



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

ERICO DA SILVA VENTURA

REDUÇÃO DO CUSTO COMPUTACIONAL DA PROGRAMAÇÃO  
DINÂMICA ESTOCÁSTICA APLICADA AO PLANEJAMENTO DA  
OPERAÇÃO ENERGÉTICA E UTILIZAÇÃO DE UM MODELO DE  
SEGUNDA ORDEM

Salvador

2008

**ERICO DA SILVA VENTURA**

**REDUÇÃO DO CUSTO COMPUTACIONAL DA PROGRAMAÇÃO  
DINÂMICA ESTOCÁSTICA APLICADA AO PLANEJAMENTO DA  
OPERAÇÃO ENERGÉTICA E UTILIZAÇÃO DE UM MODELO DE  
SEGUNDA ORDEM**

Dissertação apresentada ao Mestrado em Engenharia Elétrica,  
Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal da  
Bahia, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em  
Engenharia Elétrica.

Orientadora: Profa. Luciana Martinez

Salvador

2008

The important thing is not to stop questioning.

Curiosity has its own reason for existing.

One cannot help but be in awe when he  
contemplates the mysteries of eternity, of life,  
of the marvelous structure of reality.

It is enough if one tries merely to comprehend  
a little of this mystery every day.

Never lose a holy curiosity.

Albert Einstein

## **Resumo**

A Programação Dinâmica Estocástica (PDE) é um método de otimização amplamente utilizado para solução do problema do planejamento da operação energética de sistemas hidrotérmicos, devido à sua habilidade para lidar com a estocasticidade e a não-linearidade inerentes a esse problema. Entretanto, a aplicação desse método é limitada pela “maldição da dimensionalidade”, uma vez que o esforço computacional cresce exponencialmente à medida que o número de variáveis de estado do problema aumenta. Este trabalho apresenta alguns aprimoramentos que podem ser realizados na implementação desse método para o planejamento da operação energética de sistemas hidrotérmicos de geração, visando torná-lo mais eficaz, com a redução do tempo de processamento despendido. As melhorias propostas viabilizaram o uso de um modelo de segunda ordem na representação da estocasticidade das vazões no problema. Com isso, os resultados obtidos indicam uma melhoria na qualidade da solução.

## **Abstract**

Stochastic Dynamic Programming (SDP) is a largely used optimization method for solving optimal scheduling of hydrothermal systems problem due to its ability to deal with stochasticity and nonlinearity inherent to this problem. However, “curse of dimensionality” limits the application of this optimization method, once the computational effort exponentially increases as the number of problem state variables grows. This paper presents improvements that can be used when implementing this method to solve optimal scheduling of hydrothermal systems problem, aiming to render it more efficient reducing the processing time dispended. The improvements observed enabled the use of a second order stochasticity representation model on the inflow in the problem. Thus, the results achieved indicate an improvement in the quality of the solution.

# Conteúdo

|          |                                                                         |           |
|----------|-------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Introdução</b>                                                       | <b>1</b>  |
| 1.1      | Organização do Trabalho . . . . .                                       | 2         |
| <b>2</b> | <b>Modelagem do Problema</b>                                            | <b>4</b>  |
| 2.1      | Introdução . . . . .                                                    | 4         |
| 2.2      | Sistemas Hidrotérmicos de Geração . . . . .                             | 5         |
| 2.2.1    | Usinas Hidroelétricas . . . . .                                         | 6         |
| 2.2.2    | Usinas Termoeletricas . . . . .                                         | 17        |
| 2.3      | Despacho Econômico Termoeletrico (DET) . . . . .                        | 19        |
| 2.4      | Formulação do problema de planejamento de operação energética . . . . . | 24        |
| <b>3</b> | <b>Programação Dinâmica Estocástica</b>                                 | <b>26</b> |
| 3.1      | Introdução . . . . .                                                    | 26        |
| 3.2      | Formulação Matemática da Programação Dinâmica . . . . .                 | 27        |
| 3.3      | Programação Dinâmica Aplicada ao Planejamento Energético . . . . .      | 28        |
| 3.3.1    | Algoritmo da PDE aplicada ao problema . . . . .                         | 31        |
| 3.4      | Tratamento da estocasticidade das vazões afluentes . . . . .            | 33        |
| 3.4.1    | Características das séries de vazões afluentes . . . . .                | 33        |
| 3.4.2    | Modelo Markoviano . . . . .                                             | 34        |
| <b>4</b> | <b>Melhorias Propostas para Programação Dinâmica Estocástica</b>        | <b>39</b> |
| 4.1      | Introdução . . . . .                                                    | 39        |
| 4.2      | Considerações Sobre a Implementação da PDE . . . . .                    | 40        |
| 4.3      | Melhorias Realizadas na Implementação da PDE . . . . .                  | 41        |
| 4.3.1    | Estratégia Para Evitar o Recálculo das Funções Mais Dispendiosas . . .  | 42        |
| 4.3.2    | Redução da Dimensão da Varredura do Espaço da Variável de Decisão .     | 42        |
| 4.4      | A PDE Utilizando um Modelo Estocástico de Ordem Superior . . . . .      | 44        |
| <b>5</b> | <b>Resultados Obtidos</b>                                               | <b>46</b> |
| 5.1      | Considerações Sobre os Estudos Realizados . . . . .                     | 46        |

|          |                                                                                |           |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 5.2      | Considerações Sobre a Influência da Linearidade no Problema . . . . .          | 48        |
| 5.2.1    | Análise dos Resultados . . . . .                                               | 48        |
| 5.3      | Considerações Sobre a PDE Implementada . . . . .                               | 55        |
| 5.3.1    | Redução do Custo Computacional . . . . .                                       | 55        |
| 5.4      | Resultados obtidos utilizando um modelo estocástico de segunda ordem . . . . . | 57        |
| <b>6</b> | <b>Conclusão</b>                                                               | <b>63</b> |

# Lista de Figuras

|      |                                                                                          |    |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.1  | Representação Esquemática de um Sistema de Energia Elétrica. . . . .                     | 6  |
| 2.2  | Esquema de uma Usina Hidroelétrica. . . . .                                              | 7  |
| 2.3  | Cascata de Usinas Hidroelétricas. . . . .                                                | 8  |
| 2.4  | Representação Esquemática de Vazões Naturais e Incrementais. . . . .                     | 9  |
| 2.5  | Volume $\times$ Cota de Montante. . . . .                                                | 10 |
| 2.6  | Defluência $\times$ Cota de Jusante. . . . .                                             | 10 |
| 2.7  | Potência Máxima e Engolimento em Função da Altura de Queda Líquida. . . . .              | 12 |
| 2.8  | Potência Máxima e Engolimento em Função da Altura de Queda Líquida (Furnas). . . . .     | 14 |
| 2.9  | Potência Máxima e Engolimento em Função da Altura de Queda Líquida (Emborcação). . . . . | 14 |
| 2.10 | Função de Geração Hidroelétrica da Usina de Furnas. . . . .                              | 17 |
| 2.11 | Representação Esquemática de uma Usina Termoelétrica a Vapor. . . . .                    | 18 |
| 2.12 | Representação Esquemática de uma Usina Termoelétrica a Gás . . . . .                     | 19 |
| 2.13 | Aparência Típica da Função de Custo de Operação de uma Usina Termoelétrica. . . . .      | 19 |
| 2.14 | Função de Custo Térmico. . . . .                                                         | 23 |
| 2.15 | Função de Custo Marginal Térmico. . . . .                                                | 23 |
| 3.1  | Esquema da PDE. . . . .                                                                  | 31 |
| 3.2  | Série Mensal de Vazão Afluente Natural da Usina Hidroelétrica de Furnas. . . . .         | 34 |
| 3.3  | Média e Desvio Padrão Mensal para a Séries de Vazões de Furnas. . . . .                  | 35 |
| 3.4  | Série Estacionária Mensal de Furnas. . . . .                                             | 36 |
| 3.5  | Função Densidade de Probabilidade para $y_t$ . . . . .                                   | 37 |
| 4.1  | Curvas dos custos médio, imediato e futuro. . . . .                                      | 43 |
| 5.1  | Hidrologia de Furnas - Década de 50. . . . .                                             | 50 |
| 5.2  | Trajetórias de Volume e Defluência - PDD. . . . .                                        | 51 |
| 5.3  | Trajetórias de Volume e Defluência - PDD Custo Linear. . . . .                           | 52 |
| 5.5  | Hidrologia de Furnas - Década de 50. . . . .                                             | 52 |
| 5.4  | Trajetórias de Volume e Defluência - PDD Geração Linear. . . . .                         | 53 |
| 5.6  | Trajetórias de Volume e Defluência - PDD. . . . .                                        | 53 |



|      |                                                                              |    |
|------|------------------------------------------------------------------------------|----|
| 5.7  | Trajetórias de Volume e Defluência - PDD Custo Linear. . . . .               | 54 |
| 5.8  | Trajetórias de Volume e Defluência - PDD Geração Linear. . . . .             | 54 |
| 5.9  | Resultado das simulações da usina de Furnas para a década de 50. . . . .     | 59 |
| 5.10 | Resultado das simulações da usina de Furnas para a década de 80. . . . .     | 59 |
| 5.11 | Resultado das simulações da usina de Emborcação para a década de 50. . . . . | 60 |
| 5.12 | Resultado das simulações da usina de Emborcação para a década de 80. . . . . | 60 |
| 5.13 | Resultado das simulações da usina de Sobradinho para a década de 50. . . . . | 61 |
| 5.14 | Resultado das simulações da usina de Sobradinho para a década de 80. . . . . | 61 |

# Lista de Tabelas

|      |                                                                                     |    |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.1  | Evolução da Potência Instalada Regional (GW). . . . .                               | 5  |
| 2.2  | Características dos Conjuntos Turbina/Gerador. . . . .                              | 14 |
| 2.3  | Usinas Térmicas Localizadas nas Regiões Sul e Sudeste. . . . .                      | 22 |
| 5.1  | Dados das Usinas Hidroelétricas. . . . .                                            | 46 |
| 5.2  | Características das Usinas Hidroelétricas. . . . .                                  | 47 |
| 5.3  | Características do Conjunto Turbina/Gerador. . . . .                                | 47 |
| 5.4  | Características da Função de Geração das Usinas. . . . .                            | 47 |
| 5.5  | Estatísticas de Geração Hidroelétrica - Furnas. . . . .                             | 49 |
| 5.6  | Estatísticas de Geração Hidroelétrica - Emborcação. . . . .                         | 49 |
| 5.7  | Estatísticas de Geração Hidroelétrica - Sobradinho. . . . .                         | 49 |
| 5.8  | Resultados obtidos utilizando o algoritmo padrão da PDE. . . . .                    | 56 |
| 5.9  | PDE sem recalcular as funções de geração e engolimento máximo . . . . .             | 56 |
| 5.10 | PDE sem recalcular as funções e com redução do espaço de decisão. . . . .           | 56 |
| 5.11 | PDE utilizando um modelo markoviano. . . . .                                        | 57 |
| 5.12 | PDE utilizando um modelo markoviano com melhorias propostas no capítulo 4. . . . .  | 57 |
| 5.13 | PDE utilizando um modelo estocástico de 2ª ordem. . . . .                           | 58 |
| 5.14 | PDE utilizando um modelo de 2ª ordem com melhorias propostas no capítulo 4. . . . . | 58 |

# Capítulo 1

## Introdução

O planejamento da operação energética de sistemas hidrotérmicos de geração visa obter estratégias de operação que minimizem o custo e garantam a qualidade e segurança da energia elétrica produzida para o atendimento da demanda.

A tarefa de planejar e operar um sistema hidrotérmico de geração pode ser visto como um problema de otimização cujo objetivo é maximizar a geração das usinas hidroelétricas promovendo o aproveitamento racional dos recursos hídricos disponíveis. Visa, dessa forma, determinar estratégias para minimizar os custos com uma eventual produção complementar de energia elétrica ao longo do horizonte de planejamento, considerando os aspectos hidráulicos e estocásticos característicos do problema de planejamento energético. Entretanto, uma estratégia ótima de operação deve adotar, para cada estágio do horizonte do planejamento, uma decisão que, além de minimizar os custos imediatos para esse estágio, tenha também o compromisso de manter o nível do reservatório em um estado que não comprometa a geração de energia elétrica nos estágios seguintes nem acarrete custos futuros altos, indesejáveis para os próximos estágios (Soares et al. 1980).

Quando o planejamento tem como horizonte um ou mais anos discretizados em intervalos mensais, o mesmo é considerado um planejamento da operação energética a longo prazo, e seu tratamento é dificultado por alguns aspectos da modelagem, tais como a estocasticidade das variáveis hidrológicas, a interdependência entre usinas e a não-linearidade da função de geração das hidroelétricas. Esse é o tipo de problema tratado neste trabalho, e, em seu escopo, por utilizar hidroelétricas isoladas nos estudos realizados, a modelagem do aspecto da interdependência entre usinas torna-se irrelevante.

A Programação Dinâmica Estocástica (PDE) é amplamente aplicada no tratamento do planejamento da operação energética a longo prazo, uma vez que essa técnica de otimização incorpora, em sua formulação, aspectos estocásticos e não-lineares, tendo ainda a vantagem de decompor problemas complexos em uma série de problemas resolvidos recursivamente, admitindo a hipótese de que o custo associado a cada estágio satisfaz a condição de separabilidade

(Martinez 2001).

Porém, tal técnica possui uma limitação conhecida como “*maldição da dimensionalidade*”, o que significa que à medida que aumenta o número de variáveis de estado do problema, o esforço computacional dessa metodologia cresce exponencialmente, o que pode, em alguns casos, inviabilizar o seu uso no tratamento do problema. Outras abordagens foram propostas para superar essa limitação, tais como a agregação do sistema hidroelétrico através de uma representação composta (Arvanitids & Rosing 1970a), (Arvanitids & Rosing 1970b), (Pereira 1985), (Duran et al. 1985), (Cruz Jr. & Soares 1996), (Turgeon 1980), (Turgeon & Charbonneau 1998) e o uso da programação dinâmica dual, que é baseada na decomposição de Benders (Pereira & Pinto 1985), (Pereira & Pinto 1989), (Røtting & Gjelsvik 1992), (Jacobs et al. 1995).

Este trabalho propõe duas alternativas para minimizar o esforço computacional da PDE e contornar o efeito da “*maldição da dimensionalidade*” no problema do planejamento energético: reduzir a dimensão da varredura do espaço da variável de decisão (Zambelli et al. 2006) e evitar recalcular valores cujo obtenção acarrete um esforço computacional significativo, como o cálculo da função de geração hidroelétrica de uma usina (Ventura & Martinez 2008). Utilizando essas alternativas foi implementada uma Programação Dinâmica Estocástica baseada em um modelo estocástico de segunda ordem e os resultados obtidos na simulação são comparado com os resultados da simulação para a versão da PDE baseada em um modelo estocástico de primeira ordem.

## 1.1 Organização do Trabalho

Este capítulo apresentou uma breve introdução ao problema do planejamento da operação energética de sistemas hidrotérmicos de geração. Metodologias propostas para a solução do problema foram apresentados, com o objetivo de caracterizar o contexto em que este trabalho está inserido.

No capítulo 2 são definidos os elementos básicos que compõem sistemas hidrotérmicos de geração de energia. São também apresentadas as formulações do Despacho Econômico Termoelétrico (DET) e do versão determinística do problema de planejamento da operação energética.

No capítulo 3, é apresentada a PDE como técnica de solução para o problema de planejamento energético e uma descrição do modelo markoviano associado a esta metodologia.

No capítulo 4, são apresentados detalhes da implementação da PDE, as melhorias que foram propostas e uma descrição da PDE implementada utilizando um modelo de segunda ordem para representação da estocasticidade das vazões.

No capítulo 5 são descritos os estudos realizados, testes e resultados obtidos. São feitas algumas comparações e análises dos percentuais de redução do custo computacional da PDE,

e das tabelas de geração média e desvio padrão das simulações realizadas.

No capítulo 6 são apresentadas as conclusões gerais do trabalho e propostas para pesquisas futuras.

# Capítulo 2

## Modelagem do Problema

Neste capítulo é apresentado o modelo matemático que é adotado no escopo deste trabalho para a solução do problema de planejamento da operação energética de sistemas hidrotérmicos de geração. São apresentadas algumas características do sistema elétrico brasileiro de geração, os componentes de um sistema hidrotérmico de geração com seus modelos matemáticos e ilustrações numéricas, a formulação matemática do despacho econômico termoeletrico, e a formulação de uma versão determinística do problema de planejamento de operação desses sistemas.

### 2.1 Introdução

O sistema brasileiro de geração de energia elétrica possui características peculiares que o tornam bastante distinto dos sistemas de geração da maioria dos demais países. A principal dessas características é a geração elétrica de origem predominantemente hidráulica, através de usinas hidroelétricas que se encontram distribuídas pelas bacias das diferentes regiões e que compõem a maior parte da capacidade instalada do país. Algumas outras características tornam o sistema brasileiro de geração ainda mais distinto se comparado com outros sistemas hidrogeradores existentes no mundo, tais como a sua vasta extensão geográfica e as grandes distâncias entre as fontes geradoras e os principais centros consumidores, reservatórios com característica de regularização plurianual, regimes hidrológicos e pluviométricos diferente para cada região do país, número elevado de aproveitamentos com reservatórios e aproveitamento conjunto dos recursos hidroelétricos através da construção e operação de usinas e reservatórios dispostos em cascata ao longo de uma bacia hidrográfica (Martinez 2001).

Segundo o Plano Decenal 1999/2008, o sistema elétrico brasileiro encontra-se segmentado em três subsistemas: o Sistema Interligado Sul/Sudeste/Centro Oeste, o Sistema Interligado Norte/Nordeste e os Sistemas Isolados. O Sistema Interligado Sul/Sudeste/Centro Oeste possui 219 usinas (194 hidroelétricas e 25 termoeletricas), enquanto o Sistema Interligado

Norte/Nordeste dispõe de 20 usinas (17 hidroelétricas e 3 termoeleétricas). Os sistemas de transmissão de cada um desses dois subsistemas - que interconectam as suas regiões componentes - possibilitam um intercâmbio de energia com característica sazonal ao longo do ano. Os Sistemas Isolados correspondem a mais de 300 localidades eletricamente isoladas umas das outras, sendo a maioria situada na região Norte, e as demais localizadas em alguns estados que, apesar de serem atendidos por algum dos Sistemas Interligados, possuem Sistemas Isolados de pequeno porte. A tabela 2.1 apresenta dados de potência instalada (MW) por regiões e algumas projeções desses valores, que evidenciam uma maior capacidade de geração de energia elétrica do país concentrada na sua região Sul e Sudeste, onde também se encontram os maiores centros consumidores.

Tabela 2.1: Evolução da Potência Instalada Regional (GW).

| Região                | Tipo           | 1997  | 1998  | 1999  | 2000  | 2001  | 2002  |
|-----------------------|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Sudeste               | Hidroelétrica  | 25896 | 28068 | 29131 | 29698 | 30378 | 32421 |
|                       | Termoeleétrica | 1294  | 1444  | 2954  | 5029  | 5864  | 6314  |
|                       | Nuclear        | 657   | 657   | 1966  | 1966  | 1966  | 1966  |
| Sul                   | Hidroelétrica  | 7074  | 7082  | 7709  | 8954  | 9972  | 10437 |
|                       | Termoeleétrica | 1483  | 1508  | 2608  | 3652  | 4302  | 4302  |
| Nordeste              | Hidroelétrica  | 10142 | 10142 | 10142 | 10142 | 10142 | 10164 |
|                       | Termoeleétrica | 293   | 293   | 293   | 293   | 293   | 533   |
| Norte                 | Hidroelétrica  | 4243  | 4273  | 4273  | 4273  | 4273  | 4648  |
|                       | Termoeleétrica | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     |
| Brasil                | Hidroelétrica  | 47355 | 49565 | 51255 | 53067 | 54765 | 57670 |
|                       | Termoeleétrica | 3070  | 3245  | 5855  | 8974  | 10459 | 11149 |
|                       | Nuclear        | 657   | 657   | 1966  | 1966  | 1966  | 1966  |
| Itaipu (50%)          | Total          | 6300  | 6300  | 6300  | 6300  | 7000  | 7000  |
| Brasil + Itaipu (50%) | Total          | 57382 | 59767 | 65376 | 70307 | 74190 | 77785 |

Fonte ONS(2001).

## 2.2 Sistemas Hidrotérmicos de Geração

Um Sistema de Energia Elétrica pode ser compreendido como produção, transporte e consumo da energia elétrica. A produção corresponde às unidades geradoras, tais como as usinas hidroelétricas, termoeleétricas e nucleares, enquanto o transporte realiza a entrega da energia gerada pelas usinas aos mercados de consumo, através das linhas de transmissão, distribuição e subestações. O consumo representa o conjunto de cargas dos diversos tipos de consumidores

de energia elétrica.

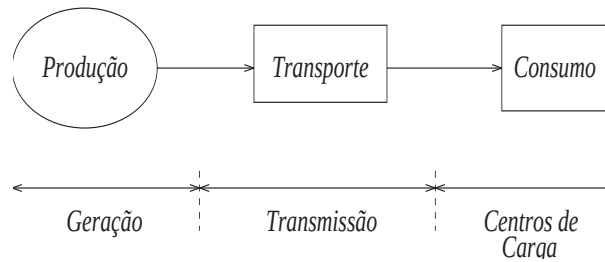


Figura 2.1: Representação Esquemática de um Sistema de Energia Elétrica.

Nesta seção, serão apresentados os principais componentes do sistema responsável pela produção da energia elétrica - sistema hidrotérmico de geração - enfocando, sobretudo, a modelagem matemática de cada um desses elementos. São eles: as usinas hidroelétricas e as usinas termoeletricas.

### 2.2.1 Usinas Hidroelétricas

As usinas hidroelétricas ou centrais hidroelétricas podem ser definidas como um agrupamento de obras e equipamentos projetados para operar harmoniosamente em conjunto, que tem por finalidade produzir energia elétrica aproveitando o potencial hidráulico existente em um rio. O potencial hidráulico é proporcionado pela vazão hidráulica e pelo aproveitamento dos desníveis existentes ao longo do rio, que podem ser de origem natural, através de barragens ou através do desvio do rio de seu leito natural.

As usinas hidroelétricas são compostas basicamente por uma barragem, uma casa de máquinas, um vertedouro e um canal de fuga. A barragem represa a água do rio, criando assim o reservatório da usina. Na casa de máquinas, ficam instalados os grupos turbina/gerador. O vertedouro é por onde são realizados os vertimentos do reservatório, ou seja, por onde a água é liberada do reservatório sem passar pelas turbinas. Por fim, o canal de fuga leva a água das turbinas até o curso natural do rio. A estrutura de uma usina hidroelétrica é ilustrada na figura 2.2.

As usinas hidroelétricas são capazes de gerar energia elétrica transformando a energia potencial hidráulica, obtida a partir do represamento de água em reservatórios ou lagos, em energia elétrica. Essa transformação ocorre através da turbinagem da água do reservatório, que é conduzida sob pressão pelos condutos forçados (canal de adução) até a casa de máquinas, girando as lâminas das turbinas que são conectadas a geradores. Estes convertem a energia cinética de rotação - resultante da energia cinética e da energia de pressão dinâmica envolvida no percurso da água pela tubulação - em energia elétrica. Após passar pelas turbinas, a água segue pelo



canal de fuga e retorna ao manancial hídrico.

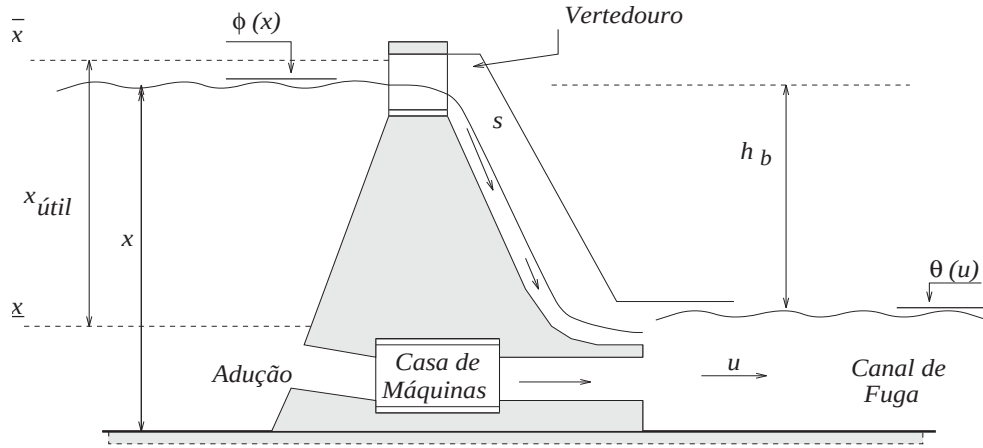


Figura 2.2: Esquema de uma Usina Hidroelétrica.

As principais variáveis utilizadas na modelagem matemática de uma usina hidroelétrica são:

$x$ : volume do reservatório [ $hm^3$ ];

$\bar{x}$ : volume máximo operativo [ $hm^3$ ];

$\underline{x}$ : volume mínimo operativo [ $hm^3$ ];

$x_{\text{útil}} = (\bar{x} - \underline{x})$ : volume útil do reservatório [ $hm^3$ ];

$u$ : vazão descarregada pela usina (defluência) [ $m^3/s$ ];

$q$ : vazão turbinada pela casa de máquinas (turbinagem) [ $m^3/s$ ];

$s$ : vazão descarregada pelo vertedor (vertimento) [ $m^3/s$ ];

$\phi(x)$ : nível do reservatório (cota de montante) [ $m$ ];

$\theta(u)$ : nível do canal de fuga (cota de jusante) [ $m$ ];

$h_b = (\phi(.) - \theta(.))$ : altura de queda bruta [ $m$ ].

## Reservatórios

Quando o reservatório de uma usina hidroelétrica possui capacidade de armazenar energia em forma de água, sendo assim responsável pela regularização das vazões do rio, é classificado como um reservatório de acumulação. Uma usina hidroelétrica cujo reservatório é de acumulação é conhecida como uma usina de reservatório. Os reservatórios com pequena capacidade de armazenar energia, o que permite apenas a regularização de pequenas descargas, são classificados como um reservatório de compensação e uma hidroelétrica que possui um reservatório desse tipo é conhecida como usina a fio d'água. A figura 2.3 mostra uma cascata formada por usinas do sistema brasileiro de geração e seus respectivos tipos de reservatórios.

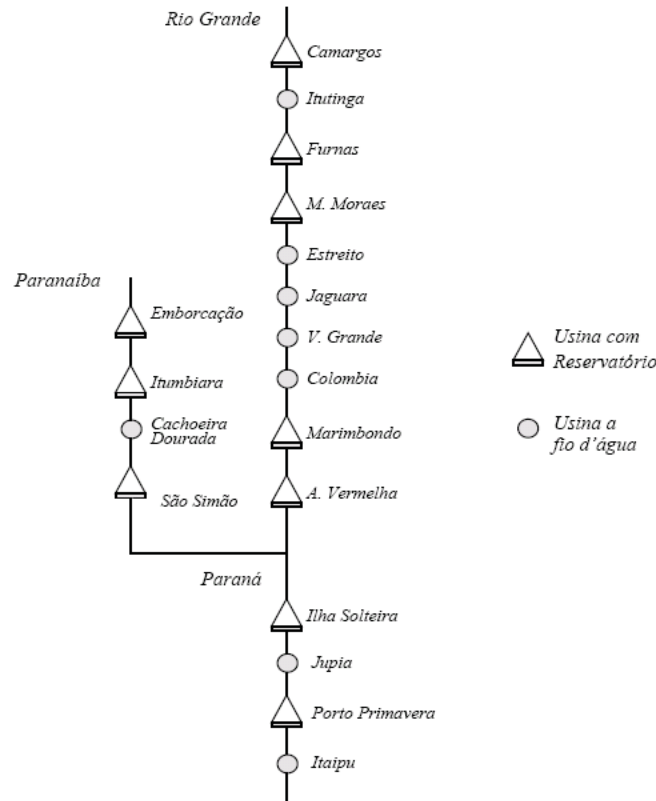


Figura 2.3: Cascata de Usinas Hidroelétricas.

### Afluências, defluência, vertimento e turbinagem

A vazão afluyente - volume de água que chega ao reservatório da usina - é proveniente do manancial hídrico ou da área de drenagem da bacia hidráulica e pode ser de dois tipos: natural ou incremental. A vazão afluyente natural é o volume total de água que passa por uma seção transversal do manancial, levando em consideração todas as descargas de usinas hidroelétricas a montante dessa seção. Vazão afluyente incremental é o volume de água que chega ao manancial devido à área de drenagem a montante da seção considerada.

Uma vez que as medições de vazões em campo só determinam afluências naturais, a afluência incremental  $y$  é determinada a partir da vazão afluyente natural  $y^n$ . A figura 2.4 ilustra as vazões natural e incremental em um conjunto de reservatórios. Sendo  $\Omega_i$  a variável que representa o conjunto de usinas hidroelétricas imediatamente a montante da usina  $i$ , a sua vazão afluyente incremental pode ser obtida através da equação (2.1):

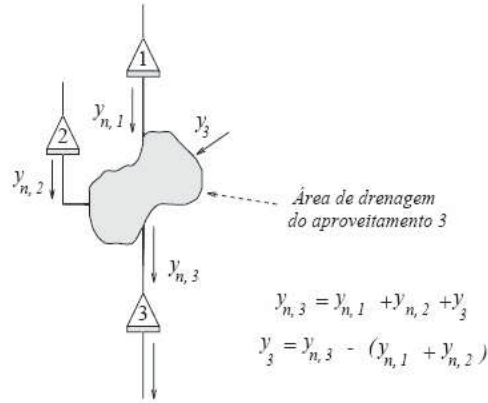


Figura 2.4: Representação Esquemática de Vazões Naturais e Incrementais.

$$y_i = y_i^n - \sum_{k \in \Omega_i} y_k^n \quad [m^3/s] \quad (2.1)$$

A vazão que atravessa a casa de máquinas e produz energia é chamada de turbinagem, sendo representada na modelagem pela variável  $q$ . O limite da geração de energia é determinado pelo maior valor dessa vazão turbinável, conhecido como o engolimento da usina. O vertimento  $s$  de uma usina corresponde à vazão defluente que flui pelo seu vertedouro sem produzir energia. A defluência  $u$  de uma usina é definida pela relação entre a vazão turbinável  $q$  e o vertimento  $s$  conforme a equação (2.2).

$$u = q + s \quad [m^3/s] \quad (2.2)$$

### Cota de montante e cota de jusante

A cota de montante  $\phi(x)$  representa o nível do reservatório em relação ao nível do mar e é calculada por um polinômio em função do volume do reservatório, determinado a partir de estudos topográficos da região alagada, com o objetivo de mapear o volume de alagamento para várias posições do nível de água do reservatório. A cota de jusante  $\theta(u)$  representa o nível do canal de fuga em relação ao nível do mar, e é calculada por um polinômio em função da defluência da usina, determinado a partir de regressões aplicadas a um conjunto de dados reais de medidas da cota do canal de jusante para vários volumes defluídos pela usina. No sistema

brasileiro, são adotados polinômios de até quarto grau para representar a cota de montante e de jusante. As figuras 2.5 e 2.6 ilustram a não linearidade desses polinômios para as hidroelétricas de Furnas e Emborcação.

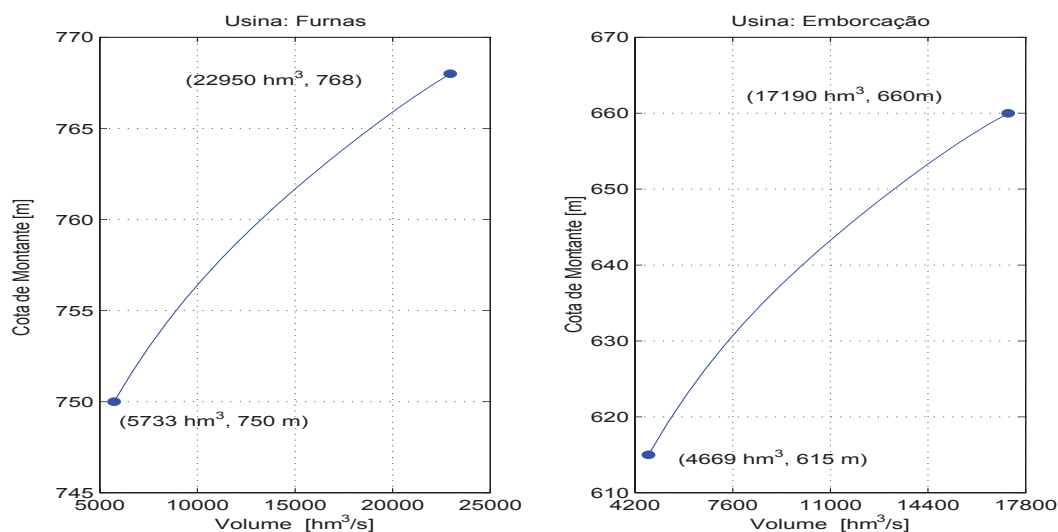


Figura 2.5: Volume  $\times$  Cota de Montante.

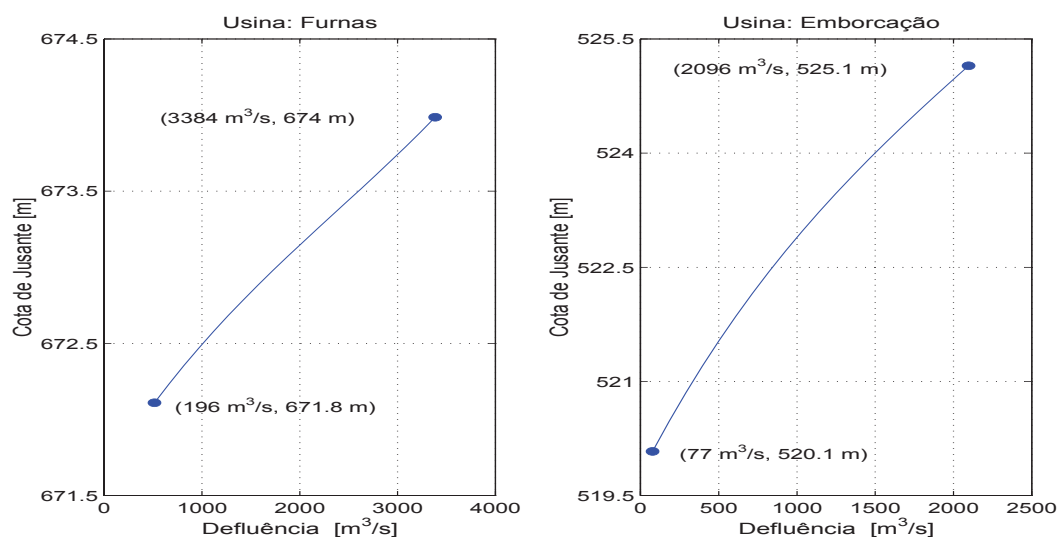


Figura 2.6: Defluência  $\times$  Cota de Jusante.

### Altura de queda, engolimento e potência máxima

Ao passar do reservatório até a casa de máquinas pelos condutos forçados, a água sofre uma perda de carga hidráulica que é associada principalmente ao atrito entre a água e as paredes

do canal de adução. A partir da cota montante e jusante podem ser obtidos os valores de altura de queda bruta  $h_b$  conforme a equação (2.3). A altura de queda líquida  $h_l$ , descrita pela equação (2.4), é obtida subtraindo da altura de queda bruta a parcela relativa à perda de carga, representada pela variável  $pc$ .

$$h_b = \phi(x) - \theta(u) \quad [m] \quad (2.3)$$

$$h_l = \phi(x) - \theta(u) - pc \quad [m] \quad (2.4)$$

No setor elétrico brasileiro existem três formas de modelar a perda de carga, apresentadas na equação (2.5) (sendo  $c_i$  é uma constante positiva). De acordo com o cadastro de hidroelétricas da Eletrobrás, a maioria das usinas brasileiras tem a sua perda de carga modelada como um percentual da altura bruta da usina.

$$pc = \begin{cases} c_1 \cdot h_b \\ c_2 \\ c_3 \cdot (q_t)^2 \end{cases} \quad [m] \quad (2.5)$$

A casa de máquinas de uma usina possui um número de conjuntos ( $N_c$ ) de unidades geradoras (turbina/gerador) com características semelhantes. Cada conjunto  $j$  possui  $N_j$  unidades geradoras cujo tipo da turbina ( $Tipo_j$ ) pode variar (*Francis, Kaplan* ou *Pelton*). A cada uma dessas unidades geradoras é associada uma potencia efetiva ( $p_{ef,j}$ ), que equivale à máxima potência ativa possível de ser gerada em regime permanente. Para que uma dessas unidades em operação possa desenvolver a sua potência efetiva, é necessário que a queda líquida seja superior a um dado valor chamado de altura efetiva ( $h_{ef,j}$ ). A operação de uma turbina depende da altura líquida à qual a vazão turbinada, denominada engolimento efetivo ( $q_{ef,j}$ ), é submetida (Fortunato et al. 1990). Conhecendo a potência e engolimento efetivos de cada unidade geradora, é possível calcular a potência efetiva e engolimento efetivo da usina conforme as equações (2.6) e (2.7). Para cada altura líquida, uma unidade geradora é capaz de produzir uma potência máxima, que é limitada pelo engolimento máximo, ou seja, a maior vazão turbinável para aquela altura de queda.

$$q_{ef} = \sum_{j=1}^{N_c} (N_j \cdot q_{ef,j}) \quad [m^3/s] \quad (2.6)$$

$$p_{ef} = \sum_{j=1}^{N_c} (N_j \cdot p_{ef,j}) \quad [MW] \quad (2.7)$$

A figura 2.7 ilustra o comportamento da potência máxima produzida por uma unidade geradora em relação à altura líquida.

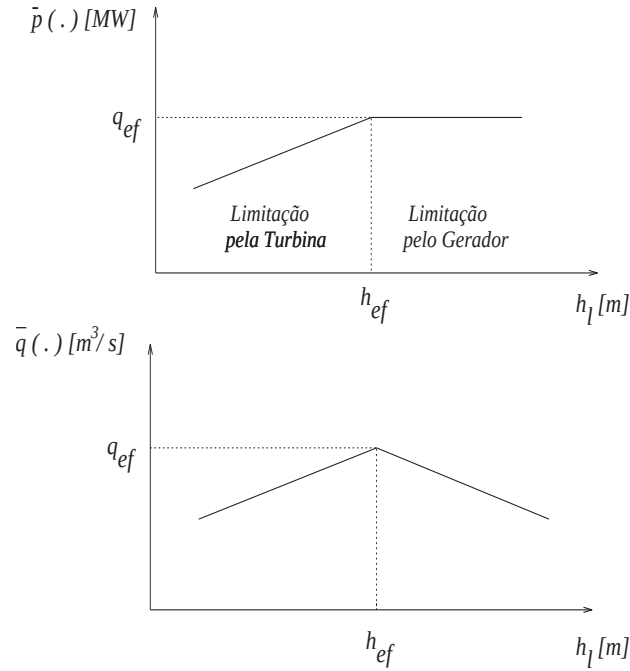


Figura 2.7: Potência Máxima e Engolimento em Função da Altura de Queda Líquida.

Quando a altura de queda líquida é menor do que a altura efetiva, a potência mecânica máxima que a turbina produz é inferior a potência necessária ao gerador para produzir a potência efetiva, o que significa que a geração fica limitada pela turbina, que apresenta um engolimento menor do que o engolimento efetivo. Quando a altura de queda líquida é maior do que a altura efetiva, a turbina produz potências mecânicas superiores àquela que o gerador é capaz de absorver. Assim, a geração fica limitada pelo gerador e os distribuidores da turbina são parcialmente fechados para reduzir essa energia mecânica produzida pela turbina. Nesse caso, o engolimento também será menor do que o engolimento efetivo e tende a diminuir com o aumento da altura de queda líquida, e assim a unidade produzirá sua potência efetiva economizando água do reservatório.

O conceito de engolimento está relacionado com a geração de potência máxima, que é definida como o maior valor de potência ativa que uma unidade geradora consegue produzir para uma dada altura de queda líquida, levando-se em conta as limitações da turbina e do gerador (Fortunato et al. 1990). Nos modelos adotados pelo setor elétrico brasileiro, existem duas formas de representar a potência máxima e o engolimento em função da altura de queda líquida. Uma delas, a representação detalhada, é obtida através de polinômios que são ajustados baseando-se em medidas realizadas da potência máxima e do engolimento para diferentes valores

da altura de queda líquida das unidades geradoras (Cicogna 1999). A outra - adotada neste trabalho - é a representação simplificada, que representa o engolimento máximo de uma unidade geradora  $j$  conforme a equação:

$$\bar{q}_j = q_{efj} \cdot \left( \frac{h_l}{h_{efj}} \right)^\alpha \quad [m^3/s] \quad (2.8)$$

Sendo  $\alpha$  uma constante dada por:

$$\alpha = \begin{cases} 0.5 & \text{se } h_l < h_{efj} \text{ e turbina tipo Francis ou Pelton} \\ 0.2 & \text{se } h_l < h_{efj} \text{ e turbina tipo Kaplan} \\ -1.0 & \text{se } h_l \geq h_{efj} \end{cases} \quad (2.9)$$

O engolimento de uma usina é obtido através do somatório dos engolimentos de seus conjuntos de unidades geradoras, conforme a equação abaixo:

$$\bar{q} = \sum_{j=1}^{Nc} (N_j \cdot \bar{q}_j) \quad [m^3/s] \quad (2.10)$$

A potência máxima de uma unidade geradora, de acordo com a representação simplificada, é dada por:

$$\bar{p}_j = p_{efj} \cdot \left( \frac{h_l}{h_{efj}} \right)^\beta \quad [MW] \quad (2.11)$$

Sendo o expoente  $\beta$  uma constante definida como:

$$\beta = \begin{cases} 1.5 & \text{se } h_l < h_{efj} \text{ e turbina tipo Francis ou Pelton} \\ 1.2 & \text{se } h_l < h_{efj} \text{ e turbina Kaplan} \\ 0.0 & \text{se } h_l \geq h_{efj} \end{cases} \quad (2.12)$$

A potência máxima de uma usina corresponde ao somatório das potências máximas de seus conjuntos de unidades geradoras, como descrito na equação:

$$\bar{p} = \sum_{j=1}^{Nc_j} (N_j \cdot \bar{p}_j) \quad [MW] \quad (2.13)$$

As características das unidades geradoras de Furnas e Emborcação são mostradas na tabela 2.2, e com base na representação simplificada, são apresentadas nas figuras 2.8 e 2.9 as curvas de potência máxima e engolimento máximo dessas duas usinas em função da altura de queda líquida.

Tabela 2.2: Características dos Conjuntos Turbina/Gerador.

| Usina      | $N_c$ | $Tipo_j$ | $N_j$ | $h_{ef,j}[m]$ | $q_{ef,j}[m^3/s]$ | $p_{ef,j}[MW]$ |
|------------|-------|----------|-------|---------------|-------------------|----------------|
| Furnas     | 2     | Francis  | 6     | 90.00         | 211               | 164.0          |
|            |       | Francis  | 2     | 89.30         | 213               | 164.0          |
| Emborcação | 1     | Francis  | 4     | 130.30        | 262               | 298.0          |

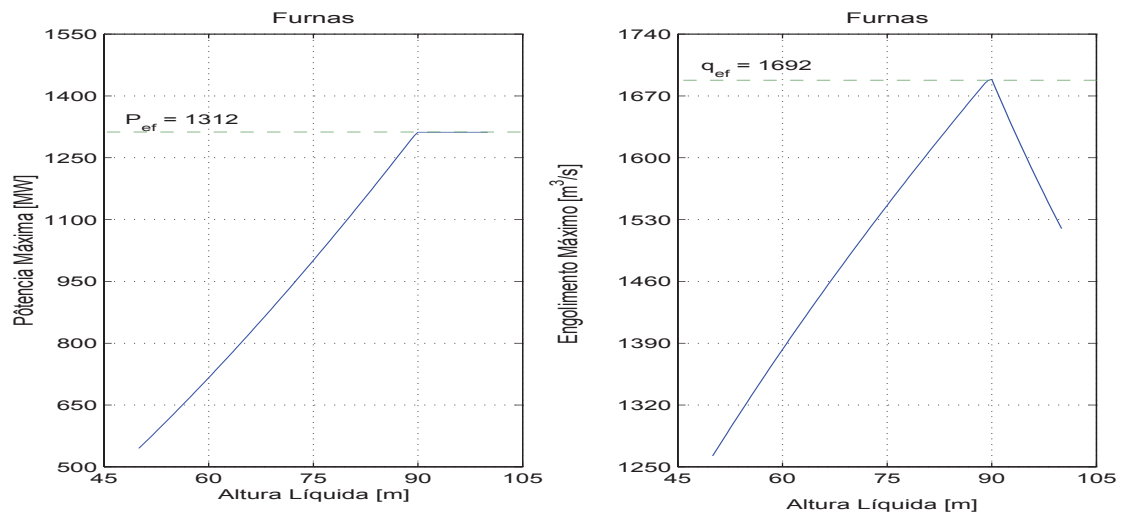


Figura 2.8: Potência Máxima e Engolimento em Função da Altura de Queda Líquida (Furnas).

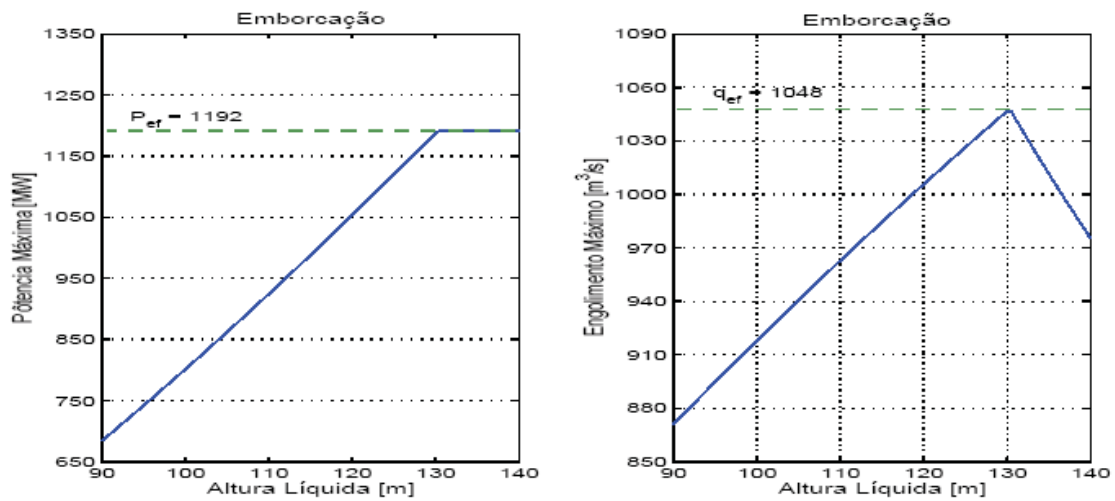


Figura 2.9: Potência Máxima e Engolimento em Função da Altura de Queda Líquida (Emborcação).



### Função de produção hidráulica

A partir da função de produção hidráulica, que pode ser deduzida a partir da energia potencial armazenada no reservatório, é possível se quantificar a geração de energia de uma usina. A variação da energia potencial em relação à variação de massa de água armazenada no reservatório é definida como:

$$de_p = dm \cdot g \cdot h_l \quad [J] \quad (2.14)$$

Sendo  $g$  a aceleração da gravidade,  $h_l$  descrevendo a altura de queda líquida, e  $dm$  é a representação da variação incremental da massa de água do reservatório, que é convertida em variação de volume de acordo com a equação (2.15) e utilizando o peso específico da água  $\rho = 1000 \text{ Kg/m}^3$ .

$$\rho = \frac{\text{massa}}{\text{volume}} \Rightarrow dm = \rho \cdot dv \quad (2.15)$$

Essa variação de volume, considerando que tenha ocorrido em um intervalo infinitesimal de tempo, pode ser convertida em vazão defluente  $q$  da seguinte forma:

$$q = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dv = q \cdot dt \quad (2.16)$$

Partindo das equações (2.15) e (2.16), é possível descrever a variação da energia potencial em função da vazão defluente do reservatório para geração de energia como:

$$de_p = \rho \cdot q \cdot dt \cdot g \cdot h_l \quad (2.17)$$

### Rendimento e função de produção hidráulica

A transformação de energia potencial ( $e_p$ ) em energia elétrica ( $e_e$ ) depende do rendimento  $\eta$  da unidade geradora:

$$e_e = \eta \cdot e_p \quad (2.18)$$

O rendimento  $\eta$  é uma função da vazão turbinada e da altura de queda líquida que fornece o rendimento de uma unidade geradora desde estados de engolimento e altura de queda líquida mínimos para a geração de energia, até condições de engolimento e altura de queda líquida máximos. Em estudos de médio e longo prazo, em geral,  $\eta$  é considerado constante e igual a um valor médio ( $\eta^{med}$ ), já que nesses estudos os valores usuais de engolimento e altura de queda líquida ficam limitados em uma faixa de operação devido às características que o problema assume (Cicogna 1999). A variação da energia elétrica pode ser descrita da seguinte forma:

$$de_e = \eta^{med} \cdot \rho \cdot q \cdot dt \cdot g \cdot h_l \quad (2.19)$$

Uma vez que a potência equivale à variação da energia no tempo, a geração hidroelétrica  $p$ , é dada por:

$$p = \eta^{med} \cdot \rho \cdot q \cdot g \cdot h_l = k \cdot q \cdot h_l \quad [W] \quad (2.20)$$

Sendo que a constante  $k$ , denominada *produtibilidade específica*, introduzida por uma questão de simplificação, representa o produto entre o rendimento médio da unidade geradora, a aceleração da gravidade e o peso específico da água.

$$k = \rho \cdot g \cdot \eta^{med} = 1000 \frac{Kg}{m^3} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \eta^{med} \left[ \frac{W}{(m^3/s) \cdot m} \right] \quad (2.21)$$

A equação (2.22) descreve a conversão da potência gerada para MW, dividindo a produtibilidade específica por  $10^6$ :

$$k = \frac{9810}{10^6} \cdot \eta_i^{med} = 0.00981 \cdot \eta^{med} \left[ \frac{MW}{(m^3/s) \cdot m} \right] \quad (2.22)$$

Dessa forma, a geração hidroelétrica pode ser escrita como:

$$p(x, u, q) = k \cdot h_l \cdot q \quad [MW] \quad (2.23)$$

$$p(x, u, q) = k \cdot (\phi(x) - \theta(u) - pc) \cdot q \quad [MW] \quad (2.24)$$

Considerando a operação econômica da usina, em que o vertimento só ocorre quando a defluência é superior ao engolimento (conforme descrito nas equações (2.25) e (2.26)), a função de produção hidráulica apresenta algumas características particulares:

$$q = \min(u, \bar{q}) \quad (2.25)$$

$$s = u - q \quad (2.26)$$

- Para um dado volume  $x$ , a função de produção é crescente em relação à defluência  $u$  para  $u < \bar{q}$ ,
- Para  $u > \bar{q}$ , a função de produção é constante em relação à defluência  $u$  ou levemente decrescente devido à perda de altura de queda e ocorrência de vertimento,
- Quando  $u = \bar{q}$ , ou seja, a defluência atinge o limite de turbinagem, a função não é diferenciável,
- A produtividade das usinas cresce com o aumento do volume armazenado no reservatório, o que é justificado pelo conseqüente aumento da altura de queda líquida do reservatório.

Para evidenciar o ponto de descontinuidade da função de produção, associado à limitação da turbinagem e pelo vertimento ocorrido a partir desse ponto, é apresentada na figura 2.10 a função de produção hidráulica da usina hidroelétrica de Furnas.

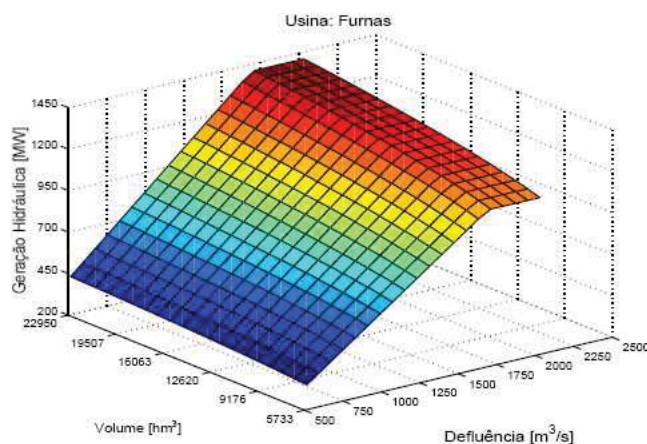


Figura 2.10: Função de Geração Hidroelétrica da Usina de Furnas.

### 2.2.2 Usinas Termoelétricas

Nas usinas termoelétricas, a energia elétrica é obtida através da transformação de energia térmica em energia mecânica para a movimentação de uma turbina acoplada a um gerador. A diferença entre os vários tipos de termoelétricas está no tipo de combustível que é utilizado e na forma como este é queimado.

As usinas termoelétricas podem ser agrupadas como convencionais ou nucleares. As usinas convencionais podem ser divididas em usinas com turbina a vapor, usinas com turbina a gás, e usinas de combustão direta.

Nas usinas com turbina a vapor, a energia elétrica é gerada através da queima de combustível que aquece uma caldeira onde água é transformada em vapor que, sob pressão, movimenta uma turbina. Uma simplificação do funcionamento de uma usina a vapor é apresentada na figura 2.11.

Nas usinas com turbina a gás, para a geração de energia elétrica é usada uma mistura gasosa de ar comprimido com o gás resultante da queima do combustível para movimentar a turbina. O esquema do funcionamento de uma usina desse tipo é ilustrado na figura 2.12.

As usinas de combustão direta utilizam um tipo de motor a pistão, alimentado por um

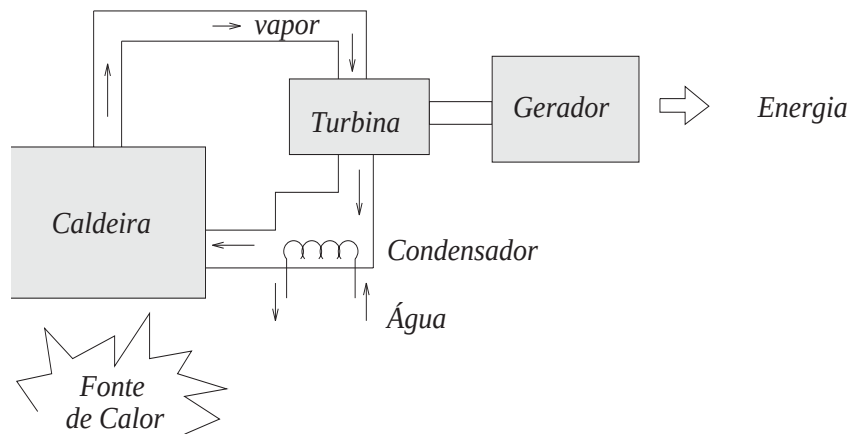


Figura 2.11: Representação Esquemática de uma Usina Termoeletrica a Vapor.

combustível (como o diesel), que é acoplado a um gerador. Esse tipo de usina tem a vantagem de possuir uma dimensão reduzida, facilidade de operação e manutenção, e rapidez na tomada ou redução de carga. A desvantagem é a utilização de um combustível dispendioso e poluente.

As usinas nucleares têm um funcionamento similar às usinas a vapor, com a diferença de possuir um reator, que permite obter calor a partir da energia resultante da fissão nuclear do urânio, do plutônio ou do tório, ou da fusão nuclear do hidrogênio. Atualmente, quase somente o urânio é utilizado e da de fissão de um átomo desse elemento são produzidos 10 milhões de vezes a energia produzida pela combustão de um átomo de carbono oriundo do carvão ou do petróleo.

Para modelar um sistema termoeletrico é preciso considerar as diversas classes de usinas térmicas classificadas de acordo com o seu tipo de combustível, suas restrições nos limites máximo e mínimo de geração, seu tempo de ligamento e desligamento, restrições de rampa de carga, eficiência da caldeira, dos seus conjuntos de unidades geradoras, entre outros.

O custo de operação de uma termoeletrica deve levar em consideração os custos com o combustível utilizado, mão de obra, estoque de combustível, e manutenção. A parcela do custo de operação que é associada à manutenção e mão de obra, por independer da geração de energia, em geral é considerada fixa e a parcela variável é modelada como uma função convexa e crescente da geração térmica que geralmente é aproximada por um polinômio de segundo grau (El-Hawary & Christensen 1979), com base na curva da taxa térmica incremental da usina, que estabelece a relação ( $MJ/MWh$ ) dessa termoeletrica. O comportamento da função que modela o custo de operação de uma termoeletrica é apresentado na figura 2.13.

Para modelar o parque termoeletrico é necessário realizar o levantamento de uma curva de custo mínimo de operação de usinas termoeletricas pelo *despacho econômico termoeletrico*.

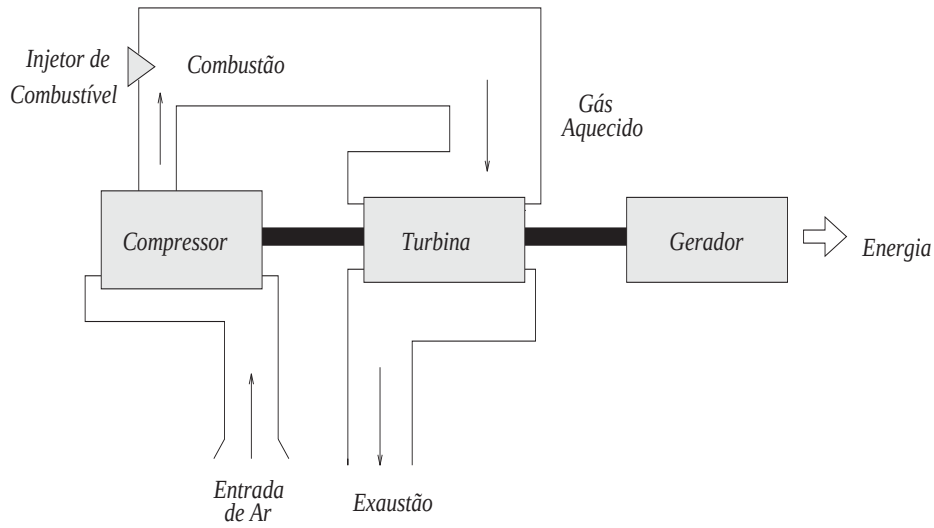


Figura 2.12: Representação Esquemática de uma Usina Termoelétrica a Gás

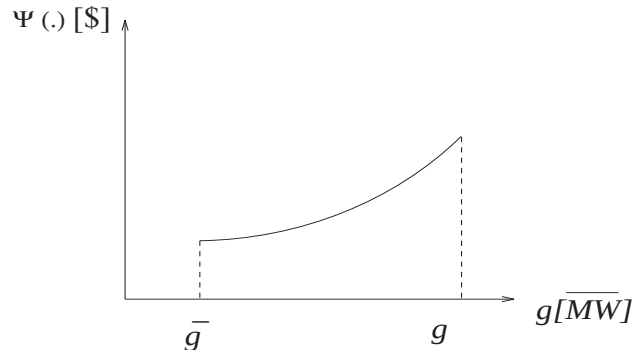


Figura 2.13: Aparência Típica da Função de Custo de Operação de uma Usina Termoelétrica.

## 2.3 Despacho Econômico Termoelétrico (DET)

O despacho econômico termoelétrico tem como objetivo determinar, para cada estágio do planejamento, a geração de cada unidade termoelétrica do sistema  $g_j$  ( $j = 1, 2, \dots, J$ ) visando atender a geração térmica total  $G$  com um custo mínimo  $\psi(G)$ . A equação (2.27) apresenta a formulação matemática do problema de DET, sendo  $g_j$  a geração da unidade térmica  $j$ ,  $c_j(\cdot)$  a função de custo da unidade  $j$  e  $J$  é o número total de usinas térmicas no sistema.

$$\begin{aligned} \psi(G) &= \min \sum_{j=1}^J c_j(g_j) \\ \text{s.a : } &\left\{ \sum_{j=1}^J g_j = G \right. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Uma vez que o problema é convexo (Lyra et al. 1984), as condições de primeira ordem de estacionariedade do Lagrangeano são condições suficientes para que se tenha um ótimo global (Luenberger 1984). O Lagrangeano pode ser escrito como:

$$L(\mathbf{g}, \lambda) = \sum_{j=1}^J \{c_j(g_j) + \lambda g_j\} + \lambda G \quad (2.28)$$

Estabelecendo as condições de primeira ordem:

$$\frac{dL}{dg_j} = \frac{dc_j(g_j)}{dg_j} - \lambda = 0 \quad (2.29)$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = G - \sum_{j=1}^J g_j = 0 \quad (2.30)$$

Assim, a solução ótima do problema  $\hat{g}_j$  deve satisfazer as seguintes condições de otimalidade:

$$\frac{dc_j(\hat{g}_j)}{dg_i} = c'_j(\hat{g}_j) = \hat{\lambda} \quad (2.31)$$

$$\sum_{j=1}^J \hat{g}_j = G \quad (2.32)$$

$$j = 1, 2, \dots, J$$

O multiplicador de Lagrange  $\hat{\lambda}$  pode ser interpretado do ponto de vista econômico como o preço ou valor marginal da energia, ou seja, é equivalente ao custo marginal do MW gerado pelo sistema termoeletrico. A política de operação desse sistema deve balancear a carga entre as unidades com o intuito de igualar os custos marginais de geração.

Supondo que cada unidade de geração tem uma faixa de operação, conforme a equação (2.33), o problema de DET pode ser descrito como:

$$\underline{g}_j \leq g_j \leq \bar{g}_j \quad (2.33)$$

$$\psi(G) = \min \sum_{j=1}^J c_j(g_j)$$

$$s. a : \begin{cases} \sum_{j=1}^J g_j = G \\ \underline{g}_j \leq g_j \leq \bar{g}_j \\ j = 1, 2, \dots, J \end{cases} \quad (2.34)$$

Assim, o Langrageano desse problema é dado por:

$$L(\mathbf{g}, \lambda, \alpha, \beta) = \sum_{j=1}^J c_j(g_j) + \lambda_j \left( G - \sum_{j=1}^J g_j \right) +$$

$$+ \sum_{j=1}^J \alpha_j (g_j - \bar{g}_j) + \sum_{j=1}^J \beta_j (\underline{g}_j - g_j) \quad (2.35)$$

E as condições de otimalidade de primeira ordem são:

$$\hat{\lambda} \text{ irrestrito}; \quad \hat{\alpha}_j \geq 0; \quad \hat{\beta}_j \geq 0 \quad (2.36)$$

$$\sum_{j=1}^J \hat{g}_j = G \quad (2.37)$$

$$\underline{g}_j \leq g_j \leq \bar{g}_j \quad (2.38)$$

$$\hat{\alpha}_j (\hat{g}_j - \bar{g}_j) = 0 \quad (2.39)$$

$$\hat{\beta}_j (\underline{g}_j - \hat{g}_j) = 0 \quad (2.40)$$

$$c'_j(\hat{g}_j) - \hat{\lambda} + \hat{\alpha}_j - \hat{\beta}_j = 0 \quad (2.41)$$

Dessas condições pode-se deduzir que:

$$Se \quad \underline{g}_j < \hat{g}_j < \bar{g}_j \quad \Rightarrow \quad \hat{\alpha}_j = \hat{\beta}_j = 0 \quad \Rightarrow \quad c'_j(\hat{g}_j) = \hat{\lambda} \quad (2.42)$$

$$Se \quad \underline{g}_j = \hat{g}_j \quad \Rightarrow \quad \hat{\alpha}_j = 0; \quad \hat{\beta}_j \geq 0 \quad \Rightarrow \quad c'_j(\hat{g}_j) \geq \hat{\lambda} \quad (2.43)$$

$$Se \quad \hat{g}_j = \bar{g}_j \quad \Rightarrow \quad \hat{\alpha}_j \geq 0; \quad \hat{\beta}_j = 0 \quad \Rightarrow \quad c'_j(\hat{g}_j) \leq \hat{\lambda} \quad (2.44)$$

E dessa forma, a solução ótima do problema de DET pode ser resumida como:

$$\hat{g}_j = \max\{\underline{g}_j, \min(\bar{g}_j, \tilde{g}_j)\} \quad (2.45)$$

Sendo:

$$c'_j(\tilde{g}_j) = \hat{\lambda} \quad (2.46)$$

Para um dado valor marginal de energia, as unidades de geração devem a princípio operar com custo marginal igual, e, as unidades que tiverem custo marginal inferior a este valor devem operar na capacidade máxima, assim como as unidades que possuam um custo marginal maior que o valor devem operar em sua capacidade mínima. Na tabela 2.3 são mostrados o custo marginal de geração (US\$/MWh) e os limites de geração de algumas usinas termoeletricas do sistema brasileiro das regiões Sul e Sudeste. A função de custo térmico determinada pelo DET e as derivadas dessa função (custo marginal) para essas usinas do Sul e Sudeste são mostradas respectivamente nas figuras 2.14 e 2.15.

Tabela 2.3: Usinas Térmicas Localizadas nas Regiões Sul e Sudeste.

| Sistema | Usina                    | Tipo    | Custo [US\$/MWh] | $\underline{g}[\overline{MW}]$ | $\overline{g}[\overline{MW}]$ |
|---------|--------------------------|---------|------------------|--------------------------------|-------------------------------|
| Sudeste | Angra                    | Nuclear | 8.0              | 0.0                            | 420                           |
|         | Santa Cruz               | óleo    | 38.0             | 0.0                            | 455                           |
|         | Piratininga+Igarapé      | óleo    | 44.0             | 0.0                            | 460                           |
|         | S. Gonç.+R.Silv.+Carioba | óleo    | 70.0             | 0.0                            | 70                            |
| Sul     | Presidente Médici        | carvão  | 14.0             | 0.0                            | 318                           |
|         | J. Lacerda+Figueira      | carvão  | 20.0             | 0.0                            | 354                           |
|         | Charqueadas+S. Jerônimo  | carvão  | 40.0             | 0.0                            | 64                            |
|         | Alegrete+Nutepa          | óleo    | 60.0             | 0.0                            | 73                            |



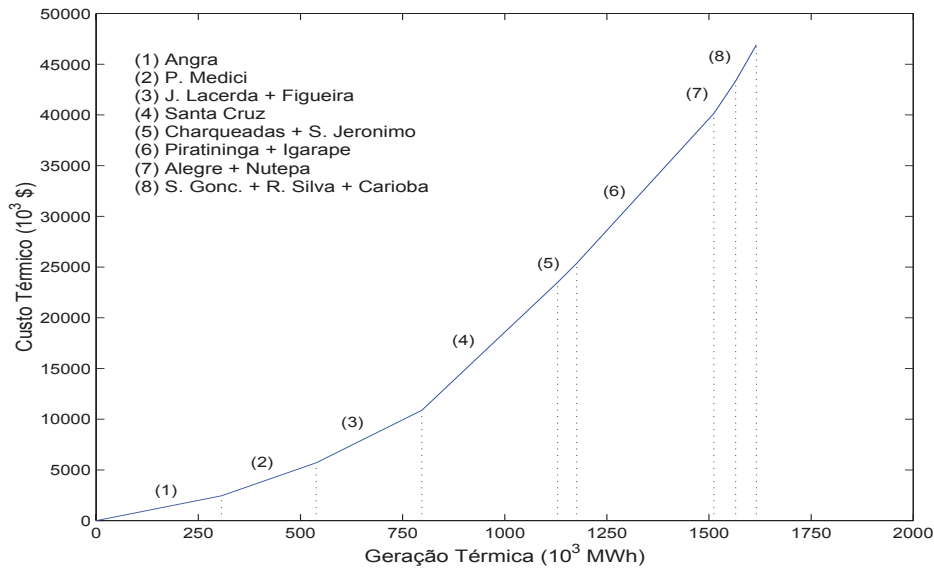


Figura 2.14: Função de Custo Térmico.

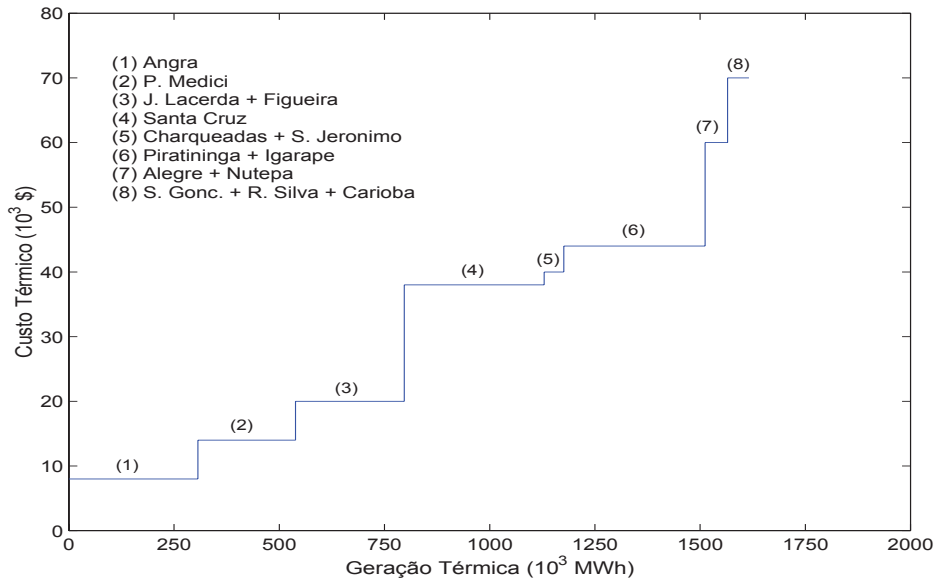


Figura 2.15: Função de Custo Marginal Térmico.

O problema do planejamento da operação energética de sistemas hidrotérmicos de geração é modelado com um enfoque nas características hidráulicas do sistema, sem considerar a distribuição ótima (que é resolvida posteriormente pelo DET) da complementação não hidráulica, que é representada por uma função de custo  $\psi$ .

## 2.4 Formulação do problema de planejamento de operação energética

O problema de otimização do planejamento da operação energética de sistemas hidrotérmicos de geração, em sua versão determinística, pode ser escrito como um problema de programação não linear da seguinte forma:

$$\min \sum_{t=1}^T \psi_t(D_t - P_t) + V(x_T) \quad (2.47)$$

sujeito a :

$$P_t = \sum_{i=1}^I p_{i,t} \quad \forall t \quad (2.48)$$

$$p_{i,t} = k_i \cdot h_{l_{i,t}} \cdot q_{i,t} \quad \forall i, t \quad (2.49)$$

$$h_{l_{i,t}} = \phi(x_{i,t}) - \theta(u_{i,t}) - pc_{i,t} \quad \forall i, t \quad (2.50)$$

$$x_{i,t+1} = x_{i,t} + \left( y_{i,t} + \sum_{k \in \Omega_i} u_{k,t} - u_{i,t} \right) \Delta t \quad \forall i, t \quad (2.51)$$

$$u_{i,t} = q_{i,t} + s_{i,t} \quad \forall i, t \quad (2.52)$$

$$\underline{x}_{i,t} \leq x_{i,t} \leq \overline{x}_{i,t} \quad \forall i, t \quad (2.53)$$

$$\underline{u}_{i,t} \leq u_{i,t} \leq \overline{u}_{i,t} \quad \forall i, t \quad (2.54)$$

$$\underline{q}_{i,t} \leq q_{i,t} \leq \overline{q}_{i,t} \quad \forall i, t \quad (2.55)$$

$$s_{i,t} \geq 0 \quad \forall i, t \quad (2.56)$$

$$x_{i,0} \text{ dado } \forall i \quad (2.57)$$

Sendo:

$T$ : representa o número de estágios do horizonte de planejamento;

$I$ : número de usinas hidroelétricas do sistema;

$\psi_t(\cdot)$ : representa o custo mínimo de geração termoeletrica complementar [\$];

$V(\cdot)$ : função de custo futuro associado ao estado final dos reservatórios do sistema [\$];

$P_t$ : geração total de energia hidroelétrica no estágio  $t$  [ $\overline{MW}$ ];

$D_t$ : mercado a ser atendido no estágio  $t$  [ $\overline{MW}$ ];

$p_{i,t}$ : geração de energia hidroelétrica da usina  $i$  no estágio  $t$  [ $\overline{MW}$ ];

$x_{i,t}$ : volume de água armazenado no reservatório da usina  $i$  no final do estágio  $t$  [ $hm^3$ ];

$u_{i,t}$ : defluência (vazão descarregada) da usina  $i$  no estágio  $t$  [ $m^3/s$ ];

$q_{i,t}$ : turbinagem (vazão que passa pela casa de máquinas) da usina  $i$  no estágio  $t$  [ $m^3/s$ ];

$s_{i,t}$ : vertimento da usina  $i$  no estágio  $t$  [ $m^3/s$ ];

$y_{i,t}$ : vazão afluente incremental à usina  $i$  no estágio  $t$  [ $m^3/s$ ];  
 $\Delta t$ : tamanho médio do estágio  $t$  [ $s$ ];  
 $\phi(x_{i,t})$ : polinômio da cota de montante da usina  $i$  [ $m$ ];  
 $\theta(u_{i,t})$ : polinômio da cota de jusante da usina  $i$  [ $m$ ];  
 $pc_{i,t}$ : perda de carga da usina  $i$  durante o estágio  $t$  [ $m$ ];  
 $k_i$ : produtibilidade específica da usina  $i$   $\left(\frac{MW}{(m^3/s)m}\right)$ .  
 $\underline{x}_{i,t}$ : volume mínimo do reservatório da usina  $i$  no final do estágio  $t$  [ $hm^3$ ];  
 $\bar{x}_{i,t}$ : volume máximo do reservatório da usina  $i$  no final do estágio  $t$  [ $hm^3$ ];  
 $\underline{u}_{i,t}$ : defluência mínima da usina  $i$  no estágio  $t$  [ $m^3/s$ ];  
 $\bar{u}_{i,t}$ : defluência máxima da usina  $i$  no estágio  $t$  [ $m^3/s$ ];  
 $\underline{q}_{i,t}$ : turbinagem mínima da usina  $i$  no estágio  $t$  [ $m^3/s$ ];  
 $\bar{q}_t$ : turbinagem máxima da usina  $i$  no estágio  $t$  [ $m^3/s$ ];  
 $\Omega_i$ : conjunto das usinas imediatamente a montante da usina  $i$ .

O custo mínimo de geração complementar, dado por  $\psi_t(\cdot)$ , representa a geração térmica, importação de mercados vizinhos ou déficit de energia (acionamento). A função  $\psi_t(\cdot)$  pode ser interpretada como uma função crescente da geração complementar ou como uma função decrescente da geração hidroelétrica  $P_t$  no estágio  $t$ , sendo sempre dependente da demanda  $D_t$ . O objetivo da função  $V(\cdot)$  é equilibrar os custos operacionais decorrentes do uso da água do reservatório ao longo do horizonte de planejamento com seus custos futuros resultantes ao término desse período.

A geração hidroelétrica em cada usina no estágio  $t$  (equação (2.49)) é uma função não linear do volume de água armazenado no reservatório e da quantidade de água defluente da usina. Os termos referentes à evaporação e infiltração não foram considerados por questão de simplicidade. Algumas restrições do problema de planejamento de operação energética são impostas pelas restrições operacionais da usina ou devido ao uso da água para outros fins como controle de cheias, irrigação ou navegação.

A formulação mostrada acima para o problema de planejamento da operação energética não leva em consideração a estocasticidade das vazões afluente ao sistema hidráulico de geração. O tratamento dessa estocasticidade será apresentado no próximo capítulo.

## Capítulo 3

# Programação Dinâmica Estocástica

Neste capítulo é abordada a programação dinâmica estocástica, técnica amplamente utilizada para a solução do problema de planejamento da operação energética de sistemas hidrotérmicos de geração. Inicialmente é apresentada a formulação matemática da programação dinâmica e em seguida é mostrada a aplicação dessa técnica ao problema de planejamento energético. Por fim, é descrita a forma como foi realizado o tratamento da estocasticidade das vazões afluentes a um sistema hidrotérmico de geração utilizando um modelo estocástico de primeira ordem (modelo Markoviano), a obtenção da função de distribuição da probabilidade e a matriz de probabilidade de transição de estado.

### 3.1 Introdução

A Programação Dinâmica Estocástica (PDE), desenvolvida por Richard Bellman (Bellman 1962), é uma técnica que tem sido amplamente aplicada à problemas de recursos hídricos em geral e no tratamento do planejamento da operação energética a longo prazo (Butcher 1971), (Yakowitz 1982), (Stedinger et al. 1984), (Pereira & Pinto 1985), (Trezos & Yeh 1987) e (Braga Jr. et al. 1991). Essa técnica de otimização incorpora, em sua formulação, aspectos estocásticos e não-lineares, tendo ainda a vantagem de decompor problemas complexos em uma série de problemas resolvidos recursivamente (Yeh 1985), admitindo a hipótese de que o custo associado a cada estágio satisfaz a condição de separabilidade (Nemhauser 1966).

Porém, tal técnica possui uma limitação, apresentada em 1961 por Richard Bellman em seus estudos sobre processos de controle adaptativo (Haykin 2001), conhecida como “maldição da dimensionalidade”. Isso significa que à medida que aumenta o número de variáveis de estado do problema, o esforço computacional dessa metodologia cresce exponencialmente, o que pode, em alguns casos, inviabilizar o seu uso no tratamento do problema. Outras abordagens foram propostas para solução do problema de planejamento energético, tais como a agregação do sistema

hidroelétrico através de uma representação composta (Arvanitids & Rosing 1970a), (Arvanitids & Rosing 1970b), (Pereira 1985), (Duran et al. 1985), (Cruz Jr. & Soares 1996), (Turgeon 1980), (Turgeon & Charbonneau 1998), o uso da programação dinâmica dual (Pereira & Pinto 1985), (Pereira & Pinto 1989), (Røtting & Gjelsvik 1992), (Jacobs et al. 1995), otimização determinística baseada em modelos de previsão de vazões (Soares et al. 1980), (Ngundam et al. 2000), e algumas modificações propostas na implementação da PDE visando a redução do custo computacional e, conseqüentemente, do tempo de processamento (Zambelli et al. 2006), (Ventura & Martinez 2008).

## 3.2 Formulação Matemática da Programação Dinâmica

Na programação dinâmica, o problema se divide em etapas (estágios), e a melhor decisão em cada etapa é determinada de acordo com a situação (estado) em que o sistema se encontra, baseada no *princípio da otimalidade* de Richard Bellman, que foi responsável pela popularização dessa técnica de otimização e sua consequente transformação em uma ferramenta sistemática (Bertsekas 2005). O princípio de otimalidade diz que “*uma política ótima tem a propriedade que, quaisquer que sejam o estado inicial e a decisão inicial, as decisões restantes devem constituir uma política ótima em relação ao estado resultante da primeira decisão*” (Haykin 2001), sendo que o termo “decisão” é uma escolha de controle em um dado instante e “política” é a sequência inteira de controle ou a função de controle.

Para formular esse princípio, considere um sistema dinâmico discreto associado a um custo aditivo que é acumulado ao longo dos estágios. Esse sistema, que expressa a evolução das variáveis de estado sob a influência das decisões tomadas em cada estágio, pode ser representado como (Bertsekas 2005):

$$x_{t+1} = f_t(x_t, u_t, y_t) \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (3.1)$$

Sendo:

$t$ : índice de tempo discreto;

$x_t$ : estado corrente do sistema que resume a informação do passado que é relevante para a otimização futura;

$u_t$ : é o controle ou variável de decisão a ser selecionada no estágio  $t$ ;

$y_t$ : é um parâmetro aleatório (também chamado de perturbação ou ruído, dependendo do contexto);

$T$ : é o horizonte ou número de estágios nos quais o controle é aplicado;

O estado  $x_t$  é um elemento de um espaço  $S_t$ , a decisão  $u_t$  é elemento de um espaço  $C_t$  e  $y_t$  de um espaço  $D_t$ . A variável de decisão  $u_t$  é restrita a assumir valores de um subconjunto não

vazio  $U(x_t) \subset C_t$ , que depende do estado  $x_t$ . Dessa forma, essa relação pode ser escrita como  $u_t \in U_t(x_t)$  para todo  $x_t \in S_t$  e para todo  $t$ .

O custo funcional associado ao sistema representado na equação (3.1), é definido como  $c_t(x_t, u_t, y_t)$ , de forma que o custo ocorrido no estágio  $t$  acumula-se sobre o tempo e o custo total do sistema seja dado por:

$$C_{\text{Total}} = \sum_{t=1}^T c_t(x_t, u_t, y_t) + c_T(x_T) \quad (3.2)$$

onde  $c_T(x_T)$  representa o custo ocorrido no final do processo.

Devido à presença da variável  $y_t$ , geralmente o custo também é uma variável aleatória. Para um dado estado inicial  $x_0$ , uma política ótima para atuar em (3.1) pode ser determinada pela solução do seguinte problema:

$$\begin{aligned} J(u) = \min_{u_t} E_{y_t} \left\{ \sum_{t=1}^T g_t(x_t, u_t, y_t) + g_T(x_T) \right\} \\ \text{s.a. : } \begin{cases} x_{t+1} = f_t(x_t, u_t, y_t) \\ u_t \subset U_t \\ t = 1, 2, \dots, T \end{cases} \end{aligned} \quad (3.3)$$

onde  $E_{y_t}$  representa a esperança matemática do custo em relação à distribuição da variável aleatória  $y_t$  envolvida no problema. A solução do problema da equação (3.3) é uma sequência de controles ou decisões para cada estágio, dada por  $\pi = \{u_0, \dots, u_{T-1}\}$ .

### 3.3 Programação Dinâmica Aplicada ao Planejamento Energético

As vazões afluentes a um sistema hidrotérmico de geração introduzem estocasticidade ao problema do planejamento energético, de forma que, a determinação da decisão ótima para um dado estado e estágio, deve levar em consideração a representação da estocasticidade dessas vazões.

Na PDE aplicada ao problema do planejamento energético, a representação da estocasticidade das vazões afluentes é feita por um modelo estocástico de 1ª ordem, que descreve o processo estocástico da variável aleatória como uma cadeia de Markov (Bertsekas 1995). Com isso, considera-se que a vazão em um estágio  $t$  depende somente da vazão no estágio  $t - 1$ .

Neste trabalho também foi utilizado um modelo de 2ª ordem, que será discutido no capítulo seguinte.

No escopo deste trabalho é tratado o planejamento energético para operação isolada de uma usina hidroelétrica. Nesse caso, as duas variáveis de estado são dadas pelo volume armazenado de água no reservatório no estágio  $t$  ( $x_t$ ), e a vazão afluente no estágio anterior ( $y(t-1)$ ). A variável de controle é dada pela quantidade de água liberada do reservatório em um dado estágio ( $u_t$ ), que equivale à soma da quantidade de água turbinada  $q_t$  e a quantidade vertida  $s_t$ . A versão estocástica da formulação do problema de planejamento energético da operação de sistemas hidrotérmicos pode ser escrita da seguinte forma:

$$\min E_{y_t|y_{t-1}} \left\{ \sum_{t=1}^T \psi_t(D_t - P_t) + V(x_T) \right\} \quad (3.4)$$

sujeito a :

$$P_t = k \cdot h_{l_t} \cdot q_t \quad (3.5)$$

$$h_{l_t} = \phi(x_t) - \theta(u_t) - pc_t \quad (3.6)$$

$$x_t = x_{t-1} + (y_t - u_t) \Delta t \quad (3.7)$$

$$u_t = q_t + s_t \quad (3.8)$$

$$\underline{x}_t \leq x_t \leq \overline{x}_t \quad (3.9)$$

$$\underline{u}_t \leq u_t \leq \overline{u}_t \quad (3.10)$$

$$\underline{q}_t \leq q_t \leq \overline{q}_t \quad (3.11)$$

$$s_t \geq 0 \quad (3.12)$$

$$\forall t, t = 1, 2, \dots, T$$

sendo  $E_{y_t|y_{t-1}}\{\cdot\}$  o valor esperado de custo no estágio  $t$ , condicionado à ocorrência da vazão afluente  $y(t)$  no estágio corrente ( $t$ ) e da vazão afluente  $y(t-1)$  no estágio anterior ( $t-1$ ).

Para o processo de otimização, é adotada a estratégia de solução conhecida como *backward*, que consiste em resolver o problema partindo do estágio final e seguindo até o inicial, minimizando para cada estado e estágio, o custo imediato da decisão acrescido do seu custo futuro esperado. Dessa forma, o custo para um dado estado em um estágio  $t$  acumula-se sobre o tempo. Quando a estratégia *backward* é utilizada, a equação recursiva que corresponde à solução da programação dinâmica estocástica é:

$$F_t(x_t, y_{t-1}) = \min_{\{u_t, q_t\}} \{ \psi_t(D_t - P_t) + E_{y_t|y_{t-1}} F_{t+1}(x_{t+1}, y_t) \} \quad (3.13)$$

$$t = T, T - 1, \dots, 1$$

Na equação (3.13),  $F_t(x_t, y_{t-1})$  representa o menor custo esperado de operação no estágio  $t$  ao final do horizonte  $T$ , supondo que o sistema se encontra no estado  $(x_t, y_{t-1})$  e, em função da decisão tomada, transita para o estado  $(x_{t+1}, y_t)$ .

Supondo que a função densidade de probabilidade condicionada  $f(y_t|y_{t-1})$  seja conhecida, a equação (3.13) pode ser reescrita como:

$$F_t(x_t, y_{t-1}) = \min_{\{u_t, q_t\}} \left\{ \psi_t(D_t - P_t) + \int_{-\infty}^{\infty} F_{t+1}(x_{t+1}, y_t) \cdot f(y_t|y_{t-1}) dy_t \right\} \quad (3.14)$$

$$t = T, T - 1, \dots, 1$$

Segundo o princípio de otimalidade de Bellman (Bellman 1962), se o sistema se encontra no estado  $(x_k, y_{k-1})$  em  $t = k$ ,  $u_t^*$ , para  $t = k, \dots, T - 1$ , é uma política ótima, então,  $u_t^*$  para  $t = k + 1, \dots, T - 1$ , será uma política ótima para o estado inicial  $(x_{k+1}, y_k) = \phi(x_k, y_{k-1}, u_k, q_k, s_k)$  em  $t = (k + 1)$ , com  $\phi$  representando a equação de transição de estado. Assim, uma política ótima  $u_t^*$ , com  $t = 1, \dots, T - 1$ , para o problema (3.4)-(3.12), pode ser determinada pela solução do seguinte problema:

$$F_t(x_t, y_{t-1}) = \min_{\Omega_t} \left\{ \psi_t(D_t - P_t) + \int_{-\infty}^{\infty} F_{t+1}(x_{t+1}, y_t) \cdot f(y_t|y_{t-1}) dy_t \right\} \quad (3.15)$$

sujeito a :

$$\begin{cases} F_T(x_T, y_{T-1}) = V(x_T) \\ \forall t, t = T, T - 1, \dots, 1 \end{cases} \quad (3.16)$$

sendo  $\Omega_t = \{u_t, q_t\}$  sujeito às restrições dadas pelas equações (3.5)-(3.12).

Na formulação (3.15) e (3.16) as decisões são tomadas sem o conhecimento das vazões afluentes no próprio mês, mas em função da distribuição de probabilidade das vazões. Esse tipo de formulação, ilustrada na figura 3.1, é conhecida como “decisão-acaso” e durante muito tempo foi adotada no planejamento energético da operação do sistema elétrico brasileiro (Kligerman 1992).

Para solução do funcional (3.15) é necessário que cada variável de estado contínua seja discretizada, de modo que cada espaço de estado se torne um conjunto de valores discretos para os quais são calculados os valores de  $F_t$ . Para ilustrar a dimensão do problema resultante, considerando o caso de um sistema formado por apenas uma usina hidroelétrica, e discretizando-se em 100 valores a variável de estado que representa o volume armazenado no reservatório, em 100 valores a variável de decisão, e em 10 valores a variável de estado que representa a vazão afluente ao sistema, o total de estados discretizados é de  $(100 \times 10)$  estados. Para sistemas compostos por mais de uma usina hidroelétrica, a quantidade de estados discretizados cresce



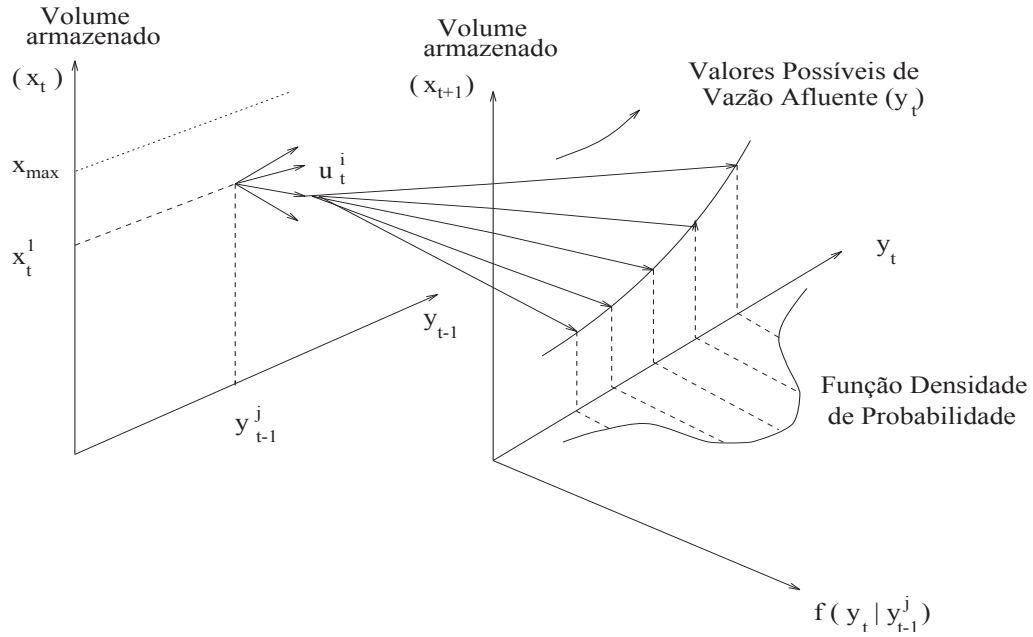


Figura 3.1: Esquema da PDE.

exponencialmente com o número de usinas, de forma que o total de estados passa a ser  $1000^N$ , onde  $N$  representa o número de usinas hidroelétricas do sistema.

### 3.3.1 Algoritmo da PDE aplicada ao problema

O algoritmo da programação dinâmica estocástica aplicado ao problema de planejamento da operação energética de sistemas hidrotérmicos de geração pode ser resumidamente descrito da seguinte forma:

Sendo:

$t$ : a variável que representa o estágio corrente;

$T$ : a quantidade de estágios;

$x_t^k$ : a variável que representa o estado do reservatório no estágio  $t$  [ $hm^3$ ];

$x_{t+1}^k$ : a variável que representa o estado do reservatório no estágio  $t + 1$  [ $hm^3$ ];

$K$ : o número de estados discretos do nível do reservatório da usina;

$y_{t-1}^j$ : a variável que representa a vazão afluente em  $t - 1$  [ $m^3/s$ ];

$J$ : a quantidade de possíveis intervalos da vazão afluente em  $t - 1$ ;

$y_t^i$ : a variável que representa a vazão afluente em  $t$  [ $m^3/s$ ];

$I$ : a quantidade de possíveis intervalos da vazão afluente em  $t$ ;

$u_t^z$ : a variável que representa a decisão no estágio  $t$  [ $m^3/s$ ];

$Z$ : o número de valores discretizados da variável de decisão;

$\gamma(u_t^z)$ : o custo médio da decisão  $u_t^z$  [MW];

$\tau$ : a constante usada para transformação de  $m^3/s$  para  $hm^3$ ;

$\Psi(g_t)$ : o custo da geração térmica  $g_t$  ocasionado pela decisão  $u_t^z$ ;

$p_{ij}$ : a probabilidade condicional da vazão  $y_t^i$  ocorrer no estágio  $t$ , dado que no estágio  $t - 1$  tenha ocorrido a vazão  $y_{t-1}^j$ ;

$\alpha(\cdot)$ : o menor custo encontrado para um dado estágio, estado do reservatório e vazão no estágio anterior;

$u^*(\cdot)$ : a decisão ótima para um dado estágio, estado do reservatório e vazão no estágio anterior;

**Para** cada estágio  $t = T, \dots, 1$

**Para** cada estado  $x_t^k$ ,  $k = 1, \dots, K$

**Para** cada vazão afluente  $y_{t-1}^j$ ,  $j = 1, \dots, J$

**Para** cada decisão  $u_t^z$ ,  $z = 1, \dots, Z$

$$\gamma(u_t^z) = 0$$

**Para** cada vazão afluente  $y_t^i$ ,  $i = 1, \dots, I$

$$x_{t+1}^k = x_t^k + (y_t^i - u_t^z)\tau$$

$$\gamma(u_t^z) = \gamma(u_t^z) + [\Psi_t(g_t) + \alpha(t+1, x_{t+1}^k, y_t^i)] \cdot p_{ij}$$

**Fim Para**

**Se**  $\gamma(u_t^z) < \alpha(t, x_t^k, y_{t-1}^j)$  **então**

$$\alpha(t, x_t^k, y_{t-1}^j) = \gamma(u_t^z)$$

$$u^*(t, x_t^k, y_{t-1}^j) = u_t^z$$

**Fim Se**

**Fim Para**

**Fim Para**

**Fim Para**

**Fim Para**

Como as operações que demandam maior esforço computacional são realizadas no laço de repetição mais interno do algoritmo, pode-se denominar cada repetição desse laço como uma iteração da programação dinâmica estocástica, e portanto, nota-se que para cada estágio são executadas  $K * J * Z * I$  iterações.

### 3.4 Tratamento da estocasticidade das vazões afluentes

A geração de energia elétrica em um sistema hidrotérmico depende da série cronológica das vazões afluentes às usinas que compõem esse sistema, e, devido à incerteza associada às futuras vazões afluentes ao sistema, pode-se dizer que o problema do planejamento energético de geração é um problema estocástico. Logo, para determinação da solução desse problema - ou seja, a escolha das decisões ótimas ao longo do horizonte de planejamento - é necessário se levar em consideração a estocasticidade dessas vazões.

Uma vez que a solução do problema é obtida através da programação dinâmica estocástica, que é uma formulação do tipo “acaso-decisão”, as decisões são escolhidas sem o conhecimento prévio das vazões afluentes de forma que a determinação da solução ótima não é baseada nos valores dessas vazões mas na função de distribuição da probabilidade de ocorrência delas. O ajuste dessa função é feito através de um modelo Markoviano. Os modelos utilizados neste trabalho baseiam-se no histórico do sistema brasileiro de registros mensais das vazões naturais a partir de 1931.

#### 3.4.1 Características das séries de vazões afluentes

As séries de vazões naturais mensais são séries sazonais e apresentam um comportamento periódico. A figura 3.2, que mostra uma série de vazões afluentes à usina hidroelétrica de Furnas entre maio de 1931 e maio de 1990, evidencia o comportamento periódico dessa série de vazões afluentes com o período de aproximadamente 12 meses. A vazão oscila entre valores mínimos, que geralmente ocorrem no mês de agosto e os valores máximos que em geral ocorrem no mês de janeiro. As médias e desvios padrões mensais desse série é mostrada na figura 3.3.

Seja  $\{x_{i,m}, i = 1, \dots, n; m = 1, \dots, 12\}$  a representação de uma série histórica de vazões mensais com  $i$  sendo o índice do ano,  $n$  representando o número total de anos do histórico e  $m$  o índice dos meses. Para analisar as propriedades estatísticas e o comportamento dessa série, ela deve ser transformada em uma série estacionária removendo-se o seu componente sazonal. Sendo  $\hat{\mu}_m$  e  $\hat{\sigma}_m$  respectivamente a média e o desvio padrão de cada mês, essa transformação pode ser feita da seguinte forma:

$$z_{i,m} = \frac{x_{i,m} - \hat{\mu}_m}{\hat{\sigma}_m} \quad (3.17)$$

$$\hat{\mu}_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{i,m} \quad (3.18)$$

$$\hat{\sigma}_m^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{i,m} - \hat{\mu}_m)^2 \quad (3.19)$$

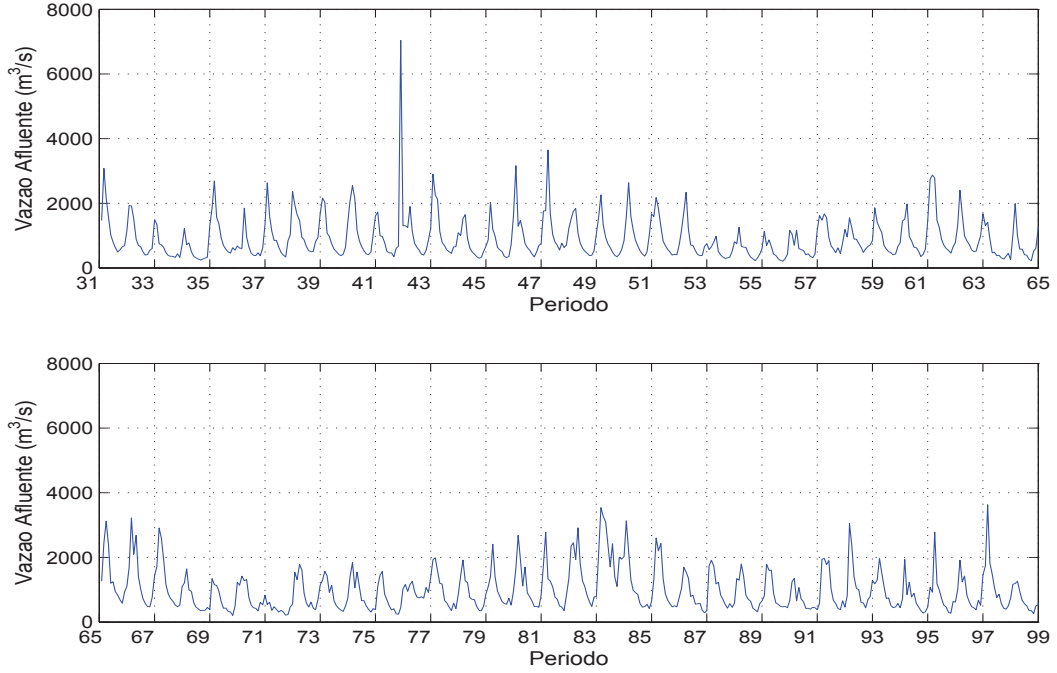


Figura 3.2: Série Mensal de Vazão Afluente Natural da Usina Hidroelétrica de Furnas.

A série estacionária  $z_{i,m}$ , mostrada na figura 3.4, tem, aproximadamente, a média nula e a variância unitária.

$$\bar{z} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^{12} z_{i,m} \sim 0; \quad Var[z] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^{12} (z_{i,m} - \bar{z})^2 \sim 1.0; \quad \text{Para } N = 720$$

### 3.4.2 Modelo Markoviano

O modelo estocástico de primeira ordem utilizado neste trabalho é o modelo markoviano. Esse modelo considera a hipótese de que a vazão em um estágio  $t$  depende somente do valor da vazão ocorrida no estágio  $t - 1$ . No próximo capítulo será discutido o modelo de segunda ordem que também foi utilizado neste trabalho com o intuito de testar a influência que o modelo adotado para representação da estocasticidade das vazões afluentes, pode ter na determinação da política ótima ao longo do horizonte de planejamento.

Supondo uma função densidade de probabilidade associada à variável  $y$  no mês  $t$ , tem-se que (Martinez 2001):

- (i) Dividindo o domínio da variável aleatória em  $M$  intervalos equiprováveis, a área sob a função densidade de probabilidade em cada um desses intervalos equivale à probabilidade

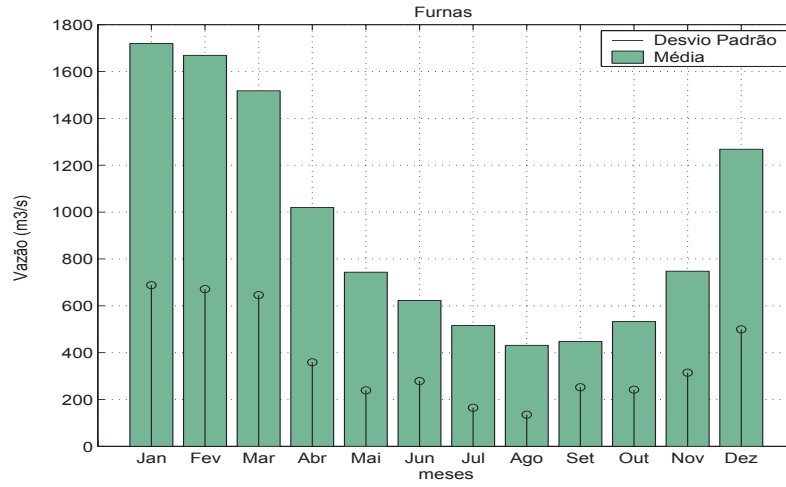


Figura 3.3: Média e Desvio Padrão Mensal para a Séries de Vazões de Furnas.

da variável aleatória pertencer a este intervalo, com  $\beta = 1/M$ . A figura 3.5 ilustra essa divisão, onde as separações entre os intervalos são denotadas por  $q_t^k$ , para  $k = 1, 2, \dots, M - 1$ .

- (ii) Supõem-se que a média de cada intervalo é o valor que representa a variável  $y_t$  no intervalo, exceto os extremos. Tais valores médios, representados na figura 3.5 como  $y_t^k$ ,  $k = 1, 2, \dots, M$ , são utilizados na programação dinâmica estocástica.

Da figura 3.5 ainda pode-se observar as seguintes propriedades:

$$\int_{-\infty}^{q_t^1} f(y_t) dy_t = \beta \quad (3.20)$$

$$\int_{-\infty}^{y_t^1} f(y_t) dy_t = \beta/2 \quad (3.21)$$

$$\int_{q_t^{M-1}}^{+\infty} f(y_t) dy_t = \beta \quad (3.22)$$

$$\int_{y_t^M}^{+\infty} f(y_t) dy_t = \beta/2 \quad (3.23)$$

### Função Densidade de Probabilidade de Transição de Estado

Conforme trabalhos realizados em hidrologia e ajuste de séries temporais para previsão de vazão média mensal, a função densidade de probabilidade que melhor se aproxima do comportamento do histórico de vazão afluente é a log-normal (Box & Jenkins 1994) (Yevjevich 1977), que é expressa da seguinte forma:

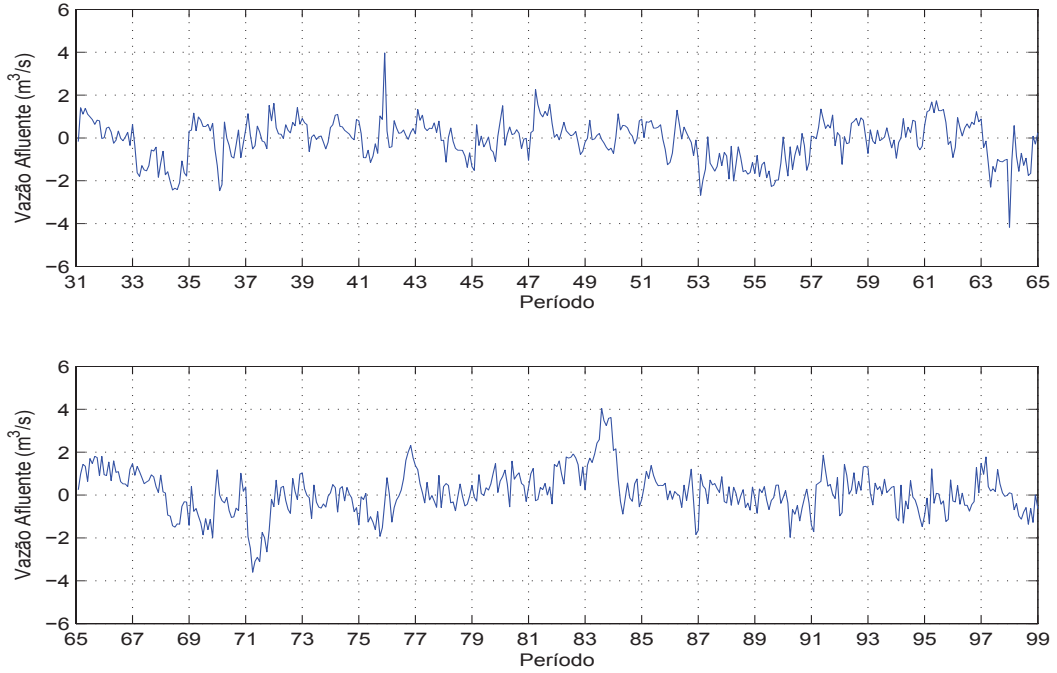


Figura 3.4: Série Estacionária Mensal de Furnas.

$$f(y) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma y}} e^{-(\ln(y)-\mu)^2/2\sigma^2} & \text{para } \sigma > 0, y \geq 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.24)$$

sendo  $\mu$  e  $\sigma$  representam a média e a variância dos valores da variável aleatória  $y$ , respectivamente.

A partir da função densidade de probabilidade  $f(y)$ , a probabilidade da variável aleatória  $y$  estar entre dois valores  $a$  e  $b$  é dada por:

$$P[a \leq y \leq b] = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma y}} e^{-(\ln(y)-\mu)^2/2\sigma^2} dy \quad (3.25)$$

Com a mudança de variáveis  $y' = \ln(y)$  e  $dy' = y^{-1}dy$ , a probabilidade  $P[.]$  pode ser escrita como:

$$P[a \leq y \leq b] = \int_{\ln(a)}^{\ln(b)} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-(y'-\mu)^2/2\sigma^2} dy' \quad (3.26)$$

$$P[a \leq y \leq b] = F\left(\frac{\ln(b) - \mu}{\sigma}\right) - F\left(\frac{\ln(a) - \mu}{\sigma}\right) \quad (3.27)$$

onde,  $F(w)$  representa a probabilidade da variável aleatória com distribuição normal  $N(0,1)$  assumir valor menor ou igual a  $w$  (Box & Jenkins 1994).

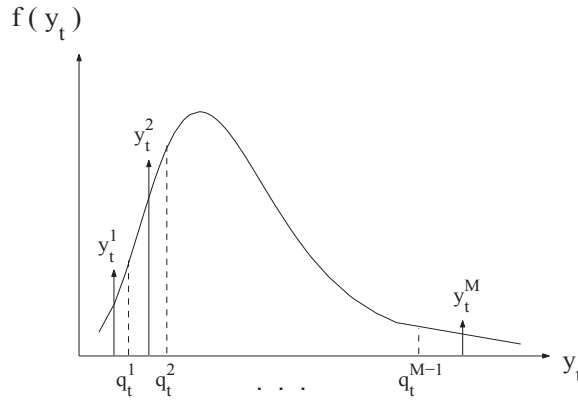


Figura 3.5: Função Densidade de Probabilidade para  $y_t$ .

Como o modelo adotado para representação da estocasticidade das vazões é de primeira ordem, a função densidade de probabilidade condicionada para o histórico de vazões pode ser escrita como:

$$f(y_t|y_{t-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(y_t - \mu_m)^2 / 2(\sigma_{tm})^2} \quad (3.28)$$

Sendo:

$\sigma_{tm} = \sigma_t \sqrt{(1 - \rho^2)}$ : desvio padrão da série de vazões condicionada;

$\mu_m = u_t + \rho \frac{\sigma_t}{\sigma_{t-1}} (y_{t-1} - \mu_{t-1})$ : média da série de vazões condicionada;

$\mu_t = E[y_t]$ : valor esperado de  $y_t$ ;

$\mu_{t-1} = E[y_{t-1}]$ : valor esperado de  $y_{t-1}$ ;

$\sigma_t^2 = V[y_t]$ : variância de  $y_t$ ;

$\sigma_{t-1}^2 = V[y_{t-1}]$ : variância de  $y_{t-1}$ ;

$\rho = E[(y_t - \mu_t)(y_{t-1} - \mu_{t-1})] / \sigma_t \sigma_{t-1}$  : coeficiente de correlação de  $y_t$  em relação ao período anterior.

### Matriz de Probabilidade de Transição de Estado

Uma vez discretizados os valores de  $y_t$ , podemos escrever uma matriz de probabilidade condicionada que fornece a probabilidade de ocorrência de uma vazão  $y_t$  dado que ocorreu uma vazão  $y_{t-1}$  no estágio anterior. Essa matriz, também chamada de matriz de probabilidade de transição de estado é obtida com base no modelo estocástico e a partir dela é que são determinadas as decisões ótimas de geração a cada estágio. Pode-se obter essa matriz da seguinte forma:

1. Dado um valor discretizado de vazão afluyente no estágio  $t - 1$ , representado por  $y_{t-1}$ , os parâmetros da função densidade de probabilidade condicionada  $f(y_t|y_{t-1})$  são calculados.
2. A  $j$ -ésima linha da matriz de probabilidade de transição é dada por:

$$P_t^{j,1} = \int_{-\infty}^{q_t^1} f(y_t|y_{t-1} = y_{t-1}^j) dy_t \quad (3.29)$$

$$P_t^{j,k} = \int_{q_t^{k-1}}^{q_t^k} f(y_t|y_{t-1} = y_{t-1}^j) dy_t \quad (3.30)$$

$$P_t^{j,M} = \int_{q_t^{M-1}}^{+\infty} f(y_t|y_{t-1} = y_{t-1}^j) dy_t \quad (3.31)$$

onde,  $P_t^{j,k}$  é a probabilidade de ocorrência da vazão afluyente  $y_t^k$  no estágio  $t$  dado que ocorreu  $y_{t-1}^j$  no estágio  $t - 1$ .

Utilizando-se o valor da probabilidade  $P_t^{j,k}$ , a equação recursiva (3.14) do modelo de PDE pode ser rescrita como:

$$F_t(x_t, y_{t-1}) = \min_{u_t, q_t} \left\{ \psi_t(D_t - P_t) + \sum_{k=1}^M P_t^{j,k} F_{t+1}(x_{t+1}, y_t) \right\} \quad (3.32)$$

A metodologia apresentada para a determinação da matriz de probabilidade de transição de estado foi utilizada em (Andrade Fo. 1986) e (Cruz Jr. 1998) e, os cálculos de  $P_t^{j,k}$  neste trabalho foram feitos por aproximações polinomiais (Abramowitz & Stegun 1972).



## Capítulo 4

# Melhorias Propostas para Programação Dinâmica Estocástica

Neste capítulo são descritas a forma como foi implementada a Programação Dinâmica Estocástica (PDE) aplicada ao problema do planejamento da operação energética e as melhorias feitas na implementação desta abordagem para redução de seu esforço computacional. As melhorias propostas viabilizaram a utilização de um modelo estocástico de segunda ordem na implementação da PDE.

### 4.1 Introdução

O crescimento exponencial do esforço computacional associado à PDE é uma limitação que pode tornar inviável a aplicação dessa abordagem para muitos problemas práticos (Haykin 2001), já que tais problemas podem demandar uma grande quantidade de variáveis de estado e isso acarreta um aumento considerável da exigência computacional. Essa limitação, no caso da PDE aplicada no tratamento do problema de planejamento energético, demandaria um esforço computacional muito grande para tratar, por exemplo, o problema com mais de uma usina ou utilizar modelos de ordem maior para representação da estocasticidade das vazões afluentes ao sistema.

Algumas melhorias podem ser feitas na implementação da PDE aplicada ao problema do planejamento da operação energética, com o objetivo de reduzir o esforço computacional e consequentemente o tempo de processamento dessa abordagem (Ventura & Martinez 2008)(Zambelli et al. 2006).

## 4.2 Considerações Sobre a Implementação da PDE

Para um dado estágio do horizonte de planejamento, o vertimento e o estado do reservatório no estágio seguinte são consequências do valor da variável de decisão ótima. A variável de decisão é discretizada no intervalo compreendido entre zero e o dobro do engolimento máximo dessa usina, e a variável de estado foi discretizada no intervalo entre os valores mínimo e máximo que determinam o volume útil do reservatório. Apesar de a equação (2.54) determinar uma restrição de valor mínimo de defluência, essa restrição é desconsiderada no processo de otimização e somente ao longo da simulação é que essa restrição é verificada e garantida.

Em cada estágio, para dados valores de defluência e vazão, o parâmetro das funções que calculam o engolimento máximo e a geração hidroelétrica, relativo à variável de estado no estágio  $t$ ,  $X_t$ , foi substituído por um valor médio entre  $X_t$  e o nível do reservatório no próximo estágio,  $X_{t+1}$ , obtido através da equação (4.1). Essa prática é adotada porque os níveis  $X_t$  e  $X_{t+1}$  são, respectivamente, os estados no início de um mês (estágio) e no final desse mês (início do estágio seguinte) de forma que, para representar o nível do reservatório ao longo do mês é razoável utilizar a média dos dois níveis.

$$X_{t_{medio}} = \frac{X_t + X_{t+1}}{2} \quad (4.1)$$

A função utilizada para representar o custo imediato  $\Psi_t(\cdot)$  de uma decisão para uma faixa de vazão  $y(t)$  é descrita na equação (4.2), sendo  $g_t$  a geração térmica complementar dada pela diferença entre a demanda  $d_t$  e a geração hidráulica  $h_t$  no estágio  $t$ .

$$\Psi_t(g_t) = \frac{1}{2}(d_t - h_t(x_t, q_t, s_t))^2 \quad (4.2)$$

O algoritmo da PDE aplicada ao problema de planejamento energético que foi implementado, é descrito resumidamente a seguir.

Sendo:

$t$ : a variável que representa o estágio corrente;

$T$ : a quantidade de estágios;

$x_t^k$ : a variável que representa o estado do reservatório no estágio  $t$  [ $hm^3$ ];

$x_{t+1}^k$ : a variável que representa o estado do reservatório no estágio  $t + 1$  [ $hm^3$ ];

$K$ : o número de estados discretizados do reservatório;

$y_{t-1}^j$ : a variável que representa a vazão afluyente em  $t - 1$  [ $m^3/s$ ];

$J$ : a quantidade de possíveis intervalos da vazão afluyente em  $t - 1$ ;

$y_t^i$ : a variável que representa a vazão afluyente em  $t$  [ $m^3/s$ ];

$I$ : a quantidade de possíveis intervalos da vazão afluyente em  $t$ ;

$u_t^z$ : a variável que representa a decisão no estágio  $t$  [ $m^3/s$ ];

$Z$ : o número de valores discretizados da variável de decisão;

$\gamma(u_t^z)$ : o custo médio da decisão  $u_t^z$  [MW];

$\tau$ : a constante usada para transformação de  $m^3/s$  para  $hm^3$ ;

$\Psi(g_t)$ : o custo da geração térmica  $g_t$  ocasionado pela decisão  $u_t^z$ ;

$p_{ij}$ : a probabilidade condicional da vazão  $y_t^i$  ocorrer no estágio  $t$  dado que no estágio  $t - 1$  tenha ocorrido a vazão  $y_{t-1}^j$ ;

$\alpha(\cdot)$ : o menor custo encontrado para um dado estágio, estado do reservatório e vazão no estágio anterior;

$u^*(\cdot)$ : a decisão ótima para um dado estágio, estado do reservatório e vazão no estágio anterior;

**Para** cada estágio  $t = T, \dots, 1$

**Para** cada estado  $x_t^k$ ,  $k = 1, \dots, K$

**Para** cada vazão afluente  $y_{t-1}^j$ ,  $j = 1, \dots, J$

**Para** cada decisão  $u_t^z$ ,  $z = 1, \dots, Z$

$$\gamma(u_t^z) = 0$$

**Para** cada vazão afluente  $y_t^i$ ,  $i = 1, \dots, I$

$$x_{t+1}^k = x_t^k + (y_t^i - u_t^z)\tau$$

$$\gamma(u_t^z) = \gamma(u_t^z) + [\Psi_t(g_t) + \alpha(t + 1, x_{t+1}^k, y_t^i)] \cdot p_{ij}$$

**Fim Para**

**Se**  $\gamma(u_t^z) < \alpha(t, x_t^k, y_{t-1}^j)$  **então**

$$\alpha(t, x_t^k, y_{t-1}^j) = \gamma(u_t^z)$$

$$u^*(t, x_t^k, y_{t-1}^j) = u_t^z$$

**Fim Se**

**Fim Para**

**Fim Para**

**Fim Para**

**Fim Para**

## 4.3 Melhorias Realizadas na Implementação da PDE

As duas estratégias que podem ser adotadas para reduzir o custo computacional da PDE aplicada ao problema do planejamento energético são:

- Evitar o recálculo de funções que demandam maior esforço computacional (por exemplo, o cálculo do engolimento máximo e da função de produção hidráulica da usina) (Ventura & Martinez 2008)

- Reduzir a dimensão da varredura do espaço da variável de decisão (Zambelli et al. 2006)(Ventura & Martinez 2008)

A aplicação da primeira estratégia é possível devido à natureza discreta das variáveis de estado e de decisão da PDE, enquanto a segunda baseia-se no comportamento da função de custo em relação à variável de decisão.

### 4.3.1 Estratégia Para Evitar o Recálculo das Funções Mais Dispendiosas

Tendo em vista que, neste trabalho, o cálculo do engolimento máximo de uma usina tem como parâmetro a média entre o nível do reservatório no estágio atual e no estágio seguinte, antes da execução da PDE é criada uma matriz bidimensional de engolimento máximo da usina, com colunas e linhas de ordem igual à quantidade de estados discretos para o nível do reservatório. Os índices dessa matriz correspondem aos índices do valor desses níveis discretizados, e o valor do engolimento máximo é calculado previamente para todas as possíveis combinações de níveis do reservatório discretizados. Dessa forma, o cálculo do engolimento máximo é substituído por uma consulta a essa matriz.

De forma similar, é criada uma matriz tridimensional de geração hidroelétrica e os valores de seus elementos também são previamente calculados. Essa matriz possui duas dimensões da mesma ordem que a quantidade de estados discretos para o nível do reservatório e a restante da mesma ordem que a quantidade de valores discretizados para a variável de decisão. Os índices de cada elemento da matriz são correspondentes ao índice do valor do nível do reservatório discretizado para um dado estágio, o índice para o estágio seguinte (já que a geração é calculada utilizando o valor médio desses dois níveis) e o índice do valor discretizado da variável de decisão. Assim, da mesma forma que acontece para o engolimento máximo, durante a execução da PDE o valor da geração é obtido consultando-se a matriz, dispensando-se os cálculos de geração ao longo das iterações do método.

### 4.3.2 Redução da Dimensão da Varredura do Espaço da Variável de Decisão

Para o problema do planejamento energético de sistemas hidrotérmicos, nas tabelas de decisão geradas na otimização, o valor da decisão ótima sempre aumentam à medida que o nível do reservatório da usina (que é um dos parâmetros que indexam a tabela de decisão de um mês) aumenta (Zambelli et al. 2006). Isso significa que, para um dado mês, é possível reduzir a varredura do espaço da variável de decisão iniciando a pesquisa a partir da decisão ótima para o estado anterior do reservatório.

Outra característica do problema é que, para um dado estado do nível do reservatório da usina, o custo total de um estágio, obtido através da soma do custo imediato com o custo futuro, é uma função convexa da decisão. Isso ocorre porque, à medida que a decisão aumenta, o custo imediato diminui até um dado valor e então começa a aumentar, enquanto o custo futuro cresce monotonicamente. Desta forma, uma vez atingido o mínimo da função custo total, o aumento da variável de decisão tem como consequência o aumento desse custo de operação, tornando desnecessária a varredura da variável de decisão a partir deste ponto. Isso faz com que o número de iterações da PDE diminua significativamente (neste trabalho é considerada iteração cada execução do loop mais interno do algoritmo da PDE, que é o loop para as faixas de vazão discretizadas de  $y(t)$ ).

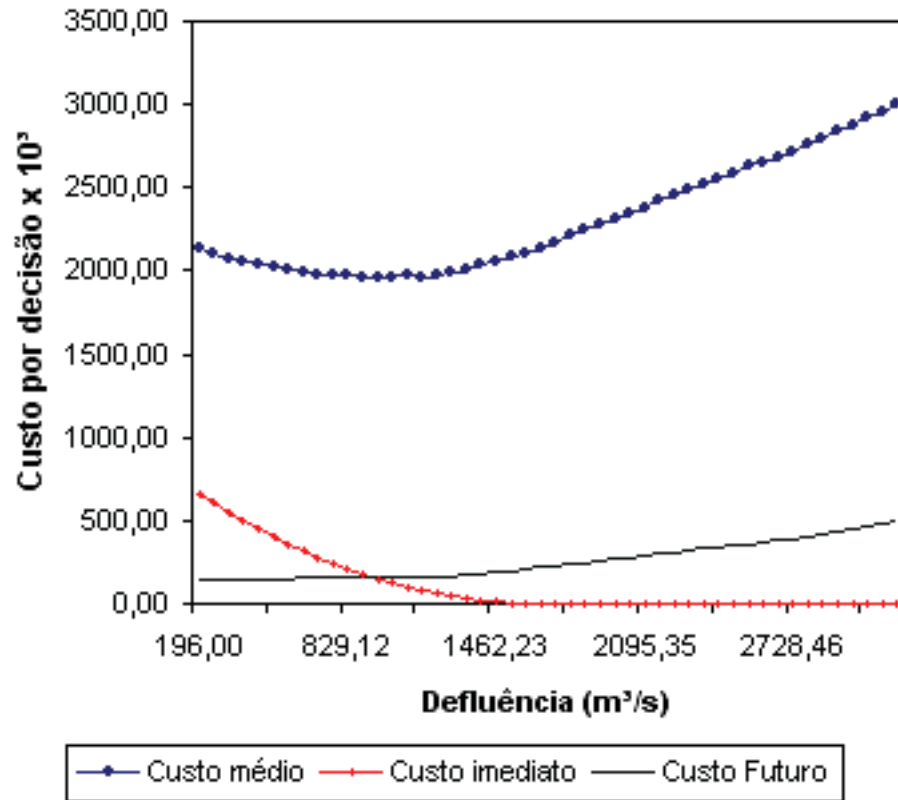


Figura 4.1: Curvas dos custos médio, imediato e futuro.

Sendo o valor do estado do reservatório para o estágio seguinte aproximado para um dos estados discretos do reservatório para o cálculo da geração e do engolimento máximo, isso torna possível a incidência de mínimos locais na função do custo total. Para superar esse problema, a pesquisa das decisões ótimas só é interrompida quando o custo total aumenta conjuntamente

com o custo imediato. Além disso, a pesquisa também é interrompida quando a decisão viola a restrição do valor mínimo do nível do reservatório. A Figura 4.1 mostra as curvas dos custos médio, imediato e futuro para a usina de Furnas no mês de maio, com o estado do reservatório equivalente a 80% do seu volume útil e considerando uma das faixas de vazões.

## 4.4 A PDE Utilizando um Modelo Estocástico de Ordem Superior

As melhorias propostas viabilizaram a utilização de um modelo de segunda ordem para representação da estocasticidade das vazões afluentes ao sistema na PDE. Dessa forma, o modelo que na versão padrão da PDE era Markoviano (a vazão  $y_t$  dependia apenas da vazão no estágio imediatamente anterior  $y_{t-1}$ ) passa então a considerar que a vazão  $y_t$  depende das vazões  $y_{t-1}$  e  $y_{t-2}$  dos dois estágios imediatamente anteriores a  $t$ .

O aumento da ordem do modelo estocástico significa que mais uma variável de estado deve ser considerada pela PDE e a probabilidade de transição de estado, que antes era dada por  $E_{y_t|y_{t-1}}$ , passa a ser  $E_{y_t|y_{t-1}, y_{t-2}}$ . O cálculo dessa probabilidade, conforme (Mujumdar & Nirmala 2006), pode ser realizado da seguinte forma:

$$E_{y_t|y_{t-1}, y_{t-2}} = \left( \frac{E_{y_t|y_{t-1}} \cdot E_{y_t|y_{t-2}}}{\sum_{y_t} E_{y_t|y_{t-1}} \cdot E_{y_t|y_{t-2}}} \right) \quad (4.3)$$

A seguir, é descrito resumidamente o algoritmo dessa versão da PDE aplicada ao problema de planejamento energético.

Sendo:

$t$ : a variável que representa o estágio corrente;

$T$ : a quantidade de estágios;

$x_t^k$ : a variável que representa o estado do reservatório no estágio  $t$  [ $hm^3$ ];

$x_{t+1}^k$ : a variável que representa o estado do reservatório no estágio  $t + 1$  [ $hm^3$ ];

$K$ : o número de estados discretizados do reservatório;

$y_{t-2}^l$ : a variável que representa a vazão afluente em  $t - 2$  [ $m^3/s$ ];

$L$ : a quantidade de possíveis intervalos da vazão afluente em  $t - 2$ ;

$y_{t-1}^j$ : a variável que representa a vazão afluente em  $t - 1$  [ $m^3/s$ ];

$J$ : a quantidade de possíveis intervalos da vazão afluente em  $t - 1$ ;

$y_t^i$ : a variável que representa a vazão afluente em  $t$  [ $m^3/s$ ];

$I$ : a quantidade de possíveis intervalos da vazão afluyente em  $t$ ;  
 $u_t^z$ : a variável que representa a decisão no estágio  $t$  [ $m^3/s$ ];  
 $Z$ : o número de valores discretizados da variável de decisão;  
 $\gamma(u_t^z)$ : o custo médio da decisão  $u_t^z$  [MW];  
 $\tau$ : a constante usada para transformação de  $m^3/s$  para  $hm^3$ ;  
 $\Psi(g_t)$ : o custo da geração térmica  $g_t$  ocasionado pela decisão  $u_t^z$ ;  
 $p_{ijl}$ : a probabilidade condicional da vazão  $y_t^i$  ocorrer no estágio  $t$  dado que no estágio  $t - 1$  tenha ocorrido a vazão  $y_{t-1}^j$  e no estágio  $t - 2$  tenha ocorrido a vazão  $y_{t-2}^l$ ;  
 $\alpha(\cdot)$ : o menor custo encontrado para um dado estágio, estado do reservatório e vazão no estágio anterior;  
 $u^*(\cdot)$ : a decisão ótima para um dado estágio, estado do reservatório e vazão no estágio anterior;

**Para** cada estágio  $t = T, \dots, 1$

**Para** cada estado  $x_t^k$ ,  $k = 1, \dots, K$

**Para** cada vazão afluyente  $y_{t-2}^l$ ,  $l = 1, \dots, L$

**Para** cada vazão afluyente  $y_{t-1}^j$ ,  $j = 1, \dots, J$

**Para** cada decisão  $u_t^z$ ,  $z = 1, \dots, Z$

$$\gamma(u_t^z) = 0$$

**Para** cada vazão afluyente  $y_t^i$ ,  $i = 1, \dots, I$

$$x_{t+1}^k = x_t^k + (y_t^i - u_t^z)\tau$$

$$\gamma(u_t^z) = \gamma(u_t^z) + [\Psi_t(g_t) + \alpha(t+1, x_{t+1}^k, y_t^i, y_{t-1}^j)].p_{ijl}$$

**Fim Para**

**Se**  $\gamma(u_t^z) < \alpha(t, x_t^k, y_{t-1}^j, y_{t-2}^l)$  **então**

$$\alpha(t, x_t^k, y_{t-1}^j, y_{t-2}^l) = \gamma(u_t^z)$$

$$u^*(t, x_t^k, y_{t-1}^j, y_{t-2}^l) = u_t^z$$

**Fim Se**

**Fim Para**

**Fim Para**

**Fim Para**

**Fim Para**

**Fim Para**

# Capítulo 5

## Resultados Obtidos

Neste capítulo são apresentadas as características das usinas hidroelétricas adotadas para os estudos, as considerações sobre a influência da linearidade no problema do planejamento da operação energética, a descrição dos testes que foram realizados e os resultados obtidos. São feitas comparações dos resultados entre a Programação Dinâmica Estocástica (PDE) e suas implementações com melhorias com relação ao tempo de processamento e comparando as soluções da PDE com um modelo de representação da estocasticidade das vazões afluentes de primeira e de segunda ordem.

### 5.1 Considerações Sobre os Estudos Realizados

Nos estudos realizados foi considerada a operação isolada das usinas hidroelétricas de Furnas, no rio Grande, Emborcação, no rio Paranaíba, e Sobradinho, no rio São Francisco. O horizonte de planejamento adotado nos testes é de 708 meses e são utilizados dados históricos de vazões afluentes às usinas no período de maio de 1931 até maio de 1990. As principais características operacionais das usinas consideradas são apresentadas nas tabelas 5.1, 5.2, 5.3.

Tabela 5.1: Dados das Usinas Hidroelétricas.

| Usina      | Capacidade<br>Instalada<br>(MW) | Volume<br>Útil<br>( $hm^3$ ) | Defluência<br>min/max<br>( $hm^3$ /mês) |
|------------|---------------------------------|------------------------------|-----------------------------------------|
| Furnas     | 1312                            | 17217                        | 515/4446                                |
| Emborcação | 1192                            | 12521                        | 202/2754                                |
| Sobradinho | 1050                            | 28669                        | 3416/11242                              |



Tabela 5.2: Características das Usinas Hidroelétricas.

| Usinas     | $k \left( \frac{MW}{(m^3/s)m} \right)$ | $pc \text{ (m)}$ | $c \text{ (\%)}$ |
|------------|----------------------------------------|------------------|------------------|
| Furnas     | 0.008633                               | $c \cdot h_b$    | 1.09             |
| Emborcação | 0.008731                               | $c \cdot h_b$    | 1.27             |
| Sobradinho | 0.009025                               | $c$              | 0.50             |

Tabela 5.3: Características do Conjunto Turbina/Gerador.

| Usinas     | Número de Conjuntos<br>$N_c$ | Tipo da Turbina $j$<br>$Tipo_j$ | Número de Unidades<br>$N_j$ | Altura Efetiva<br>$h_{ef_j} \text{ (m)}$ | Engolimento Efetivo<br>$q_{ef_j} \text{ (m}^3/\text{s)}$ | Potência Efetiva<br>$p_{ef_j} \text{ (MW)}$ |
|------------|------------------------------|---------------------------------|-----------------------------|------------------------------------------|----------------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| Furnas     | 2                            | Francis                         | 2                           | 89.30                                    | 213                                                      | 164                                         |
| Emborcação | 1                            | Francis                         | 4                           | 130.30                                   | 262                                                      | 298                                         |
| Sobradinho | 1                            | Francis                         | 6                           | 27.2                                     | 713                                                      | 175                                         |

Na tabela 5.4 são apresentados os coeficientes  $a_i$  e  $b_i$  dos polinômios  $\phi(\cdot)$  e  $\theta(\cdot)$ , respectivamente, o valor da constante  $k$ , dada em  $\left( \frac{MW}{(m^3/s)m} \right)$ , e a perda de carga média, em metros, para as usinas selecionadas.

Tabela 5.4: Características da Função de Geração das Usinas.

|       | Furnas                    | Emborcação                | Sobradinho                |
|-------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| $a_0$ | $7.3525 \times 10^2$      | $5.6809 \times 10^2$      | $3.7418 \times 10^2$      |
| $a_1$ | $3.4966 \times 10^3$      | $1.4506 \times 10^{-2}$   | $1.3967 \times 10^{-3}$   |
| $a_2$ | $-1.9744 \times 10^{-7}$  | $-1.2028 \times 10^{-6}$  | $-5.3516 \times 10^{-8}$  |
| $a_3$ | $6.9170 \times 10^{-12}$  | $5.8303 \times 10^{-11}$  | $1.1599 \times 10^{-12}$  |
| $a_4$ | $-9.7736 \times 10^{-17}$ | $-1.1245 \times 10^{-15}$ | $-9.5459 \times 10^{-18}$ |
| $b_0$ | $6.7163 \times 10^2$      | $5.1977 \times 10^2$      | $3.5893 \times 10^2$      |
| $b_1$ | $3.8713 \times 10^6$      | $1.5208 \times 10^{-5}$   | $1.1492 \times 10^{-5}$   |
| $b_2$ | $-2.6059 \times 10^{-12}$ | $-1.5908 \times 10^{-11}$ | $-1.1125 \times 10^{-11}$ |
| $b_3$ | $1.3847 \times 10^{-18}$  | $1.2913 \times 10^{-17}$  | $5.8487 \times 10^{-18}$  |
| $b_4$ | 0.0                       | $-3.6995 \times 10^{-24}$ | $-1.1379 \times 10^{-24}$ |
| $k$   | 0.008633                  | 0.008731                  | 0.009025                  |
| $h_p$ | 0.00981                   | 0.0165481                 | 0.001360                  |

## 5.2 Considerações Sobre a Influência da Linearidade no Problema

Para os estudos realizados acerca da linearidade foi utilizada para solução do problema a Programação Dinâmica Determinística (PDD), versão determinística da Programação Dinâmica, com o intuito de evitar qualquer influência do modelo estocástico nos resultados dos testes realizados.

Os testes foram realizados considerando os seguintes casos:

- PDD utilizando funções de custo operacional e de produção hidráulica não lineares,
- PDD utilizando funções de custo operacional linear e de produção hidráulica não linear,
- PDD utilizando funções de custo operacional não-linear e de produção hidráulica linear.

O custo operacional  $\psi_t(\cdot)$ , tal como apresentado em (5.1), representa o custo mínimo de geração complementar a partir de recursos não hidráulicos. Para verificar a influência da linearidade da função custo na solução do problema de planejamento energético, os estudos realizados substituem a função convexa  $\psi_t(\cdot)$  por uma aproximação linear  $\psi_t^*(\cdot)$  conforme descrito na equação (5.2).

$$\psi_t = (d_t - h_t(x_t, q_t, s_t))^2 \quad (5.1)$$

$$\psi_t^* = (d_t - h_t(x_t, q_t, s_t)) \quad (5.2)$$

A função de produção hidráulica, que permite quantificar a geração de energia de uma usina, pode ser escrita como na equação (5.3). Para verificar a influência da linearidade da função de produção hidráulica na solução do problema de planejamento energético, os estudos realizados a substituem por uma aproximação descrita na equação (5.4).

$$h_t(x_t, q_t, s_t) = k \cdot (\phi(x_t) - \theta(q_t + s_t) - pc) \cdot q_t \quad [MW] \quad (5.3)$$

$$h_t^*(x_t, q_t, s_t) = \eta_{med} \cdot q_t \quad (5.4)$$

onde,  $\eta_{med}$  representa a produtibilidade média da usina.

### 5.2.1 Análise dos Resultados

Para o período de 60 anos que foi considerado, as tabelas 5.5, 5.6 e 5.7 apresentam valores de geração hidroelétrica média (MW médios) e desvio padrão da geração obtidos para as usinas de Furnas, Emborcação e Sobradinho respectivamente.

Tabela 5.5: Estatísticas de Geração Hidroelétrica - Furnas.

|                             | Médio ( $\overline{MW}$ ) | Desvio Padrão |
|-----------------------------|---------------------------|---------------|
| PDD                         | 736,52                    | 166,02        |
| PDD - Função Custo Linear   | 751,29                    | 380,42        |
| PDD - Função Geração Linear | 705,27                    | 139,69        |

Tabela 5.6: Estatísticas de Geração Hidroelétrica - Emborcação.

|                             | Médio ( $\overline{MW}$ ) | Desvio Padrão |
|-----------------------------|---------------------------|---------------|
| PDD                         | 555,10                    | 130,03        |
| PDD - Função Custo Linear   | 568,05                    | 351,33        |
| PDD - Função Geração Linear | 512,40                    | 84,84         |

Tabela 5.7: Estatísticas de Geração Hidroelétrica - Sobradinho.

|                             | Médio ( $\overline{MW}$ ) | Desvio Padrão |
|-----------------------------|---------------------------|---------------|
| PDD                         | 652,44                    | 145,89        |
| PDD - Função Custo Linear   | 667,22                    | 237,62        |
| PDD - Função Geração Linear | 610,67                    | 144,57        |

De acordo com os resultados apresentados nas tabelas 5.5 a 5.7, a abordagem de PDD com custo linear apresentou médias de geração hidroelétrica aproximadamente 2% maiores que a PDD com função de custo e de produção hidráulica não linear, além de um desvio padrão na geração mais alto. O desvio padrão da solução indica flutuações na geração hidroelétrica ao longo do horizonte de planejamento.

Já a abordagem da PDD com função de produção hidráulica linear apresentou médias de geração hidroelétrica menores que a PDD com função de custo e de produção hidráulica não linear. As diferenças foram de aproximadamente 4% no caso de Furnas, 6% para Emborcação e 7% no caso de Sobradinho.

Para ilustrar o comportamento das diferentes soluções, as trajetórias de volume útil (%) e defluência ( $m^3/s$ ) da usina hidroelétrica de Furnas, fornecidas pela PDD na década de 50, foram consideradas. A década de 50 foi selecionada do período histórico total considerado na otimização, por conter o período crítico do sistema. Períodos secos são aqueles com os custos

operacionais mais elevados e riscos de cortes, sendo por isso considerados os mais importantes do período de planejamento. Dados mensais de hidrologia ( $m^3/s$ ) referentes a esta década são apresentados na figura 5.1. As figuras 5.2, 5.3 e 5.4 referem-se as abordagens de PDD com função de custo e de produção hidráulica não linear, PDD com custo linear e PDD com função de produção hidráulica linear, respectivamente, sendo maio o mês inicial de operação.

De acordo com as trajetórias apresentadas na figura 5.3, podemos observar que a função de custo linear provoca no sistema maiores variações na defluência, quando comparada com o caso do custo não linear (figura 5.2), já que o custo varia de forma linear com a complementação térmica. Neste caso, o nível de armazenamento da usina se manteve em 100% de seu volume útil durante mais de 80% do período, estando acima de 80% do volume útil da usina durante todo o período considerado, caracterizando uma solução muito próxima da solução fio d'água.

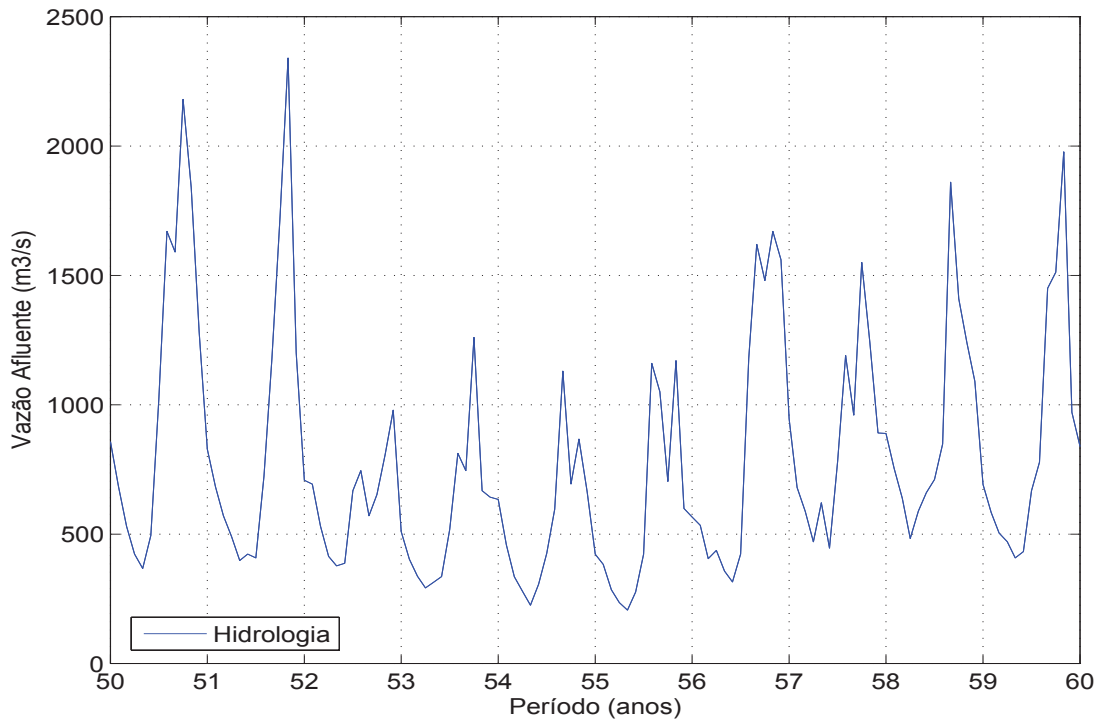


Figura 5.1: Hidrologia de Furnas - Década de 50.

Por outro lado, a função de produção hidráulica linear (figura 5.4), favorece o deplecionamento do reservatório. Neste caso o efeito de cota montante do reservatório passa a ser muito pequeno. O reservatório de Furnas chega mesmo a ficar vazio no período em que a disponibilidade de água foi escassa. Períodos de baixa afluência são aqueles de maiores custos operacionais e maiores riscos de déficit e, portanto, são os mais críticos e importantes no planejamento energético. Menores níveis de armazenamento implicam em menor produtividade da usina. Vale ressaltar que a década de 50 caracteriza-se por um período de baixas afluências, onde ocorrem

os maiores custos operacionais e maiores riscos de déficit. Pouca variação na defluência da usina é verificada neste caso, sendo a demanda atendida pela variação de deplecionamento no reservatório.

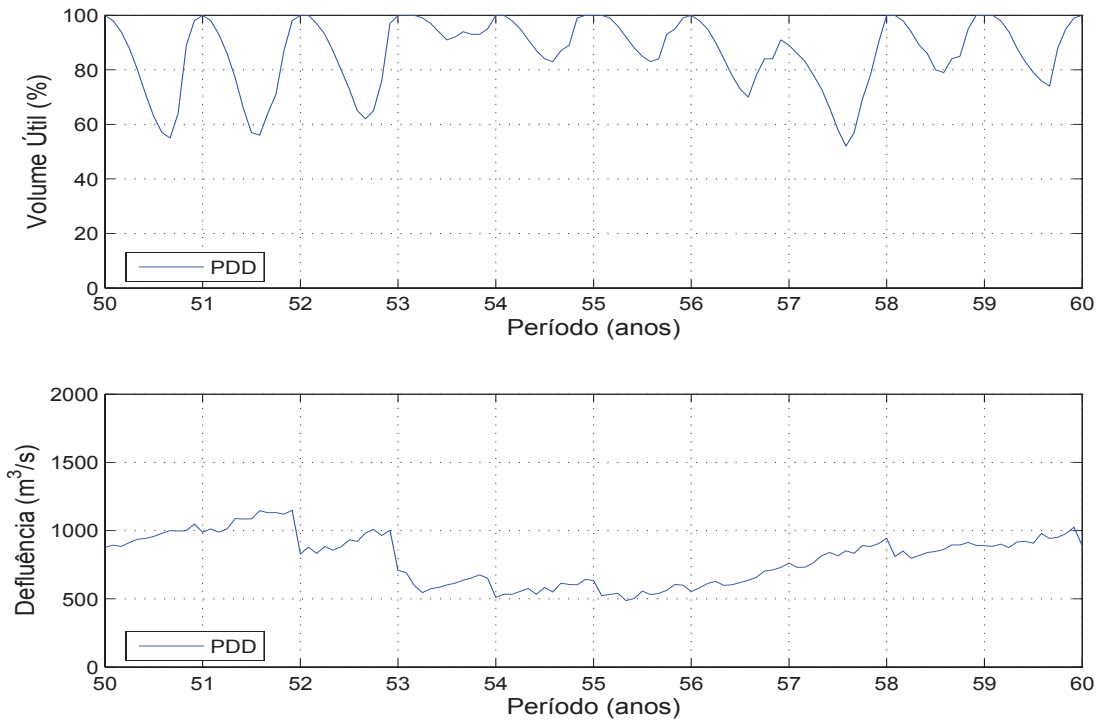


Figura 5.2: Trajetórias de Volume e Defluência - PDD.

As figuras 5.6, 5.7 e 5.8 apresentam as trajetórias ótimas de volume útil (%) e defluência ( $m^3/s$ ) obtidas na otimização com PDD com função de custo e de produção hidráulica não linear, PDD com função custo linear, e com a função de produção hidráulica linear, respectivamente, no período de 1980 a 1990. Este período corresponde a um período de aflúências altas do histórico de vazões.

O mesmo comportamento da solução ótima, em relação a linearidade das funções custo e produção hidráulica, é verificado neste caso, onde a condição hidrológica é bastante favorável. De uma forma geral, com a linearização o problema de planejamento energético tende a uma solução com grande variações na geração hidroelétrica, levando o sistema a baixos níveis de armazenamento durante grande parte do período considerado, como pode ser observado nas figuras 5.6 a 5.8.

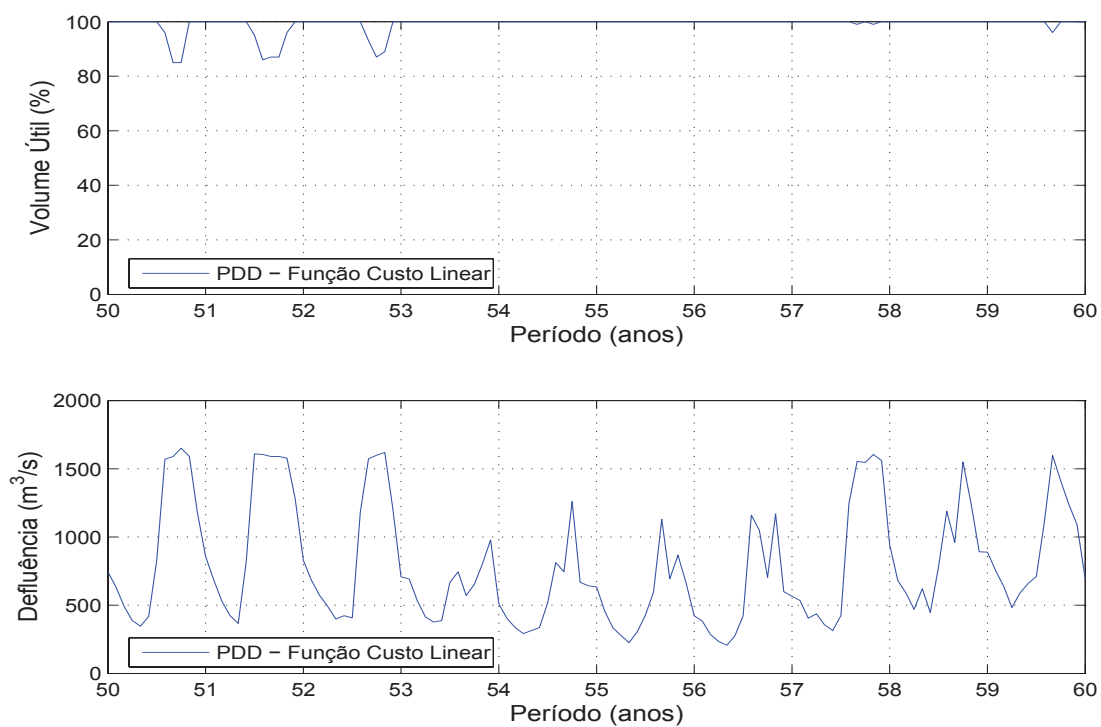


Figura 5.3: Trajetórias de Volume e Defluência - PDD Custo Linear.

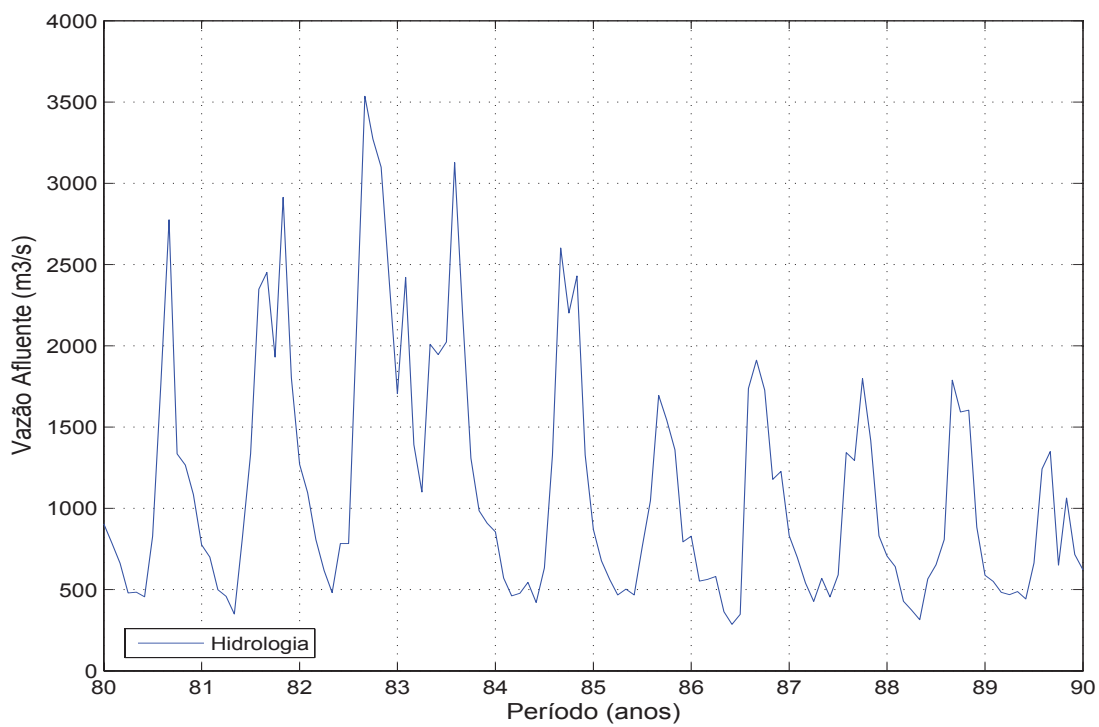


Figura 5.5: Hidrologia de Furnas - Década de 50.

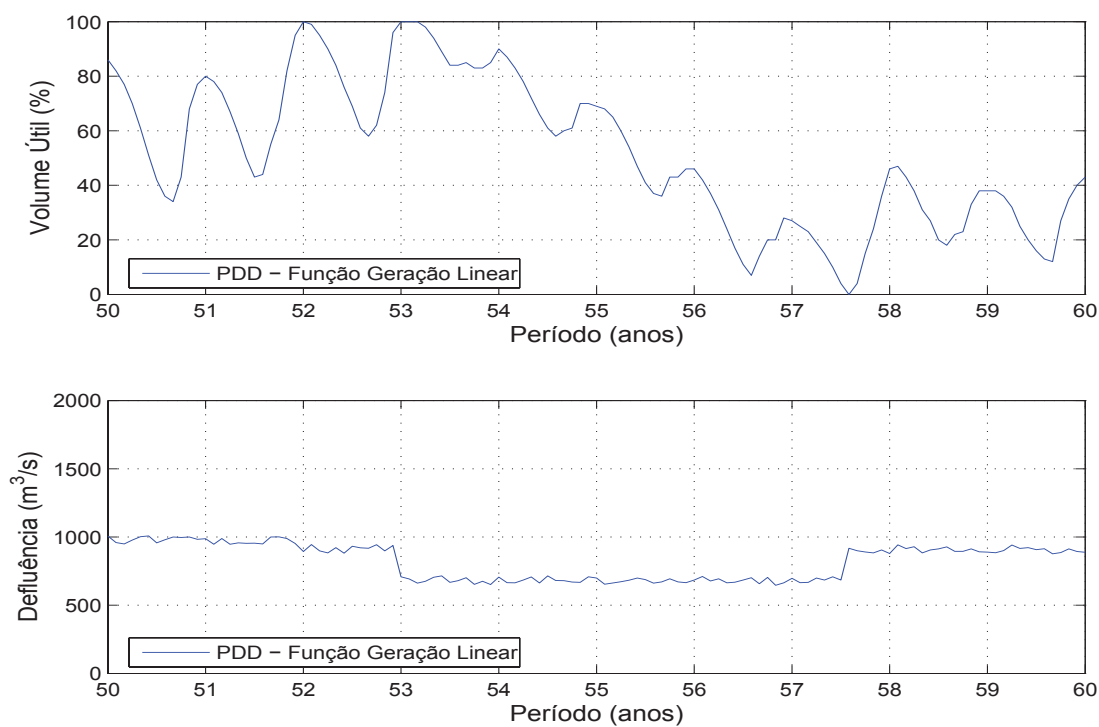


Figura 5.4: Trajetórias de Volume e Defluência - PDD Geração Linear.

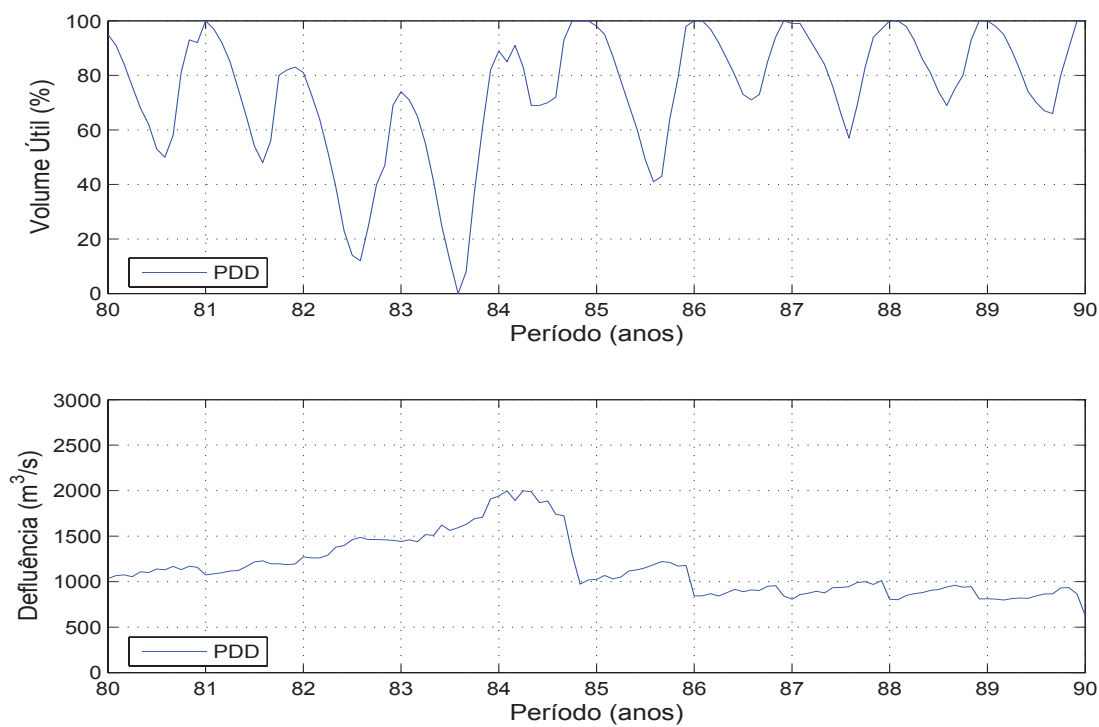


Figura 5.6: Trajetórias de Volume e Defluência - PDD.

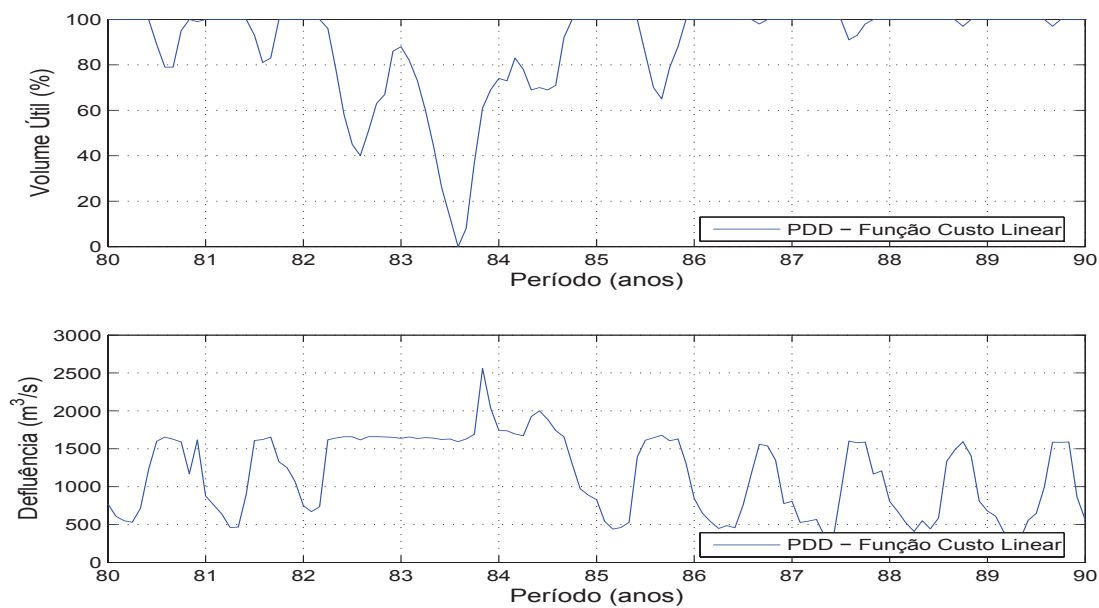


Figura 5.7: Trajetórias de Volume e Defluência - PDD Custo Linear.

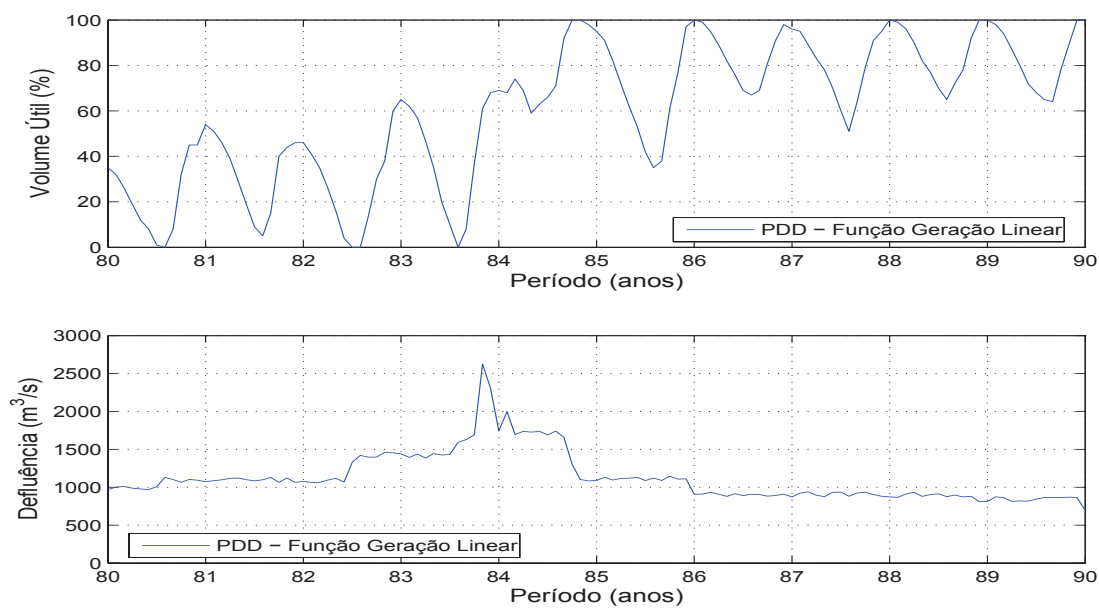


Figura 5.8: Trajetórias de Volume e Defluência - PDD Geração Linear.



## 5.3 Considerações Sobre a PDE Implementada

Antes de iniciar o processo de otimização com a PDE, é necessário ajustar a função de distribuição de probabilidades associadas às vazões afluentes considerando a distribuição lognormal e utilizando o histórico de vazões de 708 meses, que compreende o período de 1931 até 1990. Os valores das médias mensais dessas vazões são discretizados em 10 faixas e tanto a variável de decisão quanto a de estado são discretizadas em 100 valores. A demanda de geração para cada um dos estágios foi admitida como a potência instalada da usina. O custo futuro associado ao último estágio é considerado nulo, e um horizonte de 10 anos (120 estágios) é utilizado pelo método, com o intuito de tornar desprezível a influência desse custo nulo ao longo dos estágios anteriores.

Com a tabela de decisões ótimas obtida na fase de otimização com a PDE, é realizada uma simulação admitindo o estado inicial do reservatório igual ao seu valor máximo, usando valores reais do histórico de vazões. O simulador utilizado, além de garantir que as restrições envolvidas no problema não serão violadas, implementa estratégias para, quando for possível, armazenar ou turbinar eventuais vertimentos. Com base no resultado dessas simulações realizadas é que serão apresentadas algumas comparações das soluções obtidas nos testes executados com a PDE.

Para a implementação da PDE, foi adotada a linguagem de programação Java da Sun Microsystems® e a arquitetura de hardware utilizada possui um processador Intel® Core™2 Duo de 2 GHz e 1 GB de memória RAM, rodando sobre o sistema operacional Microsoft® Windows XP™2.

### 5.3.1 Redução do Custo Computacional

Para o cálculo prévio das funções de geração e de engolimento máximo, visando implementar a melhoria proposta na seção 4.3.1, o tempo dispendido foi de 2 segundos. Na tabela 5.8, são apresentados os resultados obtidos para as três usinas adotadas, utilizando o algoritmo padrão da PDE sem implementar nenhuma das melhorias propostas neste trabalho. Os resultados para a PDE implementando a estratégia de não recalcular as funções de geração hidroelétrica e engolimento máximo são mostrados na tabela 5.9. Na tabela 5.10, são apresentados os resultados para a PDE implementando essa estratégia aprimorada com a redução da dimensão da varredura do espaço da variável de decisão.

Tabela 5.8: Resultados obtidos utilizando o algoritmo padrão da PDE.

| Usina      | Quantidade de iterações | Tempo de execução (s) | Geração Média (MW) |
|------------|-------------------------|-----------------------|--------------------|
| Furnas     | 120000000               | 1372                  | 1309,35            |
| Emborcação | 120000000               | 1186                  | 1176,46            |
| Sobradinho | 120000000               | 1096                  | 1048,96            |

Tabela 5.9: PDE sem recalculas as funções de geração e engolimento máximo

| Usina      | Quantidade de iterações | Tempo de execução (s) | Geração Média (MW) |
|------------|-------------------------|-----------------------|--------------------|
| Furnas     | 120000000               | 13                    | 1309,45            |
| Emborcação | 120000000               | 13                    | 1176,46            |
| Sobradinho | 120000000               | 13                    | 1042,33            |

Tabela 5.10: PDE sem recalculas as funções e com redução do espaço de decisão.

| Usina      | Quantidade de iterações | Tempo de execução (s) | Geração Média (MW) |
|------------|-------------------------|-----------------------|--------------------|
| Furnas     | 35047650                | 4                     | 1309,45            |
| Emborcação | 41039960                | 5                     | 1176,46            |
| Sobradinho | 33220860                | 4                     | 1042,33            |

Os resultados obtidos não apontam mudanças significativas na tabela de decisão. Isso é evidenciado pelo valor da diferença entre as médias da geração hidroelétrica das simulações realizadas, apresentadas nas tabelas 5.8, 5.9 e 5.10. Nos testes realizados utilizando o algoritmo da PDE evitando recalculas as funções de geração hidroelétrica e engolimento máximo, apesar de a quantidade de iterações ser a mesma do algoritmo padrão da PDE, houve uma redução de tempo de processamento em torno de 99,05%. Utilizando o algoritmo da PDE sem recalculas as funções de geração hidroelétrica e engolimento máximo e com a redução da dimensão da

varredura do espaço da variável de decisão, a quantidade de iterações chegou a ser reduzida, aproximadamente 72,32% e a redução do tempo de processamento foi em torno de 99,71%, comparado ao tempo dispendido pelo algoritmo padrão da PDE.

## 5.4 Resultados obtidos utilizando um modelo estocástico de segunda ordem

O uso de um modelo estocástico de segunda ordem, que exige o acréscimo de uma variável de estado à PDE, resulta em um aumento de 1200000000 iterações para 12000000000. Comparando o resultado da simulação da PDE padrão com essa PDE baseada em um modelo de ordem superior, percebe-se um uso mais eficaz da água armazenada no reservatório, sobretudo nos períodos críticos do planejamento, além de apresentar média de geração superior à média de geração obtida com a PDE padrão e com um desvio padrão significativamente menor conforme pode ser notado ao se comparar as tabelas 5.11 e 5.13.

Tabela 5.11: PDE utilizando um modelo markoviano.

| Usina      | Desvio padrão | Geração Média (MW) |
|------------|---------------|--------------------|
| Furnas     | 20,83         | 1309,45            |
| Emborcação | 31,17         | 1176,46            |
| Sobradinho | 58,51         | 1042,33            |

Tabela 5.12: PDE utilizando um modelo markoviano com melhorias propostas no capítulo 4.

| Usina      | Quantidade de iterações | Tempo de execução (s) |
|------------|-------------------------|-----------------------|
| Furnas     | 33981920                | 4                     |
| Emborcação | 40471970                | 5                     |
| Sobradinho | 32482170                | 4                     |

Nas tabelas 5.12 e 5.14 é comparado o percentual de redução do número de iterações usando as duas implementações da PDE e é mostrado também a quantidade de tempo gasto no processamento, o que evidencia a “*maldição da dimensionalidade*” citada no capítulo 3. Comparando

Tabela 5.13: PDE utilizando um modelo estocástico de 2ª ordem.

| Usina      | Desvio<br>padrão | Geração<br>Média<br>(MW) |
|------------|------------------|--------------------------|
| Furnas     | 3,62             | 1319,94                  |
| Emborcação | 21,88            | 1189,30                  |
| Sobradinho | 54,38            | 1053,68                  |

Tabela 5.14: PDE utilizando um modelo de 2ª ordem com melhorias propostas no capítulo 4.

| Usina      | Quantidade<br>de iterações | Tempo de<br>execução<br>(s) |
|------------|----------------------------|-----------------------------|
| Furnas     | 353227250                  | 383                         |
| Emborcação | 421666260                  | 457                         |
| Sobradinho | 330078630                  | 345                         |

as tabelas 5.11 e 5.13, pode-se notar que os resultados obtidos com a PDE baseada no modelo estocástico de segunda ordem apresentam gerações médias maiores e desvio padrão mais baixos do que a PDE baseada no modelo de primeira ordem. As gerações médias foram aproximadamente 0.8%, 1.08% e 1.08% maiores e o desvio padrão reduzido em aproximadamente 82.62%, 30% e 7%, respectivamente, para as usinas de Furnas, Emborcação e Sobradinho. Esse aumento da geração média e a redução do desvio padrão leva o sistema a menores custos operacionais.

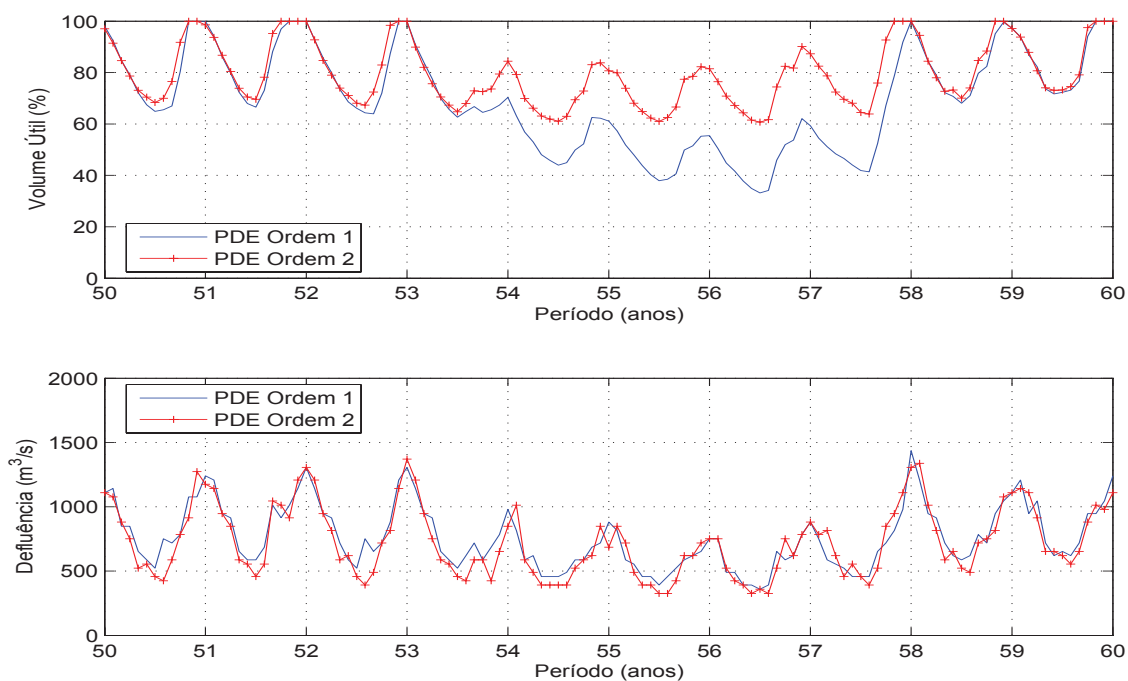


Figura 5.9: Resultado das simulações da usina de Furnas para a década de 50.

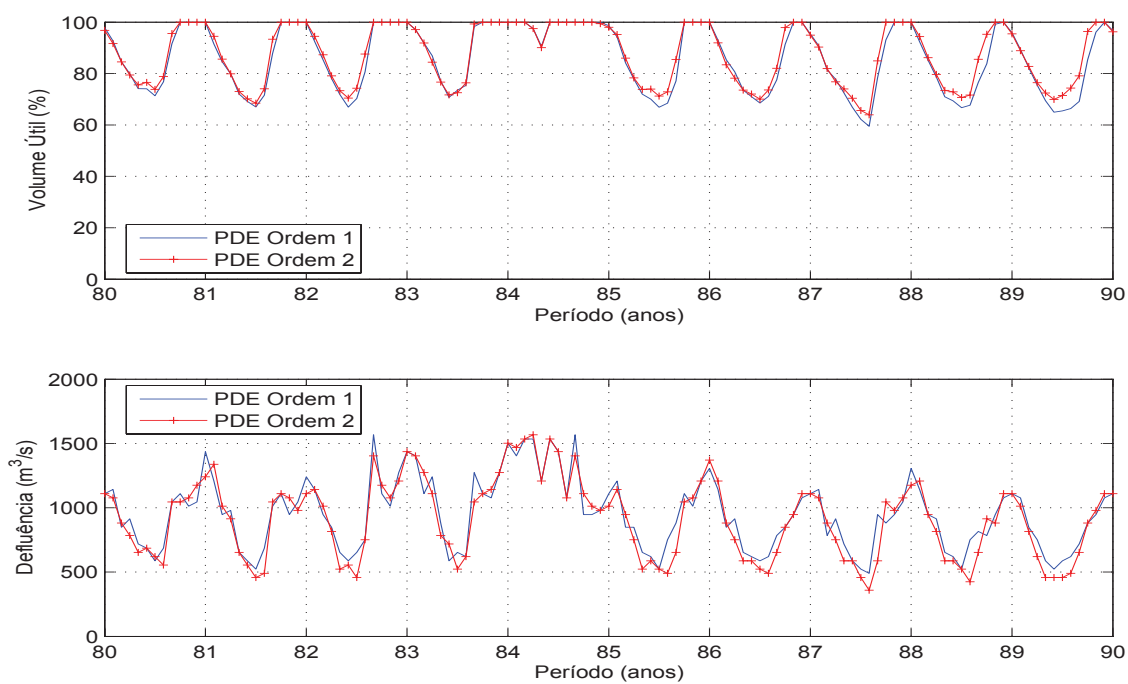


Figura 5.10: Resultado das simulações da usina de Furnas para a década de 80.

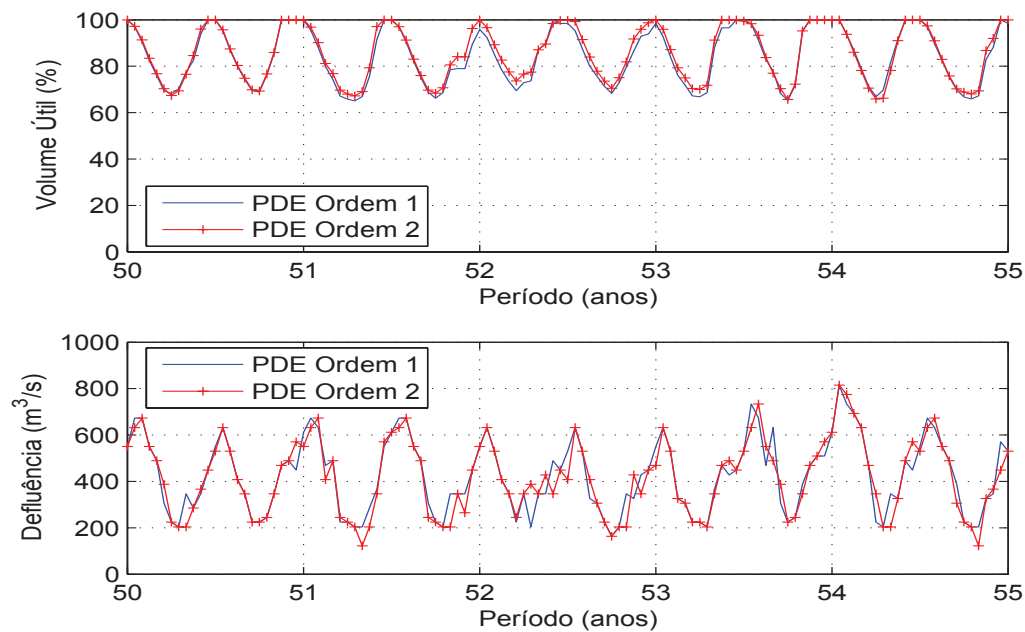


Figura 5.11: Resultado das simulações da usina de Emborcação para a década de 50.

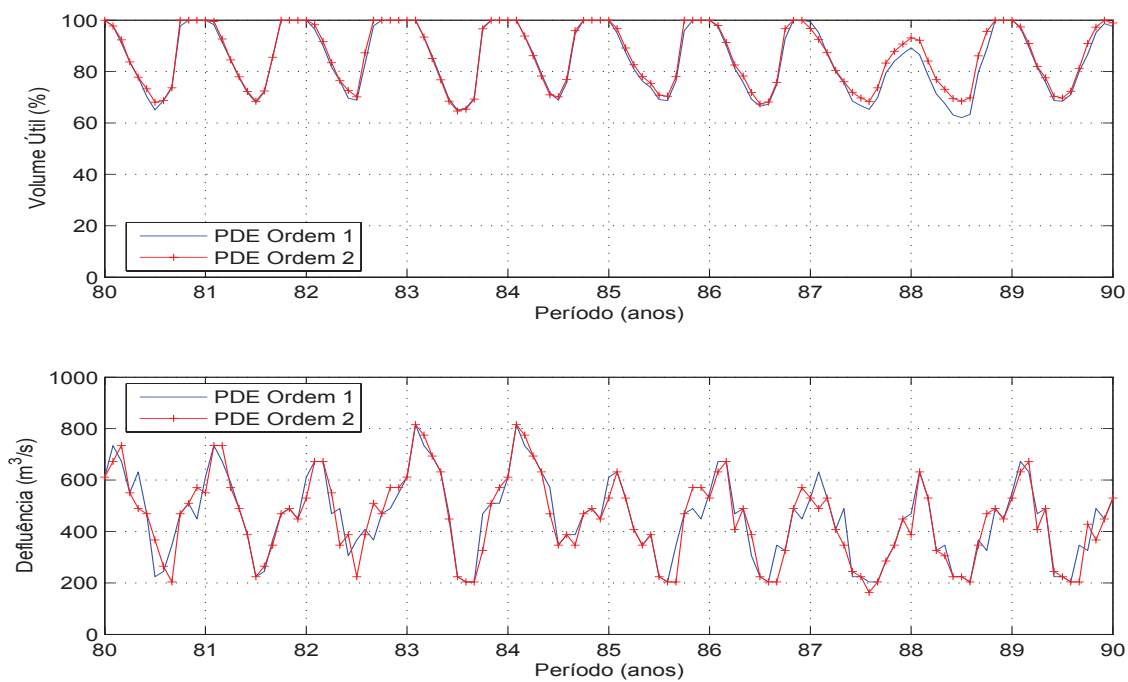


Figura 5.12: Resultado das simulações da usina de Emborcação para a década de 80.

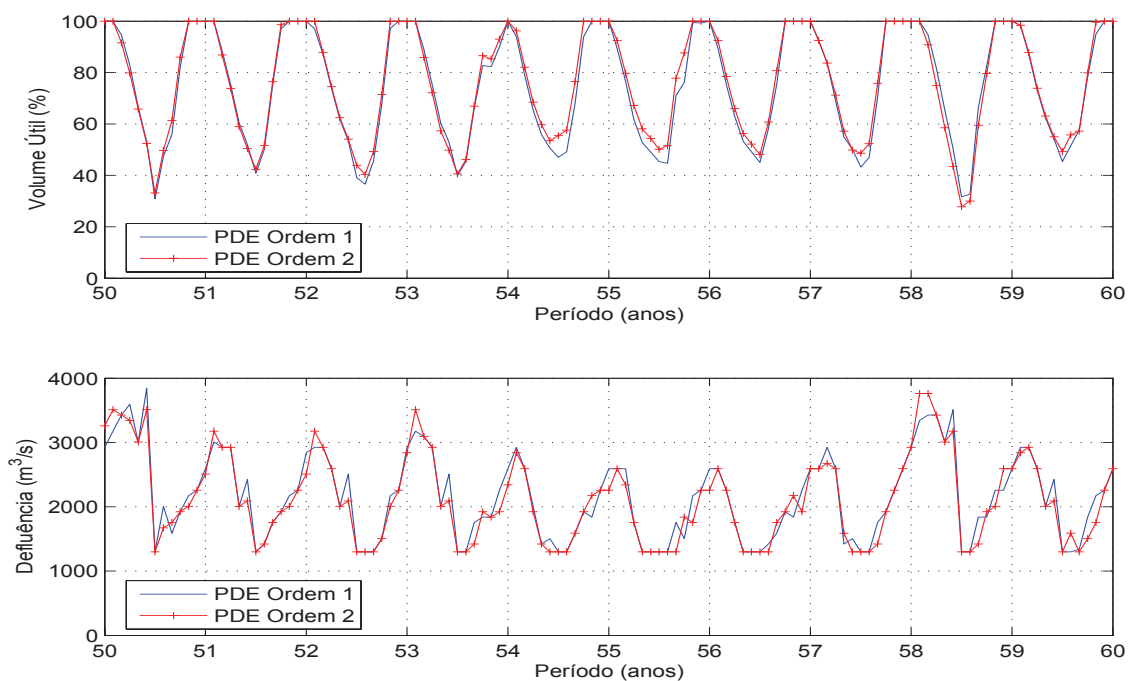


Figura 5.13: Resultado das simulações da usina de Sobradinho para a década de 50.

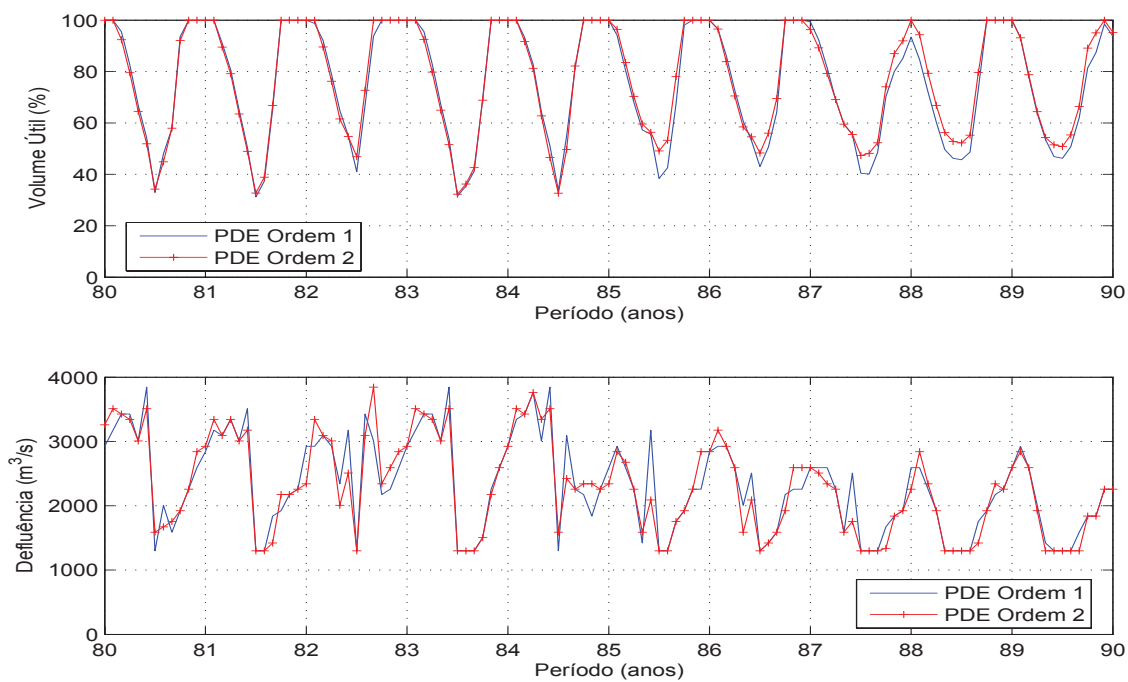


Figura 5.14: Resultado das simulações da usina de Sobradinho para a década de 80.

As figuras 5.9 - 5.14 apresentam os gráficos que ilustram o resultado das simulações para as usinas de Furnas, Emborcação e Sobradinho para a PDE implementada com os dois modelos estocásticos. Os gráficos mostram as defluências e os níveis do volume de água no reservatório para os dois casos. Observando esses gráficos pode-se notar que os resultados para a PDE com o modelo de segunda ordem apresentam um comportamento mais eficaz nas simulação da operação sobretudo nos períodos mais críticos. No caso de Furnas, como pode ser observado na figura 5.9, a trajetória de volume da usina na década de 50 mostrou níveis mais altos de armazenamento quando o modelo estocástico de segunda ordem é utilizado. Isso pode ser explicado pela capacidade do modelo de ordem superior de prever melhor o período de seca. Nos períodos de maiores afluências, os resultados não apontam diferenças significativas.



# Capítulo 6

## Conclusão

Este trabalho apresentou estratégias de redução do custo computacional associado à PDE aplicada ao planejamento energético a longo prazo. As estratégias apresentadas foram a redução da varredura do espaço de decisão no algoritmo e a geração de tabelas com valores de geração hidroelétrica e engolimento máximo da usina, em função das variáveis de estado e decisão discretizadas, com o intuito de evitar o cálculo exaustivo desses valores no algoritmo. Nos estudos realizados, foi considerada a operação isolada das usinas hidroelétricas de Furnas, Sobradinho e Emborcação e as estratégias apresentadas permitiram redução no tempo de processamento computacional do algoritmo em até 99,7%.

De acordo com o estudo da influência da linearidade nas funções de custo operacional e de produção hidráulica, apresentados no capítulo 5, os seguintes resultados foram observados: com a linearização da função de custo operacional, apesar da média de geração ser 2% maior do que o caso da função de custo operacional não-linear, o desvio padrão é muito alto o que indica maiores flutuações na geração ao longo do horizonte e maiores variações na defluência, o que leva o sistema a maiores custos operacionais. Além disso, o volume útil da usina se comporta como uma solução muito próxima da solução fio d'água. No caso da função de produção hidráulica linearizada, as médias de geração chegam a ser 7% menores do que o caso com a função de produção hidráulica não-linear e o deplecionamento do reservatório é favorecido. Isso significa que em períodos críticos, o risco de déficit é alto assim como os custos operacionais. Portanto, analisando-se os casos de linearização dessas funções, percebe-se que a linearização pode acarretar efeitos indesejados ao longo do horizonte de planejamento, como os riscos no período seco e uma tendência a maiores variações da geração hidroelétrica, o que pode tornar essas funções linearizadas e métodos baseados nelas, inadequados para o tratamento do problema do planejamento energético.

Apesar do aumento do esforço computacional com o aumento da ordem do modelo utilizado para representação da estocasticidade das vazões, os resultados obtidos demonstraram que há uma melhoria considerável da qualidade das decisões ótimas encontradas se comparadas ao

caso da PDE utilizando um modelo markoviano, sobretudo nos períodos críticos. As melhorias propostas foram fundamentais para viabilizar a proposta dessa PDE de segunda ordem já que elas foram capazes de reduzir o esforço computacional requerido em torno de 74%. Com o modelo estocástico de segunda ordem, as decisões propiciam um uso mais eficaz dos recursos disponíveis, reduzindo eventuais custos com geração complementar de energia e oferecendo um atendimento mais regular da demanda, já que a média da geração de energia elétrica é superior com desvio padrão substancialmente menor.

De uma forma geral, o trabalho poderá agregar contribuições para outras áreas que também utilizem a técnica de programação dinâmica estocástica, podendo tornar viável outros estudos relacionados ao problema do planejamento da operação energética de sistemas hidrotêmicos de geração que antes poderiam ser inviáveis pela sua exigência computacional.

Algumas perspectivas futuras podem ser apontadas para esse trabalho. Uma delas é a aplicação da abordagem com PDE com as melhorias propostas, para o planejamento energético de sistemas com múltiplos reservatórios. Outra alternativa seria comparar os resultados obtidos nesse trabalho com outras abordagens de otimização determinística. Além dessas, outra possibilidade que a proposta desse trabalho torna viável, é a análise do comportamento dessa PDE melhorada considerando modelos de ordem superior a dois na representação da estocasticidade do sistema para avaliar sua viabilidade e seus benefícios.

# Bibliografia

- Abramowitz, M. & Stegun, I. A. (1972). *Handbook of Mathematical Functions*, New York, Dover.
- Alvarez, M., Cuevas, C. M., Escudero, L. F., Fuentes, J. L., García, C. & Pietro, F. J. (1994). Network planning under uncertainty with an application to hydropower generation, *TOP – Trabajos de Investigación Operativa* **2**(1): 25–58.
- Anderson, P. L. & Vecchia, A. V. (1993). Asymptotic results for periodic autoregressive moving average processes, *Journal Times Series Analyses* pp. 1–18.
- Andrade Fo., M. G. (1986). *Modelo de Otimização para uso Múltiplo da água do Rio São Francisco*, Tese de Doutorado, FEEC-Unicamp, Campinas.
- Araripe, N. T., Cotia, C. B., Pereira, M. V. & Kelman, J. (1985). Comparison of stochastic and deterministic approaches in hydrothermal generation scheduling, *IFAC Electric Energy Systems* pp. 201–206.
- Araripe, N. T., Pereira, M. V. & Kelman, J. (1984). A risk-constraint stochastic dynamic programming to the operation planning of hydrothermal system, *IEEE Summer Power Meeting*.
- Arvanitids, N. V. & Rosing, J. (1970a). Composite representation of multireservoir hydroelectric power system, *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems* **PAS-89**(2): 319–326.
- Arvanitids, N. V. & Rosing, J. (1970b). Optimal operation of multireservoir system using a composite representation, *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems* **PAS-89**(2): 327–335.
- Ballini, R. (2000). *Análise e Previsão de Vazões Utilizando Modelos de Séries Temporais, Redes Neurais e Redes Neurais Nebulosas*, Tese de Doutorado, FEEC-Unicamp, Campinas.
- Ballini, R., Andrade, M. G. & Soares, S. (2001). Multi-step-ahead monthly streamflow forecasting by a neurofuzzy network model, *Proceedings of IEEE, Joint 9th IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference*, Vancouver, pp. 992–997.

- Ballini, R., Figueiredo, M., Soares, S., Andrade, M. & Gomide, F. (2000). A seasonal streamflow forecasting model using neurofuzzy network, *Information, Uncertainty and Fusion*, B. Bouchon- Meunier and R. R. Yager and L. Zadeh, Eds., Kluwer Academic Publishers, pp. 257–276.
- Ballini, R., França, E., Kadowaki, M., Soares, S. & Andrade, M. G. (1997). Modelos de redes neurais e Box Jenkins para a previsão de vazões médias mensais, *XII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos* pp. 143–149.
- Ballini, R., Soares, S. & Andrade, M. G. (1998). An adaptive neural fuzzy network model for seasonal streamflow forecasting, *Proceedings of the SBRN'98-IEEE Computer Society*, pp. 215–219.
- Ballini, R., Soares, S. & Andrade, M. G. (1999). Seasonal streamflow forecasting via a neural fuzzy system, *Proceedings of IFAC'99*, Vol. k, pp. 81–86.
- Bazaraa, M. S. & Jarvis, J. J. (1967). *Linear Programming and Network Flows*, John Wiley & Sons.
- Bellman, R. (1962). *Dynamic Programming*, Princeton University Press, Princeton - N. J.
- Beltratti, A. B., Consiglio, A. C. & Zenios, S. A. (1999). Scenario modelling for the management of international bond portfolios, *Annals of Operations Research* **85**: 227–247.
- Bender, J. R. (1962). Partitioning procedures for solving mixed variables programming problems, *Numerical Mathematical* **4**: 238–252.
- Benders, J. F. (1962). Partitioning procedures for solving mixed variables programming problems, *Numeric Mathematical* **4**: 238–252.
- Benders, J. F. (1980). *Solution Methods for Stochastic Dynamic Linear Problems*, Stanford University, Systems Optimization Laboratory, Dept. of Operations Research, Report 80.
- Bertsekas, D. P. (1976). *Dynamic Programming and Stochastic Control*, Academic Press.
- Bertsekas, D. P. (1995). *Nonlinear Programming*, Athena Scientific, Belmont, Massachusetts.
- Bertsekas, D. P. (2005). *Dynamic Programming and Optimal Control*, Vol. 1, 3 edn, Athena Scientific, Belmont, Massachusetts.
- Birge, J. B. (1988). An L-shaped method computer code of multi-stage stochastic linear programs, in Y. Ermoliev & R. J.-B. Wets (eds), *Numerical Techniques for Stochastic Optimization*, Springer-Verlag, Berlin, pp. 255–266.

- Bissonnette, V., Lanford, L. & Côté, G. (1986). A hydro-thermal scheduling model for the Hydro-Quebec production system, *IEEE Transactions on Power Systems* **PWRS-1**(2): 204–210.
- Boender, G. C. E. (1997). A hybrid simulation/optimization scenario model for asset/liability management, *European Journal of Operational Research* **99**: 126–135.
- Boshier, J. F. & Read, E. G. (1981). Stochastic single reservoir models for long-term scheduling of hydrothermal power systems, *Planning Division Internal Report, New Zealand Ministry of Energy*.
- Box, G. E. P. & Jenkins, G. (1994). *Time Series Analysis*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- Braga Jr., B. P. F., Yeh, W. W.-G., Becker, L. & Barros, M. T. L. (1991). Stochastic optimization of multiple-reservoir-system operation, *Journal of Water Resources Planning and Management* **117**(4): 471–481.
- Butcher, W. S. (1971). Stochastic dynamic programming for optimum reservoir operation, *Water Resources Bulletin* **7**(1): 115–123.
- Campello, R. E. & Coutinho, L. H. S. A. (1979). Intercâmbio energético entre sistemas elétricos interligados com predominância de usinas hidráulicas, *V Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*.
- Cariño, D. R., Kent, T., Myers, D. H., Stacy, S., Sylvanus, M., Turner, A. L., Watanabe, K. & Ziemba, W. T. (1994). The Russel-Yasuda Kasai model: An asset/liability model for a japanese insurance company using multistage stochastic programming, *Interfaces* **24**: 29–49.
- Carlson, R. L. & Umble, M. M. (1980). Statistical demand function for automobiles and their use for forecasting in an energy crisis, *Journal of Business* **53**: 193–204.
- Carneiro, A. A. F. M. (1991). *Contribuições ao Planejamento da Operação Energética de Sistemas hidrotérmicos de Potência*, Tese de Doutorado, FEEC-Unicamp, Campinas.
- Carvalho, M. A. P. & Rosenblatt, J. (1977). Modelo de simulação a subsistemas equivalentes, *IV Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*.
- Carvalho, M. F. & Soares, S. (1987). An efficient hydrothermal scheduling algorithm, *IEEE Transactions on Power Systems* **PWRS-2**: 537–542.

- CEPEL/ELETRORÁS (1977). *Modelo de Programação Dinâmica Estocástico para a Operação de Sistemas Hidrotérmicos*, Relatório Técnico CEPEL no. 144/77.
- Chang, S. C., Chen, C. H., Fong, I. K. & Luh, P. B. (1990). Hydroelectric generation scheduling with an effective differential dynamic-programming algorithm, *IEEE Transactions on Power Systems* **5**(3): 737–743.
- Cicogna, M. A. (1999). *Modelo de Planejamento da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos a Usinas Individualizadas Orientado por Objetos*, Dissertação de Mestrado, FEEC-Unicamp, Campinas.
- Cruz Jr., G. (1998). *Modelo Equivalente Não Linear para o Planejamento da Operação a Longo Prazo de Sistemas de Energia Elétrica*, Tese de Doutorado, FEEC-Unicamp, Campinas.
- Cruz Jr., G. & Soares, S. (1996). Non-uniform composite representation of hydroelectric systems for long-term hydrothermal scheduling, *IEEE Transactions on Power Systems* **11**(2): 701–707.
- Dagli, C. H. & Miles, J. F. (1980). Determining operating policies for a water resources system, *Journal of Hydrology* **47**: 297–306.
- Dembo, R. S. (1991). Scenario optimization, *Annals of Operations Research*, pp. 63–80.
- Dembo, R. S., Chiarri, A., Paradinas, L. & Gomez, J. (1990). Management hidroeléctrica española's hydroelectric power system, *Interfaces* **20**: 115–135.
- Dembo, R. S. & Kliniewicz, J. G. (1981). A scaled reduced gradient algorithm for network flow problems with convex separable costs, *Mathematical Programming Study* **15**: 125–147.
- Duran, H., Pueh, C., Diaz, J. & Snachez, G. (1985). Optimal operation of multireservoir system using an aggregation-decomposition approach, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* **104**(8): 2086–2092.
- Egeland, O., Negge, J., Kylling, E. & Nes, J. (1982). The extended power pool model - operation planning of a multi-river and multi-reservoir hydro-dominated power production system - a hierarchial approach, *Presented at 1982 CIGRÉ Meeting, International Conference on Large High Voltage Systems*.
- El-Awar, F. A., Labadie, J. W. & Ouarda, T. B. M. J. (1998). Stochastic differential dynamic programming for multi-reservoir system control, *Stochastic Hydrology and Hydraulics* **12**(4): 247–266.

- El-Hawary, M. E. & Christensen, G. S. (1979). *Optimal Economic Operation of Electric Power System*, Academic Press.
- Escudero, L. F. (1994). Robust decision making as a decision aid under uncertainty, in S. Ríos (ed.), *Decision Theory and Decision Analysis*, Kluwer Academic Publishers, pp. 127–138.
- Escudero, L. F. (1997). WARSYP: A parallel computing approach for water resources utilization planning under uncertainty, *ISMP'97 International Symposium on Mathematical Programming*.
- Escudero, L. F., Fuente, J. L., García, C. & Pietro, F. J. (1996). Hydropower generation management under uncertainty via scenario analysis and parallel computation, *IEEE Transaction on Power Systems* **11**(2): 683–689.
- Escudero, L. F., Fuente, J. L., García, G. & Pietro, F. J. (1999). A parallel computation approach for solving multistage network problems, *Annals of Operation Research* **90**: 131–160.
- Escudero, L. F., Galindo, E., Gómez, E. & Sabau, V. (1999). Schumann, a modeling framework for supply chain management under uncertainty, *European Journal of Operation Research* **119**(1): 14–34.
- Escudero, L. F., Kamesam, P. V., King, A. J. & Wets, R. J.-B. (1993). Production planning via scenario modelling, *Annals of Operation Research* **43**: 311–335.
- Escudero, L. F., Paradinas, I., Salmerón, J. & Sánchez, M. (1998). SEGEM: A simulation approach for electric generation management, *IEEE Transactions on Power Systems* **13**(3): 738–748.
- Everitt, B. (1993). *Cluster Analysis*, John Wiley & Sons.
- Farah, R. F. (1997). *Contribuições ao Planejamento da Operação Energética de Sistemas de Energia Elétrica*, Dissertação de Mestrado, FEEC-Unicamp, Campinas.
- Figueiredo, M. F. (1997). *Redes Neurais Nebulosas Aplicadas em Problemas de Modelagem e Controle Autônomo*, Tese de Doutorado, FEEC-Unicamp, Campinas.
- Figueiredo, M., Gomide, F. & Pedrycz, W. (1995). A fuzzy neural network: Structure and learning, *Fuzzy Logic and Its Applications, Information Sciences and Intelligent Systems*, Z. Bien and K. Min, Eds., Kluwer Academic Publishers, Holanda, pp. 177–186.
- Fortunato, L. A. M., Neto, T. A. A., Albuquerque, J. C. R. & Ferreira, C. (1990). *Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica*, EDUFF/Eletróbrás, Niterói - RJ.



- Gablinger, M. & Loucks, D. P. (1970). Markov model for flow regulation, *Jornal of the Hydraulics Division, ASCE* **96**(HYI).
- GCOI (1978). Models used for operation planning of hydrothermal systems, *IX meeting of the SOMSE/CIER*.
- GCOI (1983). Grupo coordenador da operação interligada, *Manual do Sistema Prevaiz*, Eletrobrás.
- Golub, B., Holmer, M., McKendall, R. & Pohlman, L. (1995). A stochastic programming model for money management, *European Journal of Operational Research* **85**: 282–296.
- Gomide, F., Figueiredo, M. & Pedrycz, W. (1995). A neural fuzzy network: Structure and learning, in Z. Bien & K. Min (eds), *Fuzzy Logic and Its Applications, Information Sciences and Intelligent Systems*, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, pp. 177–186.
- Gorenstin, B. G., Campodonico, N. M., Costa, J. P. & Pereira, M. V. (1993). Power system expansion planning under uncertainty, *IEEE Transactions on Power Systems* **8**: 129–136.
- Hall, W. A., S., B. W. & Esogbue, A. (1968). Optimization of the operation of a multipurpose reservoir, *Water Resource Research* **4**(3): 471–476.
- Hanscom, M. L., Lafond, L., Lasdon, L. S. & Pronovost, G. (1980). Modeling and revolution of the deterministic mid-term energy production problem for Hydro-Quebec system, *Management Science* **26**: 659–688.
- Harboe, R. C., Mobasheri, F. & Yeh, W. (1970). Optimal policy for reservoir operation, *Jornaul of the Hydraulics Division, ASCE* **96**(HYI).
- Haykin, S. (1995). *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*, IEEE Computer Society Press.
- Haykin, S. (2001). *Redes Neurais: Princípios e prática (Tradução de Paulo Martins Engel)*, 2 edn, Bookman.
- Helgason, T. & Wallace, W. (1991). Approximate scenario solutions in the Progressive Hedging algorithm, *Annals of Operation Research* **31**: 425–444.
- Høyalan, K. & Wallace, W. (1998). Generating scenario trees for multistage problems. Norwegian University of Sience and Technology, Trondheim, Norway.
- Huss, W. R. (1988). A move toward scenario analysis, *International Journal of Forecasting* **4**: 377–388.



- Hutter, C. (1998). *Uma abordagem Bayesiana para Modelos Auto-Regressivos Periódicos*, Dissertação de Mestrado, Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, USP-São Carlos.
- J. Velásquez, P. J. R. & Campo, R. (1999). Dual dynamic programming: A note on implementation, *Water Resources Research* **35**(7): 2269–2271.
- Jacobs, J., Freeman, G., Grygier, J., Morton, D., Schultz, G., Staschus, K. & Stedinger, J. (1995). SOCRATES: A system for scheduling hydroelectric generation under uncertainty, *Annals of Operations Research*, Vol. 59, pp. 99–133.
- Jacobson, H. D. & Mayne, Q. D. (1970). *Differential Dynamic Programming*, Elsevier Scientific, New York.
- Jones, R. H. & Brelsford, W. M. (1967). Time series with periodic structure, *Biometrika* **54**(3,4): 403–408.
- Karamouz, M. & Houck, M. H. (1987). Comparasion of stochastic and deterministc dynamic programming for reservoir operating rule generation, *Water Resources Bulletin - American Water Resources Association* **23**(1): 1–9.
- Kligerman, A. (1992). *Operação Ótima de Subsistemas Hidrotérmicos Interligados Utilizando Programação Estocástica Dual*, Dissertação de Mestrado, FEEC-Unicamp, Campinas.
- Lall, U. & Ashish, S. (1996). A nearest neighbor bootstrap for resampling hydrologic time series, *Water Resources Research* **32**(3): 679–693.
- Li, X., Ang, C. L. & Gay, R. (1997). An intelligent scenario generator for strategic business planning, *Computers in Industry* **34**: 261–269.
- Little, J. D. C. (1955). The use of storage water in a hydroelectric system, *Journal of Operations Research Society of America* **2**(3): 187–197.
- Luenberger, D. G. (1984). *Linear and Nonlinear Programming*, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts.
- Lyra, C. (1984). *Contribuição ao Planejamento da Produção de Energia em Sistemas de Potência*, Tese de Doutorado, FEEC-Unicamp, Campinas.
- Lyra, C., Tavares, H. & Soares, S. (1984). Modeling and optimization of hydrothermal generation scheduling, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* **PAS - 103**(8): 2126–2133.

- Marín, A. & Salmerón, J. (1998). Electric capacity expansion under uncertain demand: Decomposition approach, *IEEE Transactions on Power Systems* **13**(2): 333–339.
- Martinez, L. (2001). *Políticas de Controle Malha Fechada e Malha Aberta no Planejamento da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos*, Tese de Doutorado, FEEC-Unicamp, Campinas.
- Martinez, L., Ballini, R. & Soares, S. (2000). Técnicas de cenários para o planejamento da operação energética de sistemas de energia elétrica, *Anais do XVIII Congresso Brasileiro de Automática* pp. 2311–2316.
- Martinez, L., Ballini, R. & Soares, S. (2002). The influence of hydrologic information in long-term hydrothermal scheduling, *International Federation of Automatic Control - IFAC'02*.
- Martinez, L. & Soares, S. (2001a). Comparação entre soluções malha aberta e malha fechada no planejamento energético de sistemas de energia elétrica. *XVI Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, Grupo IX, Campinas - SP.
- Martinez, L. & Soares, S. (2001b). Influência do modelo estocástico no desempenho da programação dinâmica estocástica no planejamento da operação energética, *I SisPot - Encontro Interno de Pesquisadores em Sistemas de Potência* p. 12. Publicação FEEC 001/2001.
- Martinez, L. & Soares, S. (2001c). Políticas de controle malha aberta e malha fechada no planejamento energético de sistemas de energia elétrica, *I SisPot - Encontro Interno de Pesquisadores em Sistemas de Potência* p. 31. Publicação FEEC 001/2001.
- Martinez, L. & Soares, S. (2001d). Scenarios techniques for long term hydrothermal scheduling, *Hydropower in the New Millenium - Proceeding of the 4th International Conference Hydropower '01*, A. A. Balkema Publishers, Bergen–Norway, pp. 85–91.
- Martinez, L. & Soares, S. (2002). Comparison between partial open-loop and closed-loop feedback control policies in long term hydrothermal scheduling, *IEEE Transaction on Power Systems* **17**(2): 330–336.
- Masse, P. (1946). *Les Réserves et la Régulation de l' Avenir dans la Vie Économique, Vol. I: Avenir Determiné, Vol. II Avenir Aléatoire*, Hermann, Paris.
- Mujumdar, P. & Nirmala, B. (2006). A bayesian stochastic optimization model for a multi-reservoir hydropower system, *Water Resour Manage* **21**: 1465–1485.
- Mulvey, J. M. (1996). Generating scenarios for the Towers Perrin Investment System, *Interfaces* **26:2**: 1–15.

- Mulvey, J. M., Rosenbaum, D. P. & Shetty, B. (1999). Parameter estimation in stochastic scenario generation systems, *European Journal of Operational Research* **118**(3): 563–577.
- Mulvey, J. M. & Ruszczyński, A. (1992). A diagonal quadratic approximation method for large-scale linear programs, *Operation Research Letters* **12**: 205–221.
- Mulvey, J. M. & Ruszczyński, A. (1995). A new scenario decomposition method for large-scale stochastic optimization, *Operations Research* **43**: 477–490.
- Mulvey, J. M., Vanderbei, R. J. & Azenios, S. (1995). Robust optimization of large-scale systems, *Operations Research* **43**: 264–281.
- Mulvey, J. M. & Vladimirov, H. (1991). Solving multistage stochastic networks: an application of scenario aggregation, *Networks* **21**: 619–643.
- Murray, D. M. & Yakowitz, S. J. (1979). Constraint differential dynamic programming and its application to multireservoir control, *Water Resources Research* **15**(5): 1017–1027.
- Nabona, N. (1993). Multicommodity network flow model for long-term hydro-generation optimization, *IEEE Transaction on Power Systems* **8**(2): 395–404.
- Nemhauser, G. L. (1966). *Introduction to Dynamic Programming*, John Wiley, New York.
- Ngundam, J., Kenfack, F. & Tatietse, T. (2000). Optimal scheduling of large-scale hydrothermal power systems using the lagrangian relaxation technique, *International Journal of Electrical Power and Energy Systems* **22**: 237–245(9).
- Oliveira, G. G. (1993). *Otimização da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos com Representação Individualizada das Usinas e Afluências Determinísticas*, Dissertação de Mestrado, FEEC-Unicamp, Campinas.
- Oliveira, G. G. & Soares, S. (1990). A second-order network flow algorithm for hydrothermal scheduling, *IEEE Transactions on Power Systems* **10**(3): 1635–1641.
- Pagano, M. (1978). On periodic and multiple autoregressions, *The Annals of Statistics* **6**: 1310–1317.
- Pedrycz, W. (1993). *Fuzzy Control and Fuzzy System*, John Wiley & Sons, Inc., New York, EUA.
- Pedrycz, W. & Gomide, F. (1998). *An Introduction to Fuzzy Sets: Analysis and Design*, MIT Press, Cambridge, MA.

- Pereira, M. V. (1985). Optimal scheduling of hydrothermal systems - an overview, *IFAC Symposium on Planning and Operation of Electric Energy Systems* pp. 1–9.
- Pereira, M. V. & Pinto, L. M. V. G. (1984). Operation planning of large-scale hydro-electrical systems, *Operations Research Society of America Meeting* .
- Pereira, M. V. & Pinto, L. M. V. G. (1985). Stochastic optimization of a multireservoir hydro-electric system: a decomposition approach, *Water Resources Research* **21**(6): 779–792.
- Pereira, M. V. & Pinto, L. M. V. G. (1989). Optimal stochastic operation scheduling of large hydroelectric systems, *International Journal of Electrical Power and Energy Systems* **11**: 273–279.
- Pereira, M. V. & Pinto, L. M. V. G. (1991). Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning, *Mathematical Programming* **52**: 359–375.
- Philbrick Jr., C. R. & Kitanidis, P. K. (1999). Limitations of deterministic optimization applied to reservoir operations, *Journal of Water Resources Planning and Management* **125**(3): 135–142.
- Piccardi, C. & Soncini-Sessa, R. (1991). Stochastic dynamic programming for reservoir optimal control: Dense discretization and inflow correlation assumption made possible by parallel computing, *Water Resources Research* **27**(5): 729–741.
- Read, E. G. (1982). Economic principles of reservoir operation 1: Perfect foresight, *Management Science* .
- ReVelle, C. (1999). *Optimizing Reservoir Resources - Including a New Model for Reservoir Reliability*, John Wiley & Sons.
- Rockafellar, R. T. & Wets, R. J.-B. (1991). Scenario and policy aggregation in optimization under uncertainty, *Mathematics of Operation Research* **16**: 119–147.
- Rosenblatt, J. (1979). Modelo para o cálculo de regra de operação térmica de subsistemas interligados utilizando programação dinâmica, *V Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica* .
- Rosenthal, R. (1981). A nonlinear networks flow algorithm for maximization of benefits in a hydroelectric power system, *Operation Research* **29**(4): 763–786.
- Røtting, T. A. & Gjelsvik, A. (1992). Stochastic dual programming for seasonal scheduling in the Norwegian power systems, *IEEE Transactions on Power Systems* **7**: 273–279.

- Ruszczynski, A. (1993). Parallel decomposition of multistage stochastic programs, *Mathematical Programming* **58**: 201–208.
- Saad, M., Brigas, P., Turgeon, A. & Duquette, R. (1996). Fuzzy learning decomposition for the scheduling of hydroelectric power systems, *Water Resources Research* **32**(1): 179–186.
- Saad, M. & Turgeon, A. (1988). Application of principal component analysis to long-term reservoir management, *Water Resources Research* **24**(7): 907–912.
- Sales, P. R. H. & Vieira, A. M. (1984). Modelagem de vazões médias mensais tendo em vista a obtenção de previsão segundo a metodologia de Yevjevich/Box&Jenkins, *Seminário Internacional de Hidrologia e Hidráulica*.
- Sales, P. R. H. & Vieira, A. M. (1998). Procedimentos lineares para a estimação dos parâmetros de modelos, *Revista Brasileira de Estatística - RBEs* **212**(59): 25–51.
- Schnaars, S. P. (1987). How to develop and use scenarios, *Long Range Planning* **20**(1): 105–114.
- Silva Fo., O. S. (1988). *Uma Estrutura de Controle Parcialmente em Malha Fechada para Problemas de Controle Ótimo Estocástico*, Tese de Doutorado, FEEC-Unicamp, Campinas.
- Silva, L. F. C. A. (1981). *Modelo de Intercâmbio a Subsistemas Equivalentes*, Tese de Mestrado, COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro.
- Silva, L. S., Arpe, P. A., Terry, L. P. & Pereira, M. V. (1987). Coordinating the energy generation of the Brazilian national hydro thermal electrical generation system, *Interfaces* **16**(1): 16–38.
- Silva, S. C. P. (1999). *Comparação Entre as Soluções de Malha Fechada e Semi-Aberta para a Otimização da Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica*, Dissertação de Mestrado, Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, USP-São Carlos.
- Sjølvgren, D., Anderson, S. & Dillon, T. S. (1983). Optimal operations planning in a large hydro-thermal power systems, *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems* **PAS - 102**: 3644 – 3651.
- Soares, S. (1987). Planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos, *Revista SBA: Controle e Automação* **2**(1): 122–133.
- Soares, S. & Carneiro, A. A. F. M. (1991). Optimal operation of reservoirs for electric generation, *IEEE Transactions on Power Delivery* **6**(3): 1101–1107.
- Soares, S., Lyra, C. & Tavares, H. (1980). Optimal generation scheduling of hydrothermal power systems, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* **PAS-99**(3): 1107–1118.

- Soares, S. & outros (1995). Planejamento da operação de sistemas de energia elétrica predominantemente hidroelétricos, *Projeto Temático de Equipe, FAPESP, Processo: 95/0534-5*.
- Soares, S. & Salmazo, C. T. (1997). Minimum loss predispach model for hydroelectric power systems, *IEEE Transactions on Power System* **12**(3): 1220–1228.
- Stedinger, J. W., Sula, B. F. & Loucks, D. P. (1984). Stochastic dynamic programming models for reservoir operation optimization, *Water Resources Research* **20**(11): 1499–1505.
- Stephanopolous, G. & Westerberg, W. (1975). The use of Hestenes method of multipliers to resolve dual gaps in engineering system optimization, *Journal of Optimizaton Theory and Applications* **15**: 289–309.
- Tejada-Guibert, J. A., Johnson, S. A. & Stedinger, J. R. (1995). The value of hydrologic information in stochastic dynamic programming models of a multireservoir system, *Water Resources Research* **31**(10): 2571–2579.
- Terry, L. A., CEPEL, DENE/DPE/Eletróbrás & DEOP/DOS/Eletróbrás (1980). *Modelo a Sistema Equivalente - Descrição Geral*, Relatório Técnico, CEPEL-Eletróbrás.
- Thanos, T. & Yeh, W. W.-G. (1987). Use of stochastic dynamic programming for reservoir management, *Water Resources Research* **23**(6): 983–996.
- Torabi, M. & Mobasheri, F. (1973). A stochastic dynamic programming model for the optimum operation of a multi-purpose reservoir, *Water Resources Bulletin* **9**(6).
- Trezos, T. & Yeh, W. W.-G. (1987). Use of stochastic dynamic programming for reservoir management, *Water Resources Research* **23**(6): 983–996.
- Tse, E. & Athans, M. (1972). Adaptive stochastic control for a class of linear systems, *IEEE Transactions on Automatic Control* **AC-17**(1): 38–52.
- Turgeon, A. (1980). Optimal operation of multi-reservoir systems with stochastic inflows, *Water Resources Research* **16**(2): 275–283.
- Turgeon, A. (1981). A decomposition method for the long-term scheduling of reservoirs in series, *Water Resources Research* **17**(6): 1565–1570.
- Turgeon, A. (1987). An application of parametric mixed-integer linear-programming to hydropower development, *Water Resources Research* **23**(3): 399–407.
- Turgeon, A. & Charbonneau, R. (1998). An aggregation-disaggregation approach to long-term reservoir management, *Water Resources Research* **34**(12): 3585–3594.



- Valdés, J. B., Montbrun-DiFilippo, J., Strzepek, K. M. & Restrepo, P. J. (1992). Aggregation-disaggregation approach to multireservoir operation, *Water Resources Planning Manager* **4**(118): 423–444.
- Vecchia, A. V. (1985). Maximum likelihood estimation for periodic autoregressive moving average models, *Technometrics* **27**(4): 375–384.
- Ventura, E. & Martinez, L. (2008). Reduzindo o custo computacional da programação dinâmica estocástica para o planejamento da operação energética a longo prazo, *XVII Congresso Brasileiro de Automática*.
- Vinhal, C. D. N. (1998a). *Sistema de Apoio à Decisão para o Planejamento da Operação Energética de Sistemas de Energia Elétrica*, Tese de Doutorado, FEEC-Unicamp, Campinas.
- Vinhal, C. D. N. (1998b). *Um Sistema de Apoio à Decisão no Planejamento da Operação Energética de Sistemas de Energia Elétrica*, Dissertação de Mestrado, FEEC-Unicamp, Campinas.
- Watkins, D. W. J., McKinney, D. C., Nielsen, L. S. L. S. S. & Martin, Q. W. (2000). A scenario-based stochastic programming model of water supplies from the Highland Lakes, *International Transactions in Operational Research* **7**(2): 211–230.
- Wets, R. J.-B. (1989). Scenario analysis vs. stochastic optimization, *Workshop on Resources Planning Under Uncertainty for Electric Power Systems*, Departament of Operations Research Stanford University, pp. 241–252.
- Wonnacott, T. H. & Wonnacott, R. J. (1977). *Introductory Statistics*, Water Resources Publications, Colorado.
- Yager, R. & Filev, D. (1994). *Essentials of Fuzzy Modeling and Control*, Wiley Interscience, New York.
- Yakowitz, S. (1982). Dynamic programming applications in water resources, *Water Resources Research* **18**(4): 673–696.
- Yeh, W. W.-G. (1985). Reservoir management and operations models: A state-of-the-art review, *Water Resources Research* **21**(12): 1797–1818.
- Yevjevich, V. M. (1977). *Probability and Statistics in Hydrology*, Water Resources Publications, Colorado.
- Zadeh, L. A. (1978). Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility, *Fuzzy Sets and Systems* **1**: 3–28.

- Zambelli, M. S., Siqueira, T. G. & Soares, S. (2006). Aplicando melhorias à programação dinâmica no planejamento da operação energética de sistemas hidrotérmicos, *XVI Congresso Brasileiro de Automática* .
- Zuwei, Y., Sparrow, F. T. & Bowen, B. H. (1998). A new long-term hydro production scheduling method of maximizing the profit of hydroelectric systems, *IEEE Transactions on Power System* **13**(1): 66–71.