duas vezes na Figura 3.2, deve ficar claro que o sinal X da figura (a) é diferente do sinal representado em (c), bem como X_{am} de (b) é diferente do representado em (d). (a) e (b) são representações supondo que não

houve filtragem anti-recobrimento, enquanto (c) e (d) correspondem ao sinal após filtragem passa-baixas anti-recobrimento.

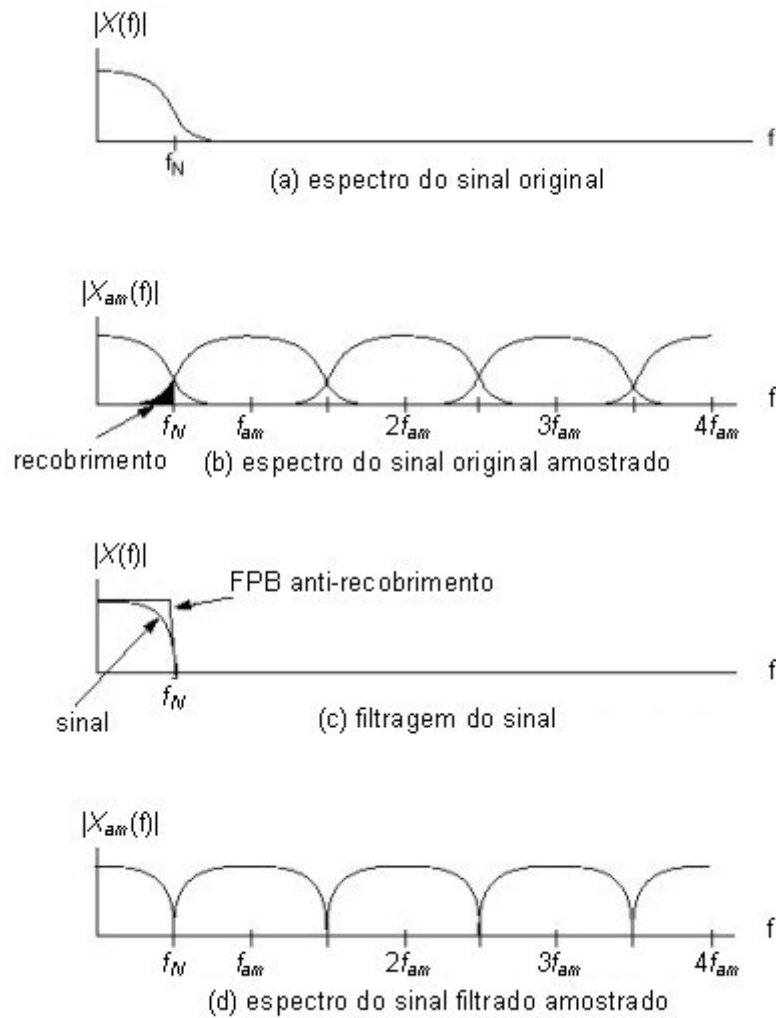


Figura 3.2: espectro de sinais amostrados (adapt. de [16])

Assumindo um sinal qualquer variando de -1 a +1, pode-se calcular o tamanho do passo de quantização ([19]):

$$q = \frac{2}{2^{N_B} - 1} \quad (3.1)$$

em que:

- q é o tamanho do passo de quantização;

- N_B é o número de bits utilizado na codificação do valor quantizado.

O valor de q calculado através de (3.1) representa a distância entre dois níveis consecutivos de quantização e, portanto, é a definição utilizada neste trabalho para o passo de quantização.

Calculando a potência do ruído de quantização ([20], assumindo o sinal variando de -1 a +1):

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \int_{-q/2}^{+q/2} \frac{1}{q} \varepsilon^2 d\varepsilon = \frac{q^2}{12} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2^{N_B} - 1} \right)^2 \quad (3.2)$$

em que:

- ε é o erro decorrente da quantização;
- σ_{ε} é a variância de ε , que corresponde à potência do ruído de quantização ([17]), em W.

Assumindo que o ruído tem densidade espectral de potência uniforme, a amplitude desta densidade pode ser calculada substituindo-se (3.2) na expressão abaixo ([21]):

$$A_R f_{am} = \sigma_{\varepsilon}^2$$

$$A_R = \frac{1}{3f_{am}} \left(\frac{1}{2^{N_B} - 1} \right)^2 \quad (3.3)$$

em que:

- A_R é a amplitude uniforme da densidade espectral de potência do ruído de quantização, em W/Hz.

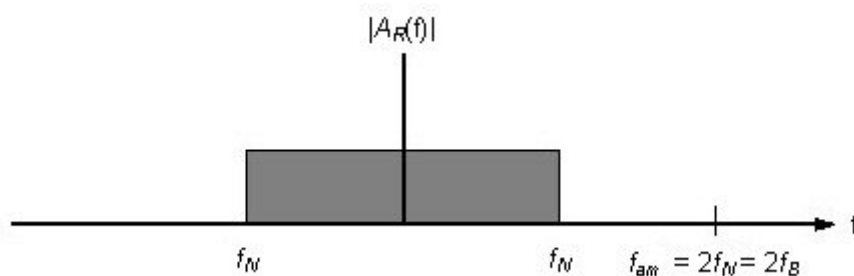


Figura 3.3: espectro do ruído de quantização (adapt. de [16])

A densidade espectral do ruído pode ser visualizada na Figura 3.3. Nota-se que o ruído se concentra totalmente na banda do sinal, já que, neste caso, $f_N = f_B$, pois a amostragem é realizada numa frequência que é o dobro da frequência máxima do sinal (frequência de Nyquist).

Assumiu-se que o ruído de quantização produzido pelo processo de conversão A/D tem densidade uniforme na faixa considerada, além de espectro de frequência contínuo, constituído por todas as frequências com mesma magnitude. Um espectro desse tipo é mostrado na Figura 3.3, filtrado na metade da frequência de amostragem. Segundo [20], esta suposição de que o ruído de quantização tem densidade uniforme é válida para o caso em que o sinal é ativo e o número de níveis de quantização é elevado, já que, deste modo, a probabilidade de o sinal analógico sob conversão se situar num determinado valor entre níveis de quantização é a mesma para qualquer valor entre os níveis. Além disso, o ruído de quantização é modelado matematicamente como sendo aditivo ao sinal amostrado idealmente sem erros.

Portanto, até agora, já foram vistos alguns problemas característicos dos conversores A/D convencionais, que amostram o sinal com a frequência de Nyquist:

- Filtros anti-recobrimento de ordens elevadas podem ser imprecisos e difíceis de serem encapsulados num único chip junto com a parte lógica (digital) do circuito do conversor;
- O ruído de quantização se concentra totalmente na banda do sinal original.

É claro que os A/D's convencionais também podem ser utilizados com sobreamostragem, isto é, operando medindo sinais com frequência máxima menor do que a metade da sua taxa de amostragem. No entanto, costuma-se dizer que eles amostram com frequência de Nyquist, no sentido de que, dada a sua taxa máxima de amostragem, podem ser amostrados sinais com até metade deste valor. No caso do conversor sigma-delta, dada a sua taxa de amostragem máxima, a frequência máxima permitida num sinal por ele amostrado é igual à metade da taxa de amostragem dividido pela taxa de sobreamostragem do A/D.

3.2 Conversores A/D Sigma-Delta

3.2.1 Conceitos

Os conversores A/D sigma-delta utilizam uma abordagem diferente para obter uma versão quantizada e discreta no tempo de um sinal analógico:

- A frequência de amostragem utilizada é muito maior do que a frequência de Nyquist;
- A quantização tem uma resolução baixa, muitas vezes de apenas 1 bit, como é o caso da estrutura abordada neste trabalho;
- O processo de conversão como um todo não se dá num único passo de quantização, e sim resulta do processamento digital de diversas amostras de baixa resolução ao longo de vários passos da amostragem.

A filosofia do conversor A/D sigma-delta surgiu de uma técnica de modulação de sinais chamada de modulação delta ([17]).

Na Figura 3.4 (a), os bits transmitidos através do canal são integrados no demodulador para recuperação do sinal original. Na Figura 3.4 (b), a integral do demodulador foi transferida para antes do modulador, já que a integração é uma operação linear. Já na Figura 3.4 (c), as duas integrais foram substituídas por uma única integração no interior da malha. O filtro passa-baixa (FPB) tem o objetivo de eliminar as cópias do espectro centralizadas na frequência de amostragem.

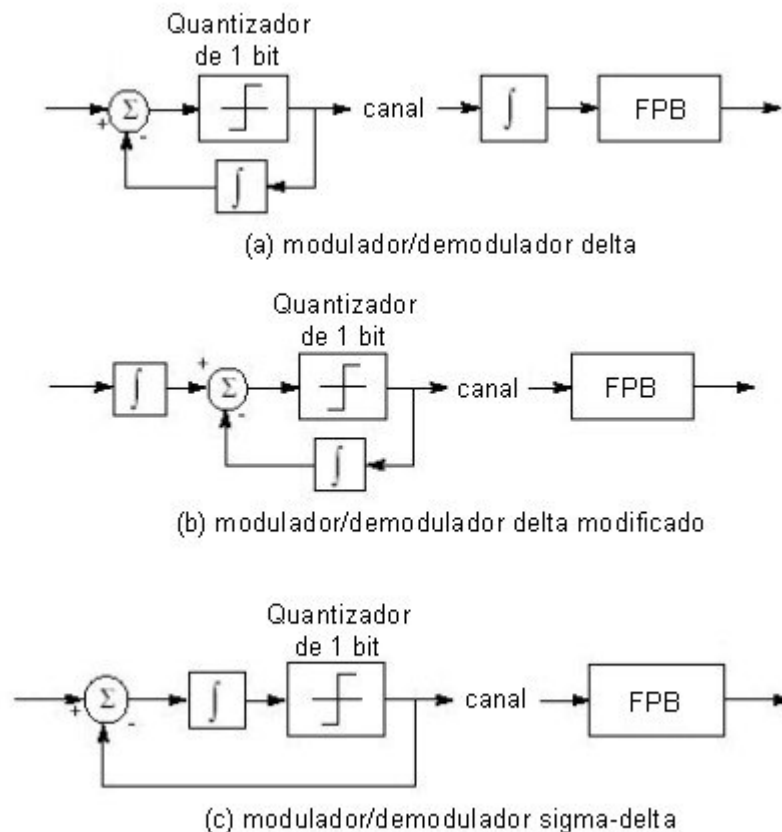


Figura 3.4: mod. sigma-delta a partir da modulação delta (adapt. de [16])

Nos casos (b) e (c), a média dos bits que passam pelo canal tendem a seguir o valor do sinal analógico da entrada. É exatamente nisto que se baseiam os conversores A/D sigma-delta.

A Figura 3.5 permite visualizar isto: quando a senóide passa pelo pico positivo, os bits 1 predominam, quando passa pelo zero, os bits 0 e 1 se alternam, aproximadamente, na mesma proporção, e quando a senóide atinge seu pico negativo, os bits 0 aparecem em maior quantidade. Na verdade, os valores lógicos 0 e 1 citados anteriormente correspondem a -0,5 e +0,5 na figura. Isto é necessário para que a integral negativa seja realizada quando o sinal de entrada for menor do que o sinal realimentado.

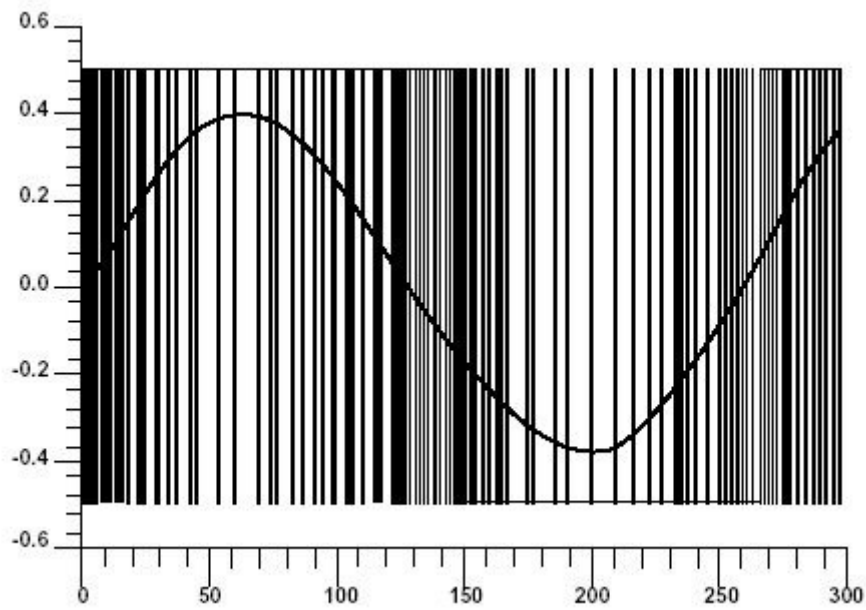


Figura 3.5: bits gerados pelo mod. sigma-delta com entrada senoidal (adapt. de [16])

3.2.2 Estrutura

Os conversores A/D sigma-delta utilizam uma malha cuja estrutura é praticamente idêntica à do modulador sigma-delta da Figura 3.4 (c). A Figura 3.6 permite observar isto.

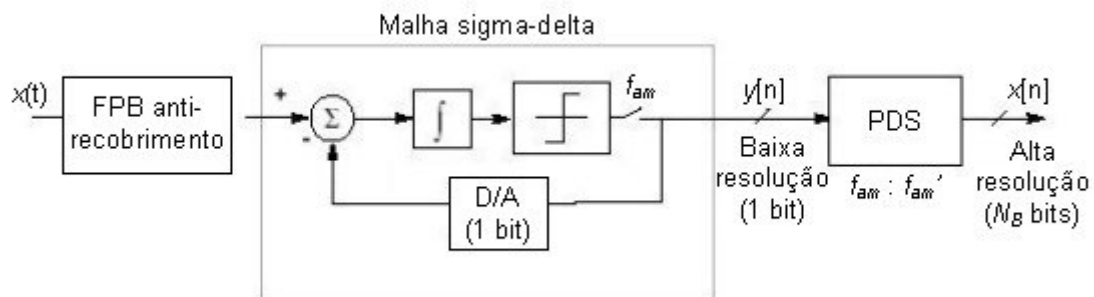


Figura 3.6: conversor A/D sigma-delta (adapt. de [16])

A frequência de amostragem do conversor de 1 bit é muito maior do que a frequência de Nyquist. O conversor DSP56ADC16 da Motorola ([16]), por exemplo, utiliza uma taxa de amostragem 64 vezes maior do que a frequência de Nyquist e tem uma resolução dinâmica de 16 bits. O conversor se destina a digitalizar sinais de até 50 kHz. Portanto, a frequência de Nyquist é igual a 100

kHz e a taxa de amostragem f_{am} é de 6,4 MHz. Após o bloco de Processamento Digital de Sinais (PDS), a frequência de saída f_{am}' dos dados quantizados com uma resolução de 16 bits é de 100 kHz. f_{am}' , portanto, é a frequência de Nyquist.

A mesma Figura 3.6 permite compreender as vantagens dos conversores sigma-delta sobre os convencionais citados (rampa dupla, aproximações sucessivas e *flash*):

- A sobreamostragem do sinal permite que o FPB anti-recobrimento da entrada seja de baixa ordem, já que as "cópias" do espectro do sinal original estarão muito afastadas umas das outras, pois elas estão centralizadas nas harmônicas da frequência de amostragem f_{am} . Vide a Figura 3.7 (a);
- A sobreamostragem do sinal faz com que o ruído de quantização seja distribuído por uma faixa muito mais larga de frequência, ao invés de se concentrar na banda do sinal útil. Vide a Figura 3.7 (b);
- A sobreamostragem do sinal elimina a necessidade do circuito de amostragem-e-retenção, uma vez que a frequência de amostragem é muito maior do que a frequência do sinal, de maneira que se pode considerá-lo constante durante cada período T_{am} ;
- A quantização inicial de 1 bit, apesar de aumentar bastante o ruído de quantização (vide a Eq. (3.3)), permite que sejam eliminados os problemas de precisão que os componentes analógicos devem ter nos comparadores analógicos internos dos conversores A/D convencionais;
- A malha sigma-delta de realimentação compensa o problema do aumento do ruído de quantização citado acima, uma vez que atenua as baixas frequências do ruído (onde se encontra o sinal útil) e amplifica as altas frequências, conforme será demonstrado adiante;
- O bloco PDS realiza a filtragem digital e a dizimação (*decimation*) das amostras quantizadas. A filtragem digital tem o objetivo de atenuar o ruído amplificado de quantização citado acima e eliminar as "cópias"

do sinal causadas pela amostragem. A dizimação tem o objetivo de reduzir a taxa de saída de dados, facilitando o armazenamento posterior e dentro do próprio bloco PDS, além do processamento e transmissão da informação.

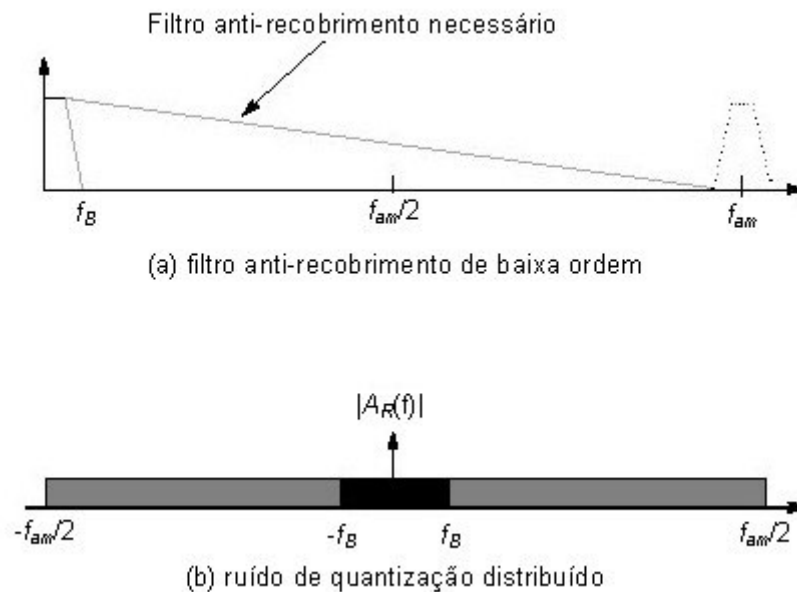


Figura 3.7: filtro anti-recobrimento de baixa ordem e ruído dist. (adapt. de [16])

Deve-se salientar que, embora o ruído de quantização dos conversores A/D sigma-delta não satisfaça à condição de que o número de níveis de quantização seja elevado, tal abordagem será utilizada na análise da resolução dos conversores sigma-delta com sensor termo-resistivo, pois, segundo [22], a aproximação ainda é tolerável para os casos em que a frequência de amostragem é muito maior do que a frequência do sinal e as entradas são lentas, como é o caso das grandezas para as quais a arquitetura que está sendo proposta é aplicável. Além disso, conforme será visto no Capítulo 6, simulações computacionais são sempre bem-vindas para validação de previsões teóricas, de maneira que, na pior das hipóteses, pequenas distorções geradas por esta abordagem não gerarão mal-funcionamento do sistema, mas somente pequenos desvios quanto a previsões para a resolução do sistema, que podem, por sua vez, ser submetidas à sintonia fina através das simulações.

Antes de ser apresentado um modelo matemático para descrição dos conversores A/D sigma-delta, a expressão da Transformada Z e alguns símbolos utilizados para representação de sistemas discretos serão colocados.

O símbolo "n" será utilizado para denotar os instantes discretos de tempo, no entanto, não se deve confundir com o parâmetro n , em itálico, da Eq. (2.16). A Transformada Z unilateral de uma função $x[n]$ é representada por $X(z)$ e sua definição é apresentada em [23] e mostrada na Eq. (3.4) a seguir.

$$X(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} x[n]z^{-n} \quad (3.4)$$

em que:

- z é a variável complexa do domínio da Transformada Z, e está definida em (3.5).

$$z = \rho e^{j\Omega} \quad (3.5)$$

em que:

- ρ é o módulo de z , adimensional;
- e é a constante de Néper, que vale 2,71828182846;
- Ω é a *fase* de z , em rad/amostra, não se devendo confundir com a unidade de resistência elétrica Ω (não itálico). Esta variável também significa frequência, nas análises de espectro no domínio da Transformada Z.

O diagrama de blocos da malha sigma-delta com os sinais representados no domínio da Transformada Z é mostrado na Figura 3.8. A quantização de 1 bit está representada por um ruído aditivo $E(z)$, cujo espectro de densidade de potência será considerado constante, com valor calculado pela Eq. (3.3) e ilustrado na Figura 3.7 (b). O bloco que segue o somador da entrada é um bloco integrador. Apesar de ser possível implementar o integrador com um ganho, a análise será feita com um integrador de ganho unitário.

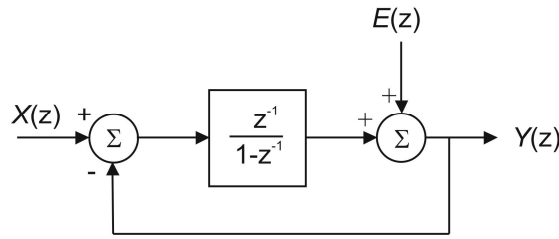


Figura 3.8: diagrama de blocos no domínio z

$$Y(z) = E(z) + \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}} (X(z) - z^{-1}Y(z))$$

$$Y(z) = X(z) + (1 - z^{-1})E(z) = H_x(z)X(z) + H_E(z)E(z) \quad (3.6)$$

$$H_x(z) = 1 \quad (3.7)$$

$$H_E(z) = (1 - z^{-1}) \quad (3.8)$$

em que:

- H_x é a função de transferência que molda o sinal de entrada;
- H_E é a função de transferência que molda o ruído de quantização.

Na Eq. (3.6), é mostrado que a saída tem uma parcela da entrada (Eqs. (3.7) e (3.8)) e outra que está relacionada ao ruído de quantização. Se o ruído for eliminado, a saída tende a seguir a entrada. Esta expressão também permite observar que o ruído de quantização está moldado (*shaped*, como, normalmente, se encontra nas referências em inglês) por uma função de transferência passa-altas. Este FPA (Filtro Passa-Altas) é que compensa o aumento do erro de quantização devido à baixa resolução de 1 bit. A potência do ruído de quantização se concentra nas altas frequências (o sinal útil está nas baixas frequências), o que não é problema, pois pode ser filtrado digitalmente pelo bloco PDS.

A malha sigma-delta da Figura 3.6 é dita de 1ª ordem, pois a função passa-altas que atenua o ruído na frequência do sinal útil é de 1ª ordem. Configurações em cascata podem ser utilizadas para produzir maiores atenuações do ruído de quantização nas baixas frequências. Um exemplo de função de 3ª ordem é:

$$Y(z) = X(z) + (1 - z^{-1})^3 E(z)$$

No entanto, a estrutura proposta por este trabalho implementa o caso de 1ª ordem (Eq. (3.6)).

Na Figura 3.9, são mostrados a resposta em frequência das funções passa-altas de primeira, segunda e terceira ordens, além dos espectros de densidade de potência de um quantizador à frequência de Nyquist (com $f_{am}/2 = f_B$) e de um outro com uma frequência $f_{am}/2 \gg f_B$ (considerando 1 bit em ambos os casos).

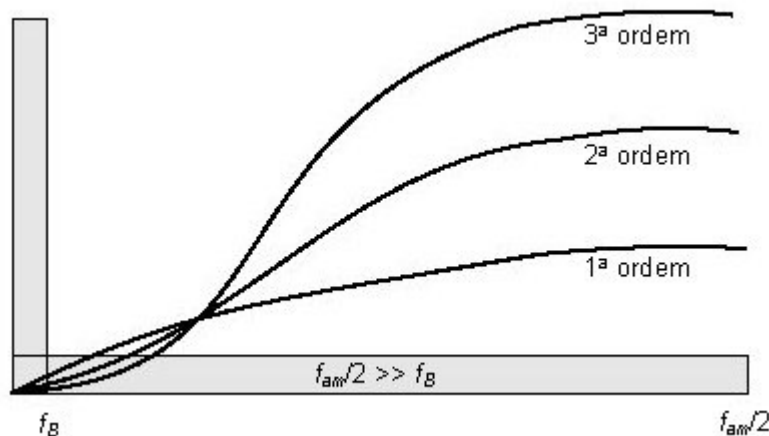


Figura 3.9: funções passa-altas e espectros de densidade de potência (adapt. de [16])

A Figura 3.6 apresenta, também, o bloco PDS, que ainda não foi detalhado. O sinal analógico de entrada passa pela malha sigma-delta, de onde saem as amostras quantizadas com uma resolução de 1 bit e frequência f_{am} . Estes bits são submetidos a um filtro passa-baixas, que calcula a média dos bits

e, além disso, reduz a taxa para uma frequência intermediária f_i . Este filtro passa-baixas ainda não promove atenuação satisfatória do ruído de quantização para as altas frequências e nem a eliminação dos espectros espúrios gerados pela amostragem. Isto será realizado pelo filtro passa-baixas seguinte, que, em geral, é um filtro FIR (*Finite Impulse Response*), no intuito de promover resposta linear de fase.

O DSP56ADC16 ([16]), por exemplo, utiliza $f_{am} = 6,4$ MHz, $f_i = 400$ kHz e $f_{am}' = 100$ kHz. Portanto, tratam-se de dizimações 16:1 e 4:1, respectivamente. Ele utiliza um filtro FIR com 255 coeficientes simétricos (portanto, ordem 510), que proporciona ondulação máxima de 0,001 dB na banda de passagem e atenuação mínima de 96 dB na banda de rejeição. Vide a Figura 3.10.

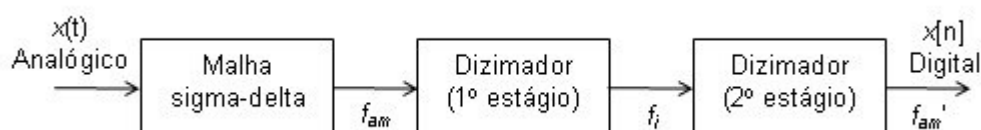


Figura 3.10: conversor sigma-delta completo utilizado no DSP56ADC16

Apesar de existirem A/D's sigma-delta com apenas um estágio dizimador, este trabalho chamará de "completo" o conversor com dois estágios.

Praticamente, toda a literatura dedicada aos conversores A/D sigma-delta ([24] – [36]) voltam a sua atenção para o projeto de dizimadores de saída do tipo FIR, pelos seguintes motivos:

- Possuem resposta linear de fase, o que significa que o sinal não sofre distorção de fase na sua saída. Esta característica é importante, principalmente, quando se tratam de sinais de áudio e vídeo, e em radares e sonares, onde a fase carrega informação útil e, portanto, fazem com que as distorções de fase sejam inadmissíveis;
- Possuem coeficientes simétricos, fazendo com que o número de operações matemáticas a serem realizadas pelo DSP ou microcontrolador caia pela metade. Isto é uma vantagem sobre outras arquiteturas de filtros que possuem resposta linear (ou, pelo menos,

aproximadamente linear na faixa de interesse da filtragem), porém outros tipos de filtro que possuem resposta de fase não-linear podem apresentar maior economia, pelo menor número de coeficientes, mesmo não sendo simétricos.

No entanto, no caso dos conversores sigma-delta com sensor termoresistivo integrado, filtros IIR (*Infinite Impulse Response*) podem ser utilizados, já que a fase não carrega informação útil alguma, no caso de medição de temperatura ambiente e radiação térmica. No caso de medição de vazão de fluido, filtros com resposta não-linear de fase podem representar um problema, caso o transdutor esteja sendo usado para medir escoamentos turbulentos, pois variações rápidas no valor da vazão instantânea podem gerar, na sua saída, versões distorcidas do sinal que chegou na entrada.

O Capítulo 4 detalhará melhor os filtros digitais utilizados, tanto no primeiro estágio de digitalização, quanto no segundo.

3.2.3 Análise da Resolução

Nos conversores A/D convencionais, a resolução, em bits, é determinada de forma direta, a partir do número de comparadores (no caso dos conversores *flash*) ou através do número de ponderadores de bits (no caso dos de rampa simples, dupla e de aproximações sucessivas). No caso dos conversores A/D sigma-delta, a determinação da resolução, em bits, não pode ser feita de maneira direta, pois a quantização, isto é, a classificação da amostra como sendo pertencente a um dos níveis discretos pré-definidos, não é realizada em um único estágio, e nem de forma direta. A única quantização direta existente é a que é realizada no laço do sigma-delta, que é uma quantização grosseira, geralmente de um ou dois bits. No entanto, conversores A/D sigma-delta de mais de 16 bits de resolução final são lugar-comum, hoje em dia ([16]).

Assim, para estabelecer comparações entre conversores A/D de diferentes tipos de arquiteturas (convencionais vs. sigma-delta), é necessário que um método para o cálculo da resolução seja estabelecido para os A/D's sigma-delta.

Este método se baseia na relação sinal-ruído (SNR de *Signal-to-Noise Ratio*), considerando a potência do sinal a ser convertido, na entrada, em relação à potência do ruído que é introduzido no processo de quantização. A Eq. (3.9) expressa esta relação:

$$SNR = \frac{S_i}{N_o} \quad (3.9)$$

em que:

- SNR é a relação sinal-ruído, adimensional, entre sinal de entrada e ruído de saída, num conversor A/D;
- S_i é a potência do sinal de entrada de um conversor A/D, em W;
- N_o é a potência do ruído de quantização de saída de um conversor A/D, em W.

A potência S_i do sinal de entrada deve ser determinada para cada caso, a depender do sinal que esteja sendo aplicado.

A potência N_o do ruído de quantização de saída dependerá do tipo de conversor (convencional ou sigma-delta). Para efeito de análise, será considerada apenas a potência do ruído que se situa na banda do sinal de entrada. Isto significa que, no caso dos A/D's sigma-delta, os FPB's (filtros que realizam as dizimações da Figura 3.10) são considerados ideais, isto é, possuem atenuação de 0 dB na banda de passagem (de 0 até f_B) e de $+\infty$ dB na banda de rejeição (de f_B até $f_{am}/2$)

Num conversor convencional, não há função passa-altas que molde o ruído. A quantização é realizada em apenas um estágio e a resolução total, em bits, é atingida de uma só vez, sem dizimações intermediárias, como é o caso dos A/D's sigma-delta. Assim, para os A/D's convencionais:

$$N_o = 2 \int_0^{f_B} |A_R(f)| df = \frac{2f_B}{3f_{am}} \left(\frac{1}{2^{N_B} - 1} \right)^2$$

em que:

- f é a variável real frequência, em Hz.

Como, neste caso, $f_B = f_{am}/2$, e em geral, o número de bits N_B é grande (maior ou igual a 8), pode-se reescrever a equação acima como:

$$N_o = \frac{2^{-2N_B}}{3} \quad (3.10)$$

Assim, calculando, em dB, a relação sinal-ruído de um conversor A/D convencional, obtém-se (a partir de (3.9) e (3.10)):

$$SNR_{dB} = 10\log(SNR) = 10\log(S_i) + 4,7712 + 6,0206N_B \quad (3.11)$$

em que:

- SNR_{dB} é a relação sinal-ruído, em dB (decibéis), entre sinal de entrada e ruído de saída, num conversor A/D.

Assim, a Eq. (3.11) é o balizador para determinação da resolução de qualquer conversor A/D. Ela pode ser reorganizada na forma da Eq. (3.12):

$$N_B = \frac{SNR_{dB} - 10\log(S_i) - 4,7712}{6,0206} \quad (3.12)$$

A Eq. (3.11) também permite chegar à conclusão de que, para cada incremento de 1 bit de resolução, é necessário um incremento de 6,0206 dB em SNR_{dB} .

Para que o desenvolvimento acima seja feito para os A/D's sigma-delta, é necessário incluir, na expressão, a função de transferência que molda o ruído de quantização. Assim, segundo [17]:

$$N_o = 2 \int_0^{f_B} |H_E(f)|^2 |A_R(f)|^2 df = \frac{f_{am}}{\pi} \int_0^{\pi/OSR} |H_E(\Omega)|^2 |A_R(\Omega)|^2 d\Omega \quad (3.13)$$

em que:

- OSR é a taxa de sobreamostragem (OSR de *Oversampling Rate*) e é detalhada na Eq. (3.14);
- π é o número 3,14159265359.

$$OSR = \frac{f_{am}}{2f_B} \quad (3.14)$$

Na Eq. (3.13), é importante salientar que o mesmo símbolo foi utilizado para denotar diferentes funções. A diferenciação, portanto, deve ser feita através do domínio da função. Assim, na Eq. (3.6), $H_x(z)$ e $H_E(z)$ equivalem às funções de transferência do sinal e do ruído, respectivamente, no domínio da Transformada Z. Estas variáveis da Eq. (3.6) são as mesmas que $H_x(\Omega)$ e $H_E(\Omega)$ da Eq. (3.13), já que, segundo (3.5), $z = e^{j\Omega}$. No entanto, $H_x(f)$ e $H_E(f)$ da Eq. (3.13) são funções analiticamente diferentes, pois são as correspondentes, respectivamente, a $H_x(\Omega)$ e $H_E(\Omega)$, porém após a substituição da Eq. (3.15) ser realizada.

$$f = \frac{f_{am}}{2\pi} \Omega \quad (3.15)$$

Substituindo (3.3) e (3.8) em (3.13), e considerando que $f_{am}/2 \gg f_B$, isto é, que OSR tem um valor elevado, chega-se a:

$$N_o = \frac{1}{9} \left(\frac{\pi}{2^{N_B} - 1} \right)^2 \frac{1}{OSR^3} \quad (3.16)$$

Calculando a SNR em dB para o sigma-delta de 1 bit:

$$SNR_{dB} = 10 \log(S_i) - 0,40057 + 30 \log(OSR) \quad (3.17)$$

Com (3.17), é possível concluir que, a cada vez em que a taxa de sobreamostragem é multiplicada por dois, a relação sinal-ruído cresce em 9,0309

dB, o que corresponde a um incremento de 1,5 bits de resolução, se for feita uma analogia com a Eq. (3.11).

Por fim, é possível comparar (3.10) e (3.16) para determinar a resolução de um A/D sigma-delta através de uma analogia com um A/D convencional. N_B de (3.10) é o número de bits que o A/D convencional teria, sem sobreamostragem. Por outro lado, N_B pode ser igualado a 1, em (3.16), no caso de A/D's sigma-delta de 1 bit. Assim, rearrumando-se a expressão, obtém-se:

$$OSR = \sqrt[3]{\frac{(2^{N_B} \pi)^2}{3}} \quad (3.18)$$

Assim, (3.18) fornece uma maneira para estimar a taxa de sobreamostragem necessária para que um A/D sigma-delta atinja uma resolução análoga à de um conversor A/D convencional, em bits.

Enfim, os conversores A/D sigma-delta lançam mão de uma amostragem grosseira (no caso do conversor explorado neste trabalho, essa resolução é de apenas 1 bit) e de uma estrutura que molda o ruído de quantização, para que toda a complexidade do processamento do sinal possa ser transferida para o domínio digital, eliminando os problemas de precisão dos componentes analógicos, de construção de filtros anti-recobrimento analógicos de ordens elevadas, e de integração num único chip. Isto é possível, pois, praticamente, todo o circuito é digital.

Capítulo 4

Dizimação e Filtros nos A/D's Sigma-Delta

Conforme apresentado no Capítulo 3 e ilustrado na Figura 3.6, a saída da malha sigma-delta passa por um bloco PDS, onde é realizada uma filtragem passa-baixas e uma dizimação do sinal amostrado, isto é, uma redução da sua taxa de amostragem de f_{am} para $2f_B$ (frequência de Nyquist). Esta filtragem passa-baixas tem o objetivo de atenuar todas as componentes de frequência que se encontram fora da banda 0 a f_B do sinal para que, na dizimação e na utilização do sinal digitalizado, não haja componentes espúrias ([18]). Estas componentes indesejáveis são provenientes da própria amostragem do sinal (componentes centradas nas frequências múltiplas da frequência de amostragem), além do ruído de quantização em si, que, conforme ilustrado na Figura 3.9, é moldado por uma função de transferência passa-altas. Ruídos provenientes do próprio circuito eletrônico e de interferência são, também, atenuados pela filtragem.

No entanto, filtros digitais com requisitos muito exigentes de atenuação e de curtas bandas de transição, normalmente, apresentam ordens elevadas. Isto pode ser um problema ([18]), pois tal processamento digital teria que ser feito a uma taxa de amostragem extremamente alta, já que valores típicos para a taxa de sobreamostragem são, por exemplo, 128 e 256. Assim, é muito comum que a filtragem e dizimação sejam feitas em dois estágios, conforme ilustrado na Figura 3.10.

O primeiro estágio faz uma filtragem mais suave e uma dizimação que gera uma frequência intermediária, normalmente, com uma sobreamostragem de valor 4 ([18]) (frequência 4 vezes maior do que a de Nyquist, que é a final na saída do A/D). Este estágio, segundo [18], é responsável por remover o ruído de

quantização, que se situa nas altas frequências. A razão da primeira dizimação será representada por:

$$OSR_1 = \frac{f_{am}}{f_i} \quad (4.1)$$

em que:

- OSR_1 é a razão entre a taxa de amostragem e a frequência intermediária do bloco de filtragem e dizimação.

O segundo faz uma filtragem mais abrupta, pois se destina, principalmente, a remover componentes do próprio sinal decorrentes de amostragem, para que não se superponham quando a taxa de amostragem for diminuída até a de Nyquist. Além da filtragem passa-baixas, a dizimação final é realizada, levando a taxa de amostragem de saída para a frequência de Nyquist. A razão da segunda dizimação será representada por:

$$OSR_2 = \frac{f_i}{f_{am}} \quad (4.2)$$

em que:

- OSR_2 é a razão entre a frequência intermediária do bloco de filtragem e dizimação e a taxa de amostragem final do A/D.

Assim, considerando (4.1) e (4.2), chega-se a (4.3):

$$OSR = OSR_1 OSR_2 \quad (4.3)$$

Neste capítulo, serão abordados os dois estágios de filtragem e dizimação dos A/D's sigma-delta.

4.1 Primeiro Estágio de Filtragem e Dizimação

No primeiro estágio de filtragem e dizimação, o filtro mais largamente utilizado é o chamado *accumulate-and-dump* (acumular-e-descarregar,

normalmente conhecidos como filtros *comb*), conforme é possível observar nas referências de [24] a [36]. Isto ocorre pela simplicidade de implementação, baixo custo computacional (os coeficientes são todos unitários) e, principalmente, por sua função de transferência possuir zeros nas harmônicas de f_i . A Figura 4.1, adaptada de [18] para a escala de decibéis, ilustra isto. Quando o sinal de banda f_B for reamostrado a uma frequência intermediária f_i , cópias dos espectros de tudo o que estiver nas faixas em torno das harmônicas da nova frequência de amostragem recairão na banda do sinal ($-f_B$ a $+f_B$). Estas faixas são: $(kf_i - f_B)$ e $(kf_i + f_B)$, onde k representa as harmônicas de f_i . Assim, vê-se que, de fato, o filtro dizimador proposto (*accumulate-and-dump*) realiza o que se propõe, que é eliminar a influência do ruído de quantização na banda base do sinal amostrado, já que amplitude da sua função de transferência é muito pequena em torno das frequências que recairão sobre a banda base quando ocorrer a mudança na taxa de amostragem de f_{am} para f_i .

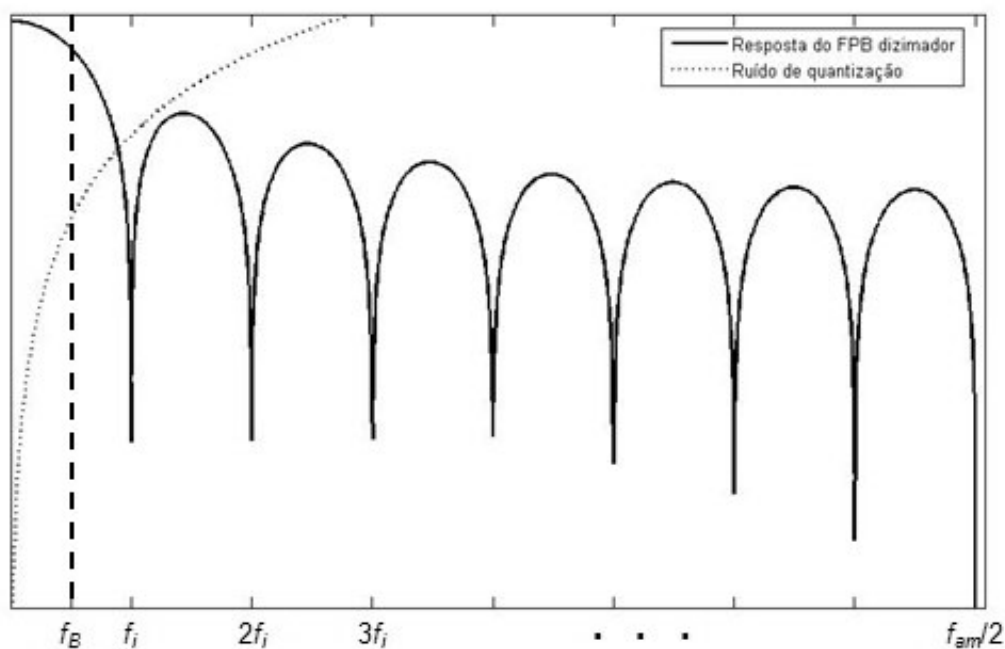


Figura 4.1: espectro do primeiro estágio de filtragem

No entanto, as componentes de sinal que não se situam em torno de kf_i , sofrerão atenuação branda, pois tais filtros não possuem ordens elevadas, conforme se verificará logo mais adiante. Esta será, justamente, a tarefa a ser

realizada pelo segundo estágio de dizimação que, graças ao primeiro, operará numa frequência muito mais baixa e, portanto, consumirá menos processamento do DSP ou microcontrolador.

A expressão, no domínio do tempo discreto, da versão mais simples deste tipo de dizimador é:

$$h_1[n] = \frac{1}{OSR_1} \sum_{i=OSR_1(n-1)}^{OSR_1 n} x[i] \quad (4.4)$$

em que:

- h_1 é a resposta ao impulso unitário do filtro dizimador do primeiro estágio.

No domínio da Transformada Z, tem-se:

$$H_1(z) = \frac{1}{OSR_1} \frac{1 - z^{-OSR_1}}{1 - z^{-1}} \quad (4.5)$$

em que:

- H_1 é a função de transferência do filtro dizimador do primeiro estágio.

O módulo da sua função de transferência é:

$$|H_1(\Omega)| = \left| \frac{\text{sinc}\left(OSR_1 \frac{\Omega}{2\pi}\right)}{\text{sinc}\left(\frac{\Omega}{2\pi}\right)} \right| \quad (4.6)$$

Esta versão mais simples pode ser aperfeiçoada com um incremento de trabalho computacional insignificante para a tecnologia hoje disponível. Em geral, produtos da Eq. (4.6) são utilizados, de maneira a proporcionar melhor atenuação em torno de kf_i . [18] afirma, com base em referências, que uma função de transferência como a da Eq. (4.6) proporciona resultados próximos do ótimo, caso tenha ordem de uma unidade acima da ordem do modulador sigma-delta. Assim, como o modulador explorado neste trabalho possui ordem 1, o dizimador

próximo do ótimo possui ordem 2. Assim, será utilizado, na arquitetura proposta, o seguinte dizimador para o primeiro estágio de filtragem:

$$H_1(z) = \frac{1}{OSR_1^2} \left(\frac{1 - z^{-OSR_1}}{1 - z^{-1}} \right)^2 \quad (4.7)$$

$$|H_1(\Omega)| = \left[\frac{\text{sinc}\left(OSR_1 \frac{\Omega}{2\pi}\right)}{\text{sinc}\left(\frac{\Omega}{2\pi}\right)} \right]^2 \quad (4.8)$$

O preço que se paga por aumentar a ordem do dizimador, além do custo computacional (mas isso não é significativo), é a atenuação na banda do sinal (0 a f_B). Quanto maior a ordem, maior a atenuação do ruído de quantização, porém, maior também é a atenuação na banda do sinal. Esta atenuação será compensada no estágio seguinte de filtragem, através da introdução de um ganho na borda da banda de passagem. Ilustra-se isso na Figura 4.2, para o caso de $OSR = 64$ e $OSR_2 = 4$.

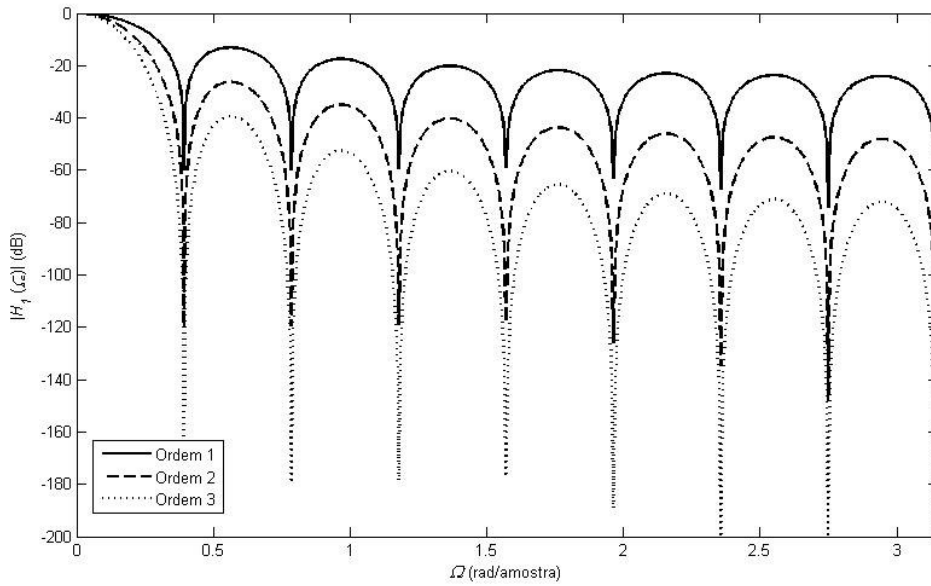


Figura 4.2: curvas de H_1 para valores distintos de ordem e $OSR_2 = 4$

Um outro fator importante a ser determinado é o valor de OSR_1 . Valores altos (f_i e OSR_2 baixos) resultam em maior atenuação na banda de passagem, pois as frequências kf_i ficarão muito próximas, o que indica rápida deterioração do sinal na banda de passagem. Valores muito baixos (f_i e OSR_2 altos) complicam o projeto do próximo estágio pois, além de o ruído de quantização não ser satisfatoriamente atenuado (kf_i muito afastados entre si), a taxa de amostragem permanecerá alta, gerando, desta forma, problemas de processamento computacional para o próximo estágio, que, geralmente, possui filtros mais complexos e com ordens mais elevadas. Ilustra-se isso na Figura 4.3, para o caso de $OSR = 64$ e ordem 2.

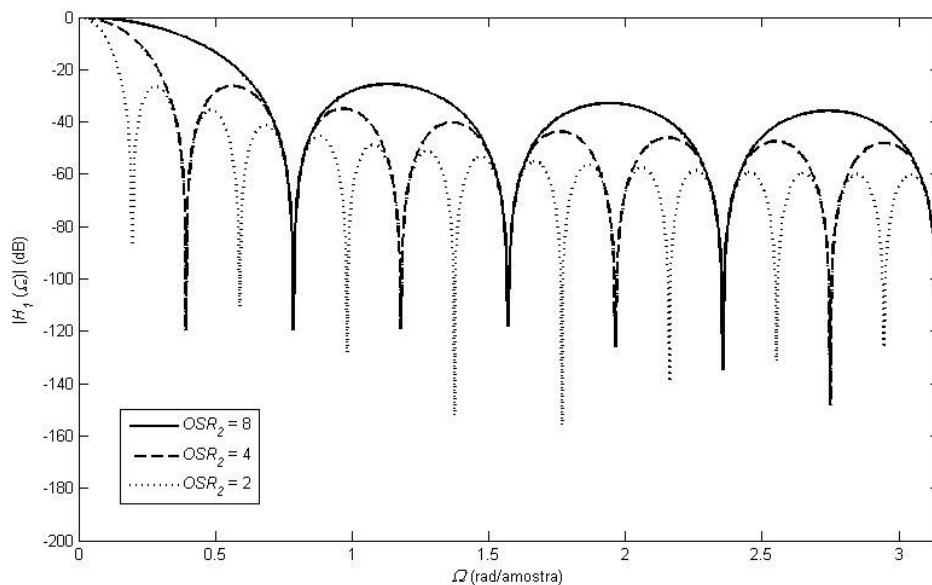


Figura 4.3: curvas de H_1 para valores distintos de OSR_2 e ordem 2

Assim, em [18], é mostrado que um dizimador de ordem 2 (Eqs. (4.7) e (4.8)) com $OSR_2 = 4$ é uma boa escolha, na grande maioria dos casos.

No Anexo I, Item I.10, linhas 258 a 277, está o trecho do programa desenvolvido para projeto do sistema sigma-delta que realiza o projeto do primeiro estágio de filtragem e dizimação. Basicamente, consiste em elevar o numerador e denominador até a ordem escolhida para função sinc, e multiplicar o

denominador por OSR_1^2 . Todos os programas listados no Anexo I foram escritos em linguagem do *Matlab*.

4.2 Segundo Estágio de Filtragem e Dizimação

O segundo estágio de filtragem e dizimação, conforme foi colocado, tem a função de atenuar todas as componentes que não pertencem à banda base do sinal. Em geral, estes filtros possuem requisitos exigentes no que diz respeito a atenuação máxima na banda de passagem, atenuação mínima na banda de rejeição e uma estreita banda de transição (corte abrupto). Uma outra função importante deste estágio é compensar a atenuação sofrida pelo sinal na banda de passagem, quando filtrado no primeiro estágio.

A grande maioria das referências sobre filtragem nos conversores A/D sigma-delta ([24] – [36]) optam por utilizar filtros FIR no segundo estágio. Apenas [37] e [38] abordam a utilização de filtros IIR nos A/D's sigma-delta. A linearidade da resposta dos filtros FIR e, portanto, a ausência de distorção de fase (apesar de haver atraso da saída em relação à entrada) são os principais motivos que levam os projetistas a adotá-los.

No caso do transdutor sigma-delta com sensor termo-resistivo, a preocupação com a distorção de fase não é um fator importante, pois os sinais a serem medidos possuem variação muito lenta em relação à taxa de amostragem normalmente adotada (a exceção é a medição de velocidade de fluido em regime turbulento). Assim, serão apresentadas, a seguir, ambas as abordagens, inclusive para servir de parâmetro de comparação e para que seja possível apontar vantagens e desvantagens de cada um deles com base em dados obtidos através de simulação.

Os parâmetros básicos para projeto de um FPB são:

- f_{am} : frequência de amostragem do sinal, em amostras/s;
- f_{BP} : frequência de borda da banda de passagem, em Hz;
- f_{BR} : frequência de borda da banda de rejeição, em Hz;

- δ_{BP} : desvio máximo a partir do valor ideal do ganho da banda de passagem, adimensional. Para calcular em dB, utiliza-se a Eq. (4.9);
- δ_{BR} : desvio máximo a partir do valor ideal do ganho da banda de rejeição, adimensional. Para calcular em dB, utiliza-se a Eq. (4.10).

$$\delta_{BPdB} = 20\log(1 + \delta_{BP}) \quad (4.9)$$

em que:

- δ_{BPdB} é o valor de δ_{BP} em decibéis.

$$\delta_{BRdB} = -20\log(\delta_{BR}) \quad (4.10)$$

em que:

- δ_{BRdB} é o valor de δ_{BR} em decibéis.

Um filtro considerado ideal, possui:

- $f_{BP} = f_{BR}$;
- $\delta_{BP} = 0$;
- $\delta_{BR} = 0$.

Para o projeto do segundo estágio de filtragem e dizimação do sistema sigma-delta com sensor termo-resistivo integrado, o cálculo dos desvios máximos foi feito utilizando a mesma relação usada em [16], com resultados bastante satisfatórios, conforme será possível comprovar nas simulações do Capítulo 6. A saber:

$$\delta_{BP} = \delta_{BR} = 2^{-N_B} \quad (4.11)$$

A frequência f_B da banda base do sinal foi considerada como sendo 10 vezes a frequência do pólo p calculado para o modelo de pequenos sinais

através da Eq. (2.37). O valor do pólo considerado foi o valor máximo possível, considerando-se as variações ocorridas no ponto de operação por consequência da alteração nos valores das grandezas que agem sobre a dinâmica do sensor. Esta relação, que está expressa na Eq. (4.12), foi obtida empiricamente e validada com os resultados das simulações computacionais a serem mostradas no Capítulo 6. O sinal negativo vem do fato de que o pólo é sempre negativo.

$$f_B = -10 \frac{p}{2\pi} = -\frac{5p}{\pi} \quad (4.12)$$

Apesar de ter sido obtida empiricamente, o número 10 não foi escolhido aleatoriamente. Na verdade, veio de não ser possível filtrar o sinal de entrada, como é feito nos A/D's sigma-delta para sinais elétricos. Naquele caso, o sinal de entrada é um sinal elétrico e, portanto, é passível de filtragem passa-baixas *anti-aliasing* antes de ser submetido à malha sigma-delta. No caso do transdutor sigma-delta com termo-resistência integrada, tal filtragem não é possível, já que o sinal de entrada é a própria grandeza física que age sobre o sensor, conforme ficará claro no Capítulo 6. Assim, como o próprio sensor age como um filtro passa-baixas com frequência de corte em p , inferiu-se que, para frequências 10 vezes acima deste valor, não haveria componentes significativas de sinal.

A largura da banda de transição é representada por BP , que, na verdade, é a porção da banda do sinal que é considerada banda de passagem. Um valor típico é 0,9, que indica que 90% da banda f_B do sinal é considerada banda de passagem e 10% é a banda de transição.

4.2.1 Filtros FIR

Em [39], são apresentados diversos métodos para projeto de filtros FIR. Dentre eles: Método da Janela (*Window Method*), Método Ótimo e Método da Amostragem em Frequência (*Sampling Frequency Method*). Cada um destes métodos possui vantagens e desvantagens em relação aos outros.

Em resumo, podem-se citar:

- Método da Janela: com base nos parâmetros definidos para o FPB, calcula-se a função sinc que representa a Transformada Z Inversa do gabarito de filtro ideal para realização do FPB. No domínio do tempo discreto, este filtro ideal é uma função sinc com infinitos coeficientes. Para se tornar realizável, apenas um determinado número de coeficientes deve ser utilizado. Para isso, realiza-se o truncamento da função, através da sua multiplicação por janelas de truncamento. O tamanho e o tipo de janela definirão as características do filtro real. [39] apresenta, em detalhes, como determinar a quantidade de coeficientes (ordem do filtro) para as várias janelas existentes. A simplicidade de implementação e de compreensão do seu funcionamento podem ser apontadas como vantagens. Como desvantagem, pode-se citar a quantidade de coeficientes, que, normalmente, é maior do que os resultantes do Método Ótimo;
- Método Ótimo: este método gera um filtro ótimo (no sentido de Chebyshev) a partir das especificações definidas. Seu algoritmo de projeto consiste em buscar coeficientes que minimizam uma função erro, definida como a diferença entre o filtro ideal e o filtro realizável. Como vantagem, está o fato de que se produzem filtros com ordens menores e o controle sobre os parâmetros de atenuação e ganho é maior. Como desvantagem, pode-se citar a dependência de um programa de computador para ser implementado;
- Método da Amostragem em Frequência: consiste em calcular os coeficientes do filtro através da Transformada Z Inversa, tomando, como base, uma resposta em frequência definida pelo projetista. Como vantagem, tem-se a flexibilidade de obter uma resposta em frequência arbitrária. No entanto, não se tem muito controle sobre parâmetros de atenuação e ganho.

Para o caso específico estudado por este trabalho, adotou-se um método híbrido de projeto para o FPB FIR do segundo estágio, tirando proveito das vantagens inerentes ao Método da Janela e ao Método da Amostragem. A

implementação deste método híbrido está anexada no Item I.10, nas linhas de 284 a 303. Este método será denominado de Método Híbrido.

Os parâmetros de entrada para projeto são:

- δ_{BP} e δ_{BR} , calculados através de (4.11);
- f_B , calculada através de (4.12);
- Parâmetro BP , que define o tamanho da banda de transição;
- Frequência de amostragem neste ponto do sistema, que é, na verdade, f_i ;
- $OrdSinc$, que é a ordem da função sinc do FPB do primeiro estágio. Este parâmetro, além de OSR_1 , é necessário para realizar a compensação da atenuação introduzida pelo primeiro estágio de filtragem;
- O parâmetro $GradeFBP_2$, que pode ser observada no algoritmo do Item I.10, define a quantidade de pontos a ser utilizada para fazer a interpolação dos pontos localizados entre as amostras fornecidas para a compensação da atenuação do primeiro filtro.

Para uma melhor compreensão do Método Híbrido implementado para o projeto do FPB do segundo estágio, faz-se necessária a apresentação sucinta do Método da Janela. Conforme já foi colocado, este método consiste em truncar o filtro ideal, de ordem infinita, através de uma janela para, assim, obter um número finito de coeficientes que representam o filtro realizável. A janela escolhida foi a janela de Kaiser, por ser a janela que tende a fornecer o filtro com menor ordem, dentre as outras janelas comumente utilizadas, segundo [39].

A janela de Kaiser é dada por:

$$w_k[n] = \begin{cases} I_0 \left\{ \beta_k \left[1 - \left(\frac{2n}{N_k - 1} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} / I_0(\beta_k) & \text{p/ } -(N_k - 1)/2 \leq n \leq (N_k - 1)/2 \\ 0 & \text{restante} \end{cases} \quad (4.13)$$

em que:

- w_k é a janela de Kaiser;
- I_0 é a função de Bessel modificada do primeiro tipo de ordem zero, definida na Eq. (4.14);
- β_k é um parâmetro para cálculo da janela de Kaiser, calculando segundo a Eq. (4.16);
- N_k é o número de coeficientes da janela de Kaiser, obtido com a Eq. (4.17).

$$I_0(x) = 1 + \sum_{k=1}^{24} \left[\frac{(x/2)^k}{k!} \right]^2 \quad (4.14)$$

Define-se:

$$\bar{\delta}_k = \max(\bar{\delta}_{BPdB}, \bar{\delta}_{BRdB}) \quad (4.15)$$

em que:

- $\bar{\delta}_k$ é o valor máximo entre $\bar{\delta}_{BPdB}$ e $\bar{\delta}_{BRdB}$.

$$\beta_k = \begin{cases} 0 & p/\bar{\delta}_k \leq 21\text{dB} \\ 0,58542(\bar{\delta}_k - 21)^{0,4} + 0,07886(\bar{\delta}_k - 21) & p/21\text{dB} < \bar{\delta}_k < 50\text{dB} \\ 0,1102(\bar{\delta}_k - 8,7) & p/\bar{\delta}_k \geq 50\text{dB} \end{cases} \quad (4.16)$$

$$N_k \geq \frac{f_i}{f_B} \frac{\bar{\delta}_k - 7,95}{14,36(1 - BP)} \quad (4.17)$$

Assim, depois de calculada a janela de Kaiser, deve-se multiplicá-la pela sinc com o mesmo número de coeficientes. Isto representa o truncamento da sinc infinita que realizaria o FPB ideal. Na Eq. (4.18), é mostrada a expressão para o cálculo da sinc.

$$h_2'[n] = \begin{cases} (1+BP)\frac{f_B}{f_i} \text{sinc}\left(\frac{f_B(1+BP)}{2f_i}n\right) & p/ -(N_k - 1)/2 \leq n \leq (N_k - 1)/2 \text{ e } n \neq 0 \\ (1+BP)\frac{f_B}{f_i} & p/ n = 0 \\ 0 & \text{restante} \end{cases} \quad (4.18)$$

em que:

- h_2' é a resposta ao impulso unitário do filtro dizimador do segundo estágio, sem o janelamento.

Assim, o produto de (4.13) e (4.18) resulta na resposta ao impulso do FPB do segundo estágio.

$$h_2[n] = w_k[n]h_2'[n] \quad (4.19)$$

em que:

- h_2 é a resposta ao impulso unitário do filtro dizimador do segundo estágio.

Deve-se observar que h_2 da Eq. (4.19) representa o filtro sem compensação da atenuação sofrida no primeiro estágio. A compensação será introduzida através do Método da Amostragem, o que complementar o projeto do FPB, finalizando a apresentação do Método Híbrido criado.

O Método da Amostragem em Frequência consiste em partir de amostras de uma resposta em frequência arbitrária para chegar aos coeficientes do filtro que realiza tal resposta, por meio da DFT (*Discrete Fourier Transform*) Inversa.

De acordo com [39]:

$$h_2'[n] = \begin{cases} \frac{1}{N_K} \left[H_2'(0) + \sum_{k=1}^{N_K/2-1} 2|H_2'[k]| \cos \left[\frac{2\pi k \left(n - \frac{N_K-1}{2} \right)}{N_K} \right] \right] & \begin{matrix} p/ - (N_K - 1)/2 \leq \\ n \\ \leq (N_K - 1)/2 \end{matrix} \\ 0 & \text{restante} \end{cases} \quad (4.20)$$

em que:

- H_2' é a função de transferência do filtro dizimador do segundo estágio, sem o janelamento.

Portanto, o Método Híbrido consiste em aplicar a janela de Kaiser projetada de acordo com o especificado no Método da Janela para tornar realizável (número finito de coeficientes) o filtro obtido através do Método da Amostragem em Frequência e, ademais, implementá-lo de maneira a obedecer aos critérios de atenuação máxima da banda de passagem, atenuação mínima da banda de rejeição e banda de transição, conforme especificado. Desta forma, obtém-se um filtro que atende às especificações pretendidas, no que diz respeito a critérios de atenuação, com compensação de atenuação promovida por uma amostragem em frequência.

As amostras de frequência são $|H_2'[k]|$ e, para o caso específico utilizado neste trabalho, devem ser calculadas de maneira a compensar a atenuação causada pelo primeiro estágio de filtragem e dizimação. Assim, as amostras podem ser calculadas como sendo o inverso da Eq. (4.8). A grade (*GradeFBP₂*) utilizada para interpolação no algoritmo do Item I.10 significa o número de pontos que, de fato, serão utilizados para o cálculo de $h_2'[n]$, para que a resposta em frequência tenha comportamento monotônico entre as amostras $|H_2'[k]|$, sem que se corra o risco de ondulações não previstas.

4.2.2 Filtros IIR

[23], [37], [38] e [41] descrevem diversos métodos de projeto de filtros IIR. Sua vantagem, em relação aos filtros FIR, está no fato de que eles apresentam ordens muito inferiores, possibilitando, desta forma, uma implementação mais econômica em termos de processamento computacional, armazenamento de

coeficientes e *buffers* de amostras. O preço que se paga é a não-linearidade da sua resposta de fase, inviabilizando o seu uso em casos onde a fase representa informação útil. O método implementado por este trabalho está codificado no Item I.10, nas linhas de 305 a 323 e é chamado de Método da Transformação Bilinear.

O Método da Transformação Bilinear consiste em projetar um filtro analógico através de métodos clássicos de projeto e, após a obtenção deste filtro, aplicar uma transformação de frequência à função de transferência do filtro, de maneira a mapear a resposta em frequência do filtro analógico do domínio s (Transformada de Laplace) para o domínio z (Transformada Z). O tipo de filtro utilizado foi o Elíptico, que oferece ordens mais baixas do que os de Butterworth e Chebyshev.

Os parâmetros para projeto são os mesmos utilizados no projeto do filtro FIR, exceto por *OrdSinc* e *GradeFBP₂*. Estes dois parâmetros não existem para o projeto do filtro IIR, pois não se aplicou, no seu projeto, a compensação da atenuação que o primeiro estágio de filtragem e dizimação produz.

O Método da Transformação Bilinear é um método clássico para projeto de filtros digitais IIR e, por isso, não será detalhado aqui. [23] e [41] apresentam, em detalhes, todo o algoritmo de projeto. O projeto do FPB do primeiro estágio foi detalhado, pois suas características são voltadas diretamente para atacar questões referentes aos A/D's sigma-delta. O projeto dos filtros FIR também foi detalhado, pois o Método Híbrido não consta na bibliografia estudada, tendo sido desenvolvido com base em dois outros métodos clássicos que constam na bibliografia.

4.3 Exemplo Completo de Projeto

Serão mostrados, neste Item, três exemplos de filtros projetados e utilizados em uma das simulações mostradas no Capítulo 6.

Os parâmetros que resultaram nos filtros projetados foram:

- $p = 1,6069 \text{ rad/s}$
- Resolução: 8 bits
- *OrdSinc* = 2
- *OSR₂* = 4

$$\rightarrow BP = 0,9$$

$$\rightarrow GradeFBP_2 = 1000$$

Através de (4.12):

$$\rightarrow f_B = 2,5574 \text{ Hz}$$

Através de um algoritmo a ser apresentado no Capítulo 6, que se baseia numa variante de (3.18) para o caso em que há vazamento na integração do sigma-delta, obteve-se:

$$\rightarrow OSR = 64$$

De posse de OSR_2 , OSR e (4.3):

$$\rightarrow OSR_1 = 16$$

Com OSR e (3.14):

$$\rightarrow f_{am} = 3,2735 \cdot 10^2 \text{ amostras/s}$$

Com (4.1) e (4.2):

$$\rightarrow f_i = 2,0459 \cdot 10^1 \text{ amostras/s}$$

$$\rightarrow f_{am}' = 5,1149 \text{ amostras/s}$$

De (4.7):

$$H_1(z) = \frac{1}{256} \left(\frac{1 - z^{-16}}{1 - z^{-1}} \right)^2 = \frac{1}{256} \frac{1 - 2z^{-16} + z^{-32}}{1 - 2z^{-1} + z^{-2}}$$

Com (3.15) e (4.6):

$$|H_1(f)| = \left| \frac{\text{sinc}\left(\frac{f}{f_i}\right)}{\text{sinc}\left(\frac{f}{f_{am}}\right)} \right|$$

Magnitude de H_1 em f_B :

$$\rightarrow |H_1(f_B)| = 9,4983 \cdot 10^{-1}$$

O gráfico de magnitude do FPB do primeiro está na Figura 4.4.

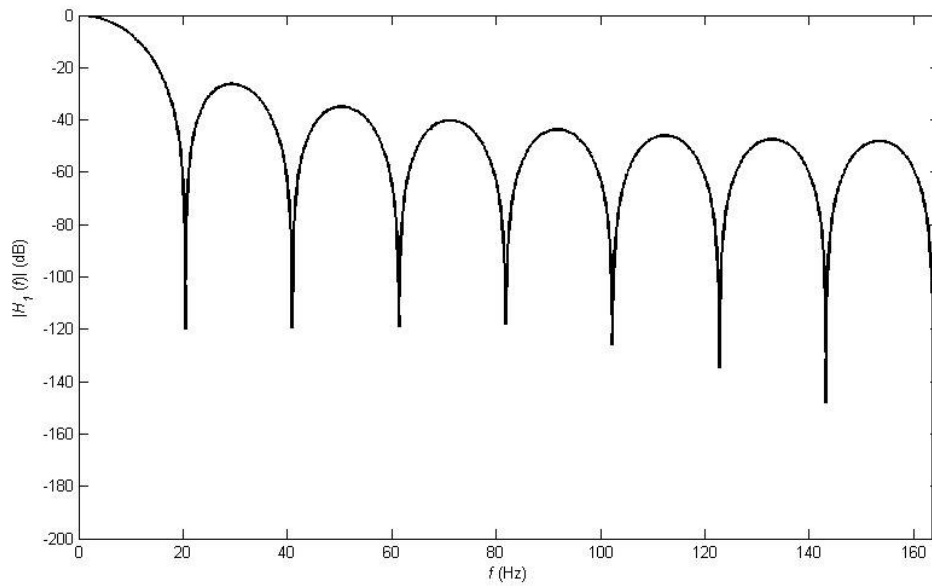


Figura 4.4: FPB do primeiro estágio

Para os FPB's do segundo estágio de dizimação e filtragem, foram utilizados, com base em (4.11):

$$\begin{aligned} \rightarrow \delta_{BP} &= 3,9063 \cdot 10^{-3} \\ \rightarrow \delta_{BR} &= 3,9063 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

O projeto do filtro FIR resultou numa implementação de ordem 225 (226 coeficientes no numerador de H_2 e 1 no denominador), cujas curvas de resposta em frequência estão traçadas na Figura 4.5.

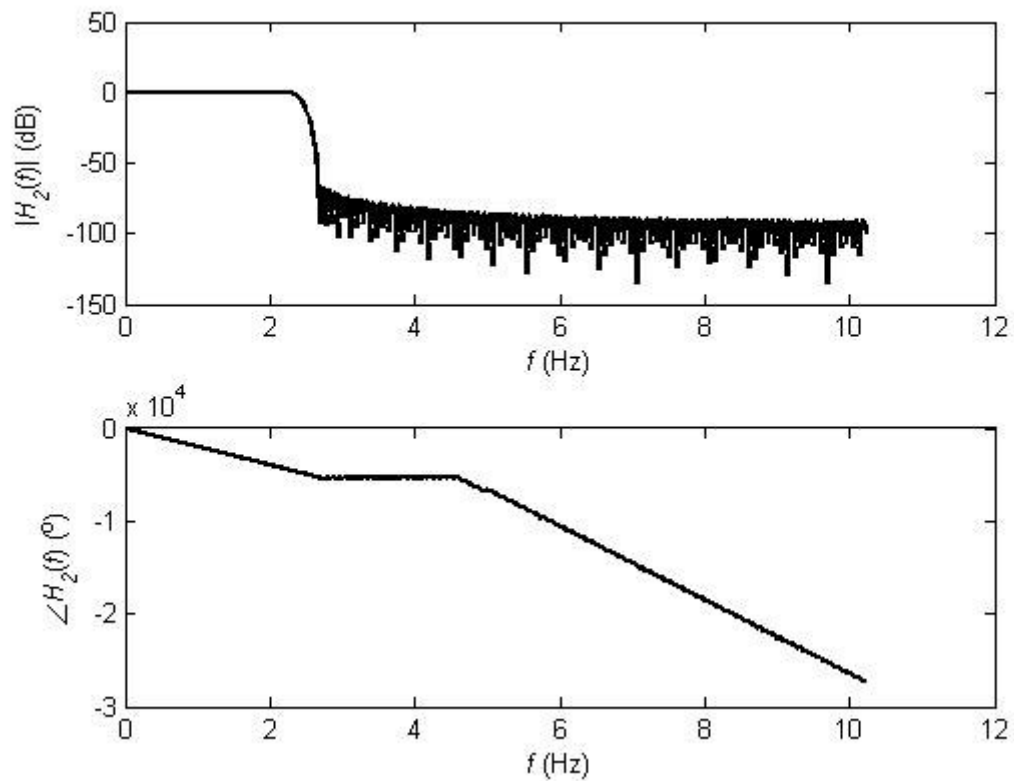


Figura 4.5: FPB FIR do segundo estágio

O projeto do filtro IIR resultou numa implementação de ordem 9 (10 coeficientes no numerador de H_2 e 10 no denominador), cujas curvas de resposta em frequência estão traçadas na Figura 4.6.

Os gráficos traçados da Figura 4.7 à Figura 4.10 mostram uma comparação entre o FPB do primeiro estágio, o FPB do segundo estágio, e o FPB resultante do produto de ambos.

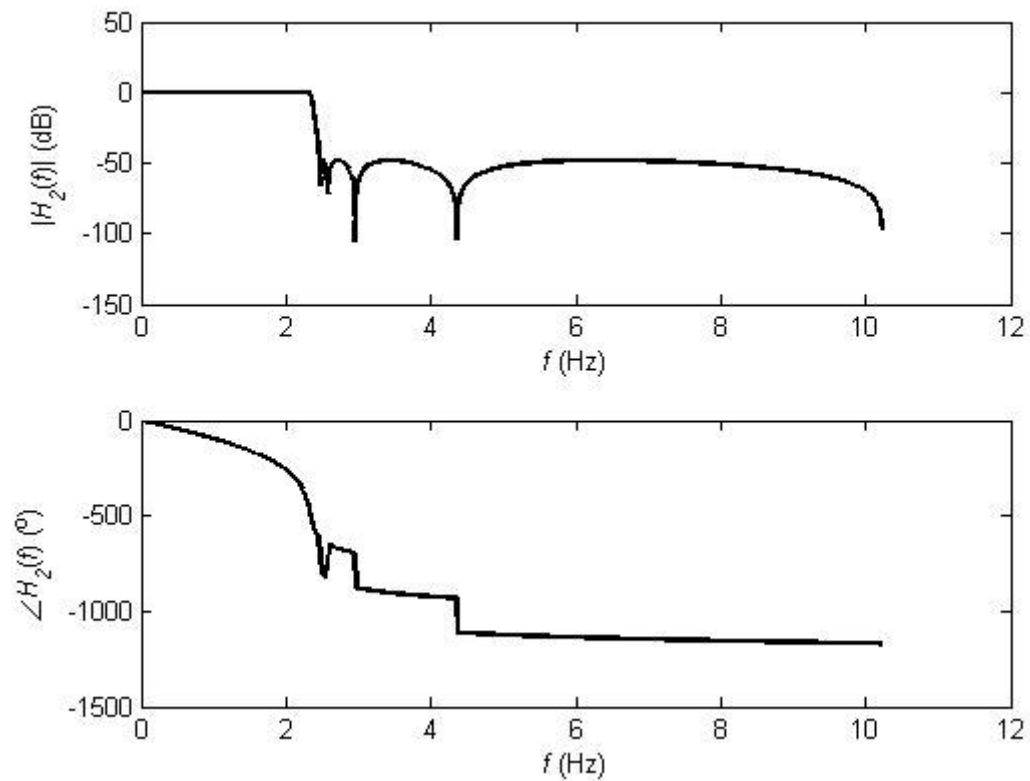


Figura 4.6: FPB IIR do segundo estágio

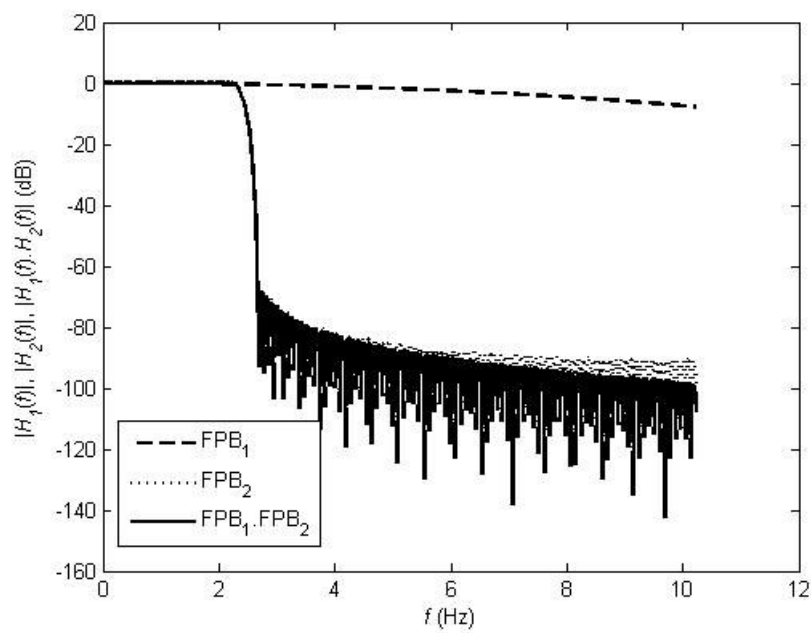


Figura 4.7: FPB's de ambos os estágios (FIR no segundo)

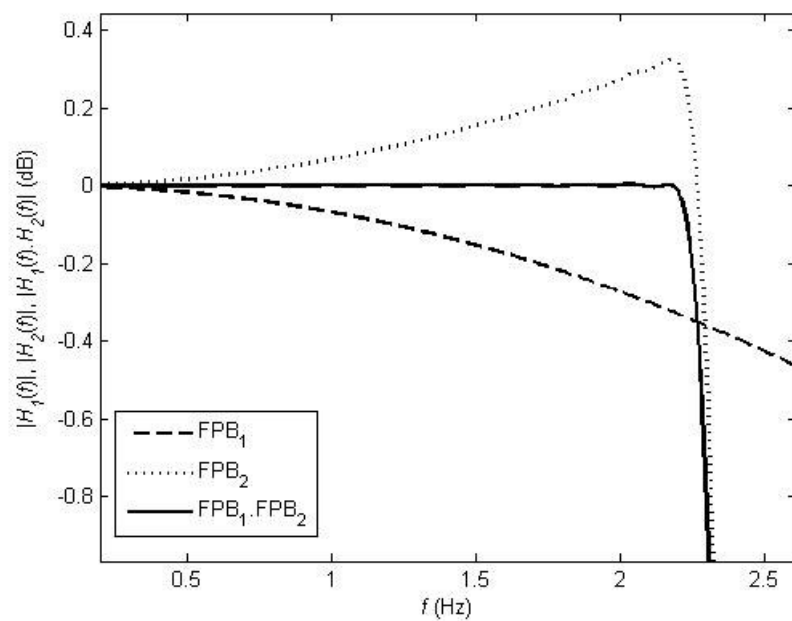


Figura 4.8: detalhe dos FPB's de ambos os estágios (FIR no segundo)

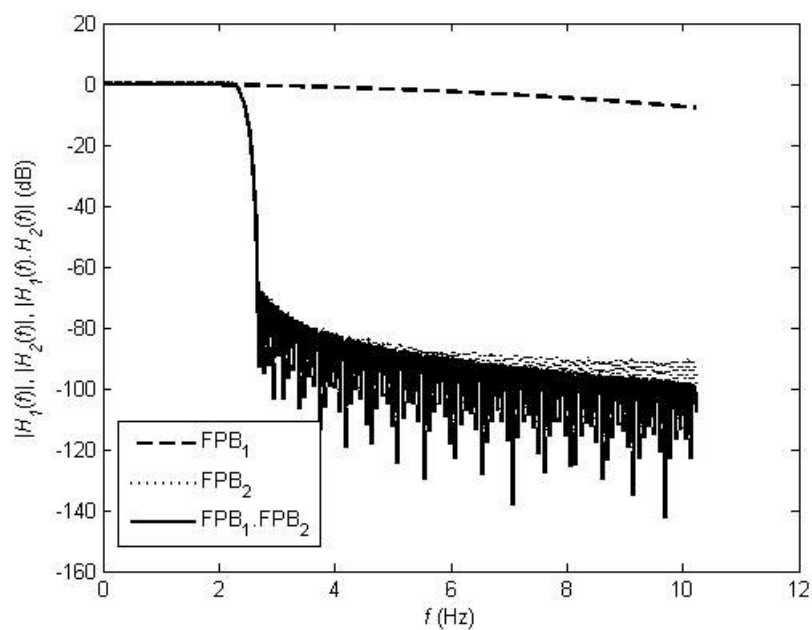


Figura 4.9: FPB's de ambos os estágios (IIR no segundo)

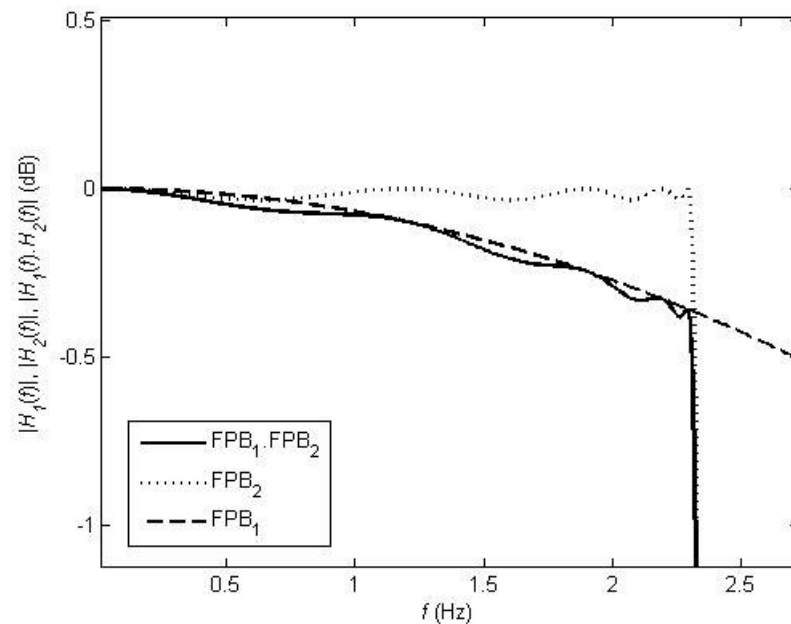


Figura 4.10: detalhe dos FPB's de ambos os estágios (IIR no segundo)

Portanto, é possível notar as vantagens e desvantagens de cada uma das opções de FPB para o segundo estágio.

Optar por um FIR significa maior número de coeficientes, maior custo computacional, mais memória para armazenar amostras passadas e atrasos, e um *delay* considerável entre a entrada e a saída, por causa do elevado número de coeficientes. A vantagem é que a resposta de fase é linear, e é possível implementar, facilmente, a compensação da atenuação promovida pelo primeiro estágio.

No caso do IIR, o número de coeficientes é muito menor, em consequência da realimentação de valores passados da saída do filtro (denominador com ordem maior do que 1). Isto implica em menor custo computacional, menos memória para armazenar amostras passadas e menor atraso da saída em relação à entrada. No entanto, neste método adotado, não há compensação de atenuação na banda de passagem, além de a resposta de fase que não ser linear. No caso do transdutor sigma-delta com termo-resistência, a fase não-linear pode ser um problema, caso ele seja aplicado à medição de velocidade de fluido em regime turbulento.

Capítulo 5

Modelo do Sensor no Domínio Discreto

A arquitetura de transdutor proposta por este trabalho se baseia na estrutura dos conversores A/D do tipo sigma-delta. Conforme foi visto no Capítulo 3, tais conversores realizam a amostragem do sinal da saída de um bloco integrador. No Capítulo 6, quando a estrutura sigma-delta com o sensor termo-resistivo será detalhada, ver-se-á que uma parte do circuito do conversor A/D sigma-delta será substituída pelo sensor termo-resistivo, incluindo o bloco integrador. A saída do bloco integrador passará a ser, portanto, a saída de temperatura do próprio sensor (ver Figura 2.4). Assim, devido ao fato de que a amostragem é realizada na saída do sensor, é importante que se tenham equações que o modelem no domínio discreto do tempo, bem como no domínio da Transformada Z, de maneira a avaliar a sua resposta em frequência.

De forma semelhante ao que ocorre com os sistemas contínuos (domínios t e s , respectivamente, para tempo e frequência), os sistemas discretos (domínios n e z , respectivamente, para tempo e frequência) também podem ser analisados utilizando o conceito de funções de transferência. O objetivo deste capítulo, portanto, é chegar a uma expressão, no domínio da Transformada Z, que represente o sensor termo-resistivo, de maneira a possibilitar análises de desempenho para o modulador sigma-delta com a termo-resistência integrada.

5.1 Descrição do Método

Em [40] e [41], são apresentados diversos métodos para transformação de funções de transferência do domínio s da Transformada de Laplace para o domínio z da Transformada Z. Será utilizado, neste trabalho, um dos métodos propostos por [41], que é o chamado Método do Impulso Invariante. Este método consiste nos seguintes passos:

- A Transformada Inversa de Laplace é aplicada a uma determinada função de transferência $X(s)$, obtendo-se, assim, a função contínua $x(t)$, que corresponde, portanto, à resposta do sistema $X(s)$ à aplicação de um impulso unitário;
- Após isto, uma versão discreta de $x(t)$, dita $x[n]$, é obtida através do cálculo dos valores de $x(t)$ nos instantes múltiplos da frequência de amostragem T_{am} do sistema, isto é, $x[n] = x(nT_{am})$;
- Por último, é calculada a Transformada Z de $x[n]$, dita $X(z)$, que corresponde, portanto, à versão discreta de $X(s)$.

Vale a ressalva de que, se o mais completo formalismo matemático fosse utilizado na definição dos símbolos que representam as funções, denominar $X(z)$ de "versão discreta de $X(s)$ " estaria incorreto, pois elas possuem expressões analíticas, a princípio, completamente diferentes. Portanto, deve ficar claro que $X(s)$ é uma função no domínio s e $X(z)$ é uma função no domínio z sem, no entanto, apresentarem, necessariamente, a mesma forma analítica como se fosse uma função $X(\bullet)$.

Este método de transformação de funções de transferência faz com que a resposta do sistema discreto a um impulso unitário discreto seja uma cópia perfeita, porém amostrada, da resposta do sistema contínuo a um impulso unitário contínuo. Se a entrada do sistema contínuo for diferente de um impulso (uma senóide, por exemplo), a resposta amostrada calculada com a função convertida utilizando-se o método descrito será ligeiramente diferente da resposta contínua do sistema original. Conforme já foi dito, [40] e [41] abordam outros métodos de transformação, cada um mais indicado para um certo tipo de aplicação (projeto de controladores, projeto de filtros ou casamento de resposta com entradas específicas).

No entanto, a escolha do Método do Impulso Invariante se justifica por:

- Simplicidade, sem, no entanto, incorrer em prejuízo para o trabalho. Afirmar-se isto, pois esta discretização do modelo de pequenos sinais tem o propósito de possibilitar análises de desempenho e previsões de

resolução para o sistema proposto. Portanto, apesar de haver a possibilidade de desvios na resposta discreta em relação à contínua, a análise do sistema discreto por este método fornece uma base para ser utilizado na comparação entre sistemas, na determinação da resolução esperada e como ponto de partida para projeto dos parâmetros da arquitetura proposta;

- Fato de que o impulso é um sinal rico em componentes de frequência, o que, conforme será visto, é uma característica dos sinais de corrente a serem aplicados no sensor termo-resistivo;
- Segundo [41], o método é indicado para casos onde a frequência de operação f_{am} é alta. Isto, portanto, não será problema para o caso da arquitetura sigma-delta, pois, por definição, as frequências de operação são elevadas, já que se utiliza o artifício da sobreamostragem para melhorar a resolução final.

Assim, para funções de transferência no domínio s da forma:

$$X(s) = \frac{1}{s - p}$$

A sua versão discreta, por [41], tem a forma:

$$X(z) = \frac{1}{1 - e^{pT_{am}} z^{-1}} = \frac{1}{1 - v z^{-1}} \quad (5.1)$$

em que:

- v , adimensional, é chamado de vazamento do integrador.

Introduziu-se, portanto, o parâmetro v , chamado de vazamento do integrador. Os motivos que fazem com que este parâmetro possua esta denominação serão apresentados no Capítulo 6. É interessante notar que o seu valor depende do pólo e , também, do período de amostragem do sistema discreto. Quanto menor este período, mais a função de transferência se aproxima

de uma integral perfeita, que é o que se tem, idealmente, no laço de um modulador sigma-delta. Assim, tem-se:

$$v = e^{pT_{am}} \quad (5.2)$$

Vê-se, portanto, através de (5.2), que a discretização sofre a influência, também, do período de amostragem T_{am} .

Para efeito de análise de resposta em frequência, a Eq. (5.1) pode ser utilizada exatamente da maneira como está apresentada. Para simulação, no entanto, é necessário introduzir um ganho de T_{am} , pois (5.1) foi deduzida com base no tempo normalizado, isto é, $T_{am} = 1$ s.

5.2 Aplicação ao Sensor Termo-Resistivo

Relembrando a Eq. (2.30):

$$T_{sd}(s) = \frac{1}{s - p} [k_{T_a} T_{ad}(s) + k_H H_d(s) + k_U U_d(s) + k_{X_s} X_{sd}(s)]$$

Aplicando (5.1) ao modelo de pequenos sinais da termo-resistência, obtém-se:

$$T_{sd}(z) = \frac{1}{1 - e^{pT_{am}} z^{-1}} [k_{T_a} T_{ad}(z) + k_H H_d(z) + k_U U_d(z) + k_{X_s} X_{sd}(z)] \quad (5.3)$$

Assim, a Figura 2.5 passa a ter a sua versão discreta, apresentada na Figura 5.1.

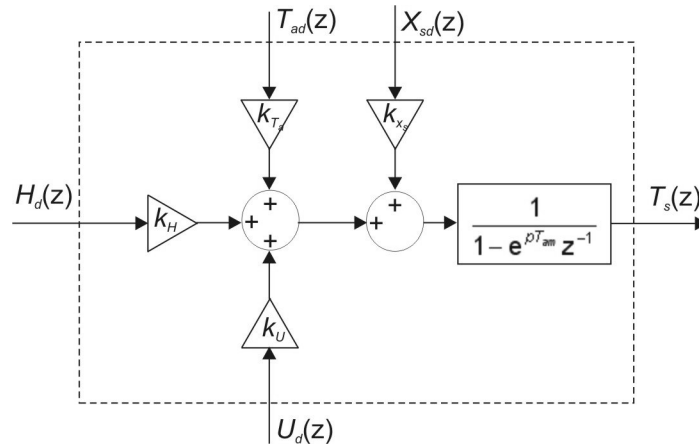


Figura 5.1: diagrama de blocos do modelo discreto de pequenos sinais

5.3 Simulações Computacionais

Simulações computacionais foram realizadas, de maneira a comparar três diferentes respostas: a resposta do sensor sem simplificações (Eq. (2.40) e Figura 2.4), utilizando o modelo contínuo de pequenos sinais (Eq. (2.30) e Figura 2.5), e utilizando o modelo discreto de pequenos sinais (Eq. (5.3) e Figura 5.1). Foi feita uma simulação com um sensor PTC, com os dados obtidos experimentalmente em [2], e outra com um sensor NTC, cujos dados foram obtidos experimentalmente em [42]. Os resultados serão apresentados a seguir.

5.3.1 Termo-Resistor PTC

Os parâmetros, obtidos experimentalmente em [2], são os seguintes:

- $R_0 = 102,48 \, \Omega$
- $\beta = 3,85 \cdot 10^{-3} \, \text{K}^{-1}$
- $T_0 = 273,15 \, \text{K}$
- $G_H = 19 \cdot 10^{-6} \, \text{m}^2$
- $a = 2,982 \cdot 10^{-3} \, \text{W/K}$
- $C_{th} = 43,06 \cdot 10^{-3} \, \text{J/K}$

Seguindo o roteiro definido no Item 2.5, o próximo passo é definir a temperatura do sensor no ponto de operação e calcular a sua respectiva resistência através da Eq. (2.3):

- $T_{s0} = 50,000 \, ^\circ\text{C} = 323,15 \, \text{K}$
- $R_{s0} = 122,21 \, \Omega$

Definindo os valores dos mesurandos no ponto de operação:

$$\rightarrow T_{a0} = 24 \text{ }^{\circ}\text{C} = 297,15 \text{ K}$$

$$\rightarrow H_0 = 800,00 \text{ W/m}^2$$

$$\rightarrow U_0 = 0,0000 \text{ m/s}$$

Como $U_0 = 0,0000 \text{ m/s}$:

$$\rightarrow G_{th0} = 2,9820 \cdot 10^{-3} \text{ W/K}$$

Utilizando (2.36) para encontrar X_{s0} :

$$\rightarrow X_{s0} = 510,04 \cdot 10^{-6} \text{ A}^2$$

Utilizando (2.25) para encontrar k_t :

$$\rightarrow k_t = 3,9455 \cdot 10^{-1} \text{ } \Omega/\text{K}$$

Com (2.31), (2.32), (2.33) e (2.35), respectivamente:

$$\rightarrow p = -6,4579 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$$

$$\rightarrow k_{T_a} = 6,9252 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$$

$$\rightarrow k_H = 4,4124 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ J}^{-1} \text{ K}$$

$$\rightarrow k_{X_s} = 2838,1 \text{ A}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ K}$$

Utilizando um período de amostragem 100 vezes menor do que a constante de tempo do modelo de pequenos sinais (inverso do pólo p) e, segundo a Eq. (5.1):

$$\rightarrow T_{am} = 1,5485 \cdot 10^{-1} \text{ s}$$

$$\rightarrow v = 0,99005$$

As entradas aplicadas na simulação foram as seguintes:

- $T_a = 297,15 \text{ K}$ para $t < 300 \text{ s}$ e $T_a = 237,7 \text{ K}$ para $t \geq 300 \text{ s}$ (degrau de 20 % para menos);
- $H = 800,00 \text{ W/m}^2$ para $t < 200 \text{ s}$ e $H = 960,00 \text{ W/m}^2$ para $t \geq 200 \text{ s}$ (degrau de 20 % para mais);
- $U = 0,0000 \text{ m/s}$;
- $X_s = 510,04 \cdot 10^{-6} \text{ A}^2$ para $t < 250 \text{ s}$ e $X_s = 612,05 \cdot 10^{-6} \text{ A}^2$ para $t \geq 250 \text{ s}$ (degrau de 20 % para mais).

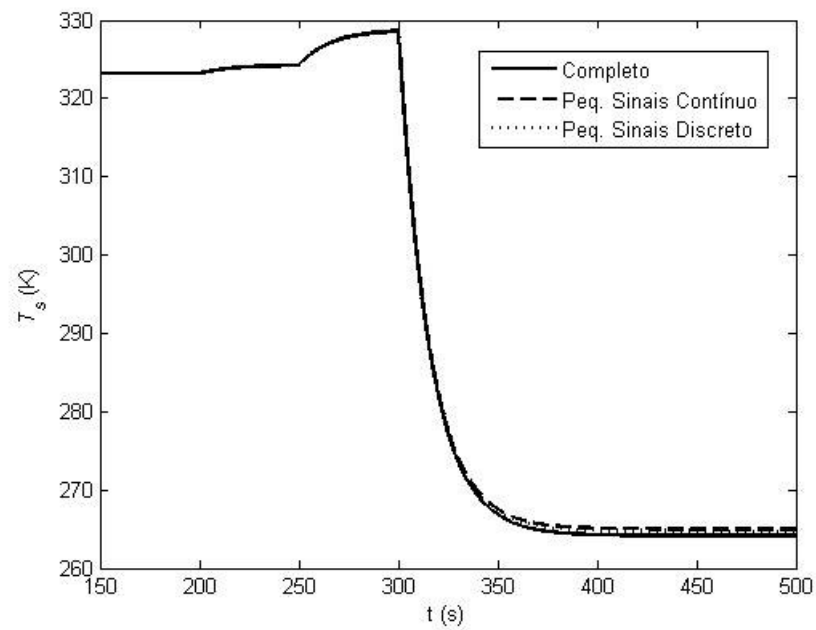


Figura 5.2: resposta do PTC

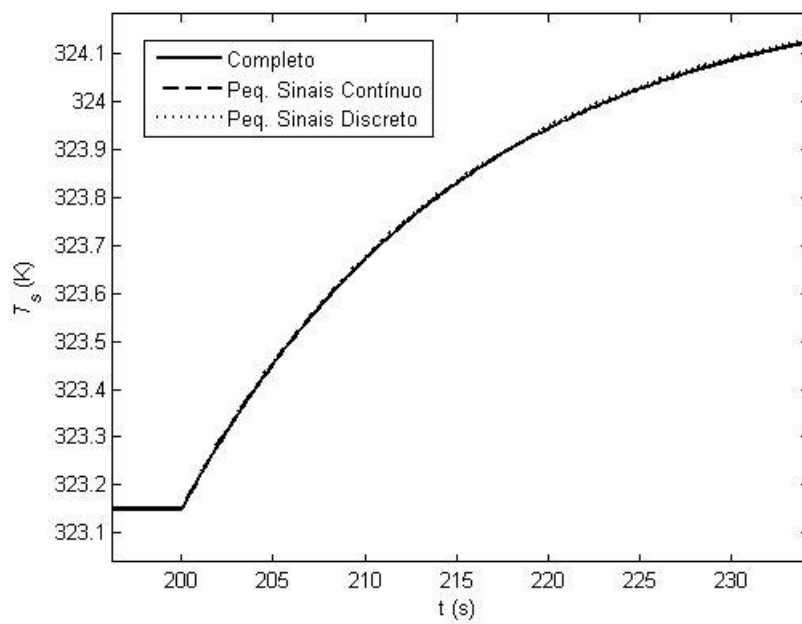


Figura 5.3: resposta do PTC após mudança de radiação térmica

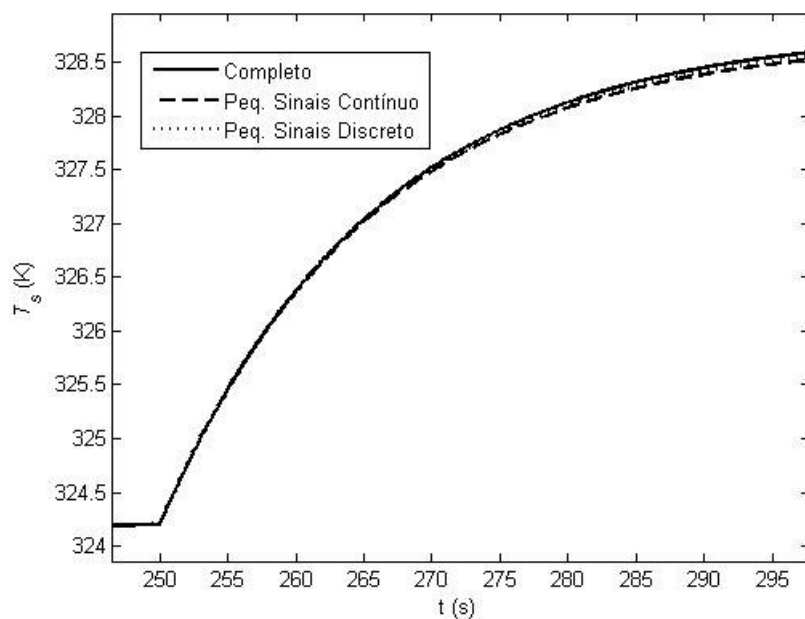


Figura 5.4: resposta do PTC após mudança de corrente ao quadrado

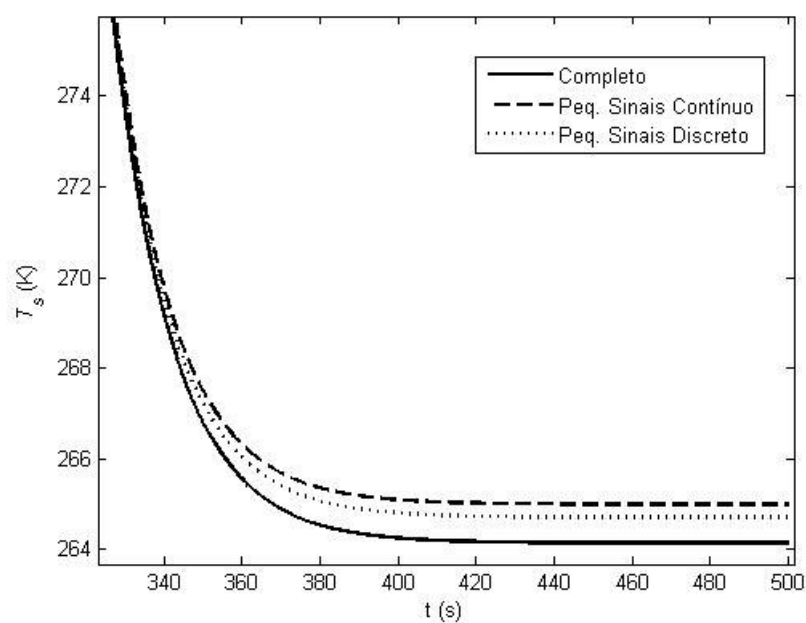


Figura 5.5: resposta do PTC após mudança de temperatura ambiente

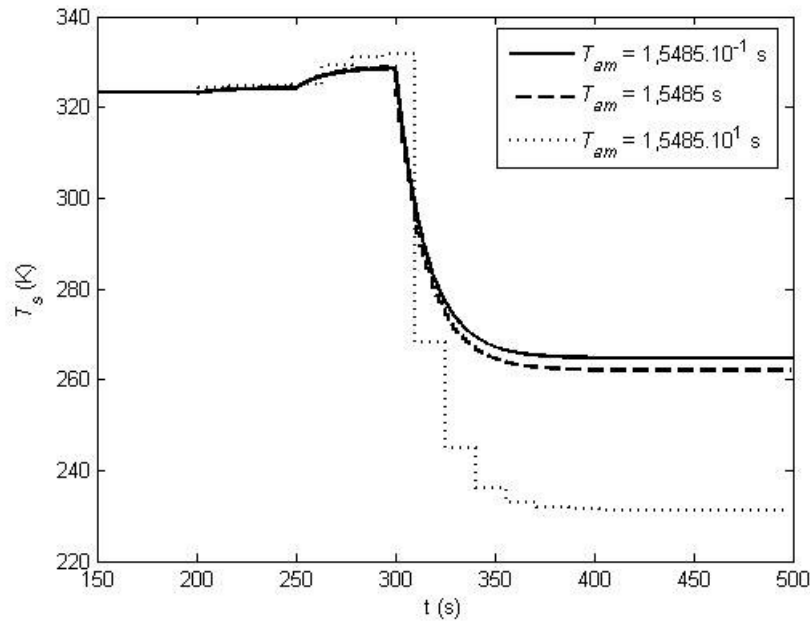


Figura 5.6: modelo discreto do PTC com diferentes vazamentos

Na Figura 5.2, mostra-se a resposta comparativa do PTC, aplicando-se cada um dos modelos apresentados: modelo completo (Eq. (2.40) e Figura 2.4), modelo contínuo de pequenos sinais (Eq. (2.30) e Figura 2.5), e modelo discreto de pequenos sinais (Eq. (5.3) e Figura 5.1, com $T_{am} = 1,5485 \cdot 10^{-1}$ s). Conforme é possível observar, as respostas são, praticamente, coincidentes, com um desvio maior quando a temperatura se afasta do valor definido como o seu ponto de operação ($T_{s0} = 323,15$ K), cujo detalhe está na Figura 5.5. A Figura 5.3 e a Figura 5.4 mostram detalhes da temperatura do sensor imediatamente após a aplicação do degrau de radiação térmica e de corrente ao quadrado, respectivamente. A Figura 5.6 é equivalente à Figura 5.2, mas é mostrada apenas a resposta do modelo discreto da termo-resistência, calculado com diferentes vazamentos (diferentes valores de T_{am}). Nota-se que, para um período 10 vezes menor do que a constante de tempo definida pelo pólo p , a aproximação ainda oferece bons resultados, o que não ocorre para o terceiro caso, onde T_{am} é igual à constante de tempo.

Na Tabela 5.1, mostram-se os desvios percentuais dos valores de temperatura do sensor previstos por ambos os modelos de pequenos sinais (três diferentes vazamentos no caso do discreto, sendo o 1 o de maior vazamento, isto

é, maior valor de T_{am}), em relação ao modelo completo. Os instantes em que as comparações foram feitas foram aqueles imediatamente anteriores à aplicação de cada um dos degraus e, no caso do último instante, foi o correspondente ao último valor fornecido pela simulação. Observa-se, portanto, que o maior desvio foi de -0,32230 % para o modelo contínuo e 14,272 % para o discreto, o que indica uma aproximação satisfatória por parte dos modelos de pequenos sinais, principalmente por tais aproximações serem utilizadas apenas como base para projeto de parâmetros dos circuitos de realimentação e nas previsões de desempenho. Se for considerado o caso com menor vazamento, este valor cai para -0,21261 %, indicando que um valor de T_{am} 100 vezes menor do que o inverso da constante de tempo associada ao pólo de (2.30) é suficiente para uma boa aproximação. Na prática, este valor será sempre atingido quando o modelo for utilizado nas análises do transdutor sigma-delta com termo-resistência, pois se opera com uma taxa de amostragem acima de 128, na maioria dos casos.

Tabela 5.1: desvios em relação ao modelo completo do PTC

	t = 200 s	t = 250 s	t = 300 s	t = 500 s
Completo	323,15 K	324,20 K	328,62 K	264,14 K
Peq. Sinais Contínuo	-1,9785.10 ⁻⁵ %	-7,8093.10 ⁻⁷ %	2,1300.10 ⁻² %	-0,32230 %
Peq. Sinais Discreto 1	-1,9785.10 ⁻⁵ %	-0,19940 %	-0,90460 %	14,272 %
Peq. Sinais Discreto 2	-1,9785.10 ⁻⁵ %	-1,6049.10 ⁻² %	-6,0473.10 ⁻² %	0,80222 %
Peq. Sinais Discreto 3	-1,9785.10 ⁻⁵ %	-1,6371.10 ⁻³ %	1,2995.10 ⁻² %	-0,21261 %

O desvio observado na Figura 5.5 tende a ser menor quando o sensor opera numa arquitetura que o mantém à temperatura constante, visto que, pela definição do próprio método, esta grandeza sofre apenas pequenos desvios em relação ao que foi definido como ponto de operação de temperatura. Desvios entre o modelo completo, que é o que melhor modela os fenômenos físicos de troca de energia do sensor, e os modelos de pequenos sinais (contínuo e discreto) podem, é claro, ocorrer pelo deslocamento do ponto de operação em função de variação dos mesurandos (T_a , H e U) e do quadrado da corrente aplicada (X_s) em relação aos valores admitidos (T_{a0} , H_0 , U_0 e X_{s0}) nos cálculos dos coeficientes das funções de transferência de pequenos sinais.

Na Tabela 5.2, mostra-se a sensibilidade dos coeficientes e do pólo da função de transferência de pequenos sinais em relação a cada uma das variáveis que podem sofrer alteração durante a operação do sistema. A corrente ao quadrado não foi explicitamente considerada, pois, em última instância, a corrente será função das próprias variáveis e, portanto, já está incluída na análise realizada. A resistência e a temperatura são consideradas constantes, visto que este modo de operação é utilizado na arquitetura proposta. Nas linhas da tabela estão os coeficientes e, nas colunas, as variáveis em relação às quais o cruzamento da linha com a coluna fornece a sensibilidade. As expressões da tabela foram obtidas com base nas Eqs. (2.31) a (2.36). Deve-se notar que, apesar de o índice subscrito "0" estar sendo utilizado, os valores aos quais a tabela faz referência não são os do ponto de operação original, já que se está analisando, justamente, o deslocamento deste ponto de operação. A exceção se faz, é claro, em relação à variável T_{s0} (R_{s0} , por consequência).

Tabela 5.2: sensibilidade dos coeficientes do modelo de pequenos sinais

	$\frac{\partial}{\partial T_{a0}}$	$\frac{\partial}{\partial H_0}$	$\frac{\partial}{\partial U_0}$
k_{T_a}	0	0	$\frac{bnU_0^{n-1}}{C_{th}}$
k_H	0	0	0
k_U	$\frac{bnU_0^{n-1}}{C_{th}}$	0	$\frac{(T_{a0} - T_{s0})b(n-1)U_0^{n-2}}{C_{th}}$
k_{X_s}	0	0	0
p	$-\frac{G_{th0}k_t}{R_{s0}C_{th}}$	$-\frac{G_Hk_t}{R_{s0}C_{th}}$	$\frac{(T_{a0} - T_{s0})k_t - C_{s0}}{C_{th}} bnU_0^{n-1}$

Através da Tabela 5.2, é possível notar que os ganhos k_H e k_{X_s} não são sensíveis a alterações no ponto de operação. Se não houver convecção forçada (velocidade de fluido igual a zero), todos os ganhos ficarão insensíveis a mudanças do ponto de operação. O pólo p , no entanto, é sempre função do ponto de operação. Quando não há convecção forçada, k_U se anula, mas isto não

representa algo significativo, pois, se não há convecção forçada, o termo que contém U_0 se anularia de qualquer forma. As expressões da tabela podem ser utilizadas para posicionar o ponto de operação numa região pouco sensível à alteração das variáveis, apesar de isso não ter sido feito neste trabalho.

5.3.2 Termo-Resistor NTC

Os parâmetros, obtidos experimentalmente em [42], são os seguintes:

- $A = 3,6700 \cdot 10^{-3} \Omega$
- $B = 4,0896 \cdot 10^3 K$
- $a = 2,4425 \cdot 10^{-2} W/K$
- $b = 2,1498 \cdot 10^{-3} \text{ ub (unidade de } b)$
- $n = 3,5699 \cdot 10^{-1}$
- $C_{th} = 9,7724 \cdot 10^{-2} J/K$

Definido a temperatura do sensor no ponto de operação e calculando a sua respectiva resistência através da Eq. (2.4):

- $T_{s0} = 50^\circ C = 323,15 K$
- $R_{s0} = 1150,4 \Omega$

Definindo os valores dos mesurandos no ponto de operação:

- $T_{a0} = 24^\circ C = 297,15 K$
- $H_0 = 0,0000 W/m^2$
- $U_0 = 50,000 m/s$

Como $U_0 = 50,000 m/s$:

- $G_{th0} = 3,3113 \cdot 10^{-2} W/K$

Utilizando (2.36) para encontrar X_{s0} :

- $X_{s0} = 7,4840 \cdot 10^{-4} A^2$

Utilizando (2.26) para encontrar k_t :

- $k_t = -45,053 \Omega/K$

Com (2.31), (2.32), (2.34) e (2.35), respectivamente:

- $p = -6,8387 \cdot 10^{-1} s^{-1}$
- $k_{T_a} = 3,3885 \cdot 10^{-1} s^{-1}$
- $k_U = -1,6503 \cdot 10^{-2} m^{-1}K$
- $k_{X_s} = 1,1772 \cdot 10^4 A^{-2}s^{-1}K$

Utilizando um período de amostragem 100 vezes menor do que a constante de tempo do modelo de pequenos sinais (inverso do pólo p) e, segundo a Eq. (5.1):

$$\rightarrow T_{am} = 1,4627 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

$$\rightarrow v = 0,99005$$

As entradas aplicadas na simulação foram as seguintes:

- $T_a = 297,15 \text{ K}$ para $t < 30 \text{ s}$ e $T_a = 237,7 \text{ K}$ para $t \geq 30 \text{ s}$ (degrau de 20 % para menos);
- $H = 0,0000 \text{ W/m}^2$;
- $U = 50,000 \text{ m/s}$ para $t < 20 \text{ s}$ e $U = 60,000 \text{ m/s}$ para $t \geq 20 \text{ s}$ (degrau de 20 % para mais);
- $X_s = 7,4840 \cdot 10^{-4} \text{ A}^2$ para $t < 25 \text{ s}$ e $X_s = 8,9808 \cdot 10^{-4} \text{ A}^2$ para $t \geq 25 \text{ s}$ (degrau de 20 % para mais).

Os comentários tecidos para o caso do PTC continuam válidos. Da Figura 5.7 à Figura 5.11, são mostrados os gráficos traçados como resultado das simulações com o termistor NTC.

Na Tabela 5.3, são mostrados os desvios percentuais, de forma semelhante ao que foi apresentado na Tabela 5.1.

Tabela 5.3: desvios em relação ao modelo completo do NTC

	t = 20 s	t = 25 s	t = 30 s	t = 40 s
Completo	323,15 K	322,93 K	325,26 K	304,44 K
Peq. Sinais Contínuo	$-6,7300 \cdot 10^{-6} \%$	$4,8595 \cdot 10^{-3} \%$	$-4,3391 \cdot 10^{-2} \%$	2,8281 %
Peq. Sinais Discreto 1	$-6,7300 \cdot 10^{-6} \%$	$4,8671 \cdot 10^{-2} \%$	-0,42318 %	8,6143 %
Peq. Sinais Discreto 2	$-6,7300 \cdot 10^{-6} \%$	$8,4879 \cdot 10^{-3} \%$	$-8,0668 \cdot 10^{-2} \%$	3,3081 %
Peq. Sinais Discreto 3	$-6,7300 \cdot 10^{-6} \%$	$5,2258 \cdot 10^{-3} \%$	$-4,6898 \cdot 10^{-2} \%$	2,8752 %

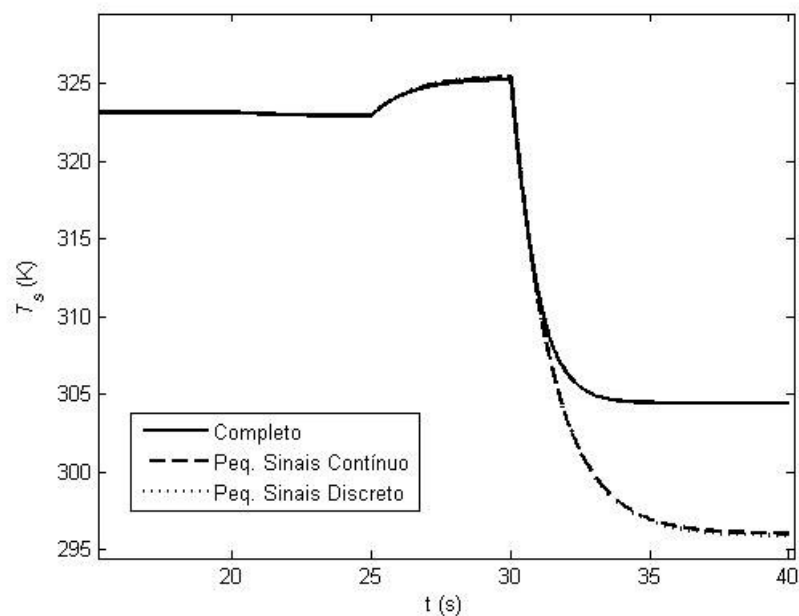


Figura 5.7: resposta do NTC

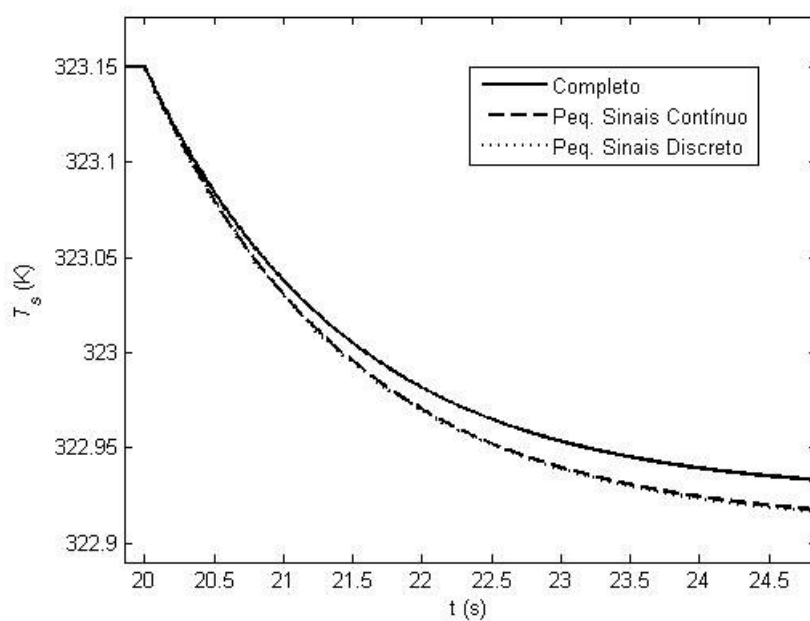


Figura 5.8: resposta do NTC após mudança de velocidade do fluido

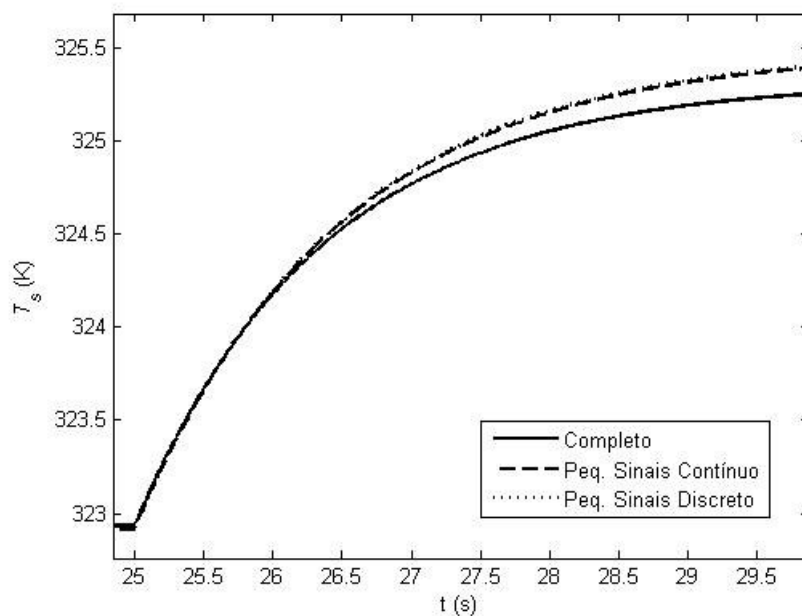


Figura 5.9: resposta do NTC após mudança de corrente ao quadrado

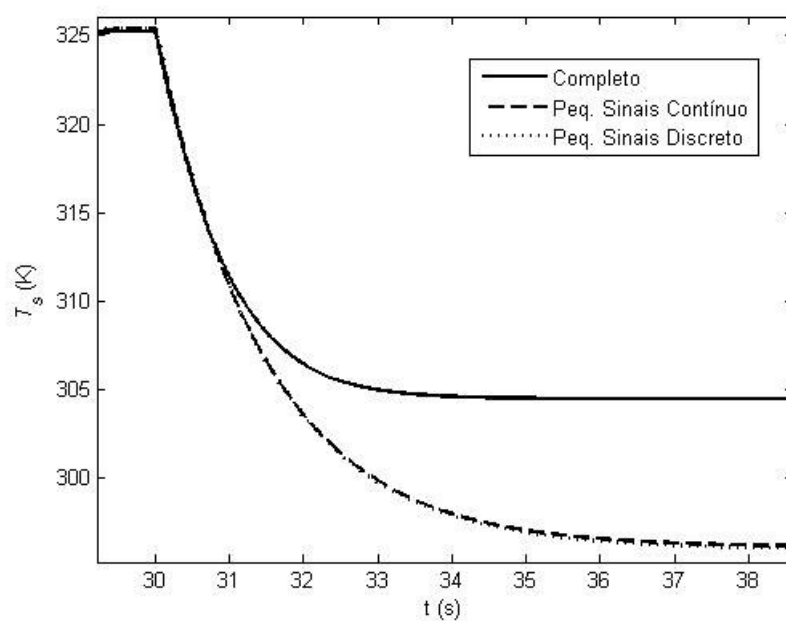


Figura 5.10: resposta do NTC após mudança de temperatura ambiente

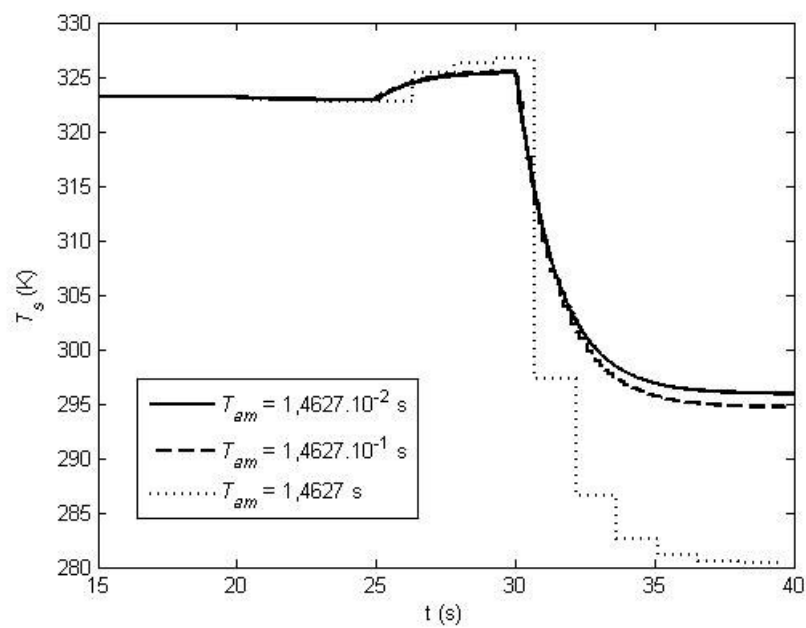


Figura 5.11: modelo discreto do NTC com diferentes vazamentos

As expressões de sensibilidade são válidas para o caso dos NTC's e já estão apresentadas na Tabela 5.2

Capítulo 6

Termo-Resistor em Arquitetura Sigma-Delta

No Capítulo 2, os sensores termo-resistivos foram apresentados em detalhes, suas equações foram desenvolvidas, seus parâmetros foram apresentados e, por fim, obteve-se um modelo aproximado para descrever o comportamento dinâmico do sensor quando submetido a pequenas variações nas variáveis que influenciam no seu comportamento. Além disso, modelos para simulação computacional foram apresentados na forma de diagramas de blocos, uma vez que este trabalho se constitui na proposta de um modelo de transdutor e na avaliação do seu funcionamento, buscando determinar a viabilidade da sua implementação prática.

No Capítulo 3, os conversores A/D ditos convencionais foram descritos brevemente, já que se deu maior ênfase à discussão dos A/D's do tipo sigma-delta. As equações que relacionam taxa de sobreamostragem, nível de ruído de quantização e resolução foram apresentadas, de maneira a estabelecer uma analogia entre o que se chama de resolução nos A/D's convencionais, onde o processo de quantização se dá em uma única etapa, e a resolução nos conversores sigma-delta, onde a quantização inicial é bastante grosseira, sendo que uma alta resolução é obtida a partir de uma troca entre taxa de amostragem e resolução. A arquitetura proposta neste trabalho se baseia na estrutura dos A/D's sigma-delta, através da substituição de uma porção da malha sigma-delta pelo sensor termo-resistivo propriamente dito.

O Capítulo 4 apresentou em detalhes e discutiu o projeto dos filtros digitais utilizados no conversor sigma-delta com sensor termo-resistivo integrado. Tanto o primeiro, quanto o segundo estágios de digitalização e filtragem foram detalhados,

diferenciados e exemplificados com o projeto completo destes dois filtros, que têm o objetivo de diminuir a taxa de amostragem do sinal medido, ao mesmo tempo em que proporcionam um aumento da resolução da quantização. O exemplo de projeto apresentado foi retirado de uma das simulações apresentadas neste Capítulo 6 e, portanto, teve base em parâmetros físicos reais de termo-resistências.

Devido ao fato de a arquitetura Estado da Arte apresentada por este trabalho se basear na substituição do somador e do integrador dos A/D's sigma-delta por um sensor termo-resistivo, o Capítulo 5 apresentou uma proposta de discretização do modelo de pequenos sinais que havia sido desenvolvido no Capítulo 2. Este desenvolvimento se fez necessário, pois o sensor termo-resistivo não se comporta como um integrador perfeito, apesar de que, no modelo de transdutor proposto, ele é utilizado em substituição a um integrador perfeito. Assim, a avaliação das consequências desta substituição não perfeita precisou ser feita. Conforme ficará claro mais adiante neste Capítulo 6, a imperfeição introduzida pelo sensor termo-resistivo à malha sigma-delta guarda analogia perfeita com uma das imperfeições classicamente abordadas e discutidas quando se fala em conversor A/D sigma-delta, que é o conceito de vazamento.

Assim o presente Capítulo 6 vem detalhar e discutir o modelo Estado da Arte do transdutor sigma-delta com sensor termo-resistivo integrado. Diversos resultados provindos de simulações computacionais com o *Matlab* e o *Simulink* serão apresentados e discutidos, para o caso de medição das três grandezas a que o transdutor se propõe medir: temperatura ambiente, radiação térmica e velocidade de fluido. Além do modelo teórico e conceitual inicialmente proposto, chamado de Transdutor de Corrente Contínua, o Transdutor de Corrente Pulsada também será apresentado. Este modelo é um ponto de partida para trabalhos futuros que, porventura, tenham o objetivo de realizar fisicamente a arquitetura aqui proposta. Apesar de este trabalho ter se limitado a simulações do sistema proposto, os parâmetros dos sensores utilizados nas simulações foram parâmetros reais, obtidos por meio de ensaios em laboratório, em trabalhos anteriores feitos pelo Autor, Orientador e demais colaboradores.

6.1 Detalhamento da Arquitetura

6.1.1 Descrição

Conforme já foi dito, o modelo de transdutor sigma-delta com termo-resistência integrada consiste em substituir uma parte da malha de realimentação do conversor A/D sigma-delta pelo sensor termo-resistivo. A estrutura é considerada Estado da Arte, pois o Autor, o Orientador e a Prof^a. Lúgia Souza Palma, importante colaboradora deste trabalho, foram os primeiros a pesquisar, estudar e detalhar tal estrutura. As publicações [2], [3] e [4] foram as primeiras neste sentido. Apesar de possuir o título "*Modeling and Simulation of Thermal Sigma-Delta Modulators*", a referência [43] apresenta uma estrutura em que um conversor A/D sigma-delta é alimentado com o sinal proveniente de um sensor termo-resistivo aquecido, o que difere da arquitetura aqui proposta, que embute o próprio sensor na malha sigma-delta, dispensando parte dos componentes analógicos (somador e integrador) de uma malha sigma-delta convencional.

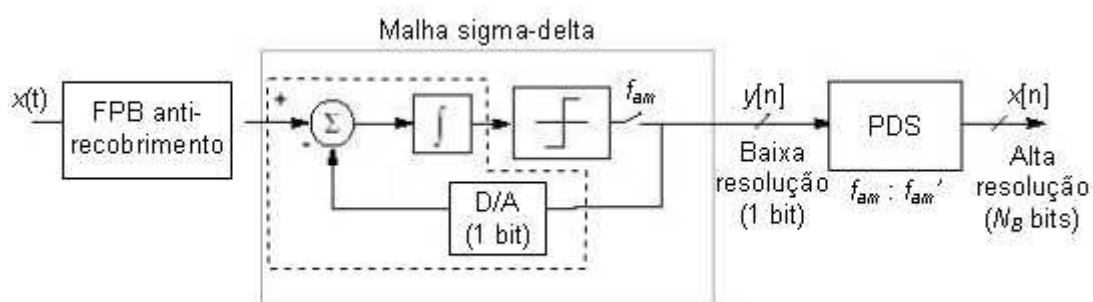


Figura 6.1: porção substituída do conversor A/D sigma-delta

A idéia de incluir um sensor termo-resistivo numa malha sigma-delta, substituindo o somador e o integrador analógico, surgiu a partir da observação da estrutura de um conversor sigma-delta (Figura 6.1, onde a área substituída está delimitada pela linha tracejada) e da percepção de que, como resposta a um degrau de corrente, a forma da curva de temperatura do sensor se aproxima da forma de uma exponencial. Se o período de amostragem for muito menor do que a constante de tempo do sensor, esta exponencial pode ser aproximada por uma

integração. Na Figura 6.2, a constante de tempo é de 1 s. Nota-se que, até 0,1 s, as curvas são praticamente coincidentes.

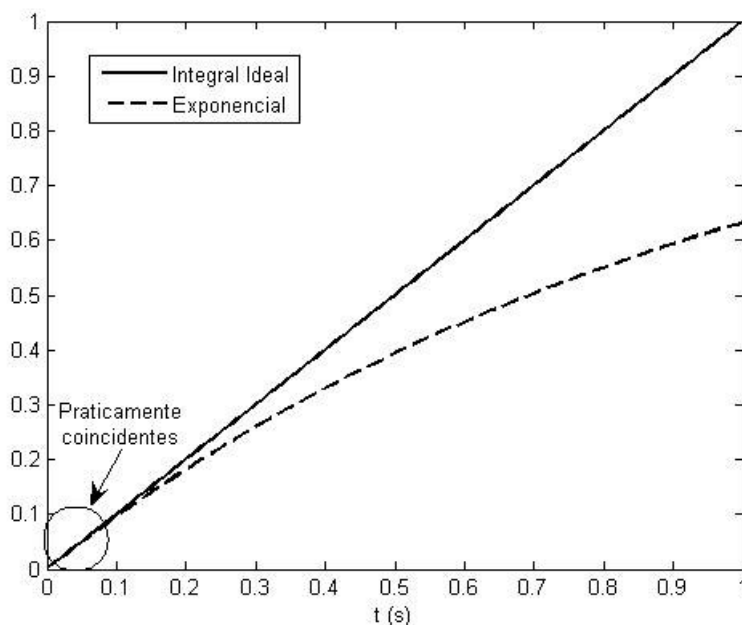


Figura 6.2: comparação entre integral ideal e exponencial

Apesar de a curva de aquecimento de um sensor termo-resistivo não ser uma exponencial perfeita, ela pode ser aproximada como tal, para o caso de pequenas variações em torno de um determinado ponto de operação. A curva de aquecimento real é dada pela Eq. (2.40) e a aproximação através de uma exponencial é representada, no domínio da frequência, pela Eq. (2.30).

A Figura 6.1 demarca a parte do A/D sigma-delta a ser substituída pelo sensor termo-resistivo. A Figura 6.3 relembra, do Capítulo 2, o modelo de pequenos sinais do sensor termo-resistivo, para que a analogia seja ilustrada. A parte demarcada mais interna é a porção que se assemelha bastante à parte a ser substituída do A/D sigma-delta. A Figura 6.4 e a Figura 6.5 mostram, respectivamente, o modelo do A/D sigma-delta no domínio da Transformada Z e o modelo do sensor termo-resistivo, destacando-se a porção a ser substituída, no mesmo domínio z. Observa-se que, basicamente, são cinco as diferenças entre os conversores A/D sigma-delta e o transdutor sigma-delta com sensor termo-resistivo integrado:

- No caso do A/D sigma-delta, o integrador analógico é um integrador ideal, isto é, o valor do pólo p é igual a zero. Esta diferença será discutida através da discretização do modelo de pequenos sinais e posterior analogia com o conceito de vazamento do integrador. A Figura 6.5, inclusive, já ilustra esta diferença;
- Há um conversor D/A de 1 bit na realimentação do sigma-delta da Figura 6.1, para que os bits 0 e 1 (ou -1 e +1) sejam realimentados em níveis equivalentes ao nível do sinal de entrada. Esta diferença também será contornada, através de inserção de um ganho de corrente no caminho da realimentação, conforme será observado a seguir;
- Há ganhos multiplicando todos os sinais, no caso do sensor termo-resistivo. Isto não chega a ser um problema, visto que haverá compensação do sinal resultante do processamento digital do sigma-delta, para que se obtenha a informação sobre a grandeza que deve ser medida, com base no conhecimento da corrente que está mantendo o sensor à temperatura constante;
- No somador que existe imediatamente antes da integração do sigma-delta da Figura 6.1, o sinal da realimentação é negativo. Isto também será contornado, no sentido em que o ganho de corrente da realimentação terá o sinal negativo, o que, matematicamente, significa a mesma coisa que possuir um sinal negativo no somador com um ganho positivo;
- No domínio z , o sigma-delta original possui um atraso no numerador da função de transferência do integrador, o que não ocorre no modelo discreto de pequenos sinais do sensor. Para que a função de transferência do transdutor fique semelhante, será introduzido um atraso no caminho de realimentação.

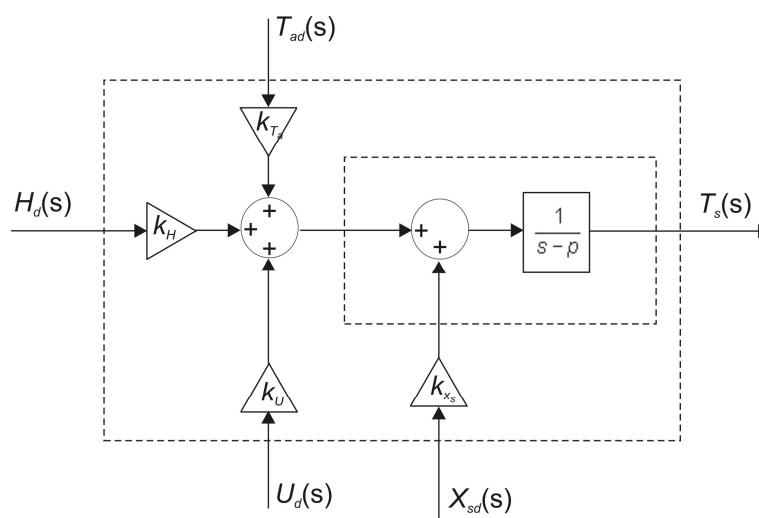


Figura 6.3: modelo de pequenos sinais da porção substituída

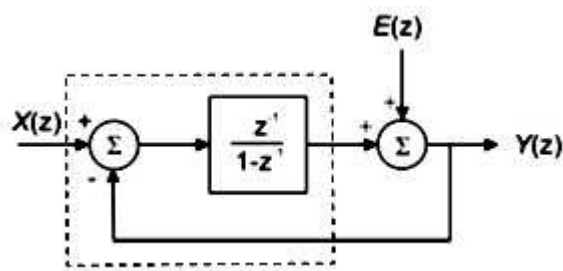


Figura 6.4: porção substituída no domínio z

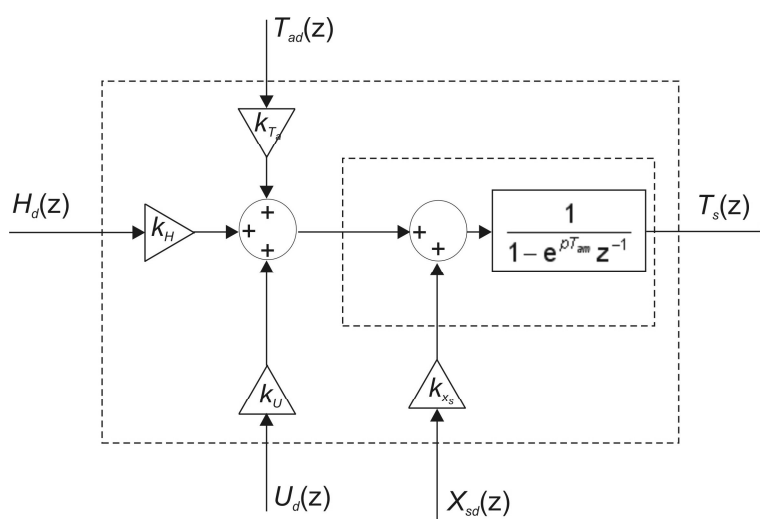


Figura 6.5: modelo de pequenos sinais da porção substituída no domínio z

6.1.2 Vazamento no Integrador

As Eqs. (5.1) e (5.2) definem o conceito de vazamento de um integrador. Nos conversores A/D sigma-delta, o integrador analógico é implementado, geralmente, através de capacitores chaveados. Assim, [17] lista o fenômeno do vazamento como sendo uma das imperfeições potenciais de um A/D sigma-delta, sendo que o termo tem origem, portanto, na ocorrência do vazamento de carga nos capacitores, durante o período de chaveamento. Isto faz com que o valor corrente da integração não seja não o valor anterior acrescido da amostra anterior, mas sim de uma fração da amostra anterior, já que houve o vazamento de carga.

O integrador ideal, seria:

$$y[n] = y[n-1] + x[n-1]$$

$$Y(z) = z^{-1}Y(z) + z^{-1}X(z) \Rightarrow \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

Com a perda de carga (vazamento):

$$y[n] = v y[n-1] + x[n-1]$$

$$Y(z) = v z^{-1}Y(z) + z^{-1}X(z) \Rightarrow \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z^{-1}}{1 - v z^{-1}}$$

Por analogia com a função de transferência do modelo discreto de pequenos sinais para o termo-resistor (Eq. (5.1)), chegou-se à conclusão de que o fato de o sensor não se comportar como um integrador ideal (pólo p diferente de zero) reflete na sua função de transferência discreta de pequenos sinais como sendo, matematicamente, um vazamento. Com efeito, (5.2) apresenta a relação repetida abaixo:

$$v = e^{pT_{am}}$$

Considerando as Eqs. (3.14) e (4.12), chega-se a:

$$v = e^{\frac{-\pi}{10OSR}} \quad (6.1)$$

De fato, se o pólo fosse nulo, ter-se-ia $v = 1$, que é o caso ideal. Ou, alternativamente, pode-se chegar à conclusão de que uma taxa de sobreamostragem infinita produziria um integrador ideal e quando menor esta taxa, maior será o fenômeno do vazamento.

Em [17], é apresentada uma expressão para o cálculo do ruído de quantização para o caso em que há vazamento. A relação é obtida através da integração da densidade da frequência, como feito em (3.13), obtendo-se uma versão generalizada de (3.16):

$$N_o = \frac{1}{3OSR(2^{N_B} - 1)^2} \left[(1-v)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{v\pi}{OSR} \right)^2 \right] \quad (6.2)$$

No Capítulo 3, foi possível partir de (3.10) e (3.16) e chegar a (3.18), isto é, isolar OSR do lado esquerdo da equação para que tal parâmetro fosse escrito como função do número de bits N_B desejado para a resolução do sistema. No caso da Eq. (6.2), isto não é possível, pois o próprio vazamento é função de OSR , segundo a Eq. (6.1), o que resulta numa expressão sem solução analítica conhecida. Assim, optou-se por um método numérico iterativo para obter OSR . Tal método está implementado no Item I.10, da linha 213 à 224, e é composto por iterações para que se chegue à OSR que satisfaz a condição:

$$N_o < N_{om\acute{a}x} \quad (6.3)$$

em que:

- $N_{om\acute{a}x}$ é a máxima potência do ruído de quantização admissível de saída de um conversor A/D, em W.

N_o é calculada através de (6.2) e $N_{om\acute{a}x}$ através de (3.10). O valor inicial de OSR é calculado com base em (3.18) e (6.7), que será demonstrada no Item 6.1.3. Além disso, OSR obedece à propriedade de ser, sempre, uma potência de 2, para que as relações OSR_1 e OSR_2 possuam a propriedade de serem múltiplas entre si.

6.1.3 Transdutor de Corrente Contínua

Na Figura 6.6, é mostrado o diagrama de blocos do transdutor sigma-delta com sensor termo-resistivo integrado. As entradas X_1 , X_2 e X_3 correspondem às grandezas físicas que influenciam no comportamento do sensor: temperatura ambiente, radiação térmica e velocidade de fluido. Tais grandezas foram representadas de forma genérica pois, a princípio, qualquer uma delas pode assumir os papéis de X_1 , X_2 e X_3 numa determinada aplicação. O que é importante salientar é que X_3 é a grandeza que está sendo medida pelo transdutor, com X_3' sendo o seu valor estimado na saída do sistema. Conforme é possível observar, X_1 e X_2 entram no bloco de compensação, já que elas influenciam no comportamento do sensor, mas não estão sendo medidas.

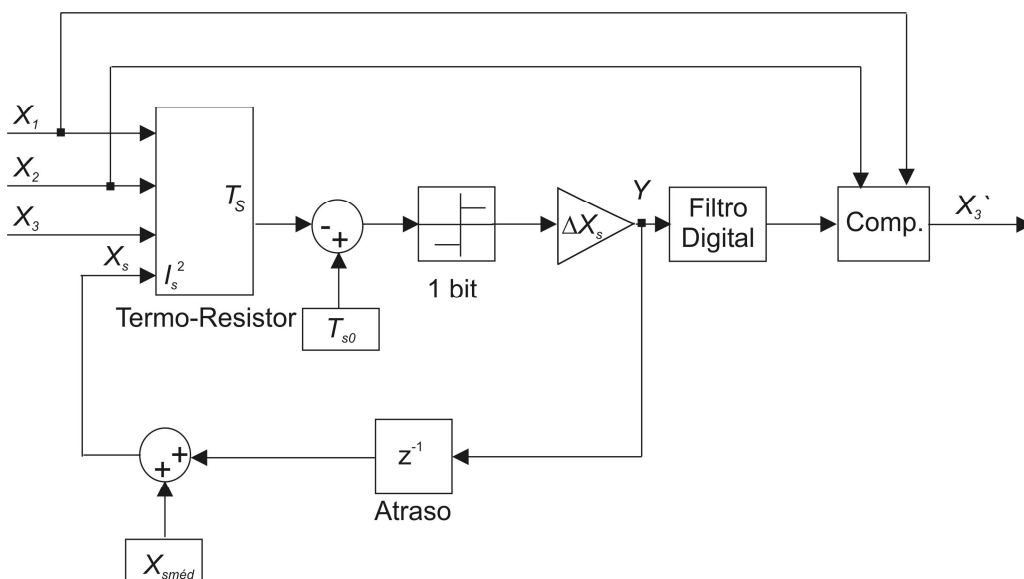


Figura 6.6: diagrama de blocos do Transdutor de Corrente Contínua

Conceitualmente, o funcionamento do transdutor é bastante simples: depois de definida a temperatura T_{s0} de operação do sensor, além de outros parâmetros de projeto e, a partir do conhecimento dos seus parâmetros físicos, são calculadas as condições de operação. O código-fonte do algoritmo completo para este projeto está listado no Item I.10, e será explicado passo a passo no Item 6.1.5. Na saída do termo-resistor, há um comparador seguido de um quantizador de 1 bit, que gera valores iguais a -1 e +1, caso a sua entrada seja menor que zero e maior que zero, respectivamente. É feita a comparação com a temperatura de referência T_{s0} , sendo gerado um bit -1 se T_s for maior do que T_{s0} e um bit +1, caso contrário. Desta maneira, se o sensor estiver numa temperatura menor do que na que deve estar (T_{s0}), ele será submetido a uma corrente que tende a aquecê-lo a uma temperatura associada a determinadas condições extremas das grandezas físicas de entrada, conforme será detalhado logo abaixo. Se a sua temperatura for maior do que a projetada, será aplicada uma corrente associada aos outros limites das condições extremas citadas. Após o quantizador, um ganho ΔX_s é aplicado aos bits, de maneira a gerar um trem de bits com valores iguais a $-\Delta X_s$ e $+\Delta X_s$. Estes bits de corrente ao quadrado passam por um atraso de T_{am} , conforme justificado no Item 6.1.1 e, após somados ao valor médio $X_{sméd}$ da corrente a ser aplicada, são aplicados ao sensor. Desta maneira, o sensor é mantido aquecido à temperatura constante T_{s0} por meio da realimentação indicada na Figura 6.6. Os bits de corrente ao quadrado, por sua vez, passam pelos filtros digitais (dois estágios de filtragem, conforme detalhado no Capítulo 4) e o resultado é processado para que a influência das outras duas grandezas físicas seja compensada e se obtenha, desta maneira, o valor estimado X_3' para a grandeza física X_3 .

O ganho de corrente ΔX_s é calculado da seguinte maneira:

$$\Delta X_s = \frac{X_{smáx} - X_{smín}}{2} \quad (6.4)$$

em que:

- $X_{smáx}$ é o valor máximo de X_s , considerando a Eq. (2.36) nas condições extremas das grandezas que influenciam no sensor. A corrente máxima sempre será necessária quando houver: temperatura ambiente mínima T_{amin} , radiação térmica mínima H_{min} , e velocidade de fluido máxima $U_{máx}$;
- $X_{smín}$ é o valor mínimo de X_s , considerando a Eq. (2.36) nas condições extremas das grandezas que influenciam no sensor. A corrente mínima sempre ocorrerá quando houver: temperatura ambiente máxima $T_{amáx}$, radiação térmica máxima $H_{máx}$, e velocidade de fluido mínima $U_{mín}$.

A corrente média $X_{sméd}$ é calculada tomando-se a seguinte média aritmética:

$$X_{sméd} = \frac{X_{smín} + X_{smáx}}{2} \quad (6.5)$$

A compensação é realizada com um dos blocos apresentados da Figura 2.6 à Figura 2.8 (a depender de quem é X_3) onde o valor das demais grandezas (X_1 e X_2) são fornecidos por um outro sistema de medição, e o valor de X_s é o resultante do processamento dos filtros digitais, cujo detalhamento do projeto foi feito no Capítulo 4, somados a $X_{sméd}$.

Por fim, resta demonstrar que a estrutura proposta será estável. Para isso, substitui-se o modelo discreto de pequenos sinais mostrado na Figura 6.5 no diagrama que representa a estrutura sigma-delta mostrada na Figura 6.4 e obtém-se a função de transferência discreta de pequenos sinais da Eq. (6.6). Deve-se considerar, também, o atraso no caminho da realimentação e o ganho de corrente $-\Delta X_s$ mostrados na Figura 6.6. O sinal negativo é devido à inversão dos bits após a quantização: T_s abaixo de T_{s0} gera bit +1 e acima gera bit -1.

$$Y(z) = -\frac{\Delta X_s}{1 - (v - k_{X_s} \Delta X_s) z^{-1}} [k_{T_a} T_{ad}(z) + k_H H_d(z) + k_U U_d(z) + (1 - v z^{-1}) E(z)] \quad (6.6)$$

A estabilidade é analisada a partir do módulo do pólo discreto da função de transferência do sistema ([23]). Seja p_z o pólo discreto de (6.6). Para que o sistema seja estável:

$$|p_z| < 1$$

Assim:

$$\begin{cases} v < k_{X_s} \Delta X_s + 1 \\ v > k_{X_s} \Delta X_s - 1 \end{cases}$$

A primeira condição sempre será atendida, pois o produto $k_{X_s} \Delta X$ será sempre positivo (vide (2.35) e (6.4)), o que faz com que o lado direito da inequação seja sempre maior do que 1, e o vazamento v será sempre menor ou igual a 1, de acordo com (6.1).

Assim, apenas a segunda desigualdade precisa ser verificada, o que leva à seguinte restrição de projeto:

$$T_{am} < \frac{\ln(k_{X_s} \Delta X_s - 1)}{-p} \quad (6.7)$$

Este transdutor foi chamado de Transdutor de Corrente Contínua, pois, para cada período T_{am} , o valor eficaz de corrente ao quadrado é aplicado ao sensor de forma contínua. Dois valores são possíveis para a corrente, X_{smin} e $X_{smáx}$, mas, durante todo o intervalo T_{am} , o valor da corrente aplicada não se altera. Esta situação difere da que será encontrada no Transdutor de Corrente Pulsada, a ser detalhado no Item 6.1.4.

6.1.4 Transdutor de Corrente Pulsada

O Transdutor de Corrente Contínua para o transdutor sigma-delta com termo-resistor integrado foi apresentado no Item 6.1.3 e está ilustrado na Figura 6.6. Este modelo apresenta bons resultados, conforme será possível observar adiante, com as simulações computacionais. No entanto, ele apresenta

dificuldades técnicas quando à sua implementação real. Trata-se, portanto, de um modelo conceitual, que serve para simulações e para avaliações do funcionamento da arquitetura proposta, mas que seria inviável de ser implementado em um circuito real. Isto se deve à utilização da grandeza T_s (temperatura do sensor) para realização da comparação e quantização na malha sigma-delta. Na prática, isso seria inviável técnica e economicamente, por várias razões:

- Muitos sensores termo-resistivos, principalmente os mais rápidos, são de tamanho extremamente reduzido. Utilizar um outro sensor para medir a sua temperatura dificultaria a própria montagem do transdutor, além de fazer com que um outro elemento, além do fluido, trocasse calor com a termo-resistência aquecida. Isto inviabilizaria o modelo no qual se baseou o desenvolvimento deste trabalho, além de dificultar bastante o desenvolvimento de um novo modelo;
- Uma das grandezas físicas medidas com o transdutor apresentado neste trabalho é, justamente, a temperatura. Assim, não faria muito sentido utilizar um outro sensor para medir a temperatura da termo-resistência para, daí, se estimar a temperatura ambiente. Seria mais prático medir a temperatura ambiente diretamente utilizando esse segundo sensor;
- O circuito eletrônico ficaria mais complicado, aumentando o custo de produção.

Assim, a solução encontrada para permitir que o transdutor apresentado possa ser realizado foi a técnica da modulação PWM (*Pulse Width Modulation*). Este artifício já foi utilizado em [44] e [45] para possibilitar a comparação da temperatura/resistência de sensores termo-resistivos com valores de referência, que é, na verdade, o que se pretende fazer.

O artifício consiste em aplicar a corrente ao sensor através de pulsos modulados em largura. Assim, a cada intervalo de amostragem T_{am} , inicia-se um novo pulso com valor instantâneo de X_{sPWM} . A duração do pulso determinará a energia injetada no sensor. Desta maneira, é possível realizar a comparação de

temperatura, pois a corrente instantânea que atravessa o sensor, no início de cada período de amostragem, é sempre a mesma. Portanto, se for tomada uma amostra da tensão V_s sobre os terminais do sensor, é possível saber se a sua temperatura está abaixo ou acima de T_{s0} , já que se associa a tal temperatura uma resistência R_{s0} . Assim, para um RTD ou PTC, um valor de V_s acima de V_{s0} indica que T_s está acima de T_{s0} , e abaixo de V_{s0} indica que T_s também está abaixo de T_{s0} . Para NTC's, já que possuem coeficiente negativo de temperatura, a relação é oposta.

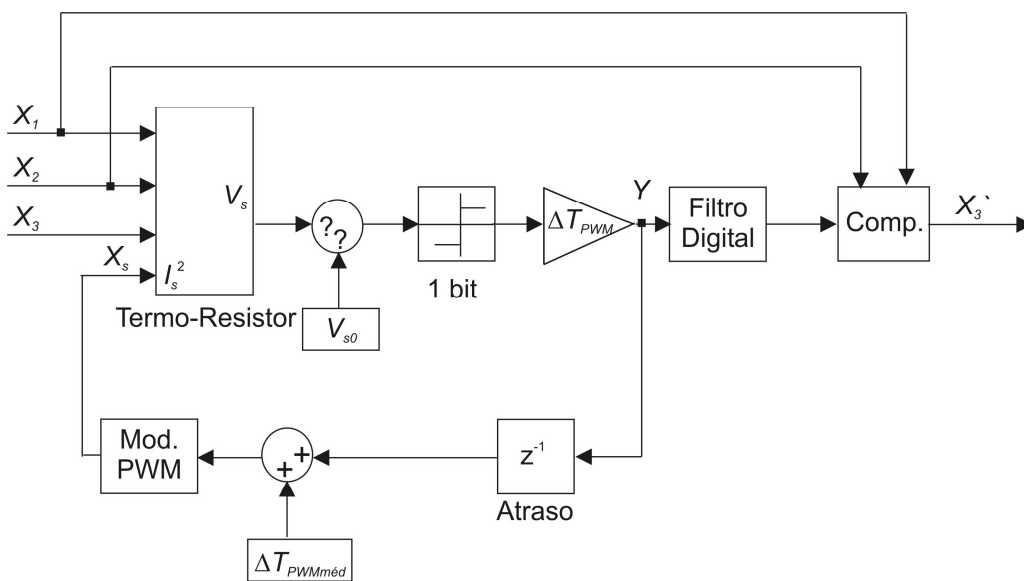


Figura 6.7: diagrama de blocos do Transdutor de Corrente Pulsada

Na Figura 6.7, mostra-se o diagrama de blocos do Transdutor de Corrente Pulsada. As diferenças em relação ao Transdutor de Corrente Contínua são:

- A saída da termo-resistência é considerada como sendo a tensão V_s , e não a temperatura T_s . Assim, a comparação é feita com a tensão de referência V_{s0} , e não com a temperatura de referência T_{s0} . Os sinais de interrogação no comparador ilustram a indefinição em relação ao tipo de sensor: se RTD, PTC ou NTC. Se for RTD ou PTC, tem-se um sinal negativo na entrada de V_s e um positivo na entrada de V_{s0} . Para NTC, inverte-se esta lógica;
- O ganho de corrente ΔX_s deu lugar ao ganho de tempo ΔT_{PWM} ;

- A adição de $X_{sméd}$ deu lugar à adição de $\Delta T_{PWMméd}$;
- Foi inserido um modulador PWM antes da entrada de corrente do sensor, para que o tempo seja convertido em corrente ao quadrado modulada por largura de pulso;
- O bloco de compensação, obviamente, sofrerá pequenas alterações, pois o valor de corrente que chega até ele passou a ser, na verdade, uma informação sobre tempo ativo do pulso PWM (vide a Eq. (6.8)).

Dado um valor de tempo ΔT qualquer, resultante do processamento dos filtros digitais do transdutor, a corrente ao quadrado X_s a ser considerada nos blocos de compensação (Figura 2.6 à Figura 2.8) é:

$$X_s = \frac{X_{sPWM}}{T_{PWM}} \Delta T \quad (6.8)$$

em que:

- T_{PWM} é o intervalo configurado no modulador PWM;
- X_{sPWM} é o valor de pico da corrente PWM ao quadrado, em A^2 ;
- ΔT é um período de tempo qualquer, resultante do Transdutor de Corrente Pulsada.

Por definição:

$$X_{sPWM} = X_{smáx} \quad (6.9)$$

$$T_{PWM} = T_{am} \quad (6.10)$$

Calculando $\Delta T_{PWMmín}$ e $\Delta T_{PWMmáx}$, com base na equivalência das energias injetadas no caso de corrente contínua e de corrente pulsada, ao longo de um período do PWM:

$$R_{s0} X_{sPWM} \Delta T_{PWMmin} = X_{smin} T_{PWM}$$

$$R_{s0} X_{sPWM} \Delta T_{PWMmax} = X_{smax} T_{PWM}$$

em que:

- ΔT_{PWMmax} é o intervalo de tempo associado à corrente eficaz máxima a ser aplicada no modulador PWM, em s;
- ΔT_{PWMmin} é o intervalo de tempo associado à corrente eficaz mínima a ser aplicada no modulador PWM, em s.

Portanto:

$$\frac{\Delta T_{PWMmin}}{X_{smin}} = \frac{\Delta T_{PWMmax}}{X_{smax}}$$

Com o intuito de aproveitar o máximo possível a resolução do PWM, ΔT_{PWMmax} será considerado o próprio período T_{PWM} do modulador. Portanto:

$$\Delta T_{PWMmin} = \frac{X_{smin}}{X_{smax}} T_{am} \quad (6.11)$$

Definindo:

$$\Delta T_{PWM} = \frac{\Delta T_{PWMmax} - \Delta T_{PWMmin}}{2} \quad (6.12)$$

$$\Delta T_{PWMmed} = \frac{\Delta T_{PWMmin} + \Delta T_{PWMmax}}{2} \quad (6.13)$$

em que:

- ΔT_{PWM} é a diferença entre ΔT_{PWMmax} e ΔT_{PWMmed} ;
- ΔT_{PWMmed} é a média aritmética entre ΔT_{PWMmin} e ΔT_{PWMmax} .

A tensão de referência V_{s0} , portanto, é calculada por:

$$V_{s0} = R_{s0} \sqrt{X_{sPWM}} \quad (6.14)$$

em que:

- V_{s0} é a tensão de referência nos terminais do sensor, em V.

Toda a discussão sobre o funcionamento do transdutor sigma-delta e sobre as Eqs. (6.6) e (6.7) continuam válidas para o Transdutor de Corrente Pulsada. Na verdade, as diferenças residem apenas em detalhes de ordem prática para que seja possível implementar a arquitetura proposta.

Uma observação importante a ser feita é a de que o Transdutor de Corrente Pulsada tende a ter uma resolução sempre menor do que a do Transdutor de Corrente Contínua. Isto ocorre, pois, sendo ΔT_{PWMmin} determinado através de (6.11), nem sempre será possível gerar um pulso com duração exata de ΔT_{PWMmin} . Se o modulador PWM for implementado através de um contador digital, a precisão dependerá do número de bits utilizados para a contagem. Nas simulações computacionais realizadas, adotou-se a mesma resolução pretendida para o transdutor como um todo. Assim, é esperado que o Transdutor de Corrente Pulsada possua 0,5 bits a menos de resolução em relação ao seu equivalente em corrente contínua, já que poderá haver um erro de até 0,5 bits na aplicação de ΔT_{PWMmin} .

6.1.5 Detalhamento do Algoritmo de Projeto

Este Item tem o objetivo de comentar cada trecho do programa computacional desenvolvido para projeto, simulação e análise do transdutor apresentado neste trabalho. Além disso, esta descrição passo a passo relacionará cada parâmetro calculado no programa com a sua respectiva equação desenvolvida no decorrer do texto do trabalho.

O Anexo I deste trabalho contém o código fonte de todas as rotinas, desenvolvidas para projeto, análise e simulação do sistema apresentado. O programa principal, na verdade, é o que está listado no Item I.10, e está no

arquivo *projetarsigmadelta.m*. Os demais arquivos são subrotinas de suporte para realizar cálculos intermediários ou repetitivos.

Algumas linhas do programa servem, basicamente, para exibição de informações para o usuário quando o programa é chamado com a opção de exibir informações. Este é o caso, por exemplo, do trecho que vai da linha 124 à 160. Estes trechos não serão comentados abaixo.

Da linha 11 à 92, são apresentadas as diferentes possibilidades de parâmetros de entrada e saída a serem passados, bem como a descrição da função de cada um deles.

Linhas 106 a 109: inicialização de parâmetros não acessíveis ao usuário. Estas linhas foram adicionadas para permitir uma fácil alteração de parâmetros que influenciam no programa, mas que não seria conveniente para o usuário do programa ter que especificá-los. $Multf_B$ é o multiplicador do pólo para que seja calculada a frequência máxima f_B da banda base, citado no Item 4.2. $GradeFPB_2$, citado no Item 4.2.2 como $GradeFPB_2$, é a número de pontos a serem utilizados para interpolar as amostras de frequência do FPB FIR.

Uma vez definida a temperatura de operação T_{s0} , calcula-se a resistência de operação R_{s0} , o que está sendo feito nas linhas de número 111 até 117, considerando-se o tipo de sensor especificado: RTD, PTC (Eq. (2.3)) ou NTC (Eq. (2.4)).

Da 119 à 122, são calculados os pontos médios de operação de cada um das variáveis de entrada. Estes valores (T_{aop} , H_{op} e U_{op}) servem apenas como referencial para exibição ao usuário, não sendo, portanto, relevantes para o projeto. O mesmo ocorre com X_{sop} , p_{op} , U_{op} , kT_{aop} , kU_{op} e f_{Bop} .

Da linha 162 à 165, são calculados os valores limites X_{smin} e $X_{smáx}$, através de (2.36), considerando os valores extremos das grandezas que influenciam no seu cálculo para cada tipo de termo-resistência. Através de (2.16) e (2.36), é possível chegar à conclusão de quais valores determinam os limites de X_s . No entanto, intuitivamente, sabe-se que a corrente será mínima quando houver uma menor necessidade de aquecer o sensor por meio de energia elétrica ($T_{amáx}$, $H_{máx}$

e U_{min}) e será máxima quando houver maior demanda por energia elétrica (T_{amin} , H_{min} e U_{max}).

São calculados, da 172 à 188, os parâmetros p , k_{T_a} , k_H , k_U e k_{X_s} , do modelo de pequenos sinais para o sensor, através das Eqs. (2.31), (2.32), (2.33), (2.34) e (2.35), respectivamente. As Eqs. (2.25) e (2.26) são utilizadas para o cálculo de k_t , a depender do tipo de sensor utilizado. São calculados os valores limites do modelo de pequenos sinais, para cada tipo de termo-resistência.

O cálculo de f_B é feito da linha 201 à 205, com base no critério especificado em (4.12), mas sem fixar o multiplicador em 10 vezes, e sim utilizando a variável `MultfB` definida no início do programa.

A frequência de amostragem f_{am} , a taxa de sobreamostragem OSR e o vazamento v são calculados entre as linhas 213 e 224. f_{am} é calculada através de (3.14), após a determinação de OSR . v é calculado por (5.2), após a determinação de f_{am} , utilizando o valor do pólo que fornece maior vazamento, que é o pior caso, no sentido em que faz com que o sensor se comporte cada vez menos como um integrador ideal, aumentando a necessidade de maiores taxas de sobreamostragem. A determinação de OSR é feita com base na lógica descrita no Item 6.1.2, baseando-se na condição (6.3) e utilizando (3.10), (3.18) (6.2) e (6.7).

OSR_1 , f_i e f_{am}' são determinados entre as linhas 226 e 229, com base, respectivamente, em (4.3), (4.1) e (4.2).

Se o tipo de transdutor for o de corrente pulsada, as linhas de 241 a 249 calcula X_{SPWM} , ΔT_{PWMmax} e ΔT_{PWMmin} utilizando, respectivamente, (6.9), (6.10) e (6.11).

O FPB do primeiro estágio de filtragem e dizimação é projetado da linha 258 a 271, conforme o algoritmo de projetado detalhado no Item 4.1. Uma vez definida a ordem $OrdSinc$ e calculada a relação OSR_1 , a Eq. (4.5) serve de base para geração dos coeficientes do filtro.

A determinação dos desvios máximos admissíveis δ_{BP} e δ_{BR} é realizado entre as linhas 279 e 282, com a Eq. (4.11).

Se a opção for por um FPB FIR para o segundo estágio de filtragem e dizimação, o seu projeto é feito da linha 284 à 303. O algoritmo completo de projeto está detalhado no Item 4.2.1, e se baseia no Método Híbrido utilizando uma janela de Kaiser (Eq. (4.13)), com ordem determinada por (4.17), de modo a truncar a resposta ideal do filtro obtido por amostragem de frequência com (4.20).

Se for escolhido o tipo IIR para o segundo FPB, tem-se a implementação do seu projeto entre as linhas 305 e 323. A discussão completa está no Item 4.2.2, que aborda o Método da Transformação Bilinear, sem, no entanto, detalhá-lo.

6.2 Simulações com o Transdutor

Neste item, serão mostrados os resultados das simulações computacionais realizadas para validação da arquitetura proposta e das relações entre parâmetros obtidas durante o desenvolvimento do trabalho. Uma vez que o algoritmo utilizado no projeto do transdutor foi detalhado, passo a passo, no Item 6.1.5, os resultados serão mostrados da seguinte forma: a linha dada como entrada no *prompt* de comando do *Matlab* (chamada ao programa *projetarsigmadelta.m* do Item 1.10) será exibida, seguida dos resultados produzidos, que resumem os dados de entrada, além de fornecerem os resultados do projeto. Tais informações são utilizadas para preencher os parâmetros de simulação e dos subsistemas do *Simulink*. Depois, os gráficos dos resultados produzidos pela simulação serão apresentados e comentados.

Do Item 6.2.4 ao 6.2.9, são mostradas simulações em que é analisada a resolução obtida pelo transdutor. Por terem sido utilizadas entradas com valor constante estabilizado, a expressão utilizada na Eq. (6.15) para o cálculo da resolução é baseada no dobro do desvio que o valor estimado pelo transdutor apresentou em relação ao valor conhecido da entrada. O valor utilizado foi o dobro pois, dado um valor estimado x_3' , o tamanho q do passo de quantização determina que o valor real pode estar $q/2$ acima ou $q/2$ abaixo. Em (6.15), x_3' é o valor estimado pelo transdutor, x_3 é o valor real da grandeza e x_{3min} e x_{3max} são, respectivamente, os valores mínimo e máximo suportados pelo transdutor, isto é, compõem a faixa de medição. A Eq. (6.15) se baseia em (3.1), porém é válida

para qualquer faixa de medição, e não apenas para sinais entre -1 e +1, como no caso de (3.1) e, além disso, despreza o 1 do denominador, pois a quantidade de níveis tenderá a ser elevada, tornando desprezível a diferença de apenas uma unidade.

$$N_B = \log_2 \left(\frac{x_{3\max} - x_{3\min}}{2|x_3' - x_3|} \right) \quad (6.15)$$

6.2.1 Med. de Degrau de Temp. com o Transdutor de CC

Chamada ao programa:

```
[Xsmin,Xsmax,fam,OSR,OSR1,NumFPB1,DenFPB1,NumFPB2,DenFPB2,...
XsPWM,deltaTPWMmin,deltaTPWMmax]=...
ProjetarSigmaDelta('CC',80+273.15,...
    0,5.1487e-3,2.7057e-3,0,0,...
    0+273.15,40+273.15,0,0,0,0,...
    8,...
    2,4,...
    'FIR',0.9,...
    1,...
    'NTC',1.3492e-001,3.2079e+003);
```

Resultados do projeto:

Resumo dos parâmetros de projeto:

```
Tipo de sensor: NTC
Modo de operação: temperatura/resistência constante
Tipo de transdutor: CC
Tipo de filtro do segundo estágio: FIR
Temperatura/resistência de operação:
    Ts0=3.5315e+002 K
    Rs0=1.1887e+003 ohms
Parâmetros estáticos do sensor:
    A=1.3492e-001 ohms
    B=3.2079e+003 K
Parâmetros dinâmicos do sensor:
    GH=0.0000e+000 m^2
    Cth=5.1487e-003 J/K
    a=2.7057e-003 W/K
    b=0.0000e+000
    n=0.0000e+000
Faixas de operação:
    Tamin=2.7315e+002 K  Tamax=3.1315e+002 K  Taop=2.9315e+002 K
    Hmin=0.0000e+000 W/m^2  Hmax=0.0000e+000 W/m^2  Hop=0.0000e+000 W/m^2
    Umin=0.0000e+000 m/s  Umax=0.0000e+000 m/s  Uop=0.0000e+000 m/s
Resolução desejada: 8 bits
```

Resultados:

```
Valores de Xs:
    Xsmin=9.1049e-005 A^2  Xsmax=1.8210e-004 A^2  Xsop=1.3657e-004 A^2
Modelo contínuo de pequenos sinais:
    -pmin=1.0662e+000 rad/s  -pmax=1.6069e+000 rad/s  -pop=1.3365e+000 rad/s
    kTamin=5.2551e-001 1/s  kTamax=5.2551e-001 1/s  kTaop=5.2551e-001 1/s
    kH=0.0000e+000 m^2*K/J
    -kUmin=0.0000e+000 K/m  -kUmax=0.0000e+000 K/m  -kUop=0.0000e+000 K/m
```

```

kXs=2.3087e+005 K/(s*A^2)
Frequências calculadas:
fBmin=1.6969e+000 Hz  fBmax=2.5574e+000 Hz  fBop=2.1272e+000 Hz
fB=2.5574e+000 Hz
Sistema sigma-delta discreto:
fB=2.5574e+000 Hz
fam=3.2735e+002 amostras/s  Tam=3.0548e-003 s
fi=2.0459e+001 amostras/s
fam'=5.1149e+000 amostras/s
OSR=64
OSR1=16
OSR2=4
FPB do primeiro estágio:
Sinc de ordem 2
Magnitude em fB: 9.4983e-001
FPB do segundo estágio:
Tipo de filtro: FIR
Ordem: 225
Número de coeficientes: 226
Banda de passagem: 0 a 2.3017e+000 Hz deltaBP=3.9063e-003
Banda de transição: 2.3017e+000 a 2.5574e+000 Hz
Banda de rejeição: 2.5574e+000 a 1.0230e+001 Hz deltaBR=3.9063e-003

```

Entradas para simulação:

- $T_a = 313,15 \text{ K}$ para $t < 20 \text{ s}$, $T_a = 293,15 \text{ K}$ para $20 \text{ s} \leq t < 40 \text{ s}$ e $T_a = 273,15 \text{ K}$ para $t \geq 40 \text{ s}$;
- $H = 0,0000 \text{ W/m}^2$;
- $U = 0,0000 \text{ m/s}$.

Resultados da simulação:

A Figura 6.8 permite observar que o valor estimado para T_a corresponde, de fato, aos valores aplicados na entrada. No entanto, existe um atraso de, aproximadamente, 6 s, por causa da ordem elevada (255) do FPB FIR. Além disso, devem-se notar os transitórios em forma de *glitches* nas bordas dos degraus. Este fenômeno já era esperado, uma vez que um degrau é um sinal rico em frequências e, como não há filtro *anti-aliasing* na entrada, provavelmente, deve estar havendo sobreposição de espectros por causa da amostragem. Isto não é um problema prático, pois, na vida real, a temperatura ambiente não variaria de forma tão abrupta.

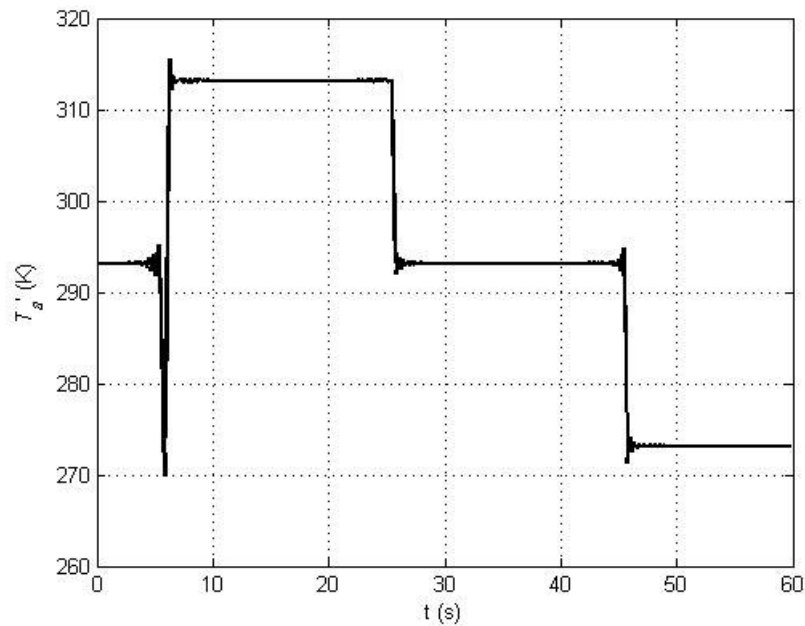
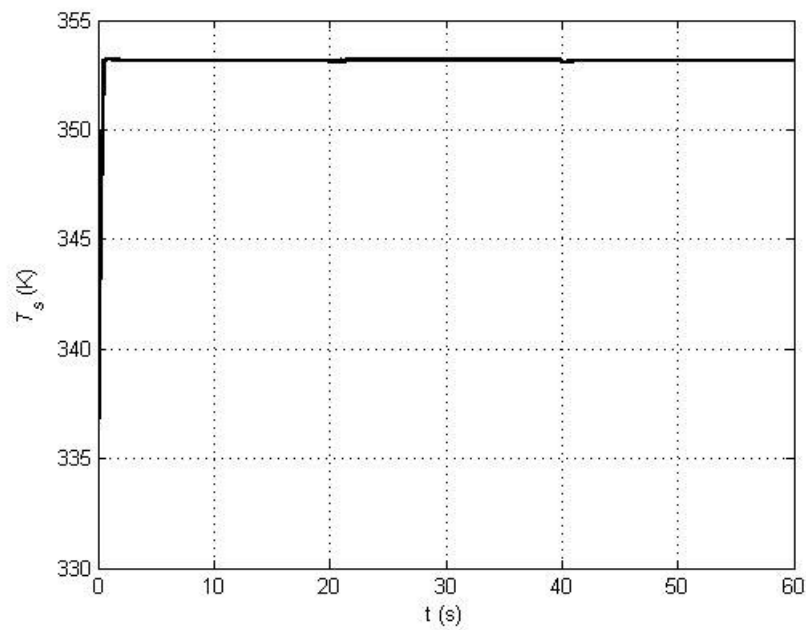
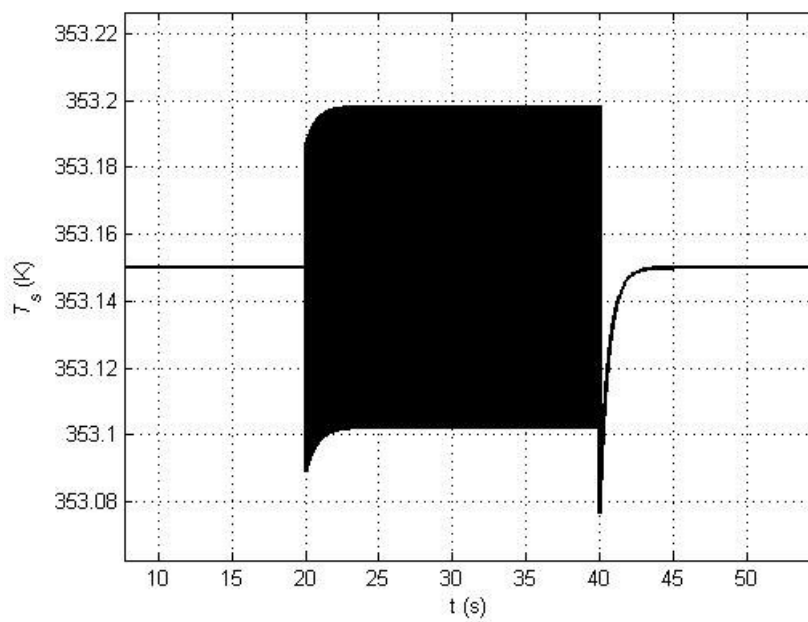


Figura 6.8: T_a estimada pelo Transdutor de CC

A Figura 6.9 permite observar que a temperatura T_s do sensor se estabilizou no valor esperado. No entanto, entre os instantes 20 s e 40 s, nota-se uma oscilação em torno do valor de equilíbrio 353,15 K, o que pode ser observado com mais detalhes na Figura 6.10. Isto só ocorre neste intervalo, pois, nos outros dois intervalos, a corrente aplicada ao sensor é constante, fazendo com que T_s se estabilize e não oscile. A corrente é constante antes de 20 s e depois de 40 s, pois, nestes intervalos, a variável de entrada T_a se encontra nos seus valores limites máximo e mínimo, respectivamente, fazendo com que a corrente necessária para manter o sensor em T_{s0} seja constante e igual a X_{smin} e $X_{smáx}$. Observa-se isto na Figura 6.11.

Figura 6.9: T_s do sensor do Transdutor de CCFigura 6.10: detalhe de T_s do sensor do Transdutor de CC

Também na Figura 6.11, nota-se um pequeno intervalo, posterior ao instante 0 s, que apresenta corrente máxima. Este trecho equivale ao período de aquecimento do sensor, já que, inicialmente, ele se encontra em equilíbrio térmico com o meio.

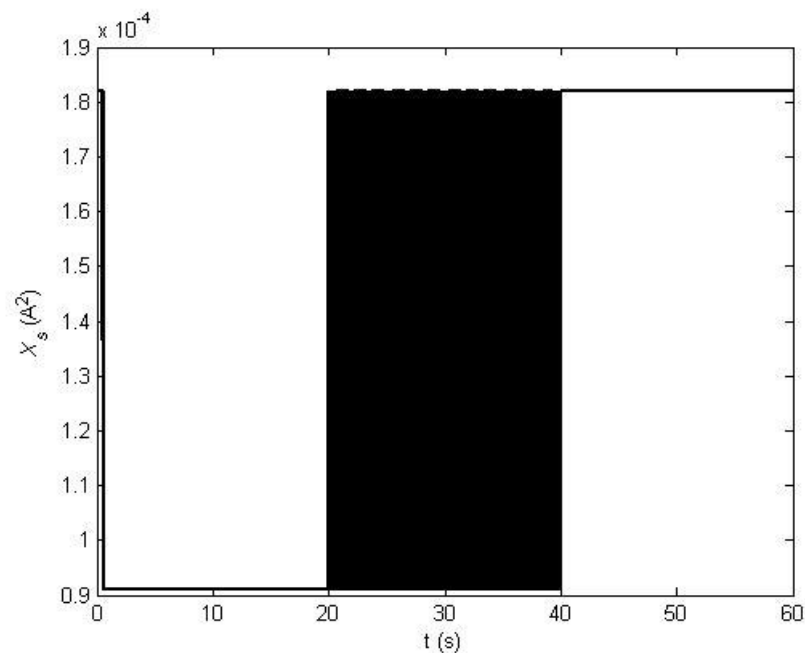


Figura 6.11: X_s aplicada ao sensor do Transdutor de CC

6.2.2 Med. de Degrau de Temp. com o Transdutor de CP

Chamada ao programa:

```
[Xsmin,Xsmax,fam,OSR,OSR1,NumFPB1,DenFPB1,NumFPB2,DenFPB2,...
XsPWM,deltaTPWMmin,deltaTPWMmax]=...
ProjetarSigmaDelta('CP',80+273.15,...
    0,5.1487e-3,2.7057e-3,0,0,...
    0+273.15,40+273.15,0,0,0,0,...
    8,...
    2,4,...
    'FIR',0.9,...
    1,...
    'NTC',1.3492e-001,3.2079e+003);
```

Resultados do projeto:

```
Resumo dos parâmetros de projeto:
Tipo de sensor: NTC
Modo de operação: temperatura/resistência constante
Tipo de transdutor: CP
Tipo de filtro do segundo estágio: FIR
Temperatura/resistência de operação:
    Ts0=3.5315e+002 K
    Rs0=1.1887e+003 ohms
Parâmetros estáticos do sensor:
    A=1.3492e-001 ohms
    B=3.2079e+003 K
Parâmetros dinâmicos do sensor:
    GH=0.0000e+000 m^2
    Cth=5.1487e-003 J/K
    a=2.7057e-003 W/K
    b=0.0000e+000
    n=0.0000e+000
Faixas de operação:
```

```

Tamin=2.7315e+002 K  Tamax=3.1315e+002 K  Taop=2.9315e+002 K
Hmin=0.0000e+000 W/m^2  Hmax=0.0000e+000 W/m^2  Hop=0.0000e+000 W/m^2
Umin=0.0000e+000 m/s  Umax=0.0000e+000 m/s  Uop=0.0000e+000 m/s
Resolução desejada: 8 bits

```

Resultados:

Valores de Xs:

```

Xsmin=9.1049e-005 A^2  Xsmax=1.8210e-004 A^2  Xsop=1.3657e-004 A^2

```

Modelo contínuo de pequenos sinais:

```

-pmin=1.0662e+000 rad/s  -pmax=1.6069e+000 rad/s  -pop=1.3365e+000 rad/s
kTamin=5.2551e-001 1/s  kTamax=5.2551e-001 1/s  kTaop=5.2551e-001 1/s
kH=0.0000e+000 m^2*K/J
-kUmin=0.0000e+000 K/m  -kUmax=0.0000e+000 K/m  -kUop=0.0000e+000 K/m
kXs=2.3087e+005 K/(s*A^2)

```

Frequências calculadas:

```

fBmin=1.6969e+000 Hz  fBmax=2.5574e+000 Hz  fBop=2.1272e+000 Hz
fB=2.5574e+000 Hz

```

Sistema sigma-delta discreto:

```

fB=2.5574e+000 Hz
fam=3.2735e+002 amostras/s  Tam=3.0548e-003 s
fi=2.0459e+001 amostras/s
fam'=5.1149e+000 amostras/s
OSR=64
OSR1=16
OSR2=4

```

Parâmetros do modulador PWM:

```

XsPWM=1.8210e-004 A^2
deltaTPWMmin=1.5274e-003 s  deltaTPWMmax=3.0548e-003 s

```

FPB do primeiro estágio:

```

Sinc de ordem 2
Magnitude em fB: 9.4983e-001

```

FPB do segundo estágio:

```

Tipo de filtro: FIR
Ordem: 225
Número de coeficientes: 226
Banda de passagem: 0 a 2.3017e+000 Hz  deltaBP=3.9063e-003
Banda de transição: 2.3017e+000 a 2.5574e+000 Hz
Banda de rejeição: 2.5574e+000 a 1.0230e+001 Hz  deltaBR=3.9063e-003

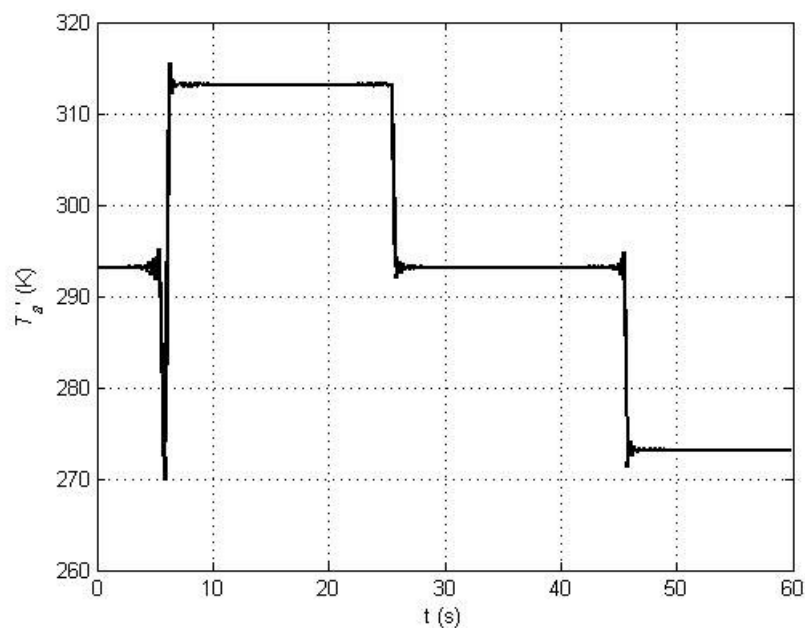
```

Entradas para simulação:

- $T_a = 313,15 \text{ K}$ para $t < 20 \text{ s}$, $T_a = 293,15 \text{ K}$ para $20 \text{ s} \leq t < 40 \text{ s}$ e $T_a = 273,15 \text{ K}$ para $t \geq 40 \text{ s}$;
- $H = 0,0000 \text{ W/m}^2$;
- $U = 0,0000 \text{ m/s}$.

Resultados da simulação:

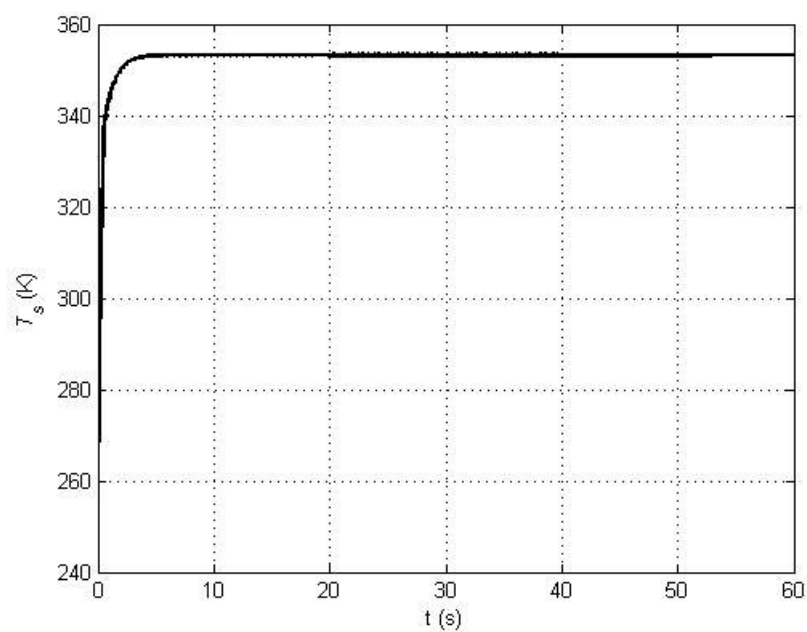
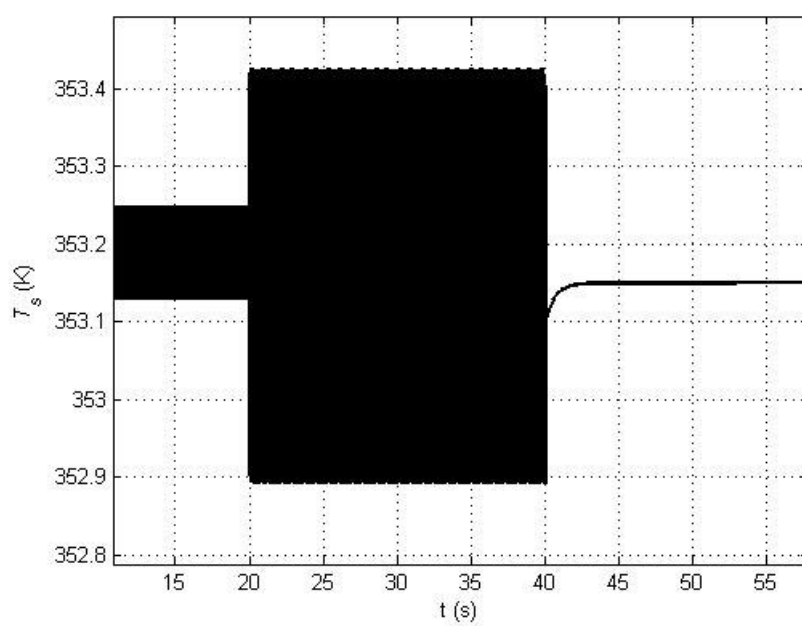
A Figura 6.12 é bastante similar à Figura 6.8, e permite observar que a temperatura ambiente é estimada corretamente.

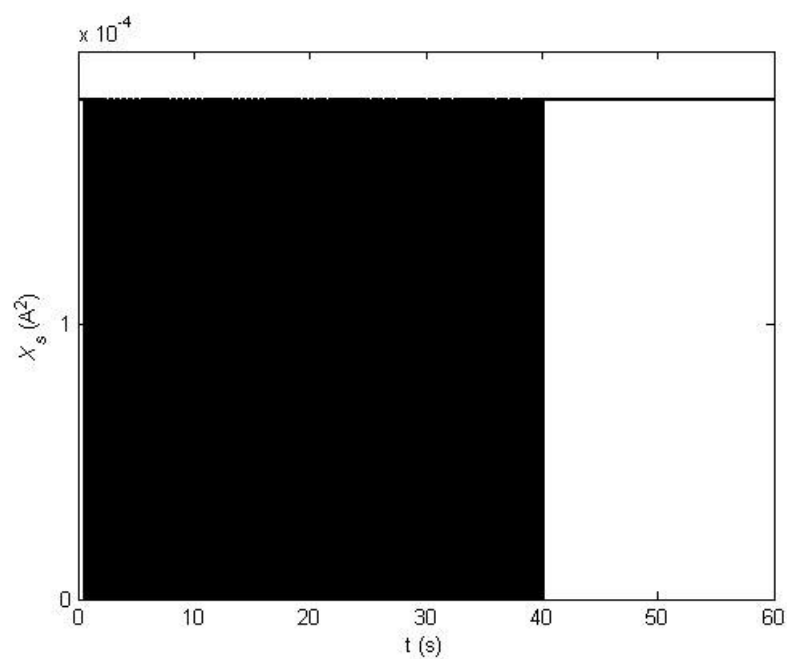
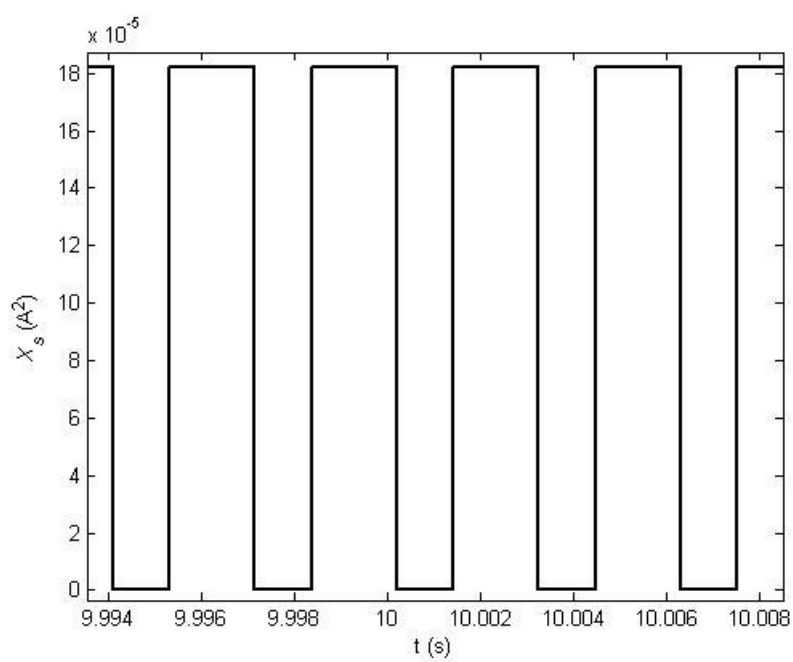
Figura 6.12: T_a estimada pelo Transdutor de CP

Já a Figura 6.13 e a Figura 6.14 apresentam um aspecto interessante: o único trecho em que a temperatura T_s do sensor não oscila em torno do valor de 353,15 K é o trecho a partir de 40 s. Isto ocorre, pois, durante este período, a temperatura ambiente é a mínima possível, fazendo com que todos os pulsos do modulador PWM sejam completos, isto é, estão ativos em 100% do tempo. Com isso, T_s se estabiliza e não oscila, visto que a corrente aplicada é constante. A Figura 6.15 ilustra isto.

No detalhe de X_s presente na Figura 6.16, percebe-se o mesmo pulso é sempre gerado pelo modulador PWM. De fato, isto era esperado, uma vez que a temperatura ambiente se encontra no seu valor máximo, fazendo com que todos os pulsos do PWM sejam iguais ao mínimo de duração possível.

Já no detalhe de X_s da Figura 6.17, percebe-se que há a geração de pulsos de diferentes larguras, porém na mesma proporção, no que diz respeito à quantidade. Isto condiz com o fato de a temperatura de entrada estar, exatamente, no meio da escala.

Figura 6.13: T_s do sensor do Transdutor de CPFigura 6.14: detalhe de T_s do sensor do Transdutor de CP

Figura 6.15: X_s aplicada ao sensor do Transdutor de CPFigura 6.16: detalhe 1 de X_s aplicada ao sensor do Transdutor de CP

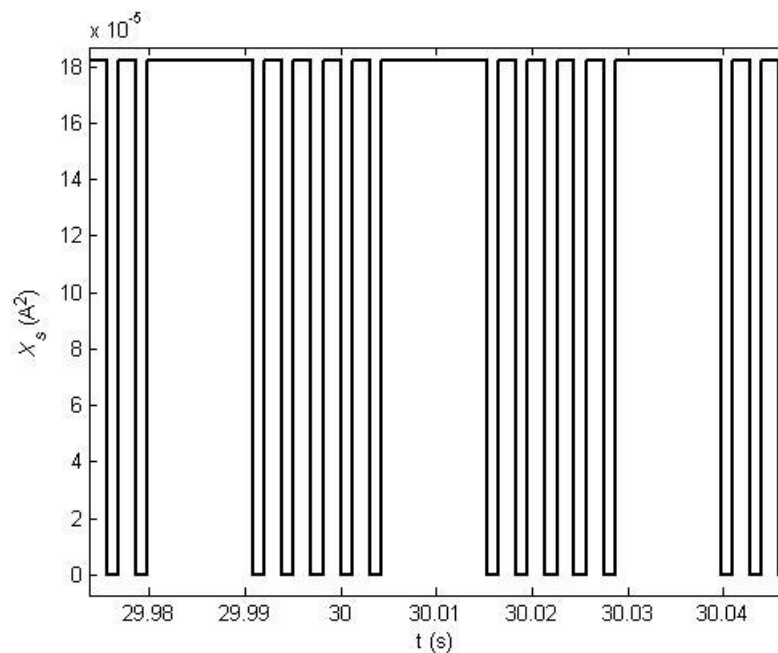


Figura 6.17: detalhe 2 de X_s aplicada ao sensor do Transdutor de CP

6.2.3 Med. de Senóide de Temp. com o Transdutor de CC

Chamada ao programa:

```
[Xsmin,Xsmax,fam,OSR,OSR1,NumFPB1,DenFPB1,NumFPB2,DenFPB2,...
XsPWM,deltaTPWMmin,deltaTPWMmax]=...
ProjetarSigmaDelta('CC',80+273.15,...
    0,5.1487e-3,2.7057e-3,0,0,...
    0+273.15,40+273.15,0,0,0,0,...
    12,...
    2,4,...
    'IIR',0.9,...
    1,...
    'NTC',1.3492e-001,3.2079e+003);
```

Resultados do projeto:

```
Resumo dos parâmetros de projeto:
Tipo de sensor: NTC
Modo de operação: temperatura/resistência constante
Tipo de transdutor: CC
Tipo de filtro do segundo estágio: IIR
Temperatura/resistência de operação:
    Ts0=3.5315e+002 K
    Rs0=1.1887e+003 ohms
Parâmetros estáticos do sensor:
    A=1.3492e-001 ohms
    B=3.2079e+003 K
Parâmetros dinâmicos do sensor:
    GH=0.0000e+000 m²
    Cth=5.1487e-003 J/K
    a=2.7057e-003 W/K
    b=0.0000e+000
    n=0.0000e+000
Faixas de operação:
```

```

Tamin=2.7315e+002 K  Tamax=3.1315e+002 K  Taop=2.9315e+002 K
Hmin=0.0000e+000 W/m^2  Hmax=0.0000e+000 W/m^2  Hop=0.0000e+000 W/m^2
Umin=0.0000e+000 m/s  Umax=0.0000e+000 m/s  Uop=0.0000e+000 m/s
Resolução desejada: 12 bits

```

Resultados:

Valores de Xs:

```

Xsmin=9.1049e-005 A^2  Xsmax=1.8210e-004 A^2  Xsop=1.3657e-004 A^2

```

Modelo contínuo de pequenos sinais:

```

-pmin=1.0662e+000 rad/s  -pmax=1.6069e+000 rad/s  -pop=1.3365e+000 rad/s
kTamin=5.2551e-001 1/s  kTamax=5.2551e-001 1/s  kTaop=5.2551e-001 1/s
kH=0.0000e+000 m^2*K/J
-kUmin=0.0000e+000 K/m  -kUmax=0.0000e+000 K/m  -kUop=0.0000e+000 K/m
kXs=2.3087e+005 K/(s*A^2)

```

Frequências calculadas:

```

fBmin=1.6969e+000 Hz  fBmax=2.5574e+000 Hz  fBop=2.1272e+000 Hz
fB=2.5574e+000 Hz

```

Sistema sigma-delta discreto:

```

fB=2.5574e+000 Hz
fam=2.6188e+003 amostras/s  Tam=3.8185e-004 s
fi=2.0459e+001 amostras/s
fam'=5.1149e+000 amostras/s
OSR=512
OSR1=128
OSR2=4

```

FPB do primeiro estágio:

```

Sinc de ordem 2
Magnitude em fB: 9.4964e-001

```

FPB do segundo estágio:

```

Tipo de filtro: IIR
Ordem: 12
Número de coeficientes: 13
Banda de passagem: 0 a 2.3017e+000 Hz  deltaBP=2.4414e-004
Banda de transição: 2.3017e+000 a 2.5574e+000 Hz
Banda de rejeição: 2.5574e+000 a 1.0230e+001 Hz  deltaBR=2.4414e-004

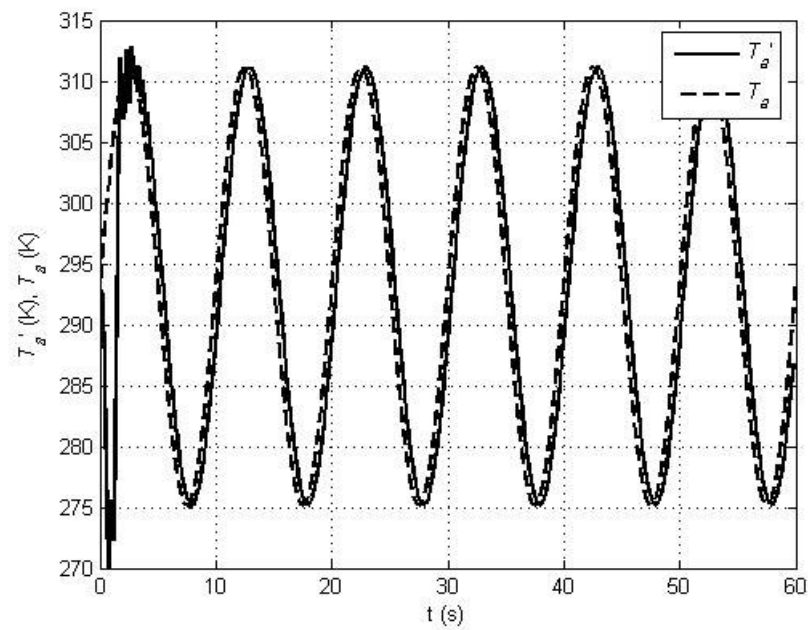
```

Entradas para simulação:

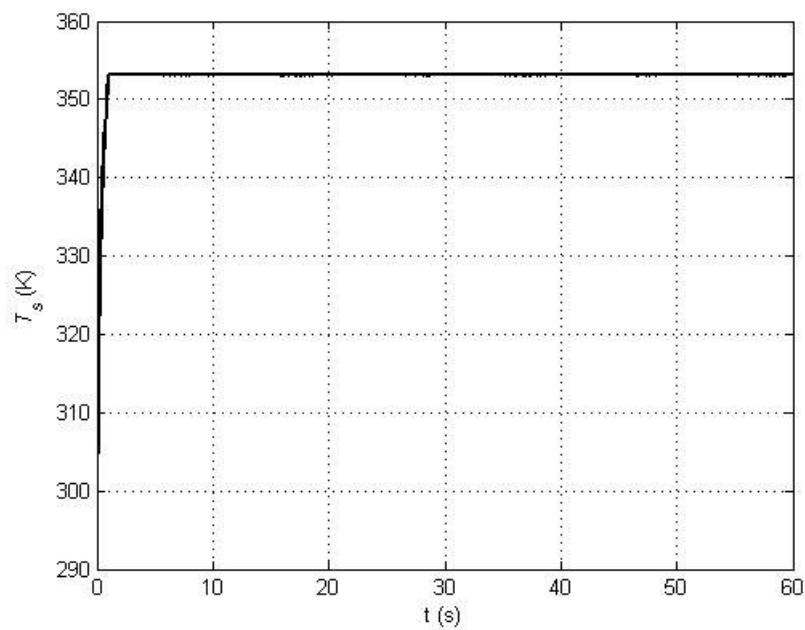
- T_a : senóide de 0,1 Hz de frequência, com amplitude 36,000 K pico-a-pico e *offset* de 293,15 K;
- $H = 0,0000 \text{ W/m}^2$;
- $U = 0,0000 \text{ m/s}$.

Resultados da simulação:

Na Figura 6.18, mostra-se que a temperatura estimada segue a entrada com a amplitude praticamente idêntica e a fase levemente deslocada. O atraso, neste caso, foi pequeno em relação aos observados nos Ítens 6.2.1 e 6.2.2, pois, neste caso, utilizou-se um FPB IIR no segundo estágio de dizimação e filtragem. Assim, obteve-se uma ordem de 12 para resolução de 12 bits, em contraste com uma ordem de 255 para uma resolução de 8 bits.

Figura 6.18: T_a senoidal estimada pelo Transdutor de CC

A Figura 6.19 e a Figura 6.20 mostram a temperatura do sensor. Ela se mantém praticamente constante, apenas oscilando em torno do ponto de operação previsto de 353,15 K.

Figura 6.19: T_s do sensor do Transd. de CC com entrada senoidal

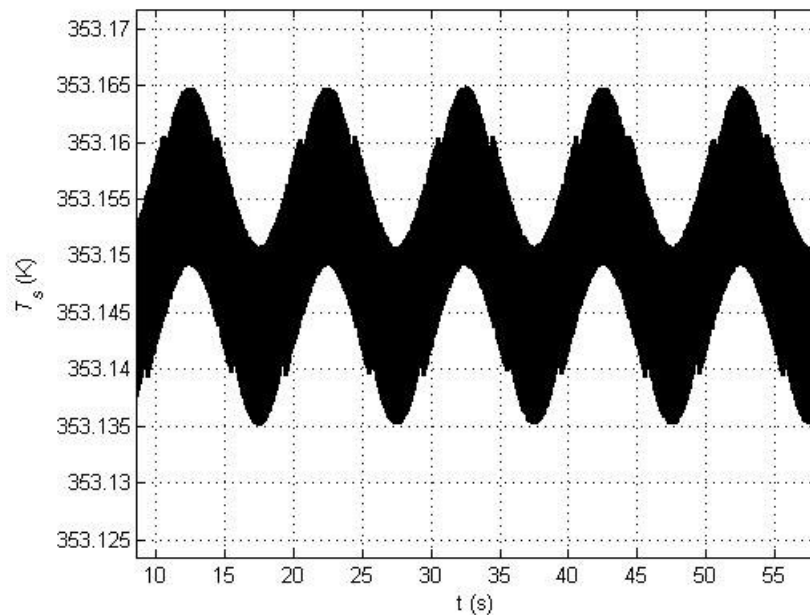


Figura 6.20: detalhe de T_s no Transd. de CC com entrada senoidal

6.2.4 Resolução da Med. de Temp. com o Transdutor de CC

Chamada ao programa:

```
[Xsmin,Xsmax,fam,OSR,OSR1,NumFPB1,DenFPB1,NumFPB2,DenFPB2,...
XsPWM,deltaTPWMmin,deltaTPWMmax]=...
ProjetarSigmaDelta('CC',80+273.15,...
    0,5.1487e-3,2.7057e-3,0,0,...
    0+273.15,40+273.15,0,0,0,0,...
    10,...
    2,4,...
    'FIR',0.9,...
    1,...
    'NTC',1.3492e-001,3.2079e+003);
```

Resultados do projeto:

Resumo dos parâmetros de projeto:

```
Tipo de sensor: NTC
Modo de operação: temperatura/resistência constante
Tipo de transdutor: CC
Tipo de filtro do segundo estágio: FIR
Temperatura/resistência de operação:
    Ts0=3.5315e+002 K
    Rs0=1.1887e+003 ohms
Parâmetros estáticos do sensor:
    A=1.3492e-001 ohms
    B=3.2079e+003 K
Parâmetros dinâmicos do sensor:
    GH=0.0000e+000 m^2
    Cth=5.1487e-003 J/K
    a=2.7057e-003 W/K
    b=0.0000e+000
    n=0.0000e+000
Faixas de operação:
```

```

Tamin=2.7315e+002 K  Tamax=3.1315e+002 K  Taop=2.9315e+002 K
Hmin=0.0000e+000 W/m^2  Hmax=0.0000e+000 W/m^2  Hop=0.0000e+000 W/m^2
Umin=0.0000e+000 m/s  Umax=0.0000e+000 m/s  Uop=0.0000e+000 m/s
Resolução desejada: 10 bits

```

Resultados:

Valores de Xs:

```

Xsmin=9.1049e-005 A^2  Xsmax=1.8210e-004 A^2  Xsop=1.3657e-004 A^2

```

Modelo contínuo de pequenos sinais:

```

-pmin=1.0662e+000 rad/s  -pmax=1.6069e+000 rad/s  -pop=1.3365e+000 rad/s
kTamin=5.2551e-001 1/s  kTamax=5.2551e-001 1/s  kTaop=5.2551e-001 1/s
kH=0.0000e+000 m^2*K/J
-kUmin=0.0000e+000 K/m  -kUmax=0.0000e+000 K/m  -kUop=0.0000e+000 K/m
kXs=2.3087e+005 K/(s*A^2)

```

Frequências calculadas:

```

fBmin=1.6969e+000 Hz  fBmax=2.5574e+000 Hz  fBop=2.1272e+000 Hz
fB=2.5574e+000 Hz

```

Sistema sigma-delta discreto:

```

fB=2.5574e+000 Hz
fam=1.3094e+003 amostras/s  Tam=7.6371e-004 s
fi=2.0459e+001 amostras/s
fam'=5.1149e+000 amostras/s
OSR=256
OSR1=64
OSR2=4

```

FPB do primeiro estágio:

```

Sinc de ordem 2
Magnitude em fB: 9.4965e-001

```

FPB do segundo estágio:

```

Tipo de filtro: FIR
Ordem: 292
Número de coeficientes: 293
Banda de passagem: 0 a 2.3017e+000 Hz  deltaBP=9.7656e-004
Banda de transição: 2.3017e+000 a 2.5574e+000 Hz
Banda de rejeição: 2.5574e+000 a 1.0230e+001 Hz  deltaBR=9.7656e-004

```

Entradas para simulação:

- T_a : sucessivos degraus de 2,0000 K, a cada 20 s, variando de 273,15 K a 313,15 K;
- $H = 0,0000 \text{ W/m}^2$;
- $U = 0,0000 \text{ m/s}$.

Resultados da simulação:

Observa-se, na Figura 6.21, que a resolução é maior nas extremidades e no centro da faixa, de acordo com o que prevê [18]. Além disso, com exceção das extremidades, ela tende a ser crescente no sentido das extremidades até o meio da faixa. A simetria em relação ao centro da faixa é, também, observada de maneira aproximada. O motivo que faz com que tal simetria não seja perfeita pode estar relacionado com o deslocamento do pólo p ao longo da operação do

transdutor, causando um comportamento ligeiramente diferente do que seria esperado no caso de um A/D sigma-delta ideal.

Observa-se, também, que a resolução fica, de fato, em torno de 10 bits, segundo foi determinado como um dos parâmetros de entrada de projeto.

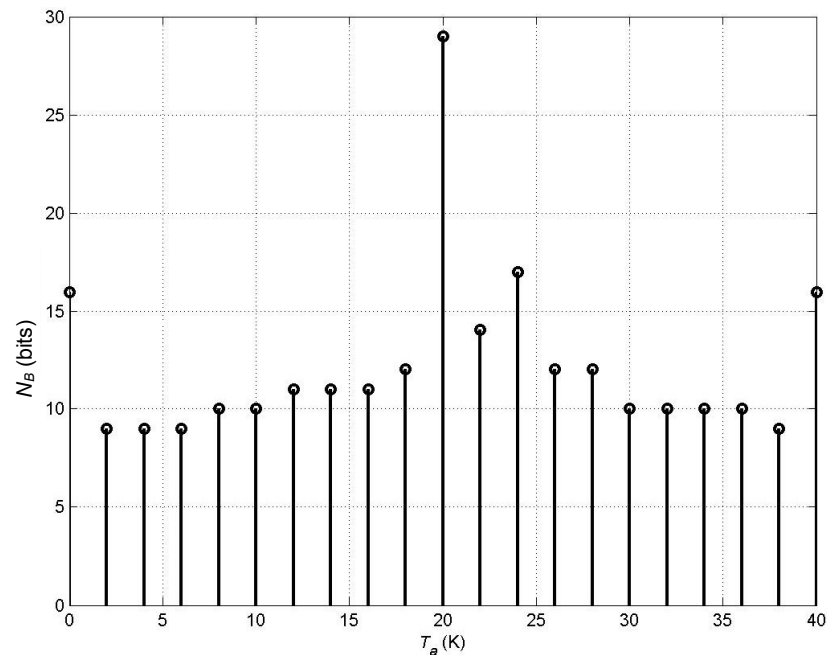


Figura 6.21: resolução na medição de T_a pelo Transdutor de CC

6.2.5 Resolução da Med. de Temp. com o Transdutor de CP

Chamada ao programa:

```
[Xsmin,Xsmax,fam,OSR,OSR1,NumFPB1,DenFPB1,NumFPB2,DenFPB2,...
 XsPWM,deltaTPWMmin,deltaTPWMmax]=...
ProjetarSigmaDelta('CP',80+273.15,...
    0,5.1487e-3,2.7057e-3,0,0,...
    0+273.15,40+273.15,0,0,0,0,...
    10,...
    2,4,...
    'FIR',0.9,...
    1,...
    'NTC',1.3492e-001,3.2079e+003);
```

Resultados do projeto:

```
[Xsmin,Xsmax,fam,OSR,OSR1,NumFPB1,DenFPB1,NumFPB2,DenFPB2,...
 XsPWM,deltaTPWMmin,deltaTPWMmax]=...
ProjetarSigmaDelta('CP',80+273.15,...
    0,5.1487e-3,2.7057e-3,0,0,...
    0+273.15,40+273.15,0,0,0,0,...
    10,...
```

```

2,4,...
'FIR',0.9,...
1,...
'NTC',1.3492e-001,3.2079e+003);

```

Resumo dos parâmetros de projeto:

```

Tipo de sensor: NTC
Modo de operação: temperatura/resistência constante
Tipo de transdutor: CP
Tipo de filtro do segundo estágio: FIR
Temperatura/resistência de operação:
  Ts0=3.5315e+002 K
  Rs0=1.1887e+003 ohms
Parâmetros estáticos do sensor:
  A=1.3492e-001 ohms
  B=3.2079e+003 K
Parâmetros dinâmicos do sensor:
  GH=0.0000e+000 m^2
  Cth=5.1487e-003 J/K
  a=2.7057e-003 W/K
  b=0.0000e+000
  n=0.0000e+000
Faixas de operação:
  Tamin=2.7315e+002 K  Tamax=3.1315e+002 K  Taop=2.9315e+002 K
  Hmin=0.0000e+000 W/m^2  Hmax=0.0000e+000 W/m^2  Hop=0.0000e+000 W/m^2
  Umin=0.0000e+000 m/s  Umax=0.0000e+000 m/s  Uop=0.0000e+000 m/s
Resolução desejada: 10 bits

```

Resultados:

```

Valores de Xs:
  Xsmin=9.1049e-005 A^2  Xsmax=1.8210e-004 A^2  Xsop=1.3657e-004 A^2
Modelo contínuo de pequenos sinais:
  -pmin=1.0662e+000 rad/s  -pmax=1.6069e+000 rad/s  -pop=1.3365e+000 rad/s
  kTamin=5.2551e-001 1/s  kTamax=5.2551e-001 1/s  kTaop=5.2551e-001 1/s
  kH=0.0000e+000 m^2*K/J
  -kUmin=0.0000e+000 K/m  -kUmax=0.0000e+000 K/m  -kUop=0.0000e+000 K/m
  kXs=2.3087e+005 K/(s*A^2)
Frequências calculadas:
  fBmin=1.6969e+000 Hz  fBmax=2.5574e+000 Hz  fBop=2.1272e+000 Hz
  fB=2.5574e+000 Hz
Sistema sigma-delta discreto:
  fB=2.5574e+000 Hz
  fam=1.3094e+003 amostras/s  Tam=7.6371e-004 s
  fi=2.0459e+001 amostras/s
  fam'=5.1149e+000 amostras/s
  OSR=256
  OSR1=64
  OSR2=4
Parâmetros do modulador PWM:
  XsPWM=1.8210e-004 A^2
  deltaTPWMmin=3.8185e-004 s  deltaTPWMmax=7.6371e-004 s
FPB do primeiro estágio:
  Sinc de ordem 2
  Magnitude em fB: 9.4965e-001
FPB do segundo estágio:
  Tipo de filtro: FIR
  Ordem: 292
  Número de coeficientes: 293
  Banda de passagem: 0 a 2.3017e+000 Hz  deltaBP=9.7656e-004
  Banda de transição: 2.3017e+000 a 2.5574e+000 Hz
  Banda de rejeição: 2.5574e+000 a 1.0230e+001 Hz  deltaBR=9.7656e-004

```

Entradas para simulação:

- T_a : sucessivos degraus de 2,0000 K, a cada 20 s, variando de 273,15 K a 313,15 K;
- $H = 0,0000 \text{ W/m}^2$;
- $U = 0,0000 \text{ m/s}$.

Resultados da simulação:

Os resultados são bastantes semelhantes aos do Item 6.2.4, conforme é possível observar na Figura 6.22. A resolução, conforme esperado, tende a ser mais baixa do que a do Transdutor de CC. Em média, observou-se uma redução de 0,5 bit a 1 bit. Apesar de os valores mostrados serem inteiros, eles representam uma média das resoluções das amostras individuais. Por este motivo, alguns valores tiveram redução de 2 bits, outros de 1 bit e alguns não apresentaram redução na sua resolução.

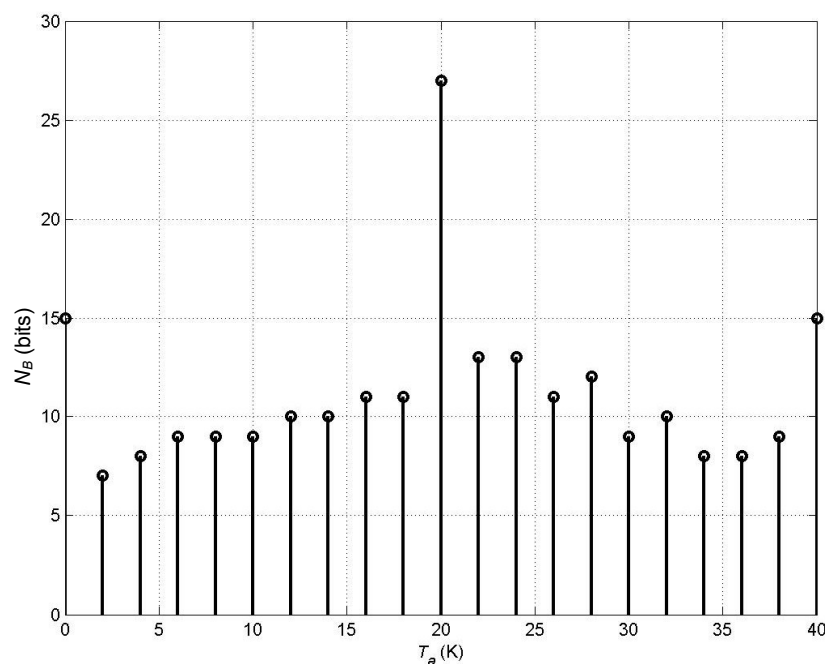


Figura 6.22: resolução na medição de T_a pelo Transdutor de CP

6.2.6 Resolução da Med. de Rad. Térmica com o Transd. de CC

Chamada ao programa:

[Xsmin, Xsmax, fam, OSR, OSR1, NumFPB1, DenFPB1, NumFPB2, DenFPB2, ...]

```

XsPWM,deltaTPWMmin,deltaTPWMmax]=...
ProjetarSigmaDelta('CC',50+273.15,...
    19e-6,43.06e-3,2.982e-3,0,0,...
    0+273.15,48+273.15,0,1600,0,0,...
    8,...
    2,4,...
    'FIR',0.9,...
    1,...
    'PTC',102.48,273.15,3.85e-3);

```

Resultados do projeto:

Resumo dos parâmetros de projeto:

```

Tipo de sensor: PTC
Modo de operação: temperatura/resistência constante
Tipo de transdutor: CC
Tipo de filtro do segundo estágio: FIR
Temperatura/resistência de operação:
    Ts0=3.2315e+002 K
    Rs0=1.2221e+002 ohms
Parâmetros estáticos do sensor:
    R0=1.0248e+002 ohms
    T0=2.7315e+002 K
    beta=3.8500e-003 1/K
Parâmetros dinâmicos do sensor:
    GH=1.9000e-005 m^2
    Cth=4.3060e-002 J/K
    a=2.9820e-003 W/K
    b=0.0000e+000
    n=0.0000e+000
Faixas de operação:
    Tamin=2.7315e+002 K  Tamax=3.2115e+002 K  Taop=2.9715e+002 K
    Hmin=0.0000e+000 W/m^2  Hmax=1.6000e+003 W/m^2  Hop=8.0000e+002 W/m^2
    Umin=0.0000e+000 m/s  Umax=0.0000e+000 m/s  Uop=0.0000e+000 m/s
Resolução desejada: 8 bits

```

Resultados:

```

Valores de Xs:
    Xsmin=-1.9996e-004 A^2  Xsmax=1.2201e-003 A^2  Xsop=5.1005e-004 A^2
Modelo contínuo de pequenos sinais:
    -pmin=5.8073e-002 rad/s  -pmax=7.1084e-002 rad/s  -pop=6.4579e-002 rad/s
    kTamin=6.9252e-002 1/s  kTamax=6.9252e-002 1/s  kTaop=6.9252e-002 1/s
    kH=4.4124e-004 m^2*K/J
    -kUmin=0.0000e+000 K/m  -kUmax=0.0000e+000 K/m  -kUop=0.0000e+000 K/m
    kXs=2.8381e+003 K/(s*A^2)
Frequências calculadas:
    fBmin=9.2426e-002 Hz  fBmax=1.1313e-001 Hz  fBop=1.0278e-001 Hz
    fB=1.1313e-001 Hz
Sistema sigma-delta discreto:
    fB=1.1313e-001 Hz
    fam=1.4481e+001 amostras/s  Tam=6.9055e-002 s
    fi=9.0507e-001 amostras/s
    fam'=2.2627e-001 amostras/s
    OSR=64
    OSR1=16
    OSR2=4
FPB do primeiro estágio:
    Sinc de ordem 2
    Magnitude em fB: 9.4983e-001
FPB do segundo estágio:
    Tipo de filtro: FIR
    Ordem: 225
    Número de coeficientes: 226
    Banda de passagem: 0 a 1.0182e-001 Hz deltaBP=3.9063e-003
    Banda de transição: 1.0182e-001 a 1.1313e-001 Hz

```

Banda de rejeição: 1.1313e-001 a 4.5254e-001 Hz $\Delta BR=3.9063e-003$

Entradas para simulação:

- $T_a = 297,15$ K;
- H : sucessivos degraus de $80,000$ W/m², a cada 200 s, variando de $0,0000$ W/m² a $1600,0$ W/m²;
- $U = 0,0000$ m/s.

Resultados da simulação:

Na Figura 6.23, nota-se um resultado bastante semelhante ao que foi encontrado para o caso de medição de temperatura ambiente. A única diferença é que, no caso da medição de radiação térmica, projetou-se um transdutor com 8 bits de resolução.

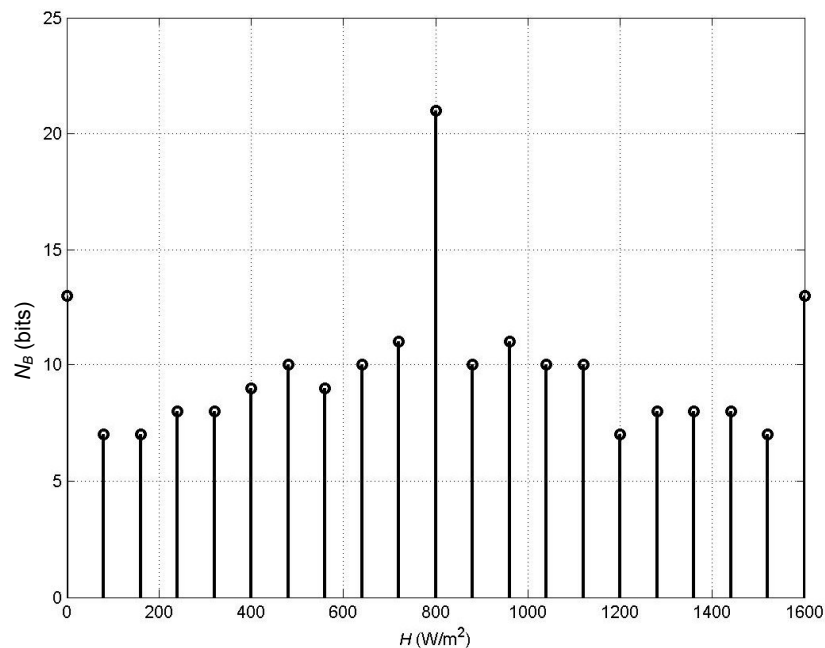


Figura 6.23: resolução na medição de H pelo Transdutor de CC

6.2.7 Resolução da Med. de Rad. Térmica com o Transd. de CP

Chamada ao programa:

```
[Xsmin,Xsmax,fam,OSR,OSR1,NumFPB1,DenFPB1,NumFPB2,DenFPB2,...
XsPWM,deltaTPWMmin,deltaTPWMmax]=...
ProjetarSigmaDelta('CP',50+273.15,...
```

```

19e-6,43.06e-3,2.982e-3,0,0,...
0+273.15,48+273.15,0,1600,0,0,...
8,...
2,4,...
'FIR',0.9,...
1,...
'PTC',102.48,273.15,3.85e-3);

```

Resultados do projeto:

Resumo dos parâmetros de projeto:

```

Tipo de sensor: PTC
Modo de operação: temperatura/resistência constante
Tipo de transdutor: CP
Tipo de filtro do segundo estágio: FIR
Temperatura/resistência de operação:
  Ts0=3.2315e+002 K
  Rs0=1.2221e+002 ohms
Parâmetros estáticos do sensor:
  R0=1.0248e+002 ohms
  T0=2.7315e+002 K
  beta=3.8500e-003 1/K
Parâmetros dinâmicos do sensor:
  GH=1.9000e-005 m^2
  Cth=4.3060e-002 J/K
  a=2.9820e-003 W/K
  b=0.0000e+000
  n=0.0000e+000
Faixas de operação:
  Tamin=2.7315e+002 K  Tamax=3.2115e+002 K  Taop=2.9715e+002 K
  Hmin=0.0000e+000 W/m^2  Hmax=1.6000e+003 W/m^2  Hop=8.0000e+002 W/m^2
  Umin=0.0000e+000 m/s  Umax=0.0000e+000 m/s  Uop=0.0000e+000 m/s
Resolução desejada: 8 bits

```

Resultados:

```

Valores de Xs:
  Xsmin=-1.9996e-004 A^2  Xsmax=1.2201e-003 A^2  Xsop=5.1005e-004 A^2
Modelo contínuo de pequenos sinais:
  -pmin=5.8073e-002 rad/s  -pmax=7.1084e-002 rad/s  -pop=6.4579e-002 rad/s
  kTamin=6.9252e-002 1/s  kTamax=6.9252e-002 1/s  kTaop=6.9252e-002 1/s
  kH=4.4124e-004 m^2*K/J
  -kUmin=0.0000e+000 K/m  -kUmax=0.0000e+000 K/m  -kUop=0.0000e+000 K/m
  kXs=2.8381e+003 K/(s*A^2)
Frequências calculadas:
  fBmin=9.2426e-002 Hz  fBmax=1.1313e-001 Hz  fBop=1.0278e-001 Hz
  fB=1.1313e-001 Hz
Sistema sigma-delta discreto:
  fB=1.1313e-001 Hz
  fam=1.4481e+001 amostras/s  Tam=6.9055e-002 s
  fi=9.0507e-001 amostras/s
  fam'=2.2627e-001 amostras/s
  OSR=64
  OSR1=16
  OSR2=4
Parâmetros do modulador PWM:
  XsPWM=1.2201e-003 A^2
  deltaTPWMmin=-1.1317e-002 s  deltaTPWMmax=6.9055e-002 s
FPB do primeiro estágio:
  Sinc de ordem 2
  Magnitude em fB: 9.4983e-001
FPB do segundo estágio:
  Tipo de filtro: FIR
  Ordem: 225
  Número de coeficientes: 226
  Banda de passagem: 0 a 1.0182e-001 Hz  deltaBP=3.9063e-003

```

Banda de transição: 1.0182e-001 a 1.1313e-001 Hz

Banda de rejeição: 1.1313e-001 a 4.5254e-001 Hz $\Delta BR=3.9063e-003$

Entradas para simulação:

- $T_a = 297,15$ K;
- H : sucessivos degraus de $80,000$ W/m², a cada 200 s, variando de $0,0000$ W/m² a $1600,0$ W/m²;
- $U = 0,0000$ m/s.

Resultados da simulação:

Através da Figura 6.24, nota-se, mais uma vez, a redução de resolução em relação ao Transdutor de CC.

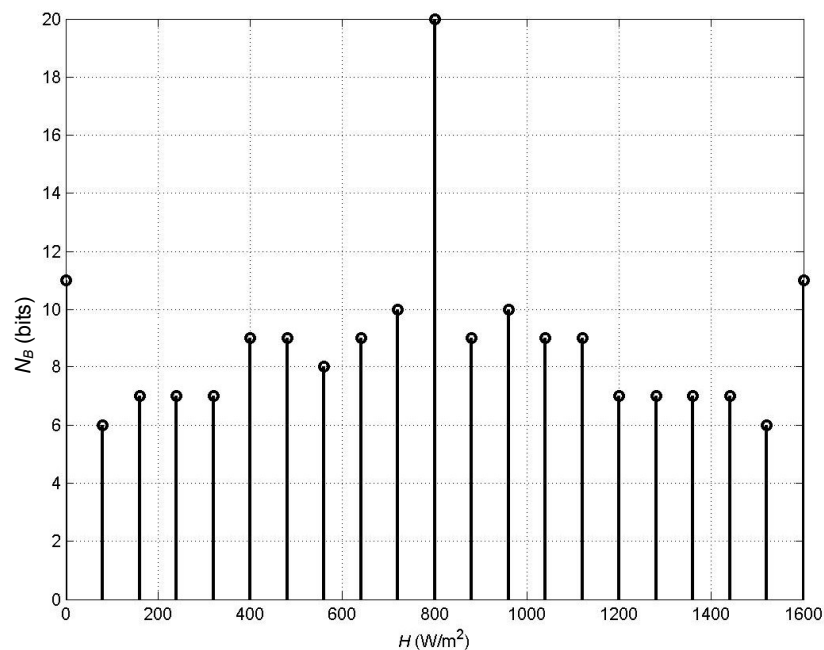


Figura 6.24: resolução na medição de H pelo Transdutor de CP

6.2.8 Resolução da Med. de Vel. de Fluido com o Transd. de CC

Chamada ao programa:

```
[Xsmin,Xsmax,fam,OSR,OSR1,NumFPB1,DenFPB1,NumFPB2,DenFPB2,...
 XsPWM,deltaTPWMmin,deltaTPWMmax]=...
ProjetarSigmaDelta('CC',50+273.15,...
 0,9.7724e-2,2.4425e-2,2.1498e-3,3.5699e-1,...
 0+273.15,40+273.15,0,0,0,100,...
 8,...
```

```

2,4,...
'FIR',0.9,...
1,...
'NTC',3.67e-3,4.0896e3);

```

Resultados do projeto:

Resumo dos parâmetros de projeto:

```

Tipo de sensor: NTC
Modo de operação: temperatura/resistência constante
Tipo de transdutor: CC
Tipo de filtro do segundo estágio: FIR
Temperatura/resistência de operação:
  Ts0=3.2315e+002 K
  Rs0=1.1504e+003 ohms
Parâmetros estáticos do sensor:
  A=3.6700e-003 ohms
  B=4.0896e+003 K
Parâmetros dinâmicos do sensor:
  GH=0.0000e+000 m^2
  Cth=9.7724e-002 J/K
  a=2.4425e-002 W/K
  b=2.1498e-003
  n=3.5699e-001
Faixas de operação:
  Tamin=2.7315e+002 K  Tamax=3.1315e+002 K  Taop=2.9315e+002 K
  Hmin=0.0000e+000 W/m^2  Hmax=0.0000e+000 W/m^2  Hop=0.0000e+000 W/m^2
  Umin=0.0000e+000 m/s  Umax=1.0000e+002 m/s  Uop=5.0000e+001 m/s
Resolução desejada: 8 bits

```

Resultados:

```

Valores de Xs:
  Xsmin=2.1232e-004 A^2  Xsmax=1.5452e-003 A^2  Xsop=8.6352e-004 A^2
Modelo contínuo de pequenos sinais:
  -pmin=3.4782e-001 rad/s  -pmax=1.0762e+000 rad/s  -pop=7.3694e-001 rad/s
  kTamin=2.4994e-001 1/s  kTamax=3.6380e-001 1/s  kTaop=3.3884e-001 1/s
  kH=0.0000e+000 m^2*K/J
  -kUmin=0.0000e+000 K/m  -kUmax=2.0324e-002 K/m  -kUop=1.9042e-002 K/m
  kXs=1.1772e+004 K/(s*A^2)
Frequências calculadas:
  fBmin=5.5357e-001 Hz  fBmax=1.7128e+000 Hz  fBop=1.1729e+000 Hz
  fB=1.7128e+000 Hz
Sistema sigma-delta discreto:
  fB=1.7128e+000 Hz
  fam=2.1924e+002 amostras/s  Tam=4.5613e-003 s
  fi=1.3702e+001 amostras/s
  fam'=3.4256e+000 amostras/s
  OSR=64
  OSR1=16
  OSR2=4
FPB do primeiro estágio:
  Sinc de ordem 2
  Magnitude em fB: 9.4983e-001
FPB do segundo estágio:
  Tipo de filtro: FIR
  Ordem: 225
  Número de coeficientes: 226
  Banda de passagem: 0 a 1.5415e+000 Hz deltaBP=3.9063e-003
  Banda de transição: 1.5415e+000 a 1.7128e+000 Hz
  Banda de rejeição: 1.7128e+000 a 6.8511e+000 Hz deltaBR=3.9063e-003

```

Entradas para simulação:

- $T_a = 293,15 \text{ K}$;

- $H = 0,0000 \text{ W/m}^2$;
- U : sucessivos degraus de $5,0000 \text{ m/s}$, a cada 30 s , variando de $0,0000 \text{ m/s}$ a $100,00 \text{ m/s}$.

Resultados da simulação:

Na Figura 6.25, é interessante notar a falta de simetria em relação ao meio da faixa de medição. De fato, isto já era esperado, já que a relação entre U e X_s é não-linear. Nota-se um deslocamento dos pontos de melhor resolução no sentido do início da escala, isto é, nos pontos correspondentes a baixos valores de vazão. A aplicação para medição de vazão foi a que apresentou maior discordância entre o valor previsto no projeto (8 bits, neste exemplo) e os resultados obtidos.

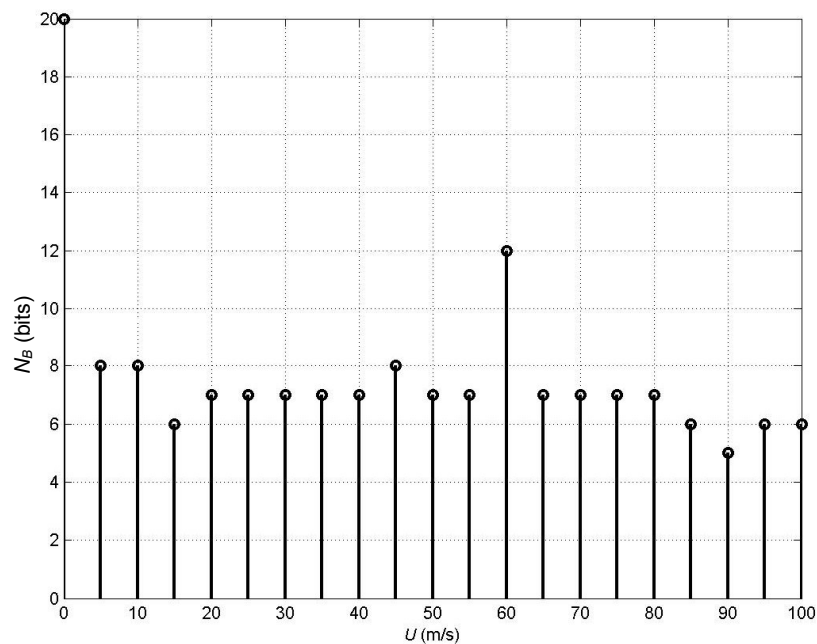


Figura 6.25: resolução na medição de U pelo Transdutor de CC

6.2.9 Resolução da Med. de Vel. de Fluido com o Transd. de CP

Chamada ao programa:

```
[Xsmin,Xsmax,fam,OSR,OSR1,NumFPB1,DenFPB1,NumFPB2,DenFPB2,...
 XsPWM,deltaTPWMmin,deltaTPWMmax]=...
ProjetarSigmaDelta('CP',50+273.15,...
 0,9.7724e-2,2.4425e-2,2.1498e-3,3.5699e-1,...
```

```

0+273.15,40+273.15,0,0,0,100,...
8,...
2,4,...
'FIR',0.9,...
1,...
'NTC',3.67e-3,4.0896e3);

```

Resultados do projeto:

Resumo dos parâmetros de projeto:

```

Tipo de sensor: NTC
Modo de operação: temperatura/resistência constante
Tipo de transdutor: CP
Tipo de filtro do segundo estágio: FIR
Temperatura/resistência de operação:
  Ts0=3.2315e+002 K
  Rs0=1.1504e+003 ohms
Parâmetros estáticos do sensor:
  A=3.6700e-003 ohms
  B=4.0896e+003 K
Parâmetros dinâmicos do sensor:
  GH=0.0000e+000 m^2
  Cth=9.7724e-002 J/K
  a=2.4425e-002 W/K
  b=2.1498e-003
  n=3.5699e-001
Faixas de operação:
  Tamin=2.7315e+002 K  Tamax=3.1315e+002 K  Taop=2.9315e+002 K
  Hmin=0.0000e+000 W/m^2  Hmax=0.0000e+000 W/m^2  Hop=0.0000e+000 W/m^2
  Umin=0.0000e+000 m/s  Umax=1.0000e+002 m/s  Uop=5.0000e+001 m/s
Resolução desejada: 8 bits

```

Resultados:

```

Valores de Xs:
  Xsmin=2.1232e-004 A^2  Xsmax=1.5452e-003 A^2  Xsop=8.6352e-004 A^2
Modelo contínuo de pequenos sinais:
  -pmin=3.4782e-001 rad/s  -pmax=1.0762e+000 rad/s  -pop=7.3694e-001 rad/s
  kTamin=2.4994e-001 1/s  kTamax=3.6380e-001 1/s  kTaop=3.3884e-001 1/s
  kH=0.0000e+000 m^2*K/J
  -kUmin=0.0000e+000 K/m  -kUmax=2.0324e-002 K/m  -kUop=1.9042e-002 K/m
  kXs=1.1772e+004 K/(s*A^2)
Frequências calculadas:
  fBmin=5.5357e-001 Hz  fBmax=1.7128e+000 Hz  fBop=1.1729e+000 Hz
  fB=1.7128e+000 Hz
Sistema sigma-delta discreto:
  fB=1.7128e+000 Hz
  fam=2.1924e+002 amostras/s  Tam=4.5613e-003 s
  fi=1.3702e+001 amostras/s
  fam'=3.4256e+000 amostras/s
  OSR=64
  OSR1=16
  OSR2=4
Parâmetros do modulador PWM:
  XsPWM=1.5452e-003 A^2
  deltaTPWMmin=6.2674e-004 s  deltaTPWMmax=4.5613e-003 s
FPB do primeiro estágio:
  Sinc de ordem 2
  Magnitude em fB: 9.4983e-001
FPB do segundo estágio:
  Tipo de filtro: FIR
  Ordem: 225
  Número de coeficientes: 226
  Banda de passagem: 0 a 1.5415e+000 Hz  deltaBP=3.9063e-003
  Banda de transição: 1.5415e+000 a 1.7128e+000 Hz
  Banda de rejeição: 1.7128e+000 a 6.8511e+000 Hz  deltaBR=3.9063e-003

```

Entradas para simulação:

- $T_a = 293,15 \text{ K}$;
- $H = 0,0000 \text{ W/m}^2$;
- U : sucessivos degraus de $5,0000 \text{ m/s}$, a cada 30 s , variando de $0,0000 \text{ m/s}$ a $100,00 \text{ m/s}$.

Resultados da simulação:

Na Figura 6.26, é mostrada, mais uma vez, a redução de resolução em relação ao Transdutor de CC, mantendo, porém, o mesmo perfil de resolução.

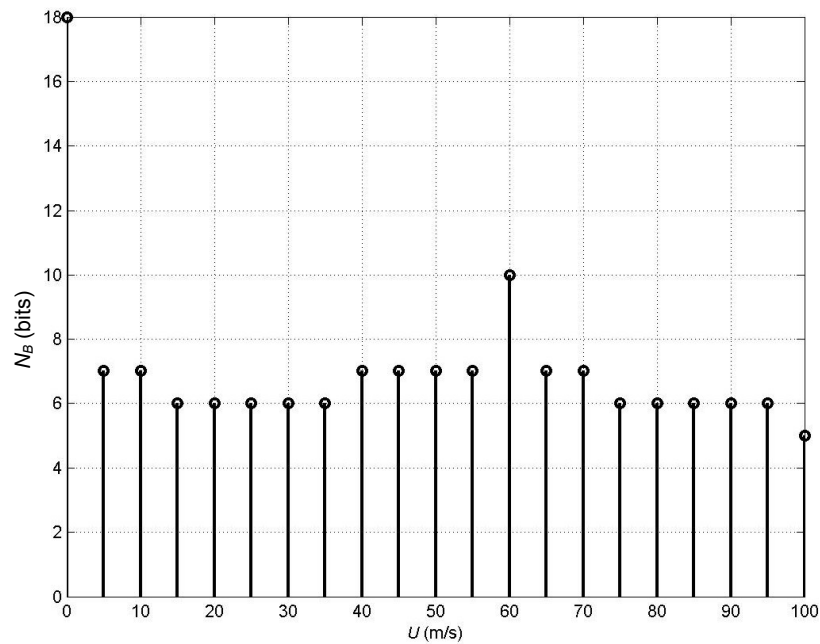


Figura 6.26: resolução na medição de U pelo Transdutor de CP

Capítulo 7

Conclusões e Perspectivas Futuras

A topologia de transdutor sigma-delta com termo-resistência é Estado da Arte e foi apresentada, inicialmente, em [2], [3] e [4]. Em função disso, o tema, certamente, abre possibilidade para as mais diversas abordagens e investigações em trabalhos futuros, além de, certamente, carecer de maior detalhamento e formalismo em alguns pontos do seu desenvolvimento teórico e das simulações realizadas.

Um dos pontos passíveis de aprofundamento é o da análise da sensibilidade do pólo p da função de transferência em função das condições de operação do sensor. Conforme é possível observar na Tabela 5.2, os valores das grandezas físicas envolvidas (temperatura ambiente, radiação térmica e velocidade de fluido), bem como a temperatura de operação T_{so} , influenciam no comportamento dinâmico do sensor e podem ser responsáveis por diferenças de performance do transdutor desenvolvido, de acordo com diferentes condições de operação. Assim, a sugestão é aprofundar esta análise de sensibilidade para que a temperatura de operação do sensor e as faixas de operação das grandezas envolvidas possam ser determinadas de maneira a otimizar o desempenho do transdutor.

A análise do comportamento dinâmico do transdutor no domínio da Transformada Z também pode ser aperfeiçoada, uma vez que a sua função de transferência completa foi obtida a partir da discretização do modelo analógico de pequenos sinais, utilizando um método bastante simplificado, que foi o Método do Impulso Invariante. O aperfeiçoamento deste tópico pode, por exemplo, contribuir para um maior formalismo na quantificação da frequência máxima f_B a ser considerada no cálculo da taxa de sobreamostragem OSR do sigma-delta, o que

foi feito empiricamente e, a princípio, validado através de simulações computacionais.

Verificou-se que o Transdutor de Corrente Pulsada tende a possuir uma resolução um pouco mais baixa do que o Transdutor de Corrente Contínua (em torno de 0,5 bits a 1 bit). Já que o segundo é um modelo conceitual e, portanto, sendo o primeiro o que é passível de implementação real, uma maior investigação do seu comportamento e das não-idealidades introduzidas pelo modulador PWM e pela corrente pulsada pode ser feita.

Quanto aos resultados, eles foram considerados bastante satisfatórios, principalmente considerando que se trata de uma estrutura nova e que, portanto, ainda está em fase de aprimoramento. Dentre as principais vantagens trazidas pelo transdutor proposto, estão: baixa complexidade de circuitos analógicos adicionais, facilitando a integração num único chip; minimização dos problemas gerados por imprecisão de componentes analógicos, já que a resolução da quantização inicial é de apenas 1 bit, sendo aumentada por processamento digital dos bits gerados; e versatilidade, pois pode ser aplicado na medição de três grandezas físicas distintas: temperatura ambiente, radiação térmica e velocidade de fluido.

Ademais, o conceito de substituir porções de transdutores convencionais por sensores que, por definição, realizam determinadas operações, pode ser estendida para outros sensores além dos termo-resistivos e para outras operações além da integração.

Foi observada uma razoável concordância entre os valores previstos teoricamente para a resolução final do transdutor integrado e os resultados obtidos através de simulação computacional, mostrando que as aproximações feitas no intuito de obter um modelo linear e, posteriormente, de obter uma versão discreta de tal modelo não foram grosseiras. Apesar de este ponto ter sido citado como uma possível fonte de melhoria deste trabalho, conclui-se que as aproximações foram satisfatórias para fornecer uma estimativa inicial dos resultados a serem esperados.

Observou-se que a resolução não é constante ao longo da faixa de medição para todas as três grandezas medidas. De fato, [18] já prevê este fenômeno para os A/D's sigma-delta no caso de entradas constantes, sendo que as maiores resoluções, de fato, são encontradas nas extremidades inferior e superior da faixa, além de no seu centro. Observou-se, também, que a resolução é crescente no sentido das extremidades das faixas de medição para o meio da faixa, com exceção, é claro, dos próprios pontos das extremidades. [18] prevê simetria em relação ao centro no perfil de resolução do A/D sigma-delta, o que, realmente, ocorre para o caso de medição de temperatura ambiente e radiação térmica, mas não quando se trata de velocidade de fluido. Isto ocorre, pois a relação entre a grandeza obtida do transdutor (corrente do sensor ao quadrado X_s) e a velocidade do fluido é não-linear. O perfil de resolução da medição de velocidade de fluido, na simulação realizada no trabalho, forneceu melhor resolução para as baixas velocidades. A aplicação na medição de velocidade de fluido foi a que apresentou maior discordância entre o valor de resolução especificado no projeto e o resultado obtido durante a simulação.

Por fim, apesar de implementações físicas reais não terem sido feitas, já que esse não era o objetivo deste trabalho, foi introduzido o Transdutor de Corrente Pulsada, abrindo um caminho para uma eventual implementação prática do transdutor proposto. Este ponto, sem dúvidas, seria o maior desafio em termos de continuidade deste trabalho e, paralelamente, o seu maior reconhecimento como arquitetura de medição com termo-resistências.

Referências Bibliográficas

- [1] OLIVEIRA, A., *Sensores Termo-Resistivos em Configurações Realimentadas*. Campina Grande: Coordenação de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal da Paraíba, 1997 (Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica na área de Processamento da Informação).
- [2] OLIVEIRA, A., PALMA, L. S., COSTA, A. S. da, FREIRE, R. C. S., LIMA, A. C. de C., *A Constant Temperature Operation Thermoresistive Sigma-Delta Solar Radiometer*. In: International Symposium on Advances of Measurement Science, 2004, Saint Petersburg – Russia. 10th IMEKO TC7, Tomsk – Russia. Sergey V. Muravyov, 2004, vol. 1, p. 199-204.
- [3] OLIVEIRA, A., COSTA, A. S. da, PALMA, L. S., FREIRE, R. C. S. LIMA, A. C. de C., *Modulador Sigma-Delta Baseado em Sensor Aquecido a Temperatura Constante*. In: Congresso Brasileiro de Automática, 2004, Gramado – Brasil. CBA2004 – XV Congresso Brasileiro de Automática, 2004.
- [4] OLIVEIRA, A., COSTA, A. S. da, PALMA, L. S., LIMA, A. C. de C., FREIRE, R. C. S., *A Constant Temperature Operation Thermo-Resistive Sigma-Delta Transducer*. In: IMTC 2004 – Instrumentation and Measurement Technology Conference, 2004, Como – Italy. Instrumentation and Measurement Technology Conference, IEEE, 2004, vol. 1, p. 1175-1180.
- [5] *EPCOS Material Datasheet: Kalteiter PTC B59xxx*. EPCOS AG Munich, 2002.
- [6] *EPCOS Material Datasheet: Heißleiter NTC B57xx*. EPCOS AG Munich, 2002.
- [7] *BC Components Product Specification: NTC Thermistors, Accuracy Line 2322 640 6.....*. Vishay BCcomponents, 1998.

- [8] ROCHA Neto, J. S. da, *Caracterização de Sensores Termo-Resistivos*. Campina Grande: Coordenação de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal da Paraíba, 1994 (Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica na área de Processamento da Informação).
- [9] LIMA, A. M. N., DEEP, G. S., ROCHA Neto, J. S. da, FREIRE, R. C. S., LOBO, P. C., *Identification of Thermoresistive Solar Radiation Sensor*. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, April 1994, vol. 43, n. 2, p. 133-138.
- [10] KREITH, F., *Princípios da Transmissão de Calor*. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda., 1977. Capítulo 1: Introdução, p. 1-17.
- [11] HINZE, J. O., *Turbulence*. USA: Mc Graw Hill, Inc., 1975, 2nd edition. Chapter 2: Principles of Methods and Techniques in the Measurement of Turbulent Flows, p. 83-172.
- [12] WU, S., BOSE, N., *An Extended Power Law Model for Calibration of Hot-Wire/Hot-Film Constant Temperature Probes*. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1994, vol. 37, n. 3, p. 437-442.
- [13] FREIRE, R. C. S., ROCHA Neto, J. S. da, DEEP, G. S., LIMA, A. M. N., LOBO, P. C., *Experimental Determination of the Time Constant of a Thermoresistive Sensor*. In: IMTC 1994 – Instrumentation and Measurement Technology Conference, 1994, Hamamatsu – Japan. Instrumentation and Measurement Technology Conference, IEEE, 1994, p. 450-453.
- [14] *Burr-Brown Application Bulletin: Principles of Data Acquisition and Conversion*. Burr-Brown Corporation, 1994, AB-082.
- [15] GREEN, De. C., GREEN, D. C., *Digital Electronics*. Upper Saddle River: Pearson Education, 1998, 5th edition. Chapter 15: Analogue-to-Digital and Digital-to-Analogue Converters, p. 328-345.

- [16] PARK, S., *Motorola Digital Signal Processors: Principles of Sigma-Delta Modulation for Analog-to-Digital Converters*. Motorola, Inc., 2003, APR8/D rev.1.
- [17] AZIZ, P. M., SORENSEN, H. V., SPIEGEL, J. V. D., *An Overview of Sigma-Delta Converters*. IEEE Signal Processing Magazine, January 1996, p. 61-84.
- [18] CANDY, J. C., TEMES, G. C., *Oversampling Delta-Sigma Data Converters: Theory, Design and Simulation*. New York: IEEE Press, 1992, 1st edition. Introduction: Oversampling Methods for A/D and D/A Conversion, p. 1-25.
- [19] PAPOULIS, A., *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*. Singapore: Mc Graw Hill, Inc., 1991, 3rd edition. Chapter 10: General Concepts, p. 285-336.
- [20] INOSE, H., YASUDA, Y., *A Unity Bit Coding Method by Negative Feedback*. IEEE Proceedings, November 1963, vol. 51, p. 1524-1535.
- [21] PAPOULIS, A., *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*. Singapore: Mc Graw Hill, Inc., 1991, 3rd edition. Chapter 11: Basic Applications, p. 376-389.
- [22] GRAY, R. M., *Quantization Noise Spectra*. Transactions on Information Theory, 1990, IT-36, vol. 1, p. 1220-1244.
- [23] KAMEN, E. W., HECK B. S., *Fundamentals of Signals and Systems: Using the Web and Matlab®*. New Jersey: Prentice Hall, Inc., 1999, 2nd edition. Chapter 11: The Z-Transform and Discrete-Time Systems, p. 555-601.
- [24] KALE, I., MORLING, R. C. S., KRUKOWSKI, A., DEVINE, D. A., *A High Fidelity Decimation Filter for Sigma-Delta Converters*. Advanced A-D and D-A Conversion Techniques and their Applications, IEE, July 1994, n. 393, p. 30-35.
- [25] PARK, S., *Multistage Decimation Filter Design Technique for High-Resolution Sigma-Delta A/D Converters*. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, April 1994, vol. 41, n. 6, p. 868-873.

- [26] NAVINER, L., NAVINER, J. F., *On Efficient Cascade Implementation of Narrow Band Decimator Filter for $\Sigma\Delta$ Modulators*. In: IEEE Midwest Symposium on Circuits and Systems, August 2000, Lansing – EUA. Proceedings 43rd, IEEE, 2000, p. 70-73.
- [27] CANDY, J. C., *Decimation for Sigma-Delta Modulation*. IEEE Transactions on Communications, January 1986, vol. 34, n. 1, p. 72-76.
- [28] DIJKSTRA, E., CARDOLETTI, L., NYS, O., PIGUET, C., DEGRAUWE, M., *Wave Digital Decimation Filters in Oversampled A/D Converters*. In: 1998 IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 1998, Helsinki – Finland. Proceedings, IEEE, 1988, p. 2327-2330.
- [29] CHEUNG, P. Y. K., SEE, E. S. K., *A Comparison of Decimation Filter Architectures for Sigma-Delta A/D Converters*. In: 1991 IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 1991, Singapore. Proceedings, IEEE, 1991, p. 1637-1640.
- [30] LIU, C. M., LIM, S. G., HUTCHENS, C., *Low Power Decimation Filter Design for $\Delta\Sigma$ Converters*. In: 1999 IEEE Emerging Technologies Symposium, 1999, Richardson – USA. Proceedings, IEEE, 1999, p. 2.1-2.3.
- [31] LI, S. F., WHETERRELL, J., *A Compact Low-Power Decimation Filter for Sigma-Delta Modulators*. In: 2000 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, 2000, Istanbul – Turkey. Proceedings, IEEE, 2000, vol. 6, p. 3223-3226.
- [32] ZUSKIE, C., ZHANG, B., SCHREIER, R., *A Decimation Filter Architecture for GHz Delta-Sigma Modulators*. In: 1995 IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 1995, Seattle – USA. Proceedings, IEEE, 1995, vol. 2, p. 953-956.
- [33] KALE, I., MORLING, R. C. S., KRUKOWSKI, A., DEVINE, D. A., *Architectural Design Simulation and Silicon Implementation of a Very High Fidelity Decimation Filter for Sigma-Delta Data Converters*. In: IMTC 1994 – Instrumentation and Measurement Technology Conference, 1994,

- Hamamatsu – Japan. Instrumentation and Measurement Technology Conference, IEEE, 1994, vol. 2, p. 878-881.
- [34] MOK, K. Y. F., CONSTANTINIDES, A. G., CHEUNG, P. Y. K., *A VLSI Decimation Filter for Sigma-Delta A/D Converters*. Advanced A-D and D-A Conversion Techniques and their Applications, IEE, July 1994, n. 393, p. 36-41.
- [35] MAULIK, P. C., CHANDHA, M. S., LEE, W. L., CRAWLEY, P. J., *A 16-Bit 250-kHz Delta-Sigma Modulator and Decimation Filter*. IEEE Journal of Solid-State Circuits, April 2000, vol. 35, n. 4, p. 458-467.
- [36] WONG, P. H., GRAY, R. M., *FIR Filters with Sigma-Delta Modulation Encoding*. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, June 1990, vol. 38, n. 6, p. 979-990.
- [37] MIRABBASI, S., MARTIN, K., *IIR Digital Filter for $\Delta\Sigma$ Decimation, Channel Selection, and Square-Root Raised-Cosine Nyquist Filtering*. In: 2002 IEEE International Solid-State Circuits Conference, 2002, San Francisco – USA. Visuals Supplement, IEEE, 2002, session 7, p. 96-97, 416-417.
- [38] MUNSHI, A. S., JOHNS, D. A., *Adaptive IIR Filtering of Delta-Sigma Modulated Signals*. In: 1993 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1993, Minneapolis – USA. Proceedings, IEEE, 1993, vol. 3, p. 356-359.
- [39] IFEACHOR, E. C., JERVIS, B. W., *Digital Signal Processing: A Practical Approach*. Suffolk: Addison-Wesley Publishers, Ltd., 2002, 2nd edition. Chapter 7: Finite Impulse Response (FIR) Filter Design, p. 343-454.
- [40] KAMEN, E. W., HECK B. S., *Fundamentals of Signals and Systems: Using the Web and Matlab®*. New Jersey: Prentice Hall, Inc., 1999, 2nd edition. Chapter 12: Design of Digital Filters and Controllers, p. 612-649.
- [41] IFEACHOR, E. C., JERVIS, B. W., *Digital Signal Processing: A Practical Approach*. Suffolk: Addison-Wesley Publishers, Ltd., 2002, 2nd edition. Chapter 8: Design of Infinite Impulse Response (IIR) Digital Filters, p. 455-578.

- [42] COSTA, A. S., LIMA, G. A. F., *Medição de Vazão de Água com Termistor NTC a Temperatura Constante*. Salvador: Departamento de Engenharia Elétrica, Escola Politécnica, Universidade Federal da Bahia, 2003 (Relatório de Atividades de Laboratório da Disciplina Eletrônica Industrial).
- [43] MAKINWA, K. A. A., SZÉKELY, V., HUIJSING, J. H., *Modeling and Simulation of Thermal Sigma-Delta Modulators*. In: IMTC 2002 – Instrumentation and Measurement Technology Conference, 2002, Anchorage – EUA. Instrumentation and Measurement Technology Conference, IEEE, 2002, vol. 2, p. 261-264.
- [44] OLIVEIRA, A., *Termômetro com Medição por Largura de Pulso de Sinal PWM*. Campina Grande: Coordenação de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal da Paraíba, 1995 (Relatório de Projeto de Pesquisa no Doutorado em Engenharia Elétrica na área de Processamento da Informação).
- [45] PALMA, L. S., OLIVEIRA, A., COSTA, A. S. da, ANDRADE JR., A. Q., ALMEIDA, C. V. R. de, ZURITA, M., FREIRE, R. C. S., *Implementation of a Feedback I^2 -Controlled Constant Temperature Environment Temperature Meter*. Sensors, 2003, Basel, vol. 3, n. 10, p. 498-503.

Anexo I

Código-Fonte das Rotinas em *Matlab*

I.1 *calculargth.m*

```

1  %-----
2  %Universidade Federal da Bahia - Escola Politénica
3  %Departamento de Engenharia Elétrica
4  %Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica
5  %
6  %Histórico de revisões:
7  %Data          Programador          Descrição
8  %-----
9  %09/09/2005   Alexandre S. da Costa  Criação.
10 %-----
11 %Protótipo:
12 % Gth=CalcularGth(a,b,n,U)
13 %
14 %Descrição: calcula o valor da condutância térmica.
15 %
16 %Parâmetros de entrada:
17 % a: parâmetro a da condutância térmica, em W/K.
18 % b: parâmetro b da condutância térmica, unidade indefinida.
19 % n: parâmetro n da condutância térmica, unidade indefinida.
20 % U: velocidade de fluido, em m/s.
21 %
22 %Parâmetros de saída:
23 % Gth: condutância térmica, em W/K.
24 %-----
25
26 function Gth=CalcularGth(a,b,n,U)
27 Gth=a+b*(U^n);

```

I.2 *calcularh.m*

```

1  %-----
2  %Universidade Federal da Bahia - Escola Politénica
3  %Departamento de Engenharia Elétrica
4  %Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica
5  %
6  %Histórico de revisões:
7  %Data          Programador          Descrição
8  %-----
9  %09/09/2005   Alexandre S. da Costa  Criação.
10 %-----
11 %Protótipo:
12 % H=CalcularH(Xs,Ta,Gth,GH,Ts,Rs)
13 %
14 %Descrição: calcula o valor de H, nas condições de operação especificadas.
15 %
16 %Parâmetros de entrada:
17 % Xs: corrente ao quadrado, em A^2.

```

```

18 % Ta: temperatura ambiente, em K.
19 % Gth: condutância térmica, em W/K.
20 % GH: condutância de radiação térmica, em m^2.
21 % Ts: temperatura do sensor, em K.
22 % Rs: resistência do sensor, em ohms.
23 %
24 %Parâmetros de saída:
25 % H: radiação térmica, em W/m^2.
26 %-----
27
28 function H=CalcularH(Xs,Ta,Gth,GH,Ts,Rs)
29 H=(Gth*(Ts-Ta)-Rs*Xs)/GH;

```

I.3 *calcularktntc.m*

```

1 %-----
2 %Universidade Federal da Bahia - Escola Politénica
3 %Departamento de Engenharia Elétrica
4 %Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica
5 %
6 %Histórico de revisões:
7 %Data      Programador      Descrição
8 %-----
9 %09/09/2005 Alexandre S. da Costa Criação.
10 %-----
11 %Protótipo:
12 % kt=CalcularktNTC(A,B,Ts)
13 %
14 %Descrição: calcula o valor da constante kt para o NTC.
15 %
16 %Parâmetros de entrada:
17 % A: parâmetro A do NTC, em ohms.
18 % B: parâmetro B do NTC, em K.
19 % Ts: temperatura, em K.
20 %
21 %Parâmetros de saída:
22 % kt: constante kt, em ohms/K.
23 %-----
24
25 function kt=CalcularktNTC(A,B,Ts)
26 kt=-B*Ts^2/RsNTC(A,B,Ts)/(Ts^2);

```

I.4 *calcularktptc.m*

```

1 %-----
2 %Universidade Federal da Bahia - Escola Politénica
3 %Departamento de Engenharia Elétrica
4 %Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica
5 %
6 %Histórico de revisões:
7 %Data      Programador      Descrição
8 %-----
9 %09/09/2005 Alexandre S. da Costa Criação.
10 %-----
11 %Protótipo:
12 % kt=CalcularktPTC(R0,beta)
13 %
14 %Descrição: calcula o valor da constante kt para PTC e RTD.
15 %
16 %Parâmetros de entrada:
17 % R0: resistência de referência, em ohms.
18 % beta: constante de proporcionalidade, em 1/K.
19 %
20 %Parâmetros de saída:

```

```

21 % kt: constante kt, em ohms/K.
22 %-----
23
24 function kt=CalcularktPTC(R0,beta)
25 kt=R0*beta;

```

I.5 *calcularpeqsinais.m*

```

1 %-----
2 %Universidade Federal da Bahia - Escola Politénica
3 %Departamento de Engenharia Elétrica
4 %Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica
5 %
6 %Histórico de revisões:
7 %Data          Programador          Descrição
8 %-----
9 %09/09/2005    Alexandre S. da Costa  Criação.
10 %-----
11 %Protótipo:
12 % [p,kTa,kH,kU,kXs]=CalcularPeqSinais(Ta,U,Xs,Ts,Rs,kt,GH,Cth,a,b,n)
13 %
14 %Descrição: calcula os parâmetros do modelo de pequenos sinaia para uma
15 %            termo-resistência operando a temperatura/resistência constante.
16 %
17 %Parâmetros de entrada:
18 % Ta: temperatura ambiente, em K.
19 % U: velocidade de fluido, em m/s.
20 % Xs: corrente ao quadrado, em A^2.
21 % Ts: temperatura do sensor, em K.
22 % Rs: resistência do sensor, em ohms.
23 % kt: constante kt, em ohms/K.
24 % GH: condutância de radiação térmica, em m^2.
25 % Cth: capacitância térmica, em J/K.
26 % a: parâmetro a da condutância térmica, em W/K.
27 % b: parâmetro b da condutância térmica, unidade indefinida.
28 % n: parâmetro n da condutância térmica, unidade indefinida.
29 %
30 %Parâmetros de saída:
31 % p: pólo da função de transferência, em 1/s ou rad/s.
32 % kTa: ganho da temperatura ambiente, em 1/s.
33 % kH: ganho da radiação térmica, em m^2*K/J.
34 % kU: ganho da velocidade de fluido, em K/m.
35 % kXs: ganho da corrente ao quadrado, em K/(s*A^2).
36 %-----
37
38 function [p,kTa,kH,kU,kXs]=CalcularPeqSinais(Ta,U,Xs,Ts,Rs,kt,GH,Cth,a,b,n)
39 Gth=CalcularGth(a,b,n,U);
40 p=(Xs*kt-Gth)/Cth;
41 kTa=Gth/Cth;
42 kH=GH/Cth;
43 kU=0.0;
44 if (U>0)
45     kU=((Ta-Ts)*b*n*U^(n-1))/Cth;
46 end
47 kXs=Rs/Cth;

```

I.6 *calculararta.m*

```

1 %-----
2 %Universidade Federal da Bahia - Escola Politénica
3 %Departamento de Engenharia Elétrica
4 %Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica
5 %
6 %Histórico de revisões:

```

```

7  %Data          Programador          Descrição
8  %-----
9  %09/09/2005   Alexandre S. da Costa  Criação.
10 %-----
11 %Protótipo:
12 % Ta=CalcularTa(Xs,H,Gth,GH,Ts,Rs)
13 %
14 %Descrição: calcula o valor de Ta, nas condições de operação especificadas.
15 %
16 %Parâmetros de entrada:
17 % Xs: corrente ao quadrado, em A^2.
18 % H: radiação térmica, em W/m^2.
19 % Gth: condutância térmica, em W/K.
20 % GH: condutância de radiação térmica, em m^2.
21 % Ts: temperatura do sensor, em K.
22 % Rs: resistência do sensor, em ohms.
23 %
24 %Parâmetros de saída:
25 % Ta: temperatura ambiente, em K.
26 %-----
27
28 function Ta=CalcularTa(Xs,H,Gth,GH,Ts,Rs)
29 Ta=Ts-(GH*H+Rs*Xs)/Gth;

```

I.7 *calcularu.m*

```

1  %-----
2  %Universidade Federal da Bahia - Escola Politécnica
3  %Departamento de Engenharia Elétrica
4  %Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica
5  %
6  %Histórico de revisões:
7  %Data          Programador          Descrição
8  %-----
9  %09/09/2005   Alexandre S. da Costa  Criação.
10 %-----
11 %Protótipo:
12 % U=CalcularU(Xs,Ta,H,GH,a,b,n,Ts,Rs)
13 %
14 %Descrição: calcula o valor de U, nas condições de operação especificadas.
15 %
16 %Parâmetros de entrada:
17 % Xs: corrente ao quadrado, em A^2.
18 % Ta: temperatura ambiente, em K.
19 % H: radiação térmica, em W/m^2.
20 % GH: condutância de radiação térmica, em m^2.
21 % a: parâmetro a da condutância térmica, em W/K.
22 % b: parâmetro b da condutância térmica, unidade indefinida.
23 % n: parâmetro n da condutância térmica, unidade indefinida.
24 % Ts: temperatura do sensor, em K.
25 % Rs: resistência do sensor, em ohms.
26 %
27 %Parâmetros de saída:
28 % U: velocidade de fluido, em m/s.
29 %-----
30
31 function U=CalcularU(Xs,Ta,H,GH,a,b,n,Ts,Rs)
32 U=((1/b)*((GH*H+Rs*Xs)/(Ts-Ta)-a))^(1/n);

```

I.8 *calcularvazamento.m*

```

1  %-----
2  %Universidade Federal da Bahia - Escola Politécnica
3  %Departamento de Engenharia Elétrica

```

```

4  %Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica
5  %
6  %Histórico de revisões:
7  %Data          Programador          Descrição
8  %-----
9  %09/09/2005    Alexandre S. da Costa  Criação.
10 %-----
11 %Protótipo:
12 % v=CalcularVazamento(p,fam)
13 %
14 %Descrição: calcula o vazamento do modelo discreto de pequenos sinais para
15 %            uma termo-resistência operando a temperatura/resistência
16 %            constante.
17 %
18 %Parâmetros de entrada:
19 % p: pólo da função de transferência, em 1/s ou rad/s.
20 % fam: frequência de amostragem utilizada, em amostras/s.
21 %
22 %Parâmetros de saída:
23 % v: vazamento, adimensional.
24 %-----
25
26 function v=CalcularVazamento(p,fam)
27 v=exp(p/fam);

```

I.9 *calcularxs.m*

```

1  %-----
2  %Universidade Federal da Bahia - Escola Politénica
3  %Departamento de Engenharia Elétrica
4  %Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica
5  %
6  %Histórico de revisões:
7  %Data          Programador          Descrição
8  %-----
9  %09/09/2005    Alexandre S. da Costa  Criação.
10 %-----
11 %Protótipo:
12 % Xs=CalcularXs(Ta,H,Gth,GH,Ts,Rs)
13 %
14 %Descrição: calcula o valor de Xs, nas condições de operação especificadas.
15 %
16 %Parâmetros de entrada:
17 % Ta: temperatura ambiente, em K.
18 % H: radiação térmica, em W/m^2.
19 % Gth: condutância térmica, em W/K.
20 % GH: condutância de radiação térmica, em m^2.
21 % Ts: temperatura do sensor, em K.
22 % Rs: resistência do sensor, em ohms.
23 %
24 %Parâmetros de saída:
25 % Xs: corrente ao quadrado, em A^2.
26 %-----
27
28 function Xs=CalcularXs(Ta,H,Gth,GH,Ts,Rs)
29 Xs=(Gth*(Ts-Ta)-GH*H)/Rs;

```

I.10 *projetarsigmadelta.m*

```

1  %-----
2  %Universidade Federal da Bahia - Escola Politénica
3  %Departamento de Engenharia Elétrica
4  %Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica
5  %

```

```

6 %Histórico de revisões:
7 %Data      Programador      Descrição
8 %-----
9 %09/09/2005 Alexandre S. da Costa Criação.
10 %-----
11 %Protótipo:
12 % [Xsmin,Xsmax,fam,OSR,OSR1,NumFPB1,DenFPB1,NumFPB2,DenFPB2]=...
13 % [Xsmin,Xsmax,fam,OSR,OSR1,NumFPB1,DenFPB1,NumFPB2,DenFPB2,...
14 % XsPWM,deltaTPWMmin,deltaTPWMmax]=...
15 % ProjetarSigmaDelta(TipoTransdutor,Ts0,...
16 %                   GH,Cth,aGth,bGth,nGth,...
17 %                   Tamin,Tamax,Hmin,Hmax,Umin,Umax,...
18 %                   Res,...
19 %                   OrdSinc,OSR2,...
20 %                   TipoFPB2,BP,...
21 %                   Output,...
22 %                   TipoTermoResist,R0,T0,beta)
23 %
24 % [Xsmin,Xsmax,fam,OSR,OSR1,NumFPB1,DenFPB1,NumFPB2,DenFPB2]=...
25 % [Xsmin,Xsmax,fam,OSR,OSR1,NumFPB1,DenFPB1,NumFPB2,DenFPB2,...
26 % XsPWM,deltaTPWMmin,deltaTPWMmax]=...
27 % ProjetarSigmaDelta(TipoTransdutor,Ts0,...
28 %                   GH,Cth,aGth,bGth,nGth,...
29 %                   Tamin,Tamax,Hmin,Hmax,Umin,Umax,...
30 %                   Res,...
31 %                   OrdSinc,OSR2,...
32 %                   TipoFPB2,BP,...
33 %                   Output,...
34 %                   TipoTermoResist,A,B)
35 %
36 %Descrição: projeto do sistema sigma-delta para medição de temperatura
37 %           ambiente, radiação térmica ou velocidade de fluido utilizando
38 %           termo-resistência.
39 %
40 %Parâmetros de entrada:
41 % TipoTransdutor: tipo do transdutor a ser projetado. Pode ser 'CC' para
42 %                 o Transdutor de Corrente Contínua, ou 'CP' para o
43 %                 Transdutor de Corrente Pulsada.
44 % Ts0: temperatura de operação da termo-resistência, em K.
45 % GH: condutância de radiação térmica, em m^2.
46 % Cth: capacitância térmica, em J/K.
47 % aGth: parâmetro a da condutância térmica, em W/K.
48 % bGth: parâmetro b da condutância térmica, unidade indefinida.
49 % nGth: parâmetro n da condutância térmica, unidade indefinida.
50 % Tamin e Tamax: valores mínimo e máximo de temperatura ambiente a que o
51 %               sensor será submetido, em K.
52 % Hmin e Hmax: valores mínimo e máximo de radiação térmica a que o sensor
53 %               será submetido, em W/m^2.
54 % Umin e Umax: valores mínimo e máximo de velocidade de fluido a que o
55 %               sensor será submetido, em m/s.
56 % Res: resolução do A/D sigma-delta, em bits.
57 % OrdSinc: ordem da sinc do FPB do primeiro estágio.
58 % OSR2: relação fi/fam', adimensional.
59 % TipoFPB2: tipo do FPB do segundo estágio. Pode ser 'FIR' ou 'IIR'.
60 % BP: quanto da banda de passagem deve ser considerada no projeto do FPB
61 %     do segundo estágio.
62 % Output: flag que indica se os passos do projeto devem ser exibidos na
63 %          janela de comandos do Matlab.
64 % TipoTermoResist: tipo de termo-resistência utilizada. Pode ser 'RTD',
65 %                 'PTC' ou 'NTC'.
66 % R0: resistência de referência, em ohms. Parâmetro válido quando o tipo é
67 %     'RTD' ou 'PTC'.
68 % T0: temperatura de referência, em K. Parâmetro válido quando o tipo é
69 %     'RTD' ou 'PTC'.
70 % beta: constante de proporcionalidade, em 1/K. Parâmetro válido quando o

```

```

71 %      tipo é 'RTD' ou 'PTC'.
72 % A: parâmetro A do NTC, em ohms. Parâmetro válido quando o tipo é 'NTC'.
73 % B: parâmetro B do NTC, em K. Parâmetro válido quando o tipo é 'NTC'.
74 %
75 %Parâmetros de saída:
76 % Xsmin e Xsmax: valores mínimo e máximo da corrente ao quadrado a ser
77 %      aplicada ao sensor, em A2.
78 % fam: frequência de amostragem do sigma-delta, em amostras/s.
79 % OSR: taxa de sobreamostragem do sigma-delta, considerando a resolução
80 %      exigida.
81 % OSR1: razão entre a frequência de amostragem e a frequência intermediária, logo após o primeiro estágio de filtragem.
82 %
83 % NumFPB1 e DenFPB1: numerador e denominador do FPB do primeiro estágio,
84 %      em ordem crescente de z-1.
85 % NumFPB2 e DenFPB2: numerador e denominador do FPB do segundo estágio, em
86 %      ordem crescente de z-1.
87 % XsPWM: corrente de pico do modulador PWM, caso o tipo de transdutor seja
88 %      o de corrente pulsada.
89 % deltaTPWMmin: tempo, em s, correspondente ao pulso de corrente associado
90 %      a Xsmin.
91 % deltaTPWMmax: tempo, em s, correspondente ao pulso de corrente associado
92 %      a Xsmax.
93 %-----
94
95 function [Xsmin,Xsmax,fam,OSR,OSR1,NumFPB1,DenFPB1,NumFPB2,DenFPB2,...
96         XsPWM,deltaTPWMmin,deltaTPWMmax]=...
97         ProjetarSigmaDelta(TipoTransdutor,Ts0,...
98                             GH,Cth,aGth,bGth,nGth,...
99                             Tamin,Tamax,Hmin,Hmax,Umin,Umax,...
100                            Res,...
101                            OrdSinc,OSR2,...
102                            TipoFPB2,BP,...
103                            Output,...
104                            TipoTermoResist,Par1,Par2,Par3)
105
106 %Parâmetros de entrada não acessíveis ao usuário.
107 MultfB=10; %Quantas vezes do pólo deve ser considerada wB=2*pi*fB.
108 GradeFPB2=1000; %Resolução da grade de compensação do filtro FIR do segundo
109 %estágio.
110
111 %Cálculo da resistência de operação.
112 if (strcmp(TipoTermoResist,'RTD')||strcmp(TipoTermoResist,'PTC'))
113     Rs0=Ts2RsPTC(Par1,Par2,Par3,Ts0);
114 end
115 if (strcmp(TipoTermoResist,'NTC'))
116     Rs0=Ts2RsNTC(Par1,Par2,Ts0);
117 end
118
119 %Pontos de operação.
120 Taop=(Tamin+Tamax)/2;
121 Hop=(Hmin+Hmax)/2;
122 Uop=(Umin+Umax)/2;
123
124 %Resumo dos parâmetros.
125 if (Output)
126     disp(sprintf('\n\nResumo dos parâmetros de projeto:'));
127     disp(sprintf(' Tipo de sensor: %s',TipoTermoResist));
128     disp(sprintf(' Modo de operação: temperatura/resistência constante'));
129     disp(sprintf(' Tipo de transdutor: %s',TipoTransdutor));
130     disp(sprintf(' Tipo de filtro do segundo estágio: %s',TipoFPB2));
131     disp(sprintf(' Temperatura/resistência de operação:'));
132     disp(sprintf(' Ts0=%.4e K',Ts0));
133     disp(sprintf(' Rs0=%.4e ohms',Rs0));
134     disp(sprintf(' Parâmetros estáticos do sensor:'));
135     if (strcmp(TipoTermoResist,'RTD')||...

```

```

136     strcmp(TipoTermoResist,'PTC'))
137     disp(sprintf('    R0=%.4e ohms',Par1));
138     disp(sprintf('    T0=%.4e K',Par2));
139     disp(sprintf('    beta=%.4e 1/K',Par3));
140 end
141 if (strcmp(TipoTermoResist,'NTC'))
142     disp(sprintf('    A=%.4e ohms',Par1));
143     disp(sprintf('    B=%.4e K',Par2));
144 end
145 disp(sprintf(' Parâmetros dinâmicos do sensor:'));
146 disp(sprintf('    GH=%.4e m^2',GH));
147 disp(sprintf('    Cth=%.4e J/K',Cth));
148 disp(sprintf('    a=%.4e W/K',aGth));
149 disp(sprintf('    b=%.4e',bGth));
150 disp(sprintf('    n=%.4e',nGth));
151 disp(sprintf(' Faixas de operação:'));
152 disp(sprintf('    Tamin=%.4e K  Tamax=%.4e K  Taop=%.4e K',...
153     Tamin,Tamax,Taop));
154 disp(sprintf('    Hmin=%.4e W/m^2  Hmax=%.4e W/m^2  Hop=%.4e W/m^2',...
155     Hmin,Hmax,Hop));
156 disp(sprintf('    Umin=%.4e m/s  Umax=%.4e m/s  Uop=%.4e m/s',...
157     Umin,Umax,Uop));
158 disp(sprintf(' Resolução desejada: %d bits',Res));
159 disp(sprintf('\nResultados:'));
160 end
161
162 %Cálculo dos limites de corrente.
163 Xsmin=CalcularXs(Tamax,Hmax,CalcularGth(aGth,bGth,nGth,Umin),GH,Ts0,Rs0);
164 Xsmax=CalcularXs(Tamin,Hmin,CalcularGth(aGth,bGth,nGth,Umax),GH,Ts0,Rs0);
165 Xsop=CalcularXs(Taop,Hop,CalcularGth(aGth,bGth,nGth,Uop),GH,Ts0,Rs0);
166 if (Output)
167     disp(sprintf(' Valores de Xs:'));
168     disp(sprintf('    Xsmin=%.4e A^2  Xsmax=%.4e A^2  Xsop=%.4e A^2',...
169         Xsmin,Xsmax,Xsop));
170 end
171
172 %Cálculo do modelo de pequenos sinais.
173 if (strcmp(TipoTermoResist,'RTD')||strcmp(TipoTermoResist,'PTC'))
174     kt=CalcularktPTC(Par1,Par3);
175     [pmin,kTamin,kH,kUmin,kXs]=CalcularPeqSinais(Tamax,Umin,Xsmax,Ts0,Rs0,...
176         kt,GH,Cth,aGth,bGth,nGth);
177     [pmax,kTamax,kH,kUmax,kXs]=CalcularPeqSinais(Tamin,Umax,Xsmin,Ts0,Rs0,...
178         kt,GH,Cth,aGth,bGth,nGth);
179 end
180 if (strcmp(TipoTermoResist,'NTC'))
181     kt=CalcularktNTC(Par1,Par2,Ts0);
182     [pmin,kTamin,kH,kUmin,kXs]=CalcularPeqSinais(Tamax,Umin,Xsmin,Ts0,Rs0,...
183         kt,GH,Cth,aGth,bGth,nGth);
184     [pmax,kTamax,kH,kUmax,kXs]=CalcularPeqSinais(Tamin,Umax,Xsmax,Ts0,Rs0,...
185         kt,GH,Cth,aGth,bGth,nGth);
186 end
187 [pop,kTaop,kH,kUop,kXs]=CalcularPeqSinais(Taop,Uop,Xsop,Ts0,Rs0,kt,GH,...
188     Cth,aGth,bGth,nGth);
189 if (Output)
190     disp(sprintf(' Modelo contínuo de pequenos sinais:'));
191     disp(sprintf(['    -pmin=%.4e rad/s  -pmax=%.4e rad/s  '...
192         '-pop=%.4e rad/s'],-pmin,-pmax,-pop));
193     disp(sprintf('    kTamin=%.4e 1/s  kTamax=%.4e 1/s  kTaop=%.4e 1/s',...
194         kTamin,kTamax,kTaop));
195     disp(sprintf('    kH=%.4e m^2*K/J',kH));
196     disp(sprintf('    -kUmin=%.4e K/m  -kUmax=%.4e K/m  -kUop=%.4e K/m',...
197         -kUmin,-kUmax,-kUop));
198     disp(sprintf('    kXs=%.4e K/(s*A^2)',kXs));
199 end
200

```

```

201 %Cálculo da frequência da banda base.
202 fBmin=(-pmin/(2*pi))*MultfB;
203 fBmax=(-pmax/(2*pi))*MultfB;
204 fBop=(-pop/(2*pi))*MultfB;
205 fB=fBmax;
206 if (Output)
207     disp(sprintf(' Frequências calculadas:'));
208     disp(sprintf(' fBmin=%.4e Hz fBmax=%.4e Hz fBop=%.4e Hz',...
209         fBmin,fBmax,fBop));
210     disp(sprintf(' fB=%.4e Hz',fB));
211 end
212
213 %Cálculo da taxa de sobreamostragem.
214 Nomax=(2^(-2*Res))/3;
215 No=Nomax+1;
216 OSR=max(((pi*2^Res)^2)/3)^(1/3),-pmax/(log(kXs*(Xsmax-Xsmin)/2-1)*2*fB));
217 OSR=2^((ceil(log2(OSR)))-1);
218 while (No>=Nomax)
219     OSR=2*OSR;
220     fam=OSR*2*fB;
221     v=exp(pmax/fam);
222     No=(1/(3*OSR*((2^Res-1)^2)))*((1-v)^2+((v*pi)^2)/(3*OSR^2));
223 end
224 Tam=1/fam;
225
226 %Informações do sistema sigma-delta discreto.
227 OSR1=OSR/OSR2;
228 fi=fam/OSR1;
229 faml=fi/OSR2;
230 if (Output)
231     disp(sprintf(' Sistema sigma-delta discreto:'));
232     disp(sprintf(' fB=%.4e Hz',fB));
233     disp(sprintf(' fam=%.4e amostras/s Tam=%.4e s',fam,Tam));
234     disp(sprintf(' fi=%.4e amostras/s',fi));
235     disp(sprintf(' fam'='%.4e amostras/s',faml));
236     disp(sprintf(' OSR=%.0f',OSR));
237     disp(sprintf(' OSR1=%.0f',OSR1));
238     disp(sprintf(' OSR2=%.0f',OSR2));
239 end
240
241 %Cálculo dos parâmetros do modulador PWM, caso o transdutor seja de
242 %corrente pulsada.
243 XsPWM=0;
244 deltaTPWMmax=0;
245 deltaTPWMmin=0;
246 if (strcmp(TipoTransdutor,'CP'))
247     XsPWM=Xsmax;
248     deltaTPWMmax=Tam;
249     deltaTPWMmin=Tam*Xsmin/Xsmax;
250     if (Output)
251         disp(sprintf(' Parâmetros do modulador PWM:'));
252         disp(sprintf(' XsPWM=%.4e A^2',XsPWM));
253         disp(sprintf(' deltaTPWMmin=%.4e s deltaTPWMmax=%.4e s',...
254             deltaTPWMmin,deltaTPWMmax));
255     end
256 end
257
258 %FPB do primeiro estágio.
259 BufferNumFPB1=zeros(1,OSR1+1);
260 BufferNumFPB1(1)=1;
261 BufferNumFPB1(OSR1+1)=-1;
262 NumFPB1=BufferNumFPB1;
263 BufferDenFPB1=ones(1,2);
264 BufferDenFPB1(1)=1;
265 BufferDenFPB1(2)=-1;

```

```

266 DenFPB1=BufferDenFPB1;
267 for i=1:(OrdSinc-1)
268     NumFPB1=conv(NumFPB1,BufferNumFPB1);
269     DenFPB1=conv(DenFPB1,BufferDenFPB1);
270 end
271 DenFPB1=DenFPB1*(OSR1^OrdSinc);
272 if (Output)
273     disp(sprintf('  FPB do primeiro estágio:'));
274     disp(sprintf('    Sinc de ordem %d',OrdSinc));
275     disp(sprintf('    Magnitude em fB: %.4e',abs(sinc(fB/fi)/...
276         sinc(fB/fam))^OrdSinc));
277 end
278
279 %Cálculo dos desvios máximos admissíveis nas bandas de passagem e rejeição
280 %do FPB do segundo estágio.
281 deltaBP=2^(-Res);
282 deltaBR=2^(-Res);
283
284 %FPB FIR do segundo estágio.
285 if (strcmp(TipoFPB2,'FIR'))
286     %Obtém a ordem da janela de Kaiser.
287     [nFPB2,wn,betaKaiser,Tipo]=kaiserord([BP*fB fB],[1 0],...
288         [deltaBP deltaBR],fi);
289     %Calcula a magnitude desejada, para efetuar a compensação.
290     nBP=round(GradeFPB2*2*BP*fB/fi+1);
291     fFPB2=zeros(1,nBP+2);
292     fFPB2(1:nBP)=linspace(0,2*BP*fB/fi,nBP);
293     fFPB2(nBP+1)=2*fB/fi;
294     fFPB2(nBP+2)=1;
295     GanhoFPB2=zeros(1,nBP+2);
296     GanhoFPB2(1:nBP)=abs(sinc(.5*fFPB2(1:nBP)/OSR1)./...
297         sinc(.5*fFPB2(1:nBP)))^OrdSinc;
298     GanhoFPB2((nBP+1):end)=0;
299     %Projeta o filtro com base na amostra da magnitude desejada.
300     NumFPB2=fir2(nFPB2,fFPB2,GanhoFPB2,GradeFPB2,...
301         kaiser(nFPB2+1,betaKaiser));
302     DenFPB2=[1];
303 end
304
305 %FPB IIR do segundo estágio.
306 if (strcmp(TipoFPB2,'IIR'))
307     %Converte as frequencias para rad/s e faz a pré-distorção.
308     BordaBP=2*fi*tan(pi*BP*fB/fi);
309     BordaBR=2*fi*tan(pi*fB/fi);
310     %Projeta os filtro.
311     [nFPB2,wn]=ellipord(BordaBP,BordaBR,20*log10(1+deltaBP),...
312         -20*log10(deltaBR),'s');
313     [Z,P,K]=ellipap(nFPB2,20*log10(1+deltaBP),-20*log10(deltaBR));
314     %Calcula os coeficientes do numerador e do denominador da função de
315     %transferência.
316     [NumFPB2,DenFPB2]=zp2tf(Z,P,K);
317     [NumFPB2,DenFPB2]=lp2lp(NumFPB2,DenFPB2,wn);
318     %Retorna para a representação de pólos e zeros e aplica a transformação
319     %bilinear.
320     [Z,P,K]=tf2zp(NumFPB2,DenFPB2);
321     [Z,P,K]=bilinear(Z,P,K,fi);
322     [NumFPB2,DenFPB2]=zp2tf(Z,P,K);
323 end
324
325 %Escreve as características para o usuário.
326 if (Output)
327     disp(sprintf('  FPB do segundo estágio:'));
328     disp(sprintf('    Tipo de filtro: %s',TipoFPB2));
329     disp(sprintf('    Ordem: %d',nFPB2));
330     disp(sprintf('    Número de coeficientes: %d',nFPB2+1));

```

```

331     disp(sprintf('    Banda de passagem: 0 a %.4e Hz deltaBP=%.4e',...
332                 BP*fB,deltaBP));
333     disp(sprintf('    Banda de transição: %.4e a %.4e Hz',BP*fB,fB));
334     disp(sprintf('    Banda de rejeição: %.4e a %.4e Hz deltaBR=%.4e',...
335                 fB,fi/2,deltaBR));
336 end

```

I.11 *rs2tsntc.m*

```

1  %-----
2  %Universidade Federal da Bahia - Escola Politénica
3  %Departamento de Engenharia Elétrica
4  %Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica
5  %
6  %Histórico de revisões:
7  %Data          Programador          Descrição
8  %-----
9  %09/09/2005    Alexandre S. da Costa  Criação.
10 %-----
11 %Protótipo:
12 % Ts=Rs2TsNTC(A,B,Rs)
13 %
14 %Descrição: converte resistência para temperatura, num NTC.
15 %
16 %Parâmetros de entrada:
17 % A: parâmetro A do NTC, em ohms.
18 % B: parâmetro B do NTC, em K.
19 % Rs: resistência, em ohms.
20 %
21 %Parâmetros de saída:
22 % Ts: temperatura, em K.
23 %-----
24
25 function Ts=Rs2TsNTC(A,B,Rs)
26 Ts=B*(1/log(Rs/A));

```

I.12 *rs2tsptc.m*

```

1  %-----
2  %Universidade Federal da Bahia - Escola Politénica
3  %Departamento de Engenharia Elétrica
4  %Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica
5  %
6  %Histórico de revisões:
7  %Data          Programador          Descrição
8  %-----
9  %09/09/2005    Alexandre S. da Costa  Criação.
10 %-----
11 %Protótipo:
12 % Ts=Rs2TsPTC(R0,T0,beta,Rs)
13 %
14 %Descrição: converte resistência para temperatura, num PTC ou RTD.
15 %
16 %Parâmetros de entrada:
17 % R0: resistência de referência, em ohms.
18 % T0: temperatura de referência, em K.
19 % beta: constante de proporcionalidade, em 1/K.
20 % Rs: resistência, em ohms.
21 %
22 %Parâmetros de saída:
23 % Ts: temperatura, em K.
24 %-----
25
26 function Ts=Rs2TsPTC(R0,T0,beta,Rs)

```

```
27 Ts=(Rs/R0-1)/beta+T0;
```

I.13 ts2rsntc.m

```
1  %-----
2  %Universidade Federal da Bahia - Escola Politénica
3  %Departamento de Engenharia Elétrica
4  %Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica
5  %
6  %Histórico de revisões:
7  %Data          Programador          Descrição
8  %-----
9  %09/09/2005   Alexandre S. da Costa  Criação.
10 %-----
11 %Protótipo:
12 % Rs=Ts2RsNTC(A,B,Ts)
13 %
14 %Descrição: converte temperatura para resistência, num NTC.
15 %
16 %Parâmetros de entrada:
17 % A: parâmetro A do NTC, em ohms.
18 % B: parâmetro B do NTC, em K.
19 % Ts: temperatura, em K.
20 %
21 %Parâmetros de saída:
22 % Rs: resistência, em ohms.
23 %-----
24
25 function Rs=Ts2RsNTC(A,B,Ts)
26 Rs=A*exp(B/Ts);
```

I.14 ts2rsptc.m

```
1  %-----
2  %Universidade Federal da Bahia - Escola Politénica
3  %Departamento de Engenharia Elétrica
4  %Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica
5  %
6  %Histórico de revisões:
7  %Data          Programador          Descrição
8  %-----
9  %09/09/2005   Alexandre S. da Costa  Criação.
10 %-----
11 %Protótipo:
12 % Rs=Ts2RsPTC(R0,T0,beta,Ts)
13 %
14 %Descrição: converte temperatura para resistência, num PTC ou RTD.
15 %
16 %Parâmetros de entrada:
17 % R0: resistência de referência, em ohms.
18 % T0: temperatura de referência, em K.
19 % beta: constante de proporcionalidade, em 1/K.
20 % Ts: temperatura, em K.
21 %
22 %Parâmetros de saída:
23 % Rs: resistência, em ohms.
24 %-----
25
26 function Rs=Ts2RsPTC(R0,T0,beta,Ts)
27 Rs=R0*(1+beta*(Ts-T0));
```