



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
Programa de Pos-Graduação em Engenharia Elétrica

**Controle de trajetória do quadrotor AR.Drone 2.0 via
abordagens LQR e $\mathcal{H}_\infty$**

Rodrigo Santos Leonello

DISSERTACAO DE MESTRADO

Salvador

2022

RODRIGO SANTOS LEONELLO

**CONTROLE DE TRAJETÓRIA DO QUADROTOR AR.DRONE 2.0
VIA ABORDAGENS LQR E $\mathcal{H}_\infty$**

Esta Dissertação de Mestrado foi apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Bahia, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Humberto Xavier de Araújo

Co-orientador: Prof. Dr. Bernardo Ordoñez

Salvador
2022

L583 Leonello, Rodrigo Santos.

Controle de trajetória do quadrotor Ar.Drone 2.0 via abordagens
LQR E H^∞ / Rodrigo Santos Leonello. – Salvador, 2022.
74 p.: il.

Orientador: Prof. Dr. Humberto Xavier de Araújo.
Coorientador: Prof. Dr. Bernardo Ordóñez.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal da Bahia. Escola
Politécnica, 2022.

1. Aeronave não tripulada. 2. Modelagem matemática
VANT. 3. Trajetória – controle. I. Araújo, Humberto Xavier de. II.
Ordóñez, Bernardo. III. Universidade Federal da Bahia. IV. Título.

CDD: 621.382

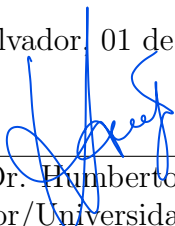
TERMO DE APROVAÇÃO

RODRIGO SANTOS LEONELLO

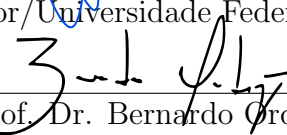
CONTROLE DE TRAJETÓRIA DO QUADROTOR AR.DRONE 2.0 VIA ABORDAGENS LQR E $\mathcal{H}_\infty$

Esta Dissertação de Mestrado foi julgada adequada à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Bahia.

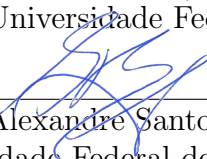
Salvador, 01 de abril de 2022



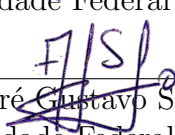
Prof. Dr. Humberto Xavier de Araújo
Orientador/Universidade Federal da Bahia



Prof. Dr. Bernardo Ordoñez
Coorientador/Universidade Federal da Bahia



Prof. Dr. Alexandre Santos Brandão
Universidade Federal de Viçosa



Prof. Dr. André Gustavo Scolari Conceição
Universidade Federal da Bahia



Prof. Dr. Ely Carneiro de Paiva
Universidade Estadual de Campinas

RESUMO

Esse trabalho apresenta um estudo experimental de duas técnicas de controle baseadas na teoria de Controle Ótimo, aplicadas à um veículo aéreo não tripulado (VANT). A primeira técnica, baseada no índice de desempenho quadrático, é o controlador LQR. A segunda técnica otimiza a norma $\mathcal{H}_\infty$ levando-se em consideração a alocação de pólos em uma região desejada, utilizando-se uma abordagem baseada em LMIs. A modelagem matemática do veículo é apresentada, juntamente com experimentos para realizar a identificação e validação dos parâmetros do modelo. Além disto, testes experimentais são realizados a fim de investigar o desempenho de cada controlador, com e sem a presença de perturbações externas. A plataforma de teste utilizada é o quadrotor AR.Drone 2.0 e os algoritmos são implementados no *Robot Operating System* (ROS).

Palavras-chave: LQR, controle $\mathcal{H}_\infty$, controle ótimo, quadrotor, identificação de modelo, LMI.

ABSTRACT

This work presents an experimental study of two control techniques based on the Optimal Control theory, applied to an unmanned aerial vehicle (UAV). The first technique, based on the quadratic cost function, is the LQR controller. The second technique optimizes the norm $\mathcal{H}_\infty$ taking into account the pole allocation and using an approach based on LMIs. The mathematical modeling of the vehicle is presented, along with experiments to carry out the identification and validation of the model's parameters. Furthermore, practical tests are carried out in order to investigate the performance of each controller, with and without the presence of external disturbances. The test platform used is the quadrotor AR.Drone 2.0 and the algorithms are implemented in the *Robot Operating System* (ROS).

Keywords: LQR, $\mathcal{H}_\infty$ control, optimal control, quadcopter, model identification, LMI.

SUMÁRIO

Capítulo 1—Introdução	1
1.1 Objetivos	3
1.2 Estrutura da Dissertação	3
Capítulo 2—Os Veículos Aéreos Não Tripulados	4
2.1 Os VANTs Modernos	4
2.2 O VANT AR.Drone 2.0	5
2.2.1 Dados Sensoriais do AR.Drone 2.0	6
2.2.2 Controle de Movimentos do AR.Drone 2.0	7
2.3 A Plataforma ROS	7
2.4 O Ambiente de Simulação GAZEBO	8
Capítulo 3—Modelagem Matemática do VANT	10
3.1 Considerações Físicas do Quadrotor	10
3.2 Princípio de Funcionamento do Quadrotor	11
3.3 Modelagem Cinemática do VANT	12
3.4 Modelagem Dinâmica do VANT	13
3.5 O Modelo Dinâmico de Baixo Nível	13
3.6 O Modelo Dinâmico de Alto Nível	16
3.6.1 Forças e Momentos Aerodinâmicos	16
3.6.2 Estudo do Movimento do Quadrotor	18
3.6.3 Equação do Movimento	21
3.7 O Modelo Dinâmico Simplificado de um VANT	21
3.8 O Modelo Dinâmico Simplificado do AR.Drone 2.0	23
3.8.1 Identificação dos Parâmetros do Modelo Simplificado do Ar.Drone 2.0	25
3.8.2 Avaliação Experimental do Modelo Simplificado do Ar.Drone 2.0	26
Capítulo 4—Sistema de Navegação e Controle do VANT	30
4.1 Técnica de Fusão Sensorial e Estimação de Estados	30
4.2 EKF e os Estágios de Observação e Predição	32
4.2.1 Modelo de Observação por Odometria	32
4.2.2 Modelo de Predição	32
4.3 Técnicas de Controle	34
4.3.1 Controle por Realimentação de Estado	34

4.3.2	Controle LQR com Ação Integral	35
4.3.3	Controle $\mathcal{H}_\infty$ com Ação Integral	36
Capítulo 5—Resultados Experimentais e Discussões		39
5.1	Controle LQR com Ação Integral	39
5.2	Controle $\mathcal{H}_\infty$ com Ação Integral	40
5.3	Testes de Seguimento de Trajetória	41
5.3.1	Seguimento de Trajetória Circular	41
5.3.2	Seguimento de Trajetória Inclínada	45
5.4	Testes de rejeição de perturbação	48
5.4.1	Seguimento de Trajetória Circular	48
5.4.2	Seguimento de Trajetória Inclínada	52
Capítulo 6—Conclusões		57

LISTA DE FIGURAS

1.1	VANT modelo Northrop Grumman RQ-4 Global Hawk (AF, 2014). . . .	1
1.2	Quadrotror modelo Phantom 4 Pro V2.0 (DJI, 2019).	2
2.1	Piloto automático modelo <i>Pixhawk</i> (PIXHAWK, 2020).	5
2.2	Quadrotror modelo AR.Drone 2.0 e os sistemas de coordenadas adotado, sendo $\{w\}$ e $\{b\}$ os sistemas de coordenadas global e do veículo, respectivamente.	6
2.3	Quadrotror modelo Ar.Drone 2.0 no ambiente de simulação Gazebo. . . .	8
3.1	Disposições e sentidos de giro dos rotores para cada configuração existente de quadrotror (ARDUPILOT, 2016). Os sentidos de giro estão representados pela siglas CW e CCW (do inglês, <i>clockwise</i> e <i>counter-clockwise</i>) ou, horário e anti-horário, respectivamente.	11
3.2	Princípio de funcionamento do quadrotror obtido pelas variações de velocidades angulares dos motores (BRANDÃO, 2013). (a) Guinada no sentido anti-horário, (b) Guinada no sentido horário, (c) Rolagem no sentido anti-horário, (d) Rolagem no sentido horário, (e) Movimento vertical de decolagem, (f) Movimento vertical de aterrissagem, (g) Arfagem no sentido anti-horário, (h) Arfagem no sentido horário.	12
3.3	Diagrama de corpo livre do quadrotror.	13
3.4	Diagrama de blocos do modelo de baixo nível.	14
3.5	Diagrama de blocos do modelo de alto nível.	16
3.6	Conexão dos subsistemas de rotação e translação. (Adaptado de BOUAB-DALLAH, 2007).	23
3.7	Arquitetura de controle do piloto automático do AR.Drone (SANTANA, 2016).	24
3.8	Representação do modelo simplificado do veículo no domínio da frequência.	25
3.9	Resultado da identificação de parâmetros para o teste em θ e x	26
3.10	Resultado da identificação de parâmetros para o teste em ϕ e y	27
3.11	Resultado da identificação de parâmetros para o teste em $\dot{\psi}$ e $\dot{z}$	27
3.12	Comparação entre a resposta do modelo e os dados sensoriais do veículo para ϕ e y	28
3.13	Comparação entre a resposta do modelo e os dados sensoriais do veículo para $\dot{\psi}$ e $\dot{z}$	28
3.14	Comparação entre a resposta do modelo e os dados sensoriais do veículo para θ e x	29

4.1	Representação da malha de controle em cascata.	34
4.2	Representação da arquitetura de controle e navegação do AR.Drone.	35
4.3	Setor definido pelas retas $-\alpha$ e $-\beta$	37
4.4	Setor cônico centrado na origem e com ângulo δ	38
5.1	Representação do modelo simplificado do veículo no domínio da frequência, com parâmetros estimados.	40
5.2	Saídas para o seguimento de trajetória circular com o controlador LQR.	42
5.3	Seguimento de trajetória circular com o controlador LQR.	42
5.4	Sinais de controle para o seguimento de trajetória circular com o controlador LQR.	43
5.5	Saídas para o seguimento de trajetória circular com o controlador $\mathcal{H}_\infty$	43
5.6	Seguimento de trajetória circular com o controlador $\mathcal{H}_\infty$	44
5.7	Sinais de controle para o seguimento de trajetória circular com o controlador $\mathcal{H}_\infty$	44
5.8	Saídas para o seguimento de trajetória inclinada com o controlador LQR.	45
5.9	Seguimento de trajetória inclinada com o controlador LQR.	46
5.10	Sinais de controle para o seguimento de trajetória inclinada com o controlador LQR.	46
5.11	Saídas para o seguimento de trajetória inclinada com o controlador $\mathcal{H}_\infty$	47
5.12	Seguimento de trajetória inclinada com o controlador $\mathcal{H}_\infty$	47
5.13	Sinais de controle para o seguimento de trajetória inclinada com o controlador $\mathcal{H}_\infty$	48
5.14	Saídas para o seguimento de trajetória circular com perturbação para o controlador LQR.	49
5.15	Seguimento de trajetória circular com perturbação para o controlador LQR.	50
5.16	Sinais de controle para o seguimento de trajetória circular com perturbação para o controlador LQR.	50
5.17	Saídas para o seguimento de trajetória circular com perturbação para o controlador $\mathcal{H}_\infty$	51
5.18	Seguimento de trajetória circular com perturbação para o controlador $\mathcal{H}_\infty$	51
5.19	Sinais de controle para o seguimento de trajetória circular com perturbação para o controlador $\mathcal{H}_\infty$	52
5.20	Saídas para o seguimento de trajetória inclinada com perturbação para o controlador LQR.	53
5.21	Seguimento de trajetória inclinada com perturbação para o controlador LQR.	53
5.22	Sinais de controle para o seguimento de trajetória inclinada com perturbação para o controlador LQR.	54
5.23	Saídas para o seguimento de trajetória inclinada com perturbação para o controlador $\mathcal{H}_\infty$	54
5.24	Seguimento de trajetória inclinada com perturbação para o controlador $\mathcal{H}_\infty$	55
5.25	Sinais de controle para o seguimento de trajetória inclinada com perturbação para o controlador $\mathcal{H}_\infty$	55

LISTA DE TABELAS

2.1	Prós e Contras do VANT AR.Drone 2.0. Adaptado de (SANTANA, 2016).	7
3.1	Parâmetros do modelo de baixo nível do AR.Drone.	15
3.2	Principais Forças e momentos aerodinâmicos do quadrotor.	17
3.3	Momentos de rolagem.	19
3.4	Momentos de arfagem.	19
3.5	Momentos de guinada.	20
3.6	Forças no Eixo X.	20
3.7	Forças no Eixo Y.	20
3.8	Forças no Eixo Z.	20
3.9	Parâmetros do modelo de alto nível do AR.Drone.	21
3.10	Parâmetros do modelo matemático do AR.Drone 2.0.	26
4.1	Constantes do modelo de predição para o quadrotor AR.Drone 2.0. . . .	34
5.1	Parâmetros de projeto do controlador $\mathcal{H}_\infty$	41
5.2	ISE para o seguimento de trajetória circular.	45
5.3	ISE para o seguimento de trajetória inclinada.	48
5.4	ISE para o seguimento de trajetória circular com perturbação.	52
5.5	ISE para o seguimento de trajetória inclinada com perturbação.	56

INTRODUÇÃO

Os veículos aéreos não tripulados (VANTs) ou drones são aeronaves que podem ser controladas sem que haja a presença de um ser humano à bordo. O controle à distância pode ser efetuado por meio de dispositivos eletrônicos tele supervisionados por humanos, ou então, pode ser implementado no próprio veículo através de eletrônica embarcada. Na Figura 1.1, é apresentado um modelo de VANT destinado ao uso militar.



Figura 1.1: VANT modelo Northrop Grumman RQ-4 Global Hawk (AF, 2014).

Com relação aos modelos de veículos existentes, pode-se distingui-los basicamente em duas subcategorias: os veículos de asas fixas e os veículos de asas ou pás rotativas. Dentre as missões ou atividades tipicamente militares desse veículo, pode-se destacar: atividades de patrulhamento urbano, costeiro, ambiental e de fronteiras, atividades de busca e resgate, apoio aéreo etc.

Na Figura 1.2, é possível ver um modelo de VANT do tipo asa rotativa ou hélice, com uma câmera acoplada ao mesmo, possibilitando o monitoramento visual embarcado do voo. Esse equipamento, também conhecido como quadricóptero (quadrotor), é comumente utilizado como entretenimento pela população, permitindo filmar e tirar fotos aéreas.

Dentre os VANTs atualmente existentes, a configuração do modelo visto na Figura 1.2 vem ganhando destaque por apresentar vantagens consideráveis, quando comparado com os modelos de asa fixa e até mesmo com alguns modelos de asa móvel, como os helicópteros.



Figura 1.2: Quadrotor modelo Phantom 4 Pro V2.0 (DJI, 2019).

Em relação ao modelo de asa fixa, a vantagem é devido principalmente a sua capacidade de manobrabilidade, voo e pouso verticais, como visto em (MÜLLER; LUPASHIN; D'ANDREA, 2011) e (MELLINGER; KUMAR, 2011). Já comparado aos helicópteros convencionais, os quadrotores utilizam rotores fixos e tem sua direção de movimento determinada pela combinação de velocidades e sentido de giro dos mesmos, o que dispensa controles mecânicos complexos de atuação dos rotores, e mais, o uso de quatro rotores ao invés de um único, possibilita rotores menores e hélices protegidas, o que torna o voo mais seguro dentro de ambientes fechados ou com grande quantidade de obstáculos (RAFFO, 2011; SANTANA, 2016).

Embora tais veículos já venham sendo utilizados para fins militares há algum tempo (FAHLSTROM; GLEASON, 2012), é notável, nos últimos anos, o crescimento de sua utilização pela população civil, abrindo espaço para o uso em diversas áreas, como na supervisão do tráfego de veículos, no suporte ao gerenciamento de riscos naturais em construções civis, no monitoramento ambiental, no mapeamento geográfico em tarefas de topografia, filmagem e fotografia aéreas etc (FRANCIS, 2019). Tal crescimento estimulou, ao longo dos anos, a criação de modelos menores (CHENG-MING; MING-LI; TZU-SHUN, 2017) e com características específicas para as áreas nas quais são destinados.

No meio acadêmico, por ser uma plataforma interessante de estudo, com característica não-linear, subatuada e instável, tais veículos são frequentemente utilizados para testar sistemas de navegação e controle, como visto em (SANTANA; BRANDÃO; SARCINELLI-FILHO, 2016). Neste, sistemas computacionais foram desenvolvidos para controlar uma formação líder-seguidor entre dois veículos aéreos não tripulados. Além disso, os drones podem ser utilizados para investigar técnicas de fusão sensorial, através de algoritmos que permitem estimar os movimentos do veículo utilizando-se seus próprios sensores embarcados (ENGEL; JÜRGEN; CREMERS, 2014).

Em outros trabalhos, diversas técnicas de controle são exploradas no controle dos drones. Em (SETYAWAN; KURNIAWAN; GAOL, 2019), há uma implementação do controle

LQR no procedimento de pouso do quadrotor, suavizando-o para evitar eventuais choques com o solo. Em (DHEWA; DHARMAWAN; PRIYAMBODO, 2017) os autores usam a mesma técnica de controle para solucionar o problema de estabilização do quadrotor no estado de *hovering* do veículo, enquanto que em (MARTINS; CARDEIRA; OLIVEIRA, 2019) o controlador em questão, foi utilizado para resolver o problema de seguimento de trajetória do VANT nos 3 eixos de referência. Técnicas de controle robusto, em que incertezas paramétricas oriundas do modelo matemático são consideradas, além de distúrbios externos ao modelo, são encontradas em (SANZ *et al.*, 2016), (BETETO *et al.*, 2018) e (DHADEKAR *et al.*, 2021). A técnica de controle preditivo aplicada ao controle de seguimento de trajetória foi estudada em (CHIKASHA; DUBE, 2017) e (ABDOLHOSSEINI; ZHANG; RABBATH, 2013).

1.1 OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivo o controle de trajetória do AR.Drone 2.0. Para este fim, são aplicadas e comparadas as técnicas de controle LQR e $\mathcal{H}_\infty$, ambas por realimentação de estado. Para o controle $\mathcal{H}_\infty$, especificações de respostas transitórias serão levadas em consideração utilizando-se alocação de polos em uma região definida via LMIs. Testes de seguimento de trajetória e rejeição de perturbação são realizados a fim de investigar o desempenho dos controladores.

Além disso, um modelo linear do piloto automático do AR.Drone 2.0 é estimado e levado em consideração no projeto dos controladores.

1.2 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação está estruturada da seguinte maneira:

- O Capítulo 2 apresenta as características gerais dos VANTs mais atuais, bem como as características do modelo adotado no estudo;
- O Capítulo 3 descreve a modelagem matemática do VANT;
- O Capítulo 4 aborda as características dos métodos de navegação e controle empregados;
- O Capítulo 5 apresenta os resultados experimentais e discussões;
- As conclusões e considerações finais são descritas no Capítulo 6.

OS VEÍCULOS AÉREOS NÃO TRIPULADOS

Segundo (RESEARCH, 2017), espera-se que o mercado de drones para aplicações comerciais atinja 26,74 bilhões de dólares americanos, a uma taxa de crescimento anual de 20,7% de 2016 a 2023. Pela tecnologia em ascensão, com novas tendências de utilização, espera-se também um grande crescimento nas aplicações civil e militar.

Dada a grande perspectiva de crescimento no mercado de drones, o presente capítulo tem como objetivo abordar as características gerais dos modelos de drones mais modernos, assim como os detalhes técnicos relevantes para um melhor entendimento do comportamento de tais veículo em voo. Também será explorado, especificamente, o modelo de drone adotado na pesquisa.

2.1 OS VANTS MODERNOS

Uma das principais justificativas para a popularização dos VANTs, segundo (SANTANA, 2016), desde seu uso civil até às aplicações comerciais, é provavelmente a popularização dos sistemas de piloto automático embarcados nos veículos. Tal ferramenta possibilitou uma pilotagem mais intuitiva por parte do operador, diferentemente dos modelos mais antigos, em que a pilotagem exigia certo grau de experiência do piloto.

Um estudo a respeito das características mais comuns de veículos aéreos não tripulados dotados de piloto automático pode ser visto em (CHAO; CAO; CHEN, 2010), onde uma das principais funções de tal ferramenta está na estabilização de atitude (orientação) do veículo. Desta forma, mantendo o VANT estabilizado, através de uma malha de controle interna, é possível receber comandos externos do operador, variando os ângulos de orientação a fim de realizar os movimentos desejados.

Na Figura 2.1, encontra-se um modelo de piloto automático. Através desse dispositivo, é possível auxiliar o usuário no controle do veículo, de forma a limitar a pilotagem há comandos simples e intuitivos. Muitos modelos de piloto automático utilizam código aberto para controlar suas funções de baixo nível, o que implica em uma maior acessibilidade para os usuários que desejam modificar comportamentos com a finalidade de uma experiência mais avançada, no controle dos movimentos do veículo.



Figura 2.1: Piloto automático modelo *Pixhawk* (PIXHAWK, 2020).

O piloto automático modelo *Pixhawk*, visto na Figura 2.1, por exemplo, possui compatibilidade com diversos códigos, dentre eles o *ArduPilot* (ARDUPILOT, 2016). Desta forma, é possível abstrair a categoria de veículo utilizada, podendo ser reconfigurada para diferentes tipos de modelo, tais como multirrotores (tri, quadri etc), helicópteros, aviões e outros.

Em outras palavras, ao ser configurado, o piloto automático encarrega-se de realizar as funções de baixo nível do veículo. No caso específico dos VANTs de pás rotativas, significa realizar procedimentos de decolagem, pouso e controle dos ângulos de atitude do veículo, por exemplo.

2.2 O VANT AR.DRONE 2.0

O VANT adotado no presente trabalho é o modelo AR.Drone 2.0, ilustrado na Figura 2.2 juntamente com os sistemas de coordenadas utilizados para fins de controle do veículo.

Lançado inicialmente pela sua fabricante, a empresa francesa *Parrot*, em sua versão 1.0, o AR.Drone rapidamente foi amplamente comercializado, popularizando-se também no meio acadêmico, como visto nos trabalhos de (BRISTEAU *et al.*, 2011), (KRAJNÍK *et al.*, 2011) e (ENGEL; JÜRGEN; CREMERS, 2014).

O AR.Drone possui um piloto automático e é dotado de bússola, sensor ultrassônico, sensores inerciais (acelerômetros e giroscópios), câmeras frontal e inferior, com um computador de bordo com um processador Cortex A8 de 1,00 GHz e 1GB de memória RAM, e sistema operacional Linux. Os detalhes técnicos relativos ao *hardware* do AR.Drone, às placas de rede de comunicação e gerenciamento de energia assim como o detalhamento de sua comunicação remota via *wifi* podem ser encontrados em (PISKORSKI *et al.*, 2012).

Como o AR.Drone possui comunicação via *wifi*, a estação de rádio controle frequentemente utilizada por vários outros modelos de drones acaba sendo substituída por dispositivos celulares. Dessa forma o veículo passa a ser controlado por manetes virtuais através do aplicativo fornecido pelo fabricante (BRISTEAU *et al.*, 2011; PISKORSKI *et al.*, 2012).

Uma vez que o código fonte é fornecido pelo fabricante para consulta, tal modelo de



Figura 2.2: Quadrotor modelo AR.Drone 2.0 e os sistemas de coordenadas adotado, sendo $\{w\}$ e $\{b\}$ os sistemas de coordenadas global e do veículo, respectivamente.

drone acaba tornando-se mais vantajoso na utilização acadêmica, já que torna-se possível tomar conhecimento dos protocolos de comunicação para acessar as informações do piloto automático do veículo. Embora os programas implementados dentro do piloto automático do veículo, para realizar as funções de baixo nível, sejam indisponíveis, ainda assim, os dados que têm acesso liberado facilitam a integração computacional do veículo a uma estação digital de controle em solo. A seguir, na Tabela 2.1 é possível analisar outras características que reforçam as vantagens de utilizar-se o AR.Drone em pesquisas experimentais.

Segundo (SANTANA; BRANDÃO; SARCINELLI-FILHO, 2016), embora tenha todos os dispositivos sensoriais citados, o AR.Drone não possui a capacidade de realizar um voo pairado completamente autônomo, pois, embora os procedimentos de decolagem e aterrissagem sejam realizados de forma autônoma, uma vez no ar, o drone começa a "deslizar", devido ao erro acumulado ao longo do tempo no sistema de medição, deslocando-se de sua posição inicial.

2.2.1 Dados Sensoriais do AR.Drone 2.0

É possível, por meio dos protocolos de comunicação disponibilizados em (PISKORSKI *et al.*, 2012), requisitar do piloto automático do AR.Drone o resultado do processamento dos sinais sensoriais. Desta forma, o *firmware* do veículo retorna o seguinte conjunto de variáveis, referenciadas aos sistemas de coordenadas visto na Figura 2.2:

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} z & v_x & v_y & v_z & \theta & \phi & \psi \end{bmatrix}, \quad (2.1)$$

em que z representa a cota de altitude (m) do VANT, relativa ao solo, v_x , v_y e v_z representam as velocidades lineares (m/s) do veículo, em relação aos eixos x_b , y_b e z_b . Por fim, ϕ , θ e ψ representam os ângulos de orientação do veículo (rad) referenciados ao sistema de coordenadas global. As influências das inclinações de ϕ e θ já são tratadas pelo *firmware*.

Tabela 2.1: Prós e Contras do VANT AR.Drone 2.0. Adaptado de (SANTANA, 2016).

Prós	Contras
• Custo reduzido;	• Pouca massa, susceptível a efeitos externos como rajadas de vento. Pode ser amenizado por controladores de voo robustos;
• Robusto contra quedas;	• Baixo alcance da rede sem fio. Pode ser melhorado usando roteadores para extensão do alcance;
• Acessível no Brasil e no mundo;	• Sensores de menor custo, com qualidade da informação limitada. Pode ser melhorado com tratamento adicional aos dados disponíveis;
• Fácil de controlar a partir de computadores operando como estação em solo.	• Baixa capacidade de carga a bordo. Não pode ser melhorado.

Também é possível requisitar as imagens das câmeras e os valores de latitude e longitude (graus), obtidos do GPS e referenciados no sistema de coordenadas *North*, *East* e *Down* (NED), não representados na Figura 2.2.

2.2.2 Controle de Movimentos do AR.Drone 2.0

Segundo (KRAJNÍK *et al.*, 2011) e (ENGEL; JÜRGEN; CREMERS, 2014), é possível enviar comandos de movimento para o Ar.Drone através de um protocolo específico em sua rede *wifi*, onde os sinais de comando são normalizados, de forma a representar percentualmente os movimentos desejados. O vetor de sinais de controle normalizados é definido por:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_\theta & u_\phi & u_z & u_\psi \end{bmatrix}^T, \quad u_i \in [-1.0, +1.0], \quad (2.2)$$

em que u_θ e u_ϕ representam comandos de inclinação em relação a y_w e x_w , que indiretamente representam comandos de velocidade linear sobre o eixo x_b e y_b , u_z representa um comando de velocidade linear sobre o eixo z_w e u_ψ representa um comando de velocidade angular em torno do eixo z .

2.3 A PLATAFORMA ROS

A partir da fácil integração computacional do Ar.Drone com dispositivos digitais, utilizando-se apenas comunicação via *wifi*, muitas ferramentas foram desenvolvidas para executar tal tarefa, permitindo substituir os dispositivos celulares, idealizados pelo fabricante, por outros dispositivos digitais, como computadores.

Embora o fabricante tenha liberado o código fonte (PISKORSKI *et al.*, 2012) em C/C++, com exemplos de implementação de protocolos de comunicação a fim de acessar os dados inerciais, imagens das câmeras etc, o mesmo mostra-se de difícil entendimento para usuários com pouca experiência em programação. Dessa forma, novas ferramentas surgiram a partir do SDK do fabricante, podendo-se destacar as implementadas sobre o *Robot Operating System* (ROS).

A plataforma ROS, escolhida para o desenvolvimento do presente trabalho, resume-se a um *framework* de robótica, compatível com ambiente Linux, que engloba um conjunto de ferramentas prontas para serem aplicadas em robôs. Com um alto nível de abstração de código, tal ferramenta difundiu-se rapidamente pela comunidade científica, recebendo uma crescente contribuição por parte dos usuários. Dessa forma, duas ferramentas foram criadas para darem suporte ao funcionamento do AR.Drone, o *ardrone_autonomy* (MONAJJEMI, 2012) e o *tum_ardrone* (ENGEL; JÜRGEN; CREMERS, 2014).

2.4 O AMBIENTE DE SIMULAÇÃO GAZEBO

A simulação de um robô é uma poderosa ferramenta para um desenvolvedor de sistemas robóticos. Um simulador bem projetado torna possível testar algoritmos rapidamente, projetar robôs, realizar testes de regressão e até mesmo treinar um sistema de inteligência artificial (IA) usando cenários realistas.

O Gazebo oferece a capacidade de simular com precisão e eficiência populações de robôs em ambientes internos e externos complexos. Além disso, a plataforma é gratuita, compatível com o ROS e possui uma comunidade muito participativa, cujo crescimento vem sendo significativo ao longo dos anos (GAZEBO, 2014). Dessa forma, um pacote de simulação foi criado, o *tum_simulator* (HUANG; STURM, 2014), a fim de simular o comportamento físico do AR.Drone e facilitar os testes dos controladores.

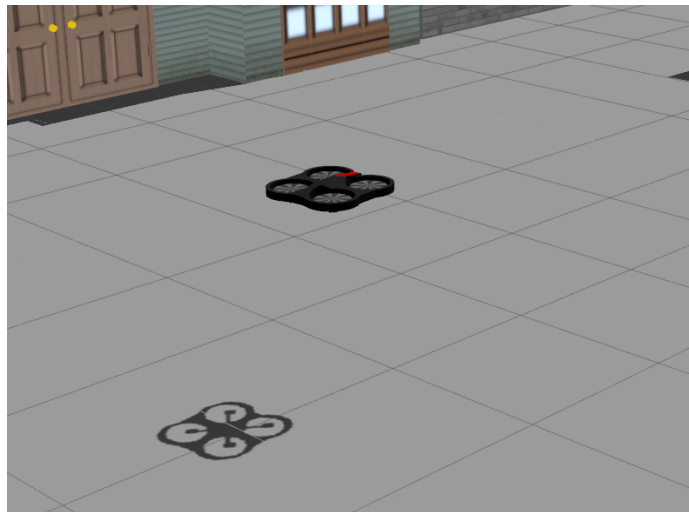


Figura 2.3: Quadrotor modelo Ar.Drone 2.0 no ambiente de simulação Gazebo.

Na Figura 2.3, é possível visualizar o modelo de simulação do AR.Drone 2.0, cujos parâmetros físicos podem ser facilmente modificados de acordo com o interesse do usuário.

Além disso, é possível modificar as condições de ambiente do simulador, como em testes de reação do modelo à rajadas de ventos ou de reação à colisão em diferentes estruturas.

MODELAGEM MATEMÁTICA DO VANT

A modelagem de um VANT quadrotor pode agregar vários níveis de detalhamento sobre os mecanismos que o compõem, incorporando desde representações do movimento do corpo rígido, até modelos de atuadores e de efeitos aerodinâmicos presentes em voos reais.

No presente capítulo, será discutido a modelagem matemática comumente utilizada para o VANT quadrotor. O equacionamento será obtido a partir de equações já difundidas na literatura, sendo estas simplificadas para que haja um melhor entendimento da correlação das variáveis no projeto do controlador de voo.

3.1 CONSIDERAÇÕES FÍSICAS DO QUADROTOR

O veículo quadrotor possui quatro motores e dois eixos, o que possibilita a configuração dos motores de diversas formas distintas, a fim de obter a simetria e o equilíbrio. Dentre as formas, pode-se destacar:

- (+): eixo x alinhado ao eixo de rotação físico;
- (X): eixo x disposto 45° dos eixos de rotação.

Essas são as configurações mais usuais, embora existam outras configurações possíveis, como pode ser visto na Figura 3.1. Na prática, a escolha da disposição dos rotores interfere apenas na forma como as forças e torques serão mapeados a partir de cada motor.

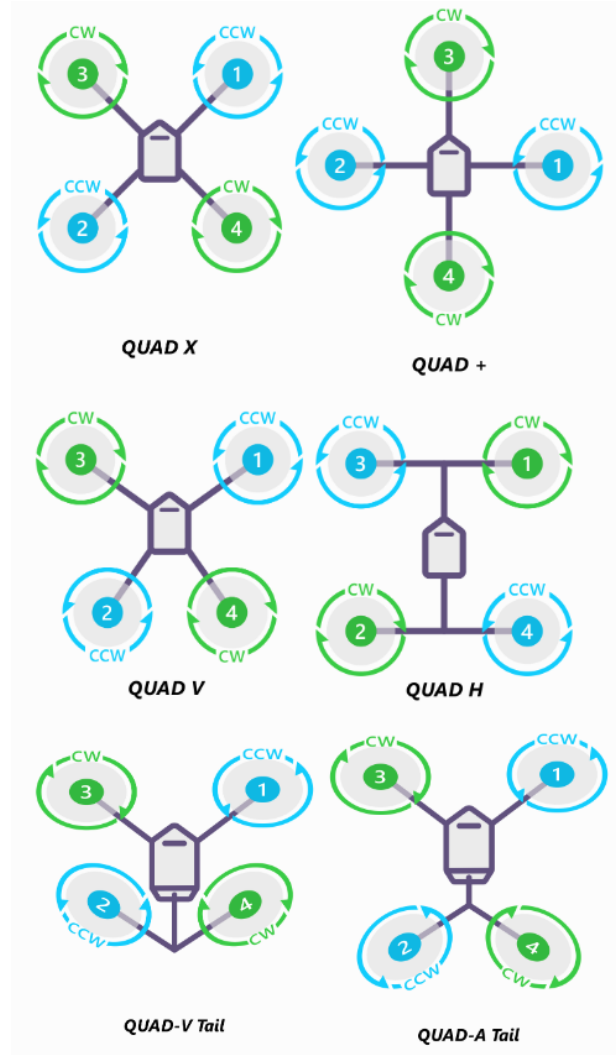


Figura 3.1: Disposições e sentidos de giro dos rotores para cada configuração existente de quadrotor (ARDUPILOT, 2016). Os sentidos de giro estão representados pela siglas CW e CCW (do inglês, *clockwise* e *counter-clockwise*) ou, horário e anti-horário, respectivamente.

Considera-se o veículo como um corpo rígido, simétrico em relação aos seus eixos principais, com o centro de gravidade coincidente com o centro geométrico, com hélices rígidas e dispostas na configuração em (X). Com relação às hélices, é importante dizer que as mesmas possuem um ângulo de ataque fixo.

3.2 PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO DO QUADROTOR

Segundo (BRANDÃO, 2013), a variação conjunta das forças de propulsão, resultantes da velocidade angular dos motores existentes no VANT, governa a navegação do veículo. Na Figura 3.2, é possível entender melhor o princípio de funcionamento, onde dois motores opostos giram em sentido horário, enquanto o outro par de motores gira em sentido anti-

horário.

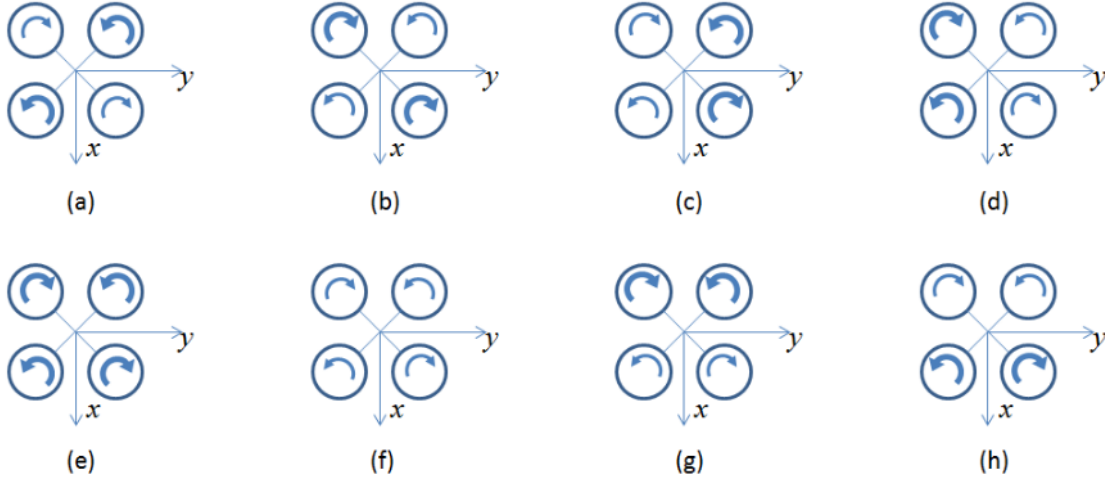


Figura 3.2: Princípio de funcionamento do quadrotor obtido pelas variações de velocidades angulares dos motores (BRANDÃO, 2013). (a) Guinada no sentido anti-horário, (b) Guinada no sentido horário, (c) Rolagem no sentido anti-horário, (d) Rolagem no sentido horário, (e) Movimento vertical de decolagem, (f) Movimento vertical de aterrissagem, (g) Arfagem no sentido anti-horário, (h) Arfagem no sentido horário.

3.3 MODELAGEM CINEMÁTICA DO VANT

A partir das velocidades lineares e angulares, no sistema de coordenadas do veículo, é possível obter o modelo cinemático do quadrotor. Dessa forma, como visto na Figura 3.3, considera-se o conjunto de coordenadas globais referenciados em $\langle w \rangle$ como $q = [\xi^T \ \eta^T]^T \in \mathbb{R}^6$, com $\xi = [x \ y \ z]^T \in \mathbb{R}^3$ sendo as translações para cada eixo e $\eta = [\theta \ \phi \ \psi]^T \in \mathbb{R}^3$ sendo os ângulos de arfagem, rolagem e guinada, respectivamente.

Para obter o modelo cinemático referente às velocidades lineares, define-se o vetor $V_b = [v_x \ v_y \ v_z^T]^T$ como sendo as velocidades do veículo, com referencial em $\langle b \rangle$. Desta forma, as velocidades globais podem ser obtidas da seguinte forma:

$$\dot{\xi} = \mathcal{R}V_b, \quad (3.1)$$

em que $\mathcal{R}$ é uma matriz de rotação obtida na sequência XYZ, como

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} \cos(\psi)\cos(\theta) & \cos(\psi)\sin(\theta)\sin(\phi) - \sin(\psi)\cos(\phi) & \cos(\psi)\sin(\theta)\cos(\phi) + \sin(\psi)\sin(\phi) \\ \sin(\psi)\cos(\theta) & \sin(\psi)\sin(\theta)\sin(\phi) + \cos(\psi)\cos(\phi) & \sin(\psi)\sin(\theta)\cos(\phi) - \cos(\psi)\sin(\phi) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta)\sin(\phi) & \cos(\theta)\cos(\phi) \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

Com relação as velocidade angulares, defini-se o vetor $\Omega = [p \ q \ r]^T$ como sendo as velocidades angulares, com referencial em $\langle b \rangle$. Logo, as velocidades angulares globais podem ser definidas da seguinte forma:

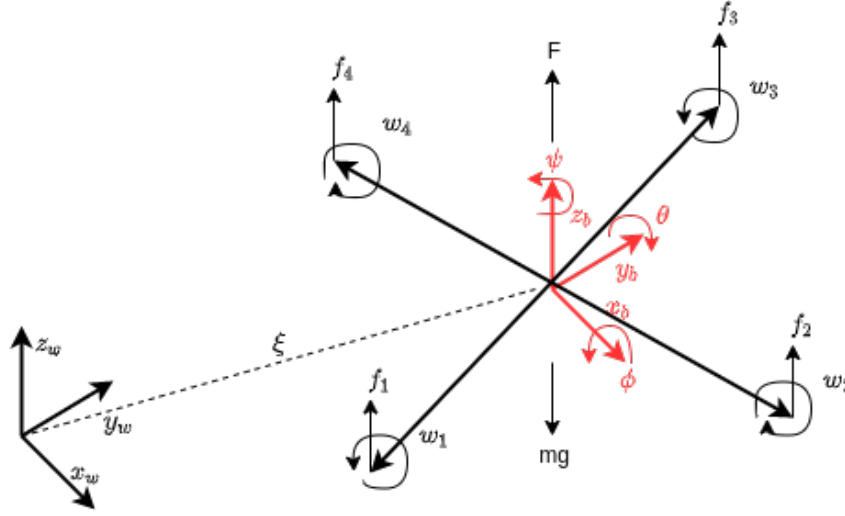


Figura 3.3: Diagrama de corpo livre do quadrotor.

$$\dot{\eta} = W_{\eta}^{-1}\Omega, \quad (3.3)$$

em que W_{η} é dada por

$$W_{\eta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi)\cos(\theta) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi)\cos(\theta) \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

3.4 MODELAGEM DINÂMICA DO VANT

Uma forma de realizar a modelagem matemática de um sistema físico consiste em utilizar as equações de movimento da mecânica. Além disso, é possível utilizar técnicas de identificação de sistemas para mensurar os coeficientes existentes no equacionamento.

De forma a melhorar o entendimento da modelagem dinâmica de um VANT, é possível subdividi-la em duas partes, basicamente:

- Modelo dinâmico de baixo nível;
- Modelo dinâmico de alto nível.

Essa subdivisão é comumente utilizada na literatura, como visto em (KOO; SASTRY, 1998) e (AHMED; POTA, 2009).

3.5 O MODELO DINÂMICO DE BAIXO NÍVEL

O modelo dinâmico de baixo nível representa, basicamente, a forma como o sinal de controle ($\mathbf{u}$) é convertido nas forças de propulsão ($f_{1...4}$) vistas na Figura 3.3.

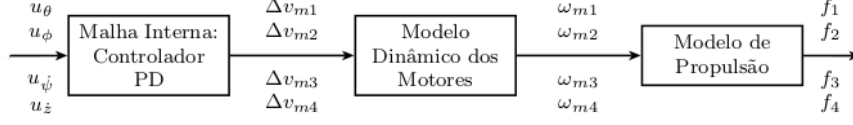


Figura 3.4: Diagrama de blocos do modelo de baixo nível.

Para um melhor entendimento, é possível representar em diagrama de blocos as funcionalidades que compõem o modelo de baixo nível, como visto na Figura 3.4.

O primeiro bloco, visto na Figura 3.4, representa a malha interna de controle Proporcional Derivativo (PD), sendo esta uma representação dos controladores internos do piloto automático do VANT. As entradas do presente bloco são definidas como os valores desejados para o ângulo de arfagem (θ_d), ângulo de rolagem (ϕ_d), taxa de guinada ($\dot{\psi}_d$) e taxa de deslocamento vertical ($\dot{z}_d$) e suas relações com os valores normalizados de ($\mathbf{u}$). Logo, segundo (BRANDÃO, 2013), para a determinação de um valor de rolagem, por exemplo, tem-se $\phi_d = u_\phi \phi_{max}$, onde ϕ_{max} determina o ângulo máximo de inclinação configurado no piloto automático. Essa mesma análise pode ser realizada para os demais sinais de controle.

Com relação a saída do bloco PD, têm-se as variações de tensão ($\Delta v_{m1...4}$) utilizadas para promover as alterações de velocidades angulares dos motores. Logo, podemos representar matricialmente as relações para o presente bloco como (BRANDÃO, 2013):

$$\begin{bmatrix} \Delta v_{m1} \\ \Delta v_{m2} \\ \Delta v_{m3} \\ \Delta v_{m4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{d\phi}\ddot{\phi} + k_{p\phi}\dot{\phi} \\ k_{d\theta}\ddot{\theta} + k_{p\theta}\dot{\theta} \\ k_{d\psi}\ddot{\psi} + k_{p\psi}\dot{\psi} \\ k_{dz}\ddot{z} + k_{pz}\dot{z} \end{bmatrix}, \quad (3.5)$$

em que $\tilde{\phi} = \phi_d - \phi$, por exemplo, é o erro de rolagem existente entre o valor desejado e o valor medido da variável. As constantes k_{pi} e k_{di} referem-se aos ganhos proporcionais e derivativos, respectivamente, do controlador de baixo nível.

No segundo bloco do diagrama de baixo nível encontra-se a modelagem dinâmica dos motores. Os aeromodelos utilizam comumente os motores sem escovas (*brushless*), cujo modelo se assemelha ao de um motor CC convencional. Dessa forma, segundo (OGATA, 2000) tem-se:

$$v_m = L_m \frac{di_a}{dt} + R_m i_a + v_b, \quad (3.6)$$

em que v_m representa a tensão de armadura aplicada ao motor, L_m a indutância, R_m a resistência, i_a a corrente de armadura e v_b a força contra-eletromotriz, que por sua vez é dada por:

$$v_b = k_b \omega_m, \quad (3.7)$$

em que k_b é a constante de força contra-eletromotriz, ao considerar o fluxo de campo magnético ϕ constante, e w_m é a velocidade angular desenvolvida pelo motor.

Como o motor está conectado ao rotor através de uma relação de engrenagens, a equação da inércia rotacional é dada por:

$$J_m \frac{d}{dt} w_m + B_m w_m = \tau_m - \frac{\tau_l}{r}, \quad (3.8)$$

em que J_m refere-se ao momento de inércia do eixo do motor, B_m um termo dissipativo, r a relação de engrenagens e τ_l o torque de carga. Por sua vez, para o torque produzido no eixo do motor, tem-se:

$$\tau_m = k_m i_a, \quad (3.9)$$

em que k_m é a constante do motor.

Ao considerar a constante de tempo elétrica muito menor que a mecânica, ou seja, $\frac{L_m}{R_m} \ll \frac{J_m}{B_m}$, ao associar (3.6), (3.7), (3.8) e (3.9), tem-se:

$$v_m = \frac{R J_m}{k_m} \frac{d}{dt} w_m + \left(\frac{R B_m}{k_m} + k_b \right) w_m + \frac{R}{r k_m} \tau_l. \quad (3.10)$$

Por sua vez, o terceiro bloco representa o modelo de propulsão, que conforme (CASTILHO; LOZANO; DZUL, 2005), pode ser aproximado da seguinte forma:

$$f = C_f w_m^2, \quad (3.11)$$

$$\tau_l = C_\tau w_m^2, \quad (3.12)$$

em que C_f e C_τ são parâmetros aerodinâmicos inerentes à construção do rotor.

Dessa forma, é possível finalizar a representação do modelo de baixo nível. Ao definir o modelo de propulsão, é possível completar a relação entre v_m e w_m apresentada em (3.10), considerando-se que cada um dos motores do quadrotor é comandado por $v_m = v_0 + \Delta v_m$, em que v_0 representa a tensão de referência necessária para que o drone compense seu peso e execute um voo pairado. Em (BRANDÃO, 2013), é possível encontrar os parâmetros do modelo de baixo nível do AR.Drone, obtidos de forma experimental. Estes podem ser vistos na Tabela 3.10.

Tabela 3.1: Parâmetros do modelo de baixo nível do AR.Drone.

$k_{p\phi} = k_{p\theta} = 10 \quad [V/rad]$	$k_{p\psi} = 15 \quad [V/rad]$	$k_{pz} = 15 \quad [V/m]$
$k_{d\phi} = k_{d\theta} = 1,0 \quad [V/rad]$	$k_{d\phi} = 0,01 \quad [V \cdot s/rad]$	$k_{d\phi} = 10 \quad [V \cdot s/rad]$
$r = 8,5$	$R = 8,214 \quad [\Omega]$	$J_m = 2,8 \cdot 10^{-8} \quad [kg \cdot m^2]$
$B_m = 1,06 \cdot 10^{-5} \quad [N \cdot m \cdot s]$	$k_m = 0,39 \quad [N \cdot m/A]$	$k_b = 8,0 \cdot 10^{-5} \quad [N \cdot m/A]$
$C_f = 1,14 \cdot 10^{-9} \quad [N \cdot s^2]$	$C_\tau = 3,2 \cdot 10^{-11} \quad [N \cdot m \cdot s^2]$	$\phi_{max} = 12 \quad [^\circ]$
$\theta_{max} = 12 \quad [^\circ]$	$\dot{\psi}_{max} = 100 \quad [^\circ/s]$	$\dot{z}_{max} = 0,7 \quad [m/s]$

3.6 O MODELO DINÂMICO DE ALTO NÍVEL

O modelo dinâmico de alto nível engloba as equações que representam a relação das forças de propulsão ($f_{1...4}$), provenientes do modelo de baixo nível, sobre o corpo do veículo. É possível visualizar melhor as relações no diagrama de blocos da Figura 3.5.

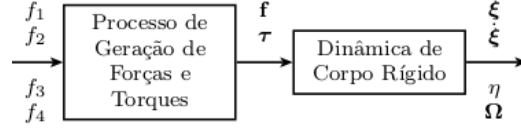


Figura 3.5: Diagrama de blocos do modelo de alto nível.

Para deduzir o equacionamento que representa o comportamento dinâmico do drone, é utilizado o formalismo de Newton-Euler, como visto em (BOUABDALLAH, 2007), (KIM; KANG; PARK, 2010) e (RAFFO, 2011). Este formalismo consiste em unir as equações de Euler e Newton para descrever os fenômenos físicos envolvidos no movimento de um corpo rígido, tanto de translação quanto de rotação. Logo, através da formulação de Newton-Euler, têm-se:

$$\begin{bmatrix} mI_3 & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\Omega} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Omega \times m\xi \\ \Omega \times \mathbf{I}\Omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix}, \quad (3.13)$$

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{xz} & I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix}, \quad (3.14)$$

em que $I_3 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ é a matriz identidade, $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ é a matriz de inércia e m é a massa do VANT. Além disto, $\dot{\xi}$ e $\dot{\Omega}$ são os vetores de aceleração linear e angular, respectivamente. Por fim, $\mathbf{f}$ e $\boldsymbol{\tau}$ são os vetores que representam o somatório de forças e torques aplicados ao veículo, tanto provenientes dos atuadores quanto dos efeitos aerodinâmicos, com referencial no centro de gravidade do drone.

3.6.1 Forças e Momentos Aerodinâmicos

Na Tabela 3.2 será apresentada as principais forças e momentos aerodinâmicos existentes no quadrotor e suas respectivas representações matemáticas, segundo (BOUABDALLAH, 2007).

Os parâmetros existentes na Tabela 3.2 são definidos da seguinte forma:

- ρ : densidade do ar;
- A : área do disco formado pela rotação das pás;
- C_T , C_H e C_Q : coeficientes de tração, força de eixo e de arrasto, respectivamente;
- R : raio do disco formado pela rotação das pás;

Tabela 3.2: Principais Forças e momentos aerodinâmicos do quadrotor.

Força de Tração ou Empuxo (T), Força de Eixo ou <i>Hub</i> (H) e Torque Aerodinâmico (Q): representam as forças e torques resultantes relacionados ao giro da hélice.	$T = \rho AC_T(\Omega R)^2$ $H = \rho AC_H(\Omega R)^2$ $Q = \rho AC_Q(\Omega R)^2$
Torque de Tração (τ): produzido pela diferença entre os empuxos dos motores.	$\sum_{i=1}^4 \tau_i^b = l \begin{bmatrix} T_4 - T_2 \\ T_1 - T_3 \\ 0 \end{bmatrix}$
Torque Induzido (τ_r): produzido pela influência da rotação dos motores no veículo.	$-\tau_r^b = j_r \begin{bmatrix} -\Omega_R \omega_y^b \\ \Omega_R \omega_x^b \\ \frac{\delta \Omega_R}{\delta t} \end{bmatrix}$
Força de Arrasto (F_D): Força produzida pela velocidade relativa entre o fluxo de ar e o veículo.	$\vec{F}_D = F_D(-\vec{e}_V)$
Precensão Giroscópica: Torque que surge nas pás, durante o voo, por conta do fenômeno da dissimetria de sustentação.	$\vec{T} = \vec{\Omega}_P \times \vec{L}$

- Ω : velocidade de rotação das pás;
- T_i : força de tração gerada por cada hélice;
- l : distância entre o centro de cada rotor e o centro de massa do veículo;
- τ_r^b : torque induzido pelo rotor, no referencial do veículo;
- j_r : inércia do rotor;
- Ω_R : velocidade residual de rotação dos rotores;

- Ω_x^b e Ω_y^b : velocidades angulares, nos eixos x e y, com referencial no veículo;
- τ : constante de tempo do motor;
- K_m : ganho DC do motor;
- u_i : sinal de entrada;
- Q_i : torque no eixo do motor;
- F_D : força de arrasto;
- $\vec{e}_V$: vetor unitário com o sentido da velocidade do veículo;
- $\vec{\Omega}_P$: velocidade de precessão;
- $\vec{L}$: eixo perpendicular ao plano das pás;

3.6.2 Estudo do Movimento do Quadrotor

Na modelagem matemática, é desconsiderado o efeito de Precessão Giroscópica, pois o mesmo pode ser negligenciado, já que no quadrotor um par de hélices tende a anular o torque exercido pelo outro. Dessa forma, pode-se descrever os fenômenos a seguir, segundo (BOUABDALLAH, 2007).

- **Momentos de Rolagem ou *Roll*;**

A rolagem refere-se à rotação em torno do eixo X, sofrendo influência dos fenômenos descritos na Tabela 3.3.

Na Tabela 3.3, I_{yy} e I_{zz} referem-se aos momentos de inércia dos eixos Y e Z, respectivamente, h é a distância horizontal entre o centro da hélice e o centro de massa, H_{y_i} , a força de eixo em Y gerada por cada um dos atuadores e R_{mx_i} , os momentos de rolagem no eixo X gerados por cada um dos atuadores.

- **Momentos de Arfagem ou *Pitch*;**

A arfagem refere-se à rotação em torno do eixo Y, sofrendo influência dos fenômenos descritos na Tabela 3.4.

Na Tabela 3.4, I_{xx} refere-se ao momento de inércia do eixo X, H_{x_i} , a força de eixo em X gerada por cada um dos atuadores e R_{my_i} , os momentos de arfagem no eixo Y gerados por cada um dos atuadores.

- **Momentos de Guinada ou *Yaw*;**

A guinada refere-se à rotação em torno do eixo Z, sofrendo influência dos fenômenos descritos na Tabela 3.5.

Tabela 3.3: Momentos de rolagem.

Efeito Giroscópico de Rotação	$\dot{\theta}\dot{\psi}(I_{yy} - I_{zz})$
Torque Induzido (Efeito de Rotação das Pás)	$j_r\dot{\theta}\Omega_r$
Torque de Tração (Efeito dos Atuadores)	$l(T_4 - T_2)$
Torque de Eixo por Voo Lateral (Efeito Aerodinâmico)	$h(\sum_{i=1}^4 H_{y_i})$
Torque de Rolagem por Voo Frontal (Efeito Aerodinâmico)	$(-1)^{i+1} \sum_{i=1}^4 R_{mx_i}$

Tabela 3.4: Momentos de arfagem.

Efeito Giroscópico de Rotação	$\dot{\phi}\dot{\psi}(I_{zz} - I_{xx})$
Torque Induzido (Efeito de Rotação das Pás)	$j_r\dot{\phi}\Omega_r$
Torque de Tração (Efeito dos Atuadores)	$l(T_1 - T_3)$
Torque de Eixo por Voo Frontal (Efeito Aerodinâmico)	$h(\sum_{i=1}^4 H_{x_i})$
Torque de Eixo por Voo Lateral (Efeito Aerodinâmico)	$(-1)^{i+1} \sum_{i=1}^4 R_{my_i}$

- **Forças no Eixo X;**

O veículo sofre alteração de posição espacial no eixo X pela influência dos fenômenos descritos na Tabela 3.6.

Na Tabela 3.6, C_x refere-se ao coeficiente de arrasto no eixo X e A_c é a área da fuselagem do quadrotor.

- **Forças no Eixo Y;**

O veículo sofre alteração de posição espacial no eixo Y pela influência dos fenômenos descritos na Tabela 3.7.

Tabela 3.5: Momentos de guinada.

Efeito Giroscópico de Rotação	$\dot{\theta}\dot{\phi}(I_{xx} - I_{yy})$
Contra - Torque Inercial	$j_r\Omega_r$
Diferença de Torques Aerodinâmicos	$(-1)^{i+1}(\sum_{i=1}^4 Q_i)$
Diferenças de Torques de Eixo em Voo Frontal	$l(H_{x_2} - H_{x_4})$
Diferenças de Torques de Eixo em Voo Lateral	$l(H_{y_3} - H_{y_1})$

Tabela 3.6: Forças no Eixo X.

Força de Tração (Efeito dos Atuadores)	$(\sin\psi\sin\phi + \cos\psi\sin\theta\cos\phi) \sum_{i=1}^4 T_i$
Força de Eixo na Direção X	$-\sum_{i=1}^4 H_{x_i}$
Força de Arrasto	$\frac{1}{2}C_x A_c \rho \dot{x} \dot{x} $

Tabela 3.7: Forças no Eixo Y.

Força de Tração (Efeito dos Atuadores)	$(-\cos\psi\sin\phi + \sin\psi\sin\theta\cos\phi) \sum_{i=1}^4 T_i$
Força de Eixo na Direção Y	$-\sum_{i=1}^4 H_{y_i}$
Força de Arrasto	$\frac{1}{2}C_y A_c \rho \dot{y} \dot{y} $

Na Tabela 3.7, C_y refere-se ao coeficiente de arrasto no eixo Y.

• **Forças no Eixo Z;**

O veículo sofre alteração de posição espacial no eixo Z pela influência dos fenômenos descritos na Tabela 3.8.

Tabela 3.8: Forças no Eixo Z.

Força de Tração (Efeito dos Atuadores)	$(\cos\phi\cos\theta) \sum_{i=1}^4 T_i$
Força Peso	mg

Na Tabela 3.8, m refere-se à massa e g , à aceleração da gravidade.

3.6.3 Equação do Movimento

Ao juntar os fenômenos descritos na Seção 3.6.2, têm-se as seguintes equações não lineares representativas do comportamento do quadrotor, para cada um dos seis eixos:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{xx}\ddot{\phi} = \dot{\theta}\dot{\psi}(I_{yy} - I_{zz}) + j_r\dot{\theta}\Omega_r + l(T_4 - T_2) - h(\sum_{i=1}^4 H_{y_i}) + (-1)^{i+1} \sum_{i=1}^4 R_{mx_i}, \\ I_{yy}\ddot{\theta} = \dot{\phi}\dot{\psi}(I_{zz} - I_{xx}) - j_r\dot{\psi}\Omega_r + l(T_1 - T_3) + h(\sum_{i=1}^4 H_{y_i}) + (-1)^{i+1} \sum_{i=1}^4 R_{my_i}, \\ I_{zz}\ddot{\psi} = \dot{\theta}\dot{\phi}(I_{xx} - I_{yy}) + j_r\dot{\theta}\Omega_r + (-1)^{i+1} \sum_{i=1}^4 Q_i + l(H_{x_2} - H_{x_4}) + l(H_{y_3} - H_{y_1}), \\ m\ddot{x} = (\sin\psi\sin\theta + \cos\psi\sin\theta\cos\phi) \sum_{i=1}^4 T_i - \sum_{i=1}^4 H_{x_i} - \frac{1}{2}C_x A_c \rho \dot{x}|\dot{x}|, \\ m\ddot{y} = (-\cos\psi\sin\phi + \sin\psi\sin\theta\cos\phi) \sum_{i=1}^4 T_i - \sum_{i=1}^4 H_{y_i} - \frac{1}{2}C_y A_c \rho \dot{y}|\dot{y}|, \\ m\ddot{z} = mg - (\cos\phi\cos\theta) \sum_{i=1}^4 T_i. \end{array} \right. \quad (3.15)$$

Os parâmetros do modelo de alto nível do quadrotor AR.Drone, com massa $m = 0.380 \text{ kg}$, são apresentados na Tabela 3.9 (BRANDÃO, 2013) .

Tabela 3.9: Parâmetros do modelo de alto nível do AR.Drone.

$I_{xx} = 9,57 \cdot 10^{-3} \text{ [kg} \cdot \text{m}^2]$	$I_{xy} = 0 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2]$	$I_{xz} = 0 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2]$
$I_{yx} = 0 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2]$	$I_{yy} = 18,57 \cdot 10^{-3} \text{ [kg} \cdot \text{m}^2]$	$I_{yx} = 0 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2]$
$I_{zx} = 0 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2]$	$I_{zy} = 0 \cdot 10^{-3} \text{ [kg} \cdot \text{m}^2]$	$I_{zz} = 25,55 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2]$

3.7 O MODELO DINÂMICO SIMPLIFICADO DE UM VANT

A modelagem realizada na seção 3.3.2 busca englobar a maior parte dos fenômenos físicos envolvidos na operação de voo do VANT, o que resulta na utilização de uma grande quantidade de equações e parâmetros.

O projeto de controladores de voo, a partir de uma modelagem como a vista anteriormente, consiste em definir os sinais de controle do modelo de alto nível $\mathbf{f}$ e $\boldsymbol{\tau}$ para serem alimentados nas equações do modelo de baixo nível, sendo, por sua vez, reversamente transformados nos sinais reais ($\mathbf{u}$). Tal forma de projetar controladores pode-se tornar uma tarefa complexa.

Uma simplificação do modelo pode ser vista em (BOUABDALLAH, 2007), em que as forças de eixo (*hub*) e os momentos de rolagem são negligenciados, e os coeficientes de arrasto e tração são considerados constantes. Além disto, as entradas do sistema podem

ser mapeadas de forma a possibilitar que cada um dos seis estados de interesse ($\phi, \theta, \psi, x, y, z$) tenha apenas relação direta com uma das entradas. Dessa forma, considerando-se que cada entrada U_i está associada às velocidades de rotação das pás, é possível definir um modelo no espaço de estados para o quadrotor.

Definem-se $U_i, i = 1, 2, 3, 4$ como:

$$\begin{cases} U_1 = d(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2), \\ U_2 = b(\Omega_4^2 - \Omega_2^2), \\ U_3 = b(\Omega_1^2 - \Omega_3^2), \\ U_4 = d(\Omega_2^2 + \Omega_4^2 - \Omega_1^2 - \Omega_3^2), \end{cases} \quad (3.16)$$

sendo b e d os fatores de tração e de arrasto, respectivamente. Para o vetor de estados

$$X = [\phi \quad \dot{\phi} \quad \theta \quad \dot{\theta} \quad \psi \quad \dot{\psi} \quad z \quad \dot{z} \quad x \quad \dot{x} \quad y \quad \dot{y}]^T, \quad (3.17)$$

tem-se o modelo simplificado $\dot{X} = f(X, U)$ do quadrotor da seguinte forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\phi}, \\ \frac{\dot{\theta}\dot{\psi}(I_{yy}-I_{zz})}{I_{xx}} + \frac{\theta\Omega_R J_r}{I_{xx}} + \frac{lU_2}{I_{xx}}, \\ \dot{\theta}, \\ \frac{\dot{\phi}\dot{\psi}(I_{yy}-I_{yy})}{I_{xx}} - \frac{\phi\Omega_R J_r}{I_{yy}} + \frac{lU_3}{I_{yy}}, \\ \dot{\psi}, \\ \frac{\dot{\theta}\dot{\phi}(I_{xx}-I_{yy})}{I_{zz}} + \frac{lU_4}{I_{zz}}, \\ \dot{z}, \\ g - (\cos\phi\cos\theta)\frac{U_1}{m}, \\ \dot{x}, \\ (\cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi)\frac{U_1}{m}, \\ \dot{y}, \\ (\cos\phi\sin\theta\cos\psi - \sin\phi\sin\psi)\frac{U_1}{m}, \end{array} \right. \quad (3.18)$$

sendo a velocidade residual de rotação:

$$\Omega_R = -\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4. \quad (3.19)$$

A partir de (3.18), é possível notar que os ângulos e suas derivadas não dependem dos componentes de translação. Por outro lado, as translações dependem dos ângulos. Segundo (BOUABDALLAH, 2007), dessa forma pode-se imaginar, idealmente, o sistema geral descrito como sendo constituído por dois subsistemas: as rotações angulares e as translações lineares, como visto na Figura 3.6.

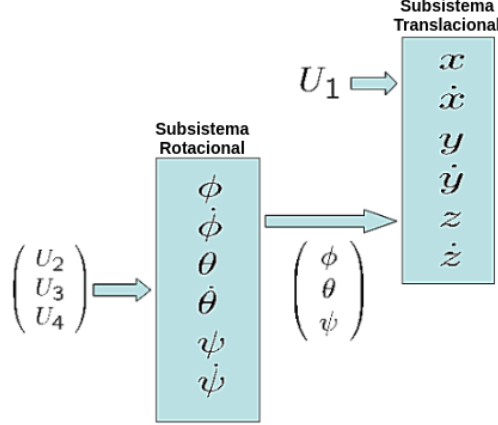


Figura 3.6: Conexão dos subsistemas de rotação e translação. (Adaptado de BOUAB-DALLAH, 2007).

3.8 O MODELO DINÂMICO SIMPLIFICADO DO AR.DRONE 2.0

Para o modelo dinâmico do AR.Drone, uma forma simplificada de modelagem pode ser considerada, em que a resposta do veículo aos comandos reais ($\mathbf{u}$) é regida por equações lineares, substituindo as equações tradicionais de modelagem do quadrotor. Tal consideração torna-se possível pela ação do piloto automático do veículo, como visto em (KRAJNÍK *et al.*, 2011).

Em (BRISTEAU *et al.*, 2011) e (PISKORSKI *et al.*, 2012), uma descrição mais detalhada a respeito da tecnologia embarcada no piloto automático do veículo pode ser vista, nas quais encontram-se controladores lineares, sintonizados para funcionar sem sobressinal e com tempo de acomodação mínimo. A atuação do piloto automático, cuja arquitetura pode ser vista na Figura 3.7, garante que os comandos de inclinação enviados para o veículo não afetem sua altitude, possibilitando realizar movimentos laterais e longitudinais com altitude constante.

Dessa forma, têm-se as seguintes equações simplificadas, como respostas dos comandos $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_\theta & u_\phi & u_z & u_\psi \end{bmatrix}^T$:

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = K_\theta w_\theta^2 \theta_{max} u_\theta - 2\zeta_\theta w_\theta \dot{\theta} - w_\theta^2 \theta, \\ \ddot{\phi} = K_\phi w_\phi^2 \phi_{max} u_\phi - 2\zeta_\phi w_\phi \dot{\phi} - w_\phi^2 \phi, \\ \ddot{z} = \left(\frac{K_z \dot{z}_{max}}{\tau_z}\right) u_z - \left(\frac{1}{\tau_z}\right) \dot{z}, \\ \ddot{\psi} = \left(\frac{K_\psi \psi_{max}}{\tau_\psi}\right) u_\psi - \left(\frac{1}{\tau_\psi}\right) \dot{\psi}, \end{cases} \quad (3.20)$$

em que K_ϕ , K_θ , K_z e K_ψ são interpretados como os ganhos de processo, w_θ e w_ϕ , as frequências naturais, ζ_ϕ e ζ_θ , os coeficientes de amortecimento e τ_z e τ_ψ , as constantes de tempo. Além disto, θ_{max} , ϕ_{max} , $\dot{z}_{max}$ e $\dot{\psi}_{max}$ representam parâmetros limitadores das orientações de rolagem e arfagem, de velocidade vertical e de guinada, respectivamente.

As equações não lineares que descrevem o comportamento de x e y , obtidas a partir de (3.18), neste trabalho, considerando-se as forças de arrasto translacional, são dadas

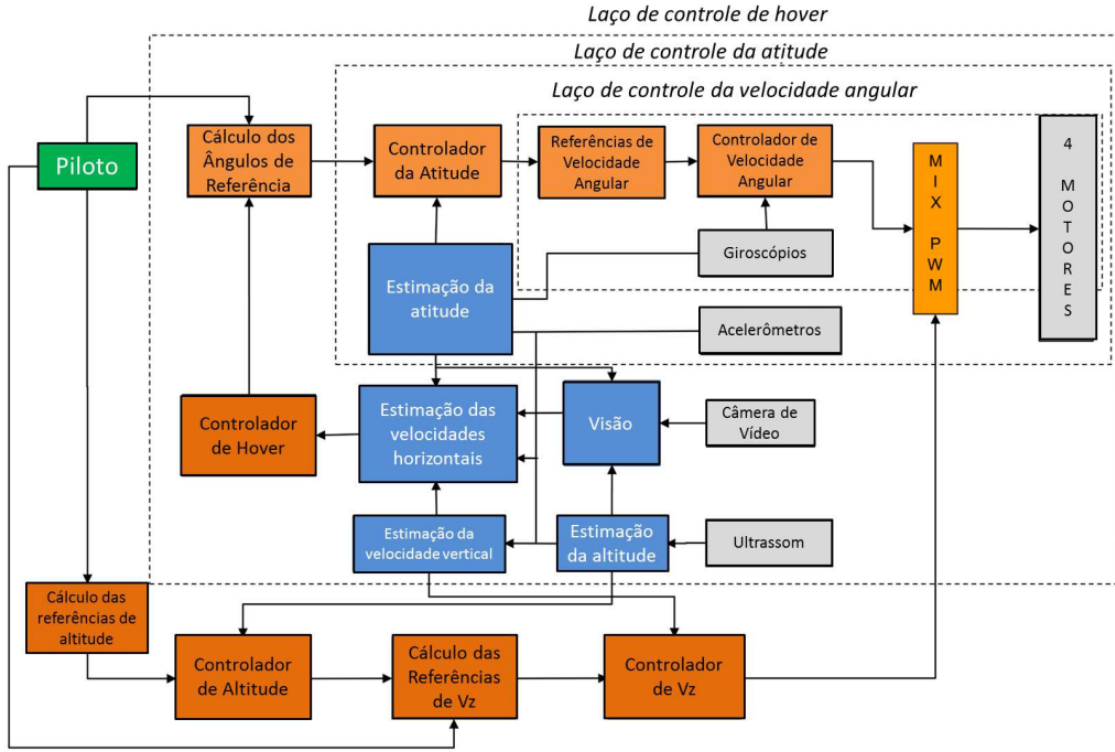


Figura 3.7: Arquitetura de controle do piloto automático do AR.Drone (SANTANA, 2016).

por:

$$\begin{cases} \ddot{x} = (\cos\phi \sin\theta \cos\psi + \sin\phi \sin\psi)g - C_x \dot{x}, \\ \ddot{y} = (\cos\phi \sin\theta \sin\psi - \sin\phi \cos\psi)g - C_y \dot{y}, \end{cases} \quad (3.21)$$

em que C_x e C_y são os coeficientes de arrasto.

Finalmente, considerando-se que o sinal abstrato de alto nível U_1 nada mais é do que a força necessária para que o drone mantenha-se numa determinada altitude ($U_1 = mg$), tem-se o seguinte modelo simplificado resultante:

$$\begin{cases} \ddot{x} = (\cos\phi \sin\theta \cos\psi + \sin\phi \sin\psi)g - C_x \dot{x}, \\ \ddot{y} = (\cos\phi \sin\theta \sin\psi - \sin\phi \cos\psi)g - C_y \dot{y}, \\ \ddot{z} = \left(\frac{K_z \dot{z}_{max}}{\tau_z}\right)u_z - \left(\frac{1}{\tau_z}\right)\dot{z}, \\ \ddot{\theta} = K_\theta w_\theta^2 \theta_{max} u_\theta - 2\zeta_\theta w_\theta \dot{\theta} - w_\theta^2 \theta, \\ \ddot{\phi} = K_\phi w_\phi^2 \phi_{max} u_\phi - 2\zeta_\phi w_\phi \dot{\phi} - w_\phi^2 \phi, \\ \ddot{\psi} = \left(\frac{K_\psi \dot{\psi}_{max}}{\tau_\psi}\right)u_\psi - \left(\frac{1}{\tau_\psi}\right)\dot{\psi}, \end{cases} \quad (3.22)$$

em que as entradas reais de controle ($\mathbf{u}$) relacionam-se com as dinâmicas de rotação e altitude, e os ângulos resultantes influenciam as dinâmicas translacionais de x e y . Esta

representação mostra-se vantajosa, quando comparada com (3.15), pela simplificação do modelo. Além disto, segundo (SANTANA, 2016), a possibilidade de abstrair os sinais de comando de alto nível possibilita aplicar tal modelo em qualquer veículo que possua piloto automático, seja ele quadrotor ou não.

Ao configurar o piloto automático para que seja permitido somente pequenos ângulos de inclinação (θ e ϕ) e ângulo de guinada (ψ) nulo, torna-se possível linearizar as equações vistas em (3.21), levando-se em consideração que $\sin(\alpha) \approx \alpha$ e $\cos(\alpha) \approx 1$, logo:

$$\begin{cases} \ddot{x} = g\theta - C_x\dot{x}, \\ \ddot{y} = -g\phi - C_y\dot{y}. \end{cases} \quad (3.23)$$

Na Figura 3.8, é possível visualizar, no domínio da frequência, os subsistemas que compõem o modelo simplificado.

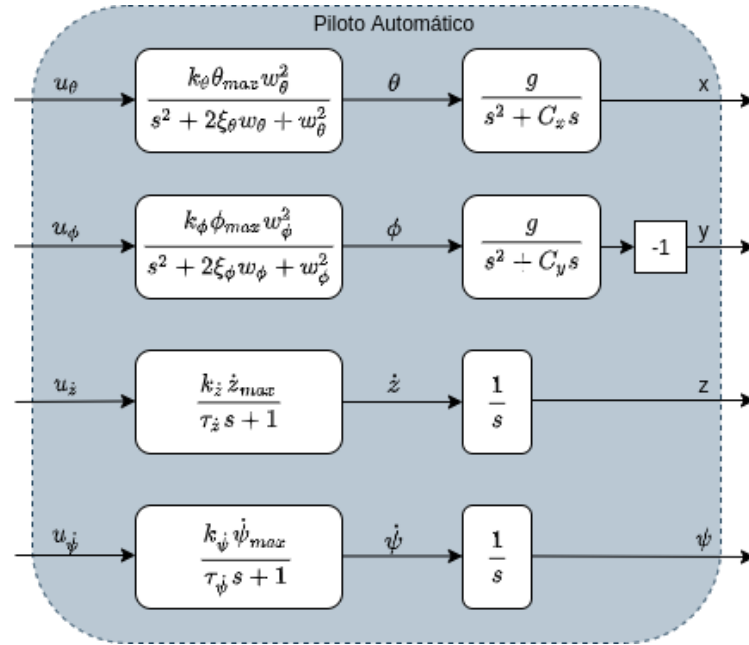


Figura 3.8: Representação do modelo simplificado do veículo no domínio da frequência.

3.8.1 Identificação dos Parâmetros do Modelo Simplificado do Ar.Drone 2.0

Para estimar os valores dos parâmetros das equações (3.20) e (3.23), foram realizados experimentos para a identificação do modelo linear, produzindo os resultados da Tabela 3.10. Foi observado experimentalmente que os valores de K_θ e K_ϕ estão condicionados aos módulos das respectivas entradas de controle.

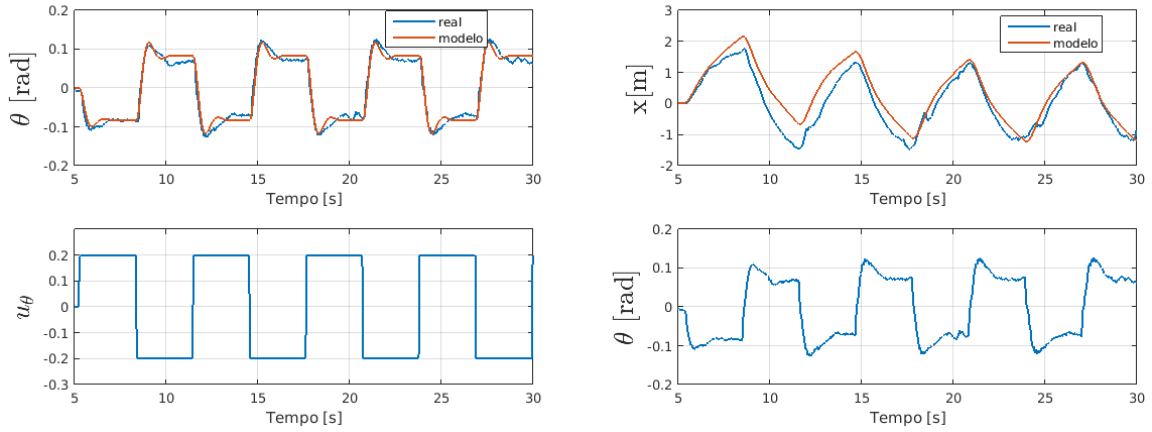
Nas Figuras 3.9 a 3.11, são apresentados os resultados experimentais para cada grau de liberdade, juntamente com as respostas do modelo linear, implementado a partir dos parâmetros encontrados.

Os resultados foram apresentados seguindo a organização dos subsistemas visto na Figura 3.8, onde as entradas são representadas por u_θ , u_ϕ , u_z , u_ψ , θ e ϕ , e as saídas, por

Tabela 3.10: Parâmetros do modelo matemático do AR.Drone 2.0.

$K_\theta = \begin{cases} 1, 0, & \text{se } u_\theta \geq 0,5 \\ 2, 0, & \text{se } u_\theta < 0,5 \end{cases}$	$K_\phi = \begin{cases} 1, 0, & \text{se } u_\phi \geq 0,5 \\ 2, 0, & \text{se } u_\phi < 0,5 \end{cases}$
$K_{\dot{z}} = 1,24$	$K_{\dot{\psi}} = 0,91$
$\theta_{max} = 0,21$ [rad]	$\phi_{max} = 0,21$ [rad]
$\dot{z}_{max} = 0,70$ [m/s]	$\dot{\psi}_{max} = 1,74$ [rad/s]
$\omega_\theta = 4,82$ [Hz]	$\omega_\phi = 4,86$ [Hz]
$\zeta_\theta = 0,45$	$\zeta_\phi = 0,49$
$\tau_{\dot{z}} = 0,52$ [s]	$\tau_{\dot{\psi}} = 0,08$ [s]

θ , ϕ , $\dot{z}$, $\dot{\psi}$, x e y , respectivamente.

Figura 3.9: Resultado da identificação de parâmetros para o teste em θ e x .

3.8.2 Avaliação Experimental do Modelo Simplicado do Ar.Drone 2.0

A fim de validar os parâmetros identificados na Tabela 3.10, foi aplicado, em malha aberta, tanto no veículo como no modelo matemático, o seguinte sinal de teste:

$$u_i = 0,5 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) + 0,3 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right),$$

em que $T = 5s$. Segundo (SANTANA, 2016), sinais compostos por somatório de senoides, como este sinal apresentado, são úteis pois estimula a resposta do veículo em frequências similares às requisitadas no problema de seguimento de trajetória.

Nas Figuras 3.12 a 3.14, são apresentados os resultados experimentais para cada grau de liberdade, juntamente com as respostas do modelo linear implementado. Os sinais

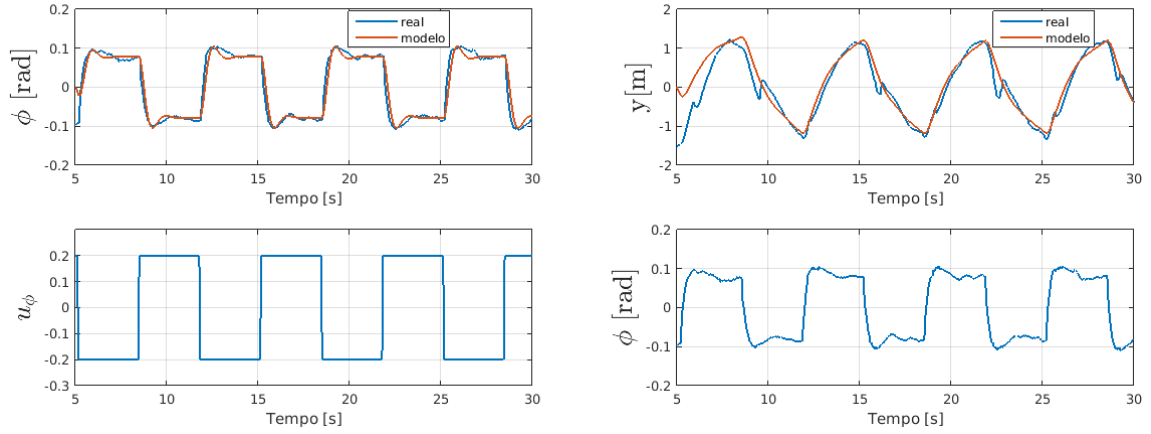


Figura 3.10: Resultado da identificação de parâmetros para o teste em ϕ e y .

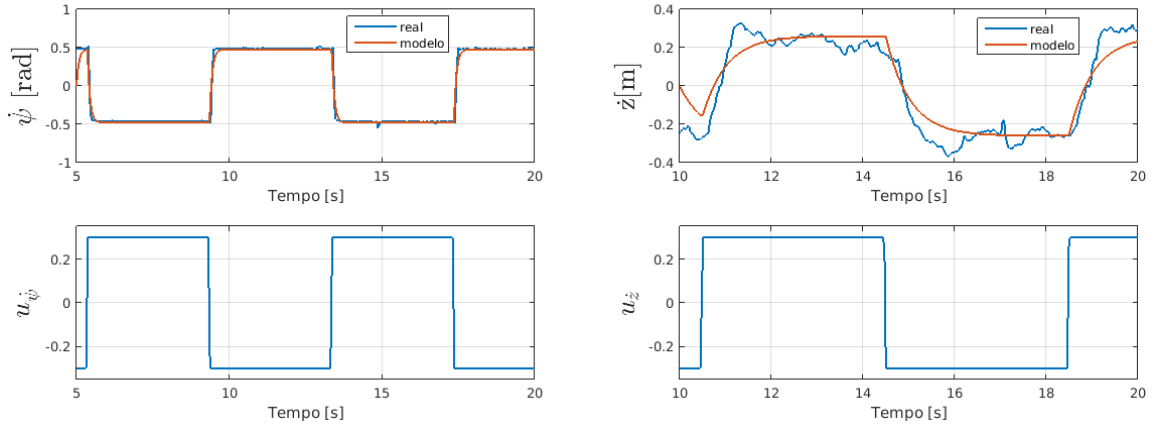


Figura 3.11: Resultado da identificação de parâmetros para o teste em ψ e z .

reais de entrada ($\mathbf{u} = u_i$) estão relacionados com seus respectivos graus de liberdade, enquanto que x e y relacionam-se com os próprios sinais resultantes de θ e ϕ .

Ao analisar as Figuras 3.12 a 3.14, é possível observar uma aproximação satisfatória entre o comportamento real e simulado do veículo, validando assim os parâmetros encontrados na etapa de identificação do modelo para que sejam utilizados na etapa de projeto dos controladores.

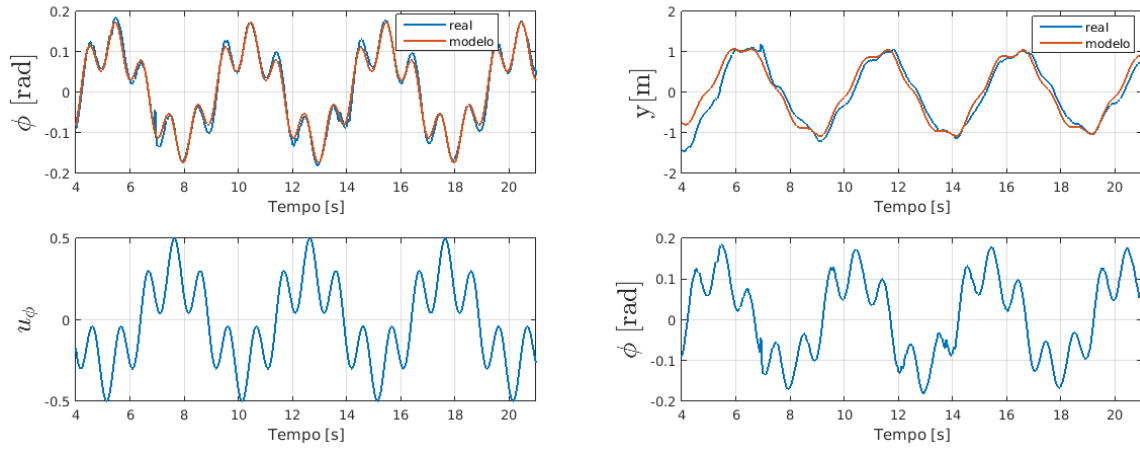


Figura 3.12: Comparação entre a resposta do modelo e os dados sensoriais do veículo para ϕ e y .

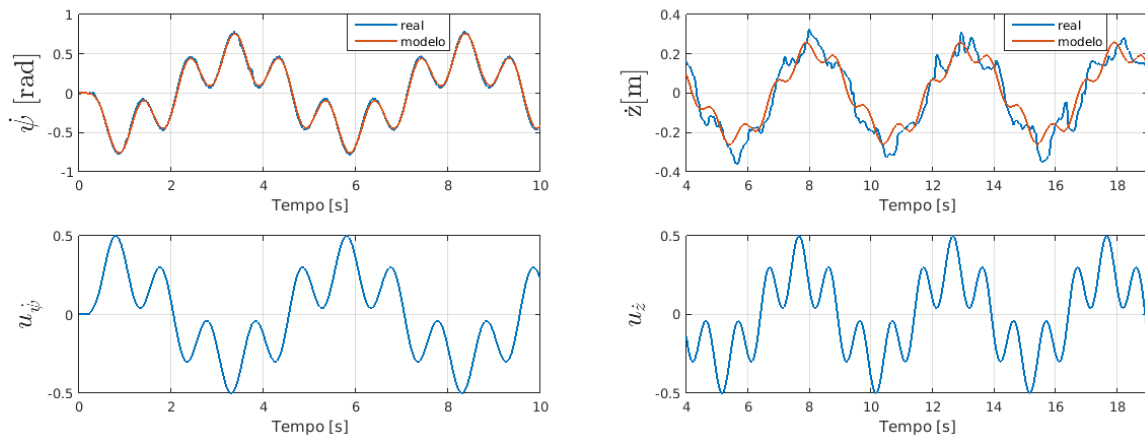


Figura 3.13: Comparação entre a resposta do modelo e os dados sensoriais do veículo para ψ e z .

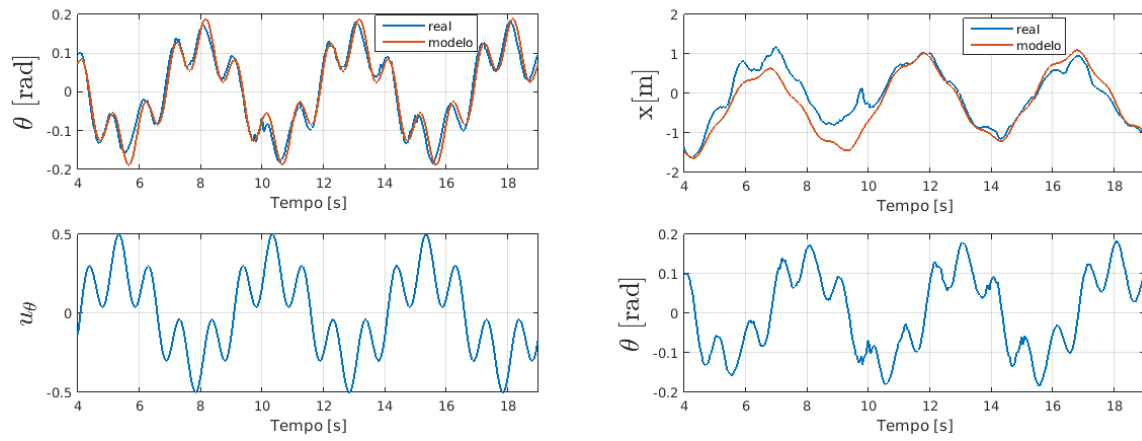


Figura 3.14: Comparação entre a resposta do modelo e os dados sensoriais do veículo para θ e x .

SISTEMA DE NAVEGAÇÃO E CONTROLE DO VANT

O problema de navegação e controle em quadrotores atrai a atenção de muitos pesquisadores, uma vez que tais veículos se caracterizam por serem subatuados e terem não linearidades em seu comportamento.

Para que o VANT estabilize e siga uma determinada referência de posição ou atitude, é necessário o desenvolvimento de leis de controle que comandem o dispositivo. Atrelado a isto, é imprescindível um bom sistema de sensoriamento para que o veículo tenha o entendimento de sua localização espacial.

Neste capítulo será apresentada a técnica de fusão sensorial e estimação de estados adotada, assim como as técnicas de controle por realimentação de estado implementadas no veículo.

4.1 TÉCNICA DE FUSÃO SENSORIAL E ESTIMAÇÃO DE ESTADOS

Um sistema de navegação é composto basicamente por sensores, embarcados ou externos ao veículo, e algoritmos de processamento de dados capazes de fornecer informações suficientes para o controle durante o voo. No caso do presente trabalho, utilizam-se somente os sensores embarcados no veículo AR.Drone, que por sua vez alimentam os algoritmos da estratégia de fusão sensorial escolhida, para a consequente estimação de estados.

Para realizar a fusão sensorial e estimação de estados foi utilizado o Filtro de Kalman Estendido (EKF), como visto em (NÜTZI *et al.*, 2011) e (ENGEL; STURM; CREMERS, 2012). A escolha deste tipo de estimador em grande parte dos trabalhos relacionados a quadrotores deve-se, principalmente, à natureza não linear dos modelos usados para representar os movimentos dos VANTs.

Com relação à representação do algoritmo do Filtro de Kalman Estendido (EKF), em termos de implementação discreta, é utilizada a seguinte notação (ENGEL, 2011):

- n, m, d : dimensões do vetor de estado, vetor de medição e vetor de controle, respectivamente;

- $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^n$: estado no tempo k . A estimativa deste estado, conhecendo-se o passado até o instante j , é representado por $\hat{\mathbf{x}}_{k|j}$;
- $\mathbf{P}_{k|j} \in \mathbb{R}^{n \times n}$: covariância estimada de $\hat{\mathbf{x}}_{k|j}$;
- $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times d}$: matriz de mapeamento da influência de entradas de controle $\mathbf{u}_k \in \mathbb{R}^d$ na transição dos estados;
- $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{n \times n}$: matriz de covariância do ruído do processo;
- $\mathbf{F} \in \mathbb{R}^{n \times n}$: modelo de transição de estados, representando a evolução temporal de um estado no instante anterior $[k-1]$ para o instante corrente $[k]$. Supõe-se que esta transição esteja sujeita a ruído gaussiano de média zero $\mathbf{w}_k \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{Q})$, em que $\mathbf{Q}$ é conhecida;
- $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{m \times m}$: matriz de covariância do ruído das medições;
- $\mathbf{z}_k \in \mathbb{R}^m$: observação do estado no tempo k . Da mesma forma, supõe-se que esteja sujeita a ruído gaussiano de média zero $\mathbf{v}_k \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{R})$, em que $\mathbf{R}$ é conhecida;
- $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{m \times n}$: modelo de observação de estados, representando um mapeamento do vetor de estados para o formato do vetor de medições;

Dessa forma, a observação e transição de estados, assim como o modelo de controle, podem ser definidos por quaisquer duas funções diferenciáveis $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^n$ e $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_k &= f(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}) + \mathbf{w}_{k-1}, \\ \mathbf{z}_k &= h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k.\end{aligned}\tag{4.1}$$

Com relação aos modelos de transição e observação de estados, há uma aproximação do valor verdadeiro por meio de linearização. Logo, têm-se:

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_{k-1} &:= \left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}, \mathbf{u}_k}, \\ \mathbf{H}_k &:= \left. \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}}.\end{aligned}\tag{4.2}$$

As etapas de previsão e atualização podem, então, ser realizadas da seguinte forma:

1. Predição:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} &= f(\mathbf{x}_{k-1|k-1}, \mathbf{u}_k), \\ \mathbf{P}_{k|k-1} &= \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{Q}.\end{aligned}\tag{4.3}$$

2. Atualização:

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R})^{-1}, \\ \hat{\mathbf{x}}_{k|k} &= \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - h(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})), \\ \mathbf{P}_{k|k} &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1}.\end{aligned}\tag{4.4}$$

4.2 EKF E OS ESTÁGIOS DE OBSERVAÇÃO E PREDIÇÃO

Para o vetor de estados, têm-se:

$$\mathbf{x}_t := \left(x_t, y_t, z_t, \dot{x}_t, \dot{y}_t, \dot{z}_t, \theta_t, \dot{\theta}_t, \phi_t, \dot{\phi}_t, \psi_t, \dot{\psi}_t \right)^T \in \mathbb{R}^{12}, \quad (4.5)$$

no qual (x_t, y_t, z_t) representa a posição do quadrotor, em metros, e $(\dot{x}_t, \dot{y}_t, \dot{z}_t)$, as velocidades, em metros por segundos, ambos nas coordenadas globais. Além disto, o vetor de estado contém os ângulos θ_t (arfagem), ϕ_t (rolagem) e ψ_t (guinada), em graus, referenciados na coordenada do corpo, assim como a velocidade angular $\dot{\psi}_t$, em graus por segundos e também referenciada no corpo. A seguir será definida a função de observação $h(\mathbf{x}_t)$, bem como o vetor de medições $\mathbf{z}_t$ proveniente da leitura sensorial. O algoritmo de fusão sensorial utilizado pode ser encontrado em (ENGEL; JÜRGEN; CREMERS, 2014).

4.2.1 Modelo de Observação por Odometria

O quadrotor mensura suas velocidades horizontais $\hat{v}_{x,t}$ e $\hat{v}_{y,t}$ em sua coordenada local, de forma que torna-se necessária a transformação para coordenadas globais $\dot{x}_t$ e $\dot{y}_t$. Os ângulos $\hat{\phi}_t$ (rolagem) e $\hat{\theta}_t$ (arfagem), medidos pelo acelerômetro, são observações diretas de ϕ_t e θ_t . Para compensar o *drift* em ψ_t (guinada) e as irregularidades de solo, as medidas de altitude $\hat{h}_t$ e $\dot{\psi}_t$ são derivadas e tratadas como observações de suas respectivas velocidades, assim como as velocidades angulares $\dot{\theta}_t$ e $\dot{\phi}_t$. Desta forma, é possível chegar na seguinte função de observação $h_I(\mathbf{x}_t)$ e no vetor de medições $\mathbf{z}_{I,t}$:

$$h_I(\mathbf{x}_t) := \begin{pmatrix} \dot{x}_t \cos \psi_t - \dot{y}_t \sin \psi_t \\ \dot{x}_t \sin \psi_t + \dot{y}_t \cos \psi_t \\ \dot{z}_t \\ \theta_t \\ \phi_t \\ \dot{\theta}_t \\ \dot{\phi}_t \\ \dot{\psi}_t \end{pmatrix}, \quad (4.6)$$

$$\mathbf{z}_{I,t} := \left(\hat{v}_{x,t}, \hat{v}_{y,t}, \frac{\hat{h}_t - \hat{h}_{t-1}}{\delta_t}, \hat{\theta}_t, \hat{\phi}_t, \frac{\hat{\theta}_t - \hat{\theta}_{t-1}}{\delta_t}, \frac{\hat{\phi}_t - \hat{\phi}_{t-1}}{\delta_t}, \frac{\hat{\psi}_t - \hat{\psi}_{t-1}}{\delta_t} \right)^T, \quad (4.7)$$

em que δ_t representa o tempo passado de $t - 1$ para t .

4.2.2 Modelo de Predição

O modelo de predição descreve como o vetor de estados $\mathbf{x}_t$ evolui no tempo. Para as acelerações lineares $\ddot{x}$ e $\ddot{y}$, houve uma aproximação baseada nos valores correntes de estado $\mathbf{x}_t$, enquanto que para as acelerações linear $\ddot{z}$ e angular $\ddot{\psi}$, e velocidades angulares $\dot{\theta}$ e $\dot{\phi}$, houve uma estimativa baseada no valores correntes de estado $\mathbf{x}_t$ e nos sinais de controle $\mathbf{u}_t$.

A aceleração horizontal é proporcional à força horizontal resultante agindo sobre o quadrotor, dada por:

$$\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} \propto \mathbf{f}_{acc} - \mathbf{f}_{drag}, \quad (4.8)$$

em que $\mathbf{f}_{acc}$ e $\mathbf{f}_{drag}$ representam a força de aceleração e arrasto, respectivamente. Em geral, a força de arrasto possui componentes lineares e quadráticas correspondentes ao fluxo de ar laminar e turbulento que atravessa o veículo. No entanto, considerando velocidades relativamente baixas, é possível aproximar de forma segura para um comportamento puramente linear (ENGEL; JÜRGEN; CREMERS, 2014). Já a força de aceleração é proporcional à projeção do eixo z do quadrotor no plano horizontal. Desta forma, tem-se:

$$\begin{cases} \ddot{x}(\mathbf{x}_t) = c_1 R(\phi_t, \theta_t, \psi_t)_{1,3} - c_2 \dot{x}_t, \\ \ddot{y}(\mathbf{x}_t) = c_1 R(\phi_t, \theta_t, \psi_t)_{2,3} - c_2 \dot{y}_t. \end{cases} \quad (4.9)$$

sendo $R(\cdot)_{i,j}$ uma representação das entradas da matriz de rotação translacional, definidas pelos ângulos de rolagem, arfagem e guinada. Esse modelo considera que o empuxo total gerado pela soma dos quatro rotores é constante. Além disso, segundo (ENGEL; JÜRGEN; CREMERS, 2014), a influência dos sinais de controle $\mathbf{u}_t = (u_{\theta_t}, u_{\phi_t}, u_{\dot{z}_t}, u_{\dot{\psi}_t})$ enviados para o drone pode ser regida pelo seguinte modelo linear:

$$\begin{cases} \dot{\theta}(\mathbf{x}_t, \mathbf{u}_t) = c_3 u_{\theta_t} - c_4 \theta_t, \\ \dot{\phi}(\mathbf{x}_t, \mathbf{u}_t) = c_3 u_{\phi_t} - c_4 \phi_t, \\ \ddot{\psi}(\mathbf{x}_t, \mathbf{u}_t) = c_5 u_{\dot{\psi}_t} - c_6 \dot{\psi}_t, \\ \ddot{z}(\mathbf{x}_t, \mathbf{u}_t) = c_7 u_{\dot{z}_t} - c_8 \dot{z}_t. \end{cases} \quad (4.10)$$

A função geral de transição de estados é dada por:

$$\begin{pmatrix} x_{t+1} \\ y_{t+1} \\ z_{t+1} \\ \dot{x}_{t+1} \\ \dot{y}_{t+1} \\ \dot{z}_{t+1} \\ \theta_{t+1} \\ \phi_{t+1} \\ \dot{\theta}_{t+1} \\ \dot{\phi}_{t+1} \\ \psi_{t+1} \\ \dot{\psi}_{t+1} \end{pmatrix} \leftarrow \begin{pmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \\ \dot{x}_t \\ \dot{y}_t \\ \dot{z}_t \\ \theta_t \\ \phi_t \\ \dot{\theta}_t \\ \dot{\phi}_t \\ \psi_t \\ \dot{\psi}_t \end{pmatrix} + \delta_t \begin{pmatrix} \dot{x}_t \\ \dot{y}_t \\ \dot{z}_t \\ \ddot{x}(\mathbf{x}_t) \\ \ddot{y}(\mathbf{x}_t) \\ \ddot{z}(\mathbf{x}_t, \mathbf{u}_t) \\ \dot{\theta}(\mathbf{x}_t, \mathbf{u}_t) \\ \dot{\phi}(\mathbf{x}_t, \mathbf{u}_t) \\ \ddot{\theta}(\mathbf{x}_t) \\ \ddot{\phi}(\mathbf{x}_t) \\ \dot{\psi}_t \\ \ddot{\psi}(\mathbf{x}_t, \mathbf{u}_t) \end{pmatrix}. \quad (4.11)$$

É possível encontrar nos códigos disponíveis em (ENGEL; JÜRGEN; CREMERS, 2014) os valores das constantes relacionadas ao modelo de predição do quadrotor AR.Drone 2.0. Estes podem ser vistos na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Constantes do modelo de predição para o quadrotor AR.Drone 2.0.

$c_1 = 0,58$	$c_2 = 17,5$	$c_3 = 7,0$	$c_4 = 24$
$c_5 = 25$	$c_6 = 90$	$c_7 = 0,8$	$c_8 = 0,6$

4.3 TÉCNICAS DE CONTROLE

Considerando-se que o quadrotor é um sistema que possui como entradas as quatro velocidades angulares das hélices e como saídas os seis graus de liberdade (posições x , y , z e os ângulos de rolagem, arfagem e guinada), tem-se, então, uma configuração de modelo subatuado. Dessa forma, utiliza-se uma configuração em cascata para tornar possível o controle do sistema.

Na Figura 4.1, é possível visualizar o modelo em cascata adotado por (BOUABDALAH, 2007). Como as posições x e y dependem diretamente dos ângulos de atitude, é possível utilizar o controle em cascata para que, a partir da malha interna (representada pelos ângulos de atitude e a posição em z), seja possível controlar as posições no espaço, situadas na malha externa.

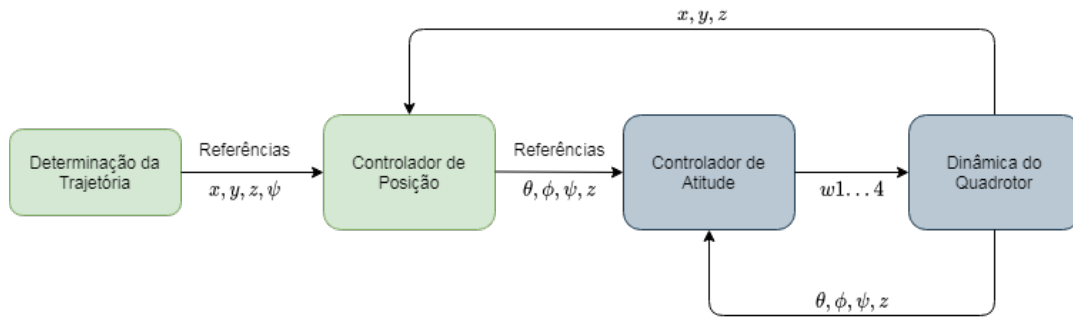


Figura 4.1: Representação da malha de controle em cascata.

Ao adotar essa metodologia, é possível abordar até mesmo diferentes técnicas de controle para cada uma das malhas que compõem o sistema.

No caso do AR.Drone, as orientações são controladas pelos laços internos do piloto automático, enquanto que as posições são controladas por um laço externo, implementado em uma unidade de processamento fora do veículo. Na Figura 4.2, é apresentado de forma mais detalhada o esquema de controle do veículo.

4.3.1 Controle por Realimentação de Estado

Para o projeto do controlador do laço externo da malha em cascata, vista na Figura 4.2, são escolhidos controladores ótimos por realimentação de estado. Segundo (LI; SONG, 2012), utilizando-se a teoria de sistemas lineares, é relativamente fácil desenvolver um controlador ótimo. O maior desafio está na aplicação desse tipo de controlador em sistemas não lineares, cuja implementação acaba vinculada há algumas hipóteses.

Seja o sistema de controle no espaço de estados representado por:

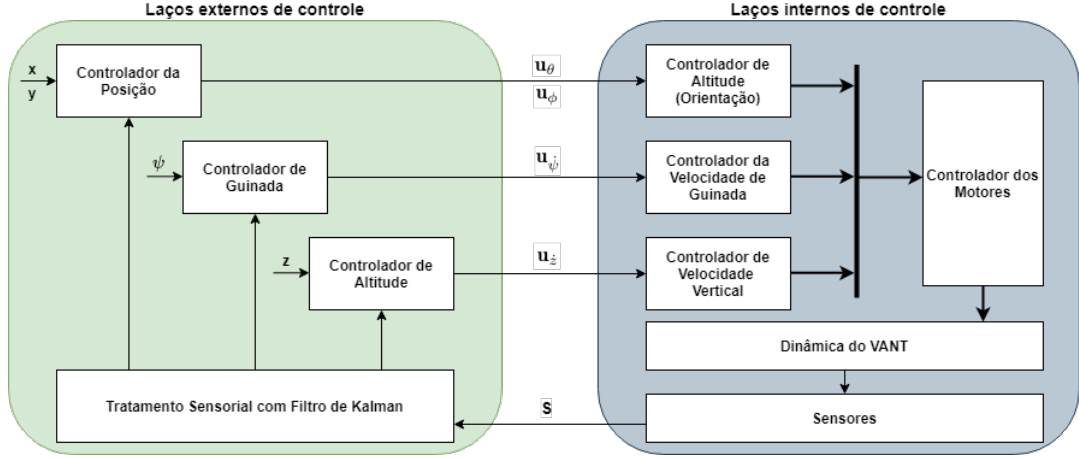


Figura 4.2: Representação da arquitetura de controle e navegação do AR.Drone.

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t), \\ y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t), \end{cases} \quad (4.12)$$

em que $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estado, $y \in \mathbb{R}^q$, o sinal de saída, $u \in \mathbb{R}^p$, o sinal de controle e as matrizes $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ e $\mathbf{C}$ têm dimensões apropriadas.

Deseja-se obter uma lei de controle por realimentação de estado:

$$u(t) = \mathbf{K}\mathbf{x}(t), \quad \mathbf{K} \in \mathbb{R}^{p \times q}. \quad (4.13)$$

Esta lei de controle resulta na seguinte representação do sistema em malha fechada:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A} + \mathbf{BK})\mathbf{x}(t). \quad (4.14)$$

Neste trabalho, a matriz de ganho $\mathbf{K}$ será projetada utilizando-se como critério de desempenho o índice LQR ou a norma $\mathcal{H}_\infty$ sujeito a restrições de alocação de pólos.

4.3.2 Controle LQR com Ação Integral

O regulador linear quadrático (LQR) ótimo (ASTROM; MURRAY, 2008) estabelece um compromisso entre o desempenho do sistema e os valores do sinal de controle obtido pela minimização do índice quadrático de horizonte infinito:

$$J_\infty = \int_0^\infty (\mathbf{x}(t)^T \mathbf{Q} \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}(t)^T \mathbf{R} \mathbf{u}(t)) dt, \quad (4.15)$$

no qual $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{Q} \succeq 0$ e $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{p \times p}$, $\mathbf{R} \succ 0$, são matrizes de ponderação.

A lei de controle que minimiza o índice J_∞ é definida pela realimentação de estado linear (ASTROM; MURRAY, 2008)

$$u(t) = \mathbf{K}\mathbf{x}(t), \quad \mathbf{K} = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}, \quad (4.16)$$

em que $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{P} \succ 0$, é a solução da equação algébrica de Riccati (ARE):

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = 0. \quad (4.17)$$

A fim de assegurar erro nulo em regime permanente e rejeitar perturbações constantes, uma nova representação é definida no espaço de estado, com a inserção da integral do erro como um novo estado, e a lei de controle passa a ser definida por:

$$u(t) = \mathbf{K} \mathbf{x}(t) + k_I \xi(t), \quad (4.18)$$

$$\dot{\xi}(t) = r(t) - y(t), \quad (4.19)$$

sendo $r(t) \in \mathbb{R}^q$ o sinal de referência e $\xi \in \mathbb{R}^q$ a integral do sinal de erro.

Consequentemente, tem-se o seguinte vetor de estado para a representação do sistema aumentado:

$$\mathbf{x} := \left(x, \dot{x}, y, \dot{y}, \theta, \dot{\theta}, \phi, \dot{\phi}, z, \dot{z}, \psi, \dot{\psi}, x_e, y_e, z_e, \psi_e \right)^T \in \mathbb{R}^{16}, \quad (4.20)$$

sendo as quatro últimas posições do vetor os respectivos estados adicionais, ou seja, as integrais dos erros em x , y , z e ψ .

4.3.3 Controle $\mathcal{H}_\infty$ com Ação Integral

A segunda técnica de controle por realimentação de estado abordada neste trabalho é a de controle $\mathcal{H}_\infty$. Deseja-se encontrar um controlador que minimiza a norma $\mathcal{H}_\infty$ da função de transferência $T_{wz}(s)$ entre a perturbação w e a saída controlada z :

$$\|T_{wz}(s)\|_\infty = \sup_w \bar{\sigma}[T_{wz}(jw)], \quad (4.21)$$

em que $\bar{\sigma}$ representa o valor singular máximo de $T_{wz}(jw)$.

Seja a representação do sistema linear, considerando-se como estado adicional a integral do erro:

$$S_c : \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_2 u(t) + \mathbf{B}_1 w(t), \\ z(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_2 u(t) + \mathbf{D}_1 w(t), \end{cases} \quad (4.22)$$

em que $w \in \mathbb{R}^p$ é o vetor de perturbação e/ou dinâmicas não modeladas e $z \in \mathbb{R}^m$, o vetor de saída controlada. Para o projeto do controlador $\mathcal{H}_\infty$ por realimentação de estado considera-se o vetor de saída $z = [y \ u]^T$ e $\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_2$. Logo, têm-se os seguintes valores de $T_{wz}(s)$ para (4.22):

$$\begin{cases} T_{wz_1}(s) = \frac{k_\theta \theta_{max} w_\theta^2 g}{(s^2 + 2\xi_\theta w_\theta + w_\theta^2)(s^2 + C_x s)}, \\ T_{wz_2}(s) = \frac{k_\phi \phi_{max} w_\phi^2 g}{(s^2 + 2\xi_\phi w_\phi + w_\phi^2)(s^2 + C_y s)}, \\ T_{wz_3}(s) = \frac{k_{\dot{z}} \dot{z}_{max}}{(\tau_{\dot{z}} s + 1)s}, \\ T_{wz_4}(s) = \frac{k_{\dot{\psi}} \dot{\psi}_{max}}{(\tau_{\dot{\psi}} s + 1)s}. \end{cases} \quad (4.23)$$

O controlador $\mathcal{H}_\infty$ pode ser calculado resolvendo-se o seguinte problema convexo de otimização:

$$\min_{W_1, W_2} \gamma \quad (4.24)$$

sujeito a

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}W_1 + W_1\mathbf{A}^T + \mathbf{B}_2W_2 + W_2^T\mathbf{B}_2^T & \mathbf{B}_1 & W_1\mathbf{C}_1^T + W_2^T\mathbf{D}_2^T \\ \mathbf{B}_1^T & -\gamma I & \mathbf{D}_1^T \\ \mathbf{C}_1W_1 + \mathbf{D}_2W_2 & \mathbf{D}_1 & -\gamma I \end{bmatrix} \prec 0, \quad (4.25)$$

com $W_1 \in \mathbb{R}^{(n+q) \times (n+q)}$, $W_1 \succ 0$, e $W_2 \in \mathbb{R}^{p \times (n+q)}$.

O ganho $\mathcal{H}_\infty$ ótimo é calculado a partir da solução do problema (4.24) por $\mathbf{K} = W_2W_1^{-1}$ e a norma $\mathcal{H}_\infty$ associada é dada por $\|T_{wz}(s)\|_\infty = \gamma$.

Levando-se em consideração as restrições nos sinais de controle $u_i \in [-1, 1]$ do AR.Drone e especificações de desempenho associadas à resposta transitória, restrições sobre a localização dos polos de malha fechada são adicionadas ao problema (4.22) no projeto do controlador $\mathcal{H}_\infty$, na forma de LMI (CHILALI; GAHINET; APKARIAN, 1999):

- faixa vertical definida pelas retas em $-\alpha$ e $-\beta$, com $\alpha, \beta > 0$:

$$\begin{cases} \mathbf{A}W_1 + W_1\mathbf{A}^T + \mathbf{B}_2W_2 + W_2^T\mathbf{B}_2^T + 2\alpha W_1 \prec 0, \\ -\mathbf{A}W_1 - W_1\mathbf{A}^T - \mathbf{B}_2W_2 - W_2^T\mathbf{B}_2^T - 2\beta W_1 \prec 0; \end{cases} \quad (4.26)$$

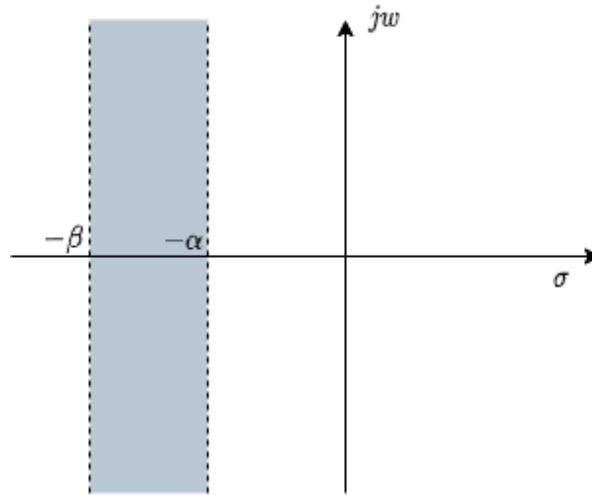


Figura 4.3: Setor definido pelas retas $-\alpha$ e $-\beta$.

- setor cônico centrado na origem com ângulo $\delta = \arccos(\zeta)$, em relação ao eixo x, sendo ζ o coeficiente de amortecimento:

$$\begin{bmatrix} \text{sen}\delta[\mathbf{A}W_1 + W_1\mathbf{A}^T + \mathbf{B}_2W_2 + W_2^T\mathbf{B}_2^T] & \text{cos}\delta[\mathbf{A}W_1 - W_1\mathbf{A}^T + \mathbf{B}_2W_2 - W_2^T\mathbf{B}_2^T] \\ \text{cos}\delta[-\mathbf{A}W_1 + W_1\mathbf{A}^T - \mathbf{B}_2W_2 + W_2^T\mathbf{B}_2^T] & \text{sen}\delta[\mathbf{A}W_1 + W_1\mathbf{A}^T + \mathbf{B}_2W_2 + W_2^T\mathbf{B}_2^T] \end{bmatrix} \prec 0. \quad (4.27)$$

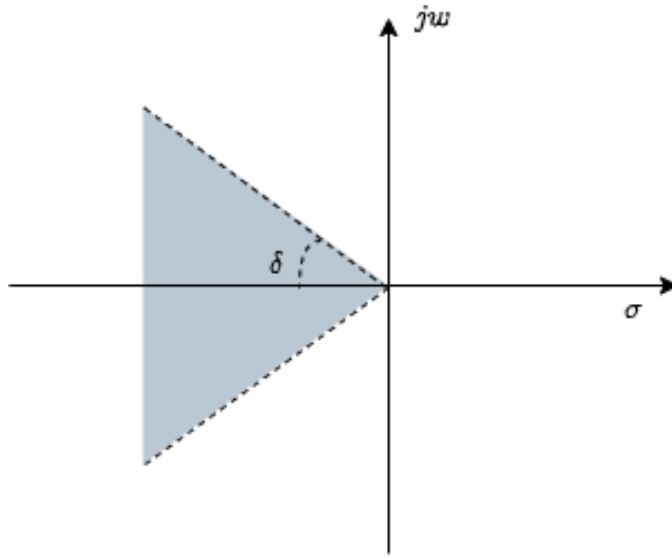


Figura 4.4: Setor cônico centrado na origem e com ângulo δ .

RESULTADOS EXPERIMENTAIS E DISCUSSÕES

Os experimentos realizados a seguir foram conduzidos em ambiente fechado. A implementação dos algoritmos foi realizada no *Robot Operating System* (ROS), com o auxílio de pacotes criados para dar suporte ao funcionamento do AR.Drone no ambiente ROS: o *ar-drone_autonomy* (MONAJJEMI, 2012) e o *tum_ardrone* (ENGEL; JÜRGEN; CREMERS, 2014).

Na Figura 5.1, é possível visualizar, no domínio da frequência, os subsistemas que compõem o modelo simplificado, após realizar a identificação dos parâmetros do modelo. Para tal, aplicou-se o método dos mínimos quadrados no *toolbox* do Matlab. A taxa de amostragem do veículo é de 30ms.

5.1 CONTROLE LQR COM AÇÃO INTEGRAL

As matrizes de ponderação escolhidas a partir de simulações e testes experimentais são:

$$\mathbf{Q} = \text{diag}(1; 0, 1; 1; 0, 1; 1; 0, 1; 1; 0, 1; 10^4; 50; 1; 0, 1; 2600; 1800; 10^5; 10^3), \quad (5.1)$$

$$\mathbf{R} = \text{diag}(220; 220; 5000; 1000). \quad (5.2)$$

O ganho LQR projetado com estas matrizes é dado por:

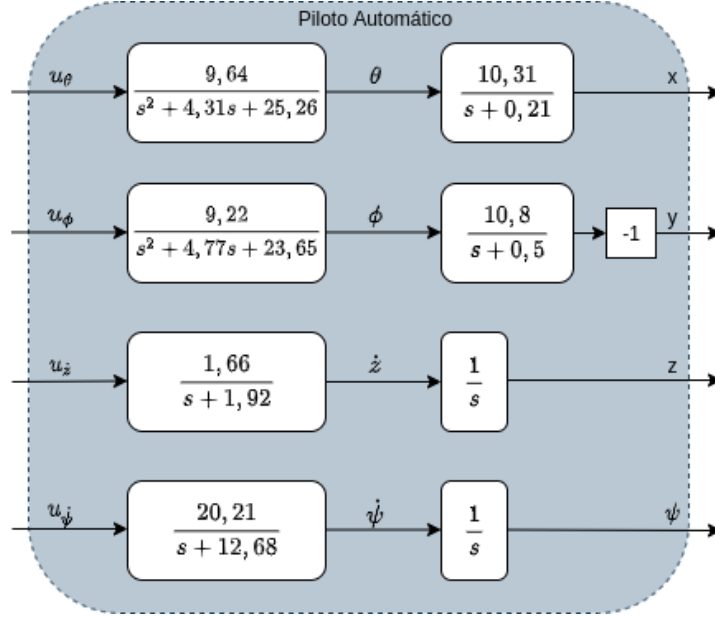


Figura 5.1: Representação do modelo simplificado do veículo no domínio da frequência, com parâmetros estimados.

$$\mathbf{K}^T = \begin{bmatrix} -3,12 & 0 & 0 & 0 \\ -1,59 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3,63 & 0 & 0 \\ 0 & 1,64 & 0 & 0 \\ -3,06 & 0 & 0 & 0 \\ -0,46 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3,42 & 0 & 0 \\ 0 & -0,48 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5,15 & 0 \\ 0 & 0 & -1,59 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1,19 \\ 0 & 0 & 0 & -0,08 \\ 2,86 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3,43 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4,47 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,0 \end{bmatrix}. \quad (5.3)$$

No modelo linear, os quatro subsistemas estão desacoplados, assim cada controlador pode ser projetado separadamente. Isto pode ser notado em (5.3)

5.2 CONTROLE $\mathcal{H}_\infty$ COM AÇÃO INTEGRAL

Para o controlador $\mathcal{H}_\infty$, encontram-se, na Tabela 5.1, os parâmetros de projeto relativos à alocação de pólos, que foram obtidos de forma a alcançar uma resposta transitória

relativamente bem amortecida e rápida. O ganho $\mathcal{H}_\infty$ ótimo obtido pela solução do problema de otimização (4.22) com as restrições de alocação de polos é:

$$\mathbf{K}^T = \begin{bmatrix} -4,91 & 0 & 0 & 0 \\ -2,08 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5,62 & 0 & 0 \\ 0 & 2,14 & 0 & 0 \\ -3,93 & 0 & 0 & 0 \\ -0,53 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4,3 & 0 & 0 \\ 0 & -0,47 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5,08 & 0 \\ 0 & 0 & -1,36 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1,23 \\ 0 & 0 & 0 & -0,25 \\ 4,62 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5,34 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3,36 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,98 \end{bmatrix}. \quad (5.4)$$

Tabela 5.1: Parâmetros de projeto do controlador $\mathcal{H}_\infty$.

	θ	ϕ	ψ	$\dot{z}$
α	1,8	1,8	1,0	1,0
β	2,0	2,0	3,5	1,6
δ	65	68	43	50

Os parâmetros vistos na Tabela 5.1 foram escolhidos através de simulações e testes experimentais. Foi observado experimentalmente que, embora o AR.Drone permita sinais de referência numa faixa entre -1 e 1, como descrito em (2.2), ao aplicar sinais próximos desses limites, observam-se movimentos muitos bruscos por parte do veículo, aumentando, conseqüentemente, o consumo de bateria. Desta forma, buscou-se em ambos os projetos dos controladores sinais de controle menores, na faixa de -0,2 a 0,2. Tal consideração foi adotada na identificação do modelo, o que garantiu sinais, em módulo, abaixo de 0,5, possibilitando considerar os ganhos K_θ e K_ϕ iguais a 2.

5.3 TESTES DE SEGUIMENTO DE TRAJETÓRIA

5.3.1 Seguimento de Trajetória Circular

A fim de testar o desempenho dos controladores projetados, são aplicados no AR.Drone os seguintes sinais de referência para (x, y, z, ψ) :

$$\mathbf{X}_d = \begin{bmatrix} 0,8\sin(0,4t) & 0,8\cos(0,4t) & 0,7 & 0 \end{bmatrix}^T. \quad (5.5)$$

Nas Figuras 5.2 e 5.3, é possível visualizar as respostas do AR.Drone para o controlador LQR. Os sinais de controle são apresentados na Figura 5.4.

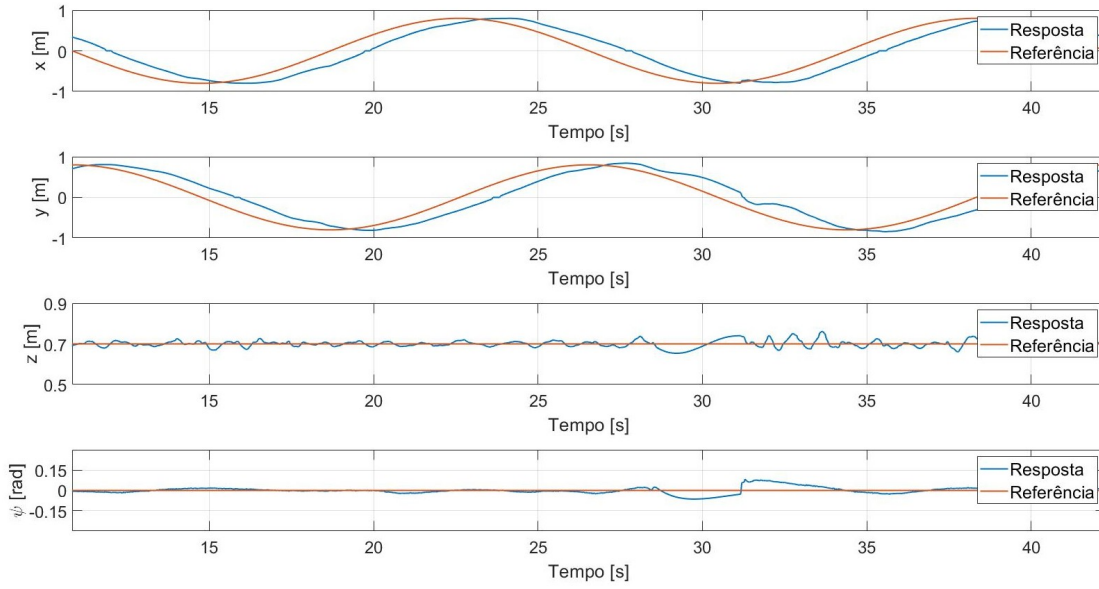


Figura 5.2: Saídas para o seguimento de trajetória circular com o controlador LQR.

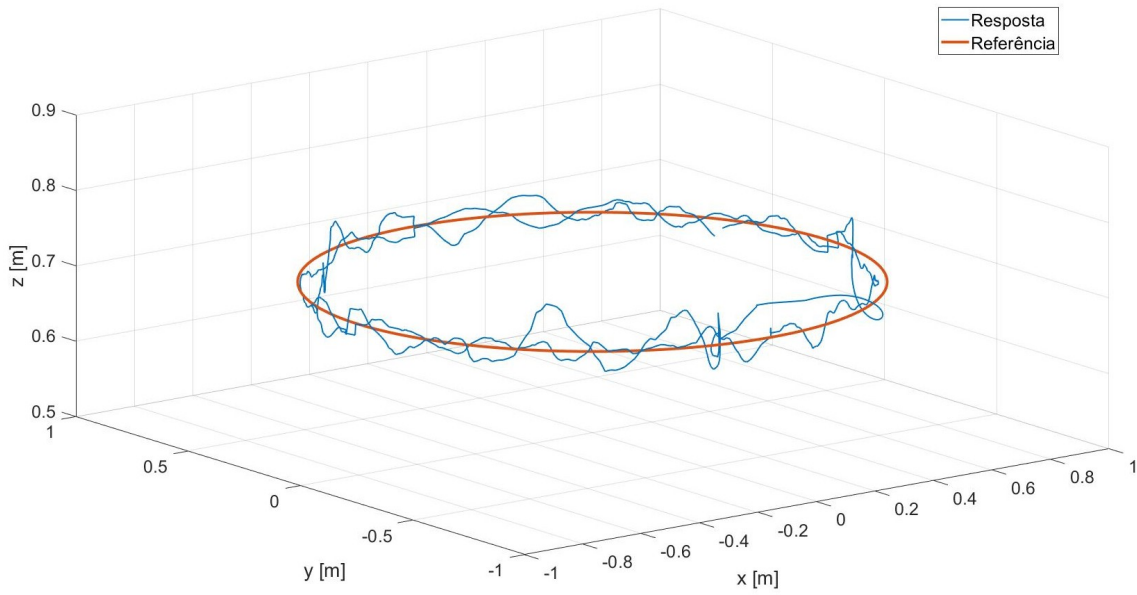


Figura 5.3: Seguimento de trajetória circular com o controlador LQR.

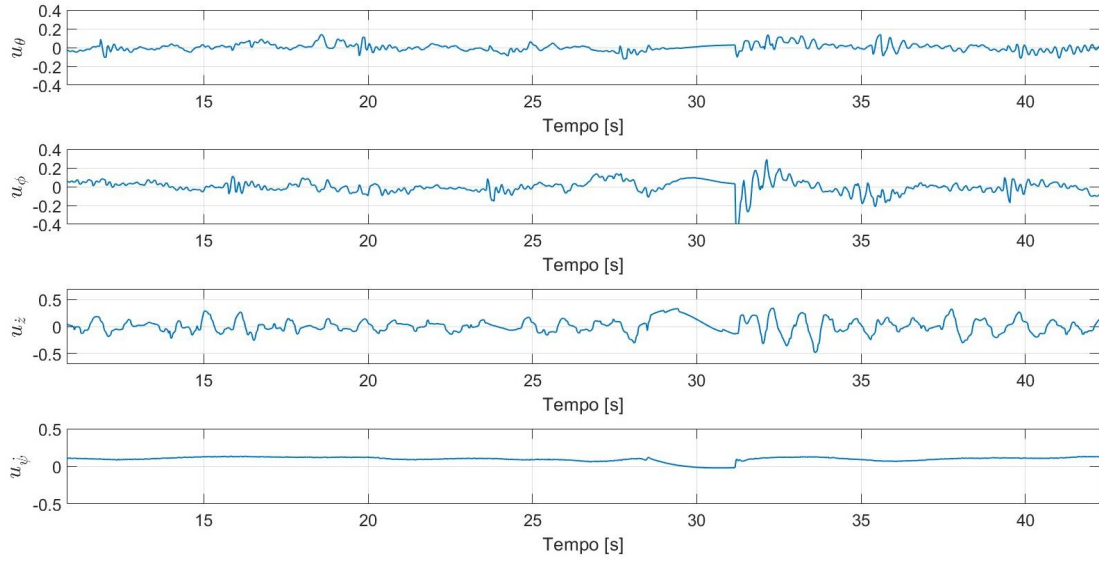


Figura 5.4: Sinais de controle para o seguimento de trajetória circular com o controlador LQR.

Para o controlador $\mathcal{H}_\infty$, os sinais de saída experimentais são mostrados nas Figuras 5.5 e 5.6, e os sinais de controle, na Figura 5.7. Na Tabela 5.2, encontram-se os valores da integral do erro quadrático (ISE) de cada controlador, considerando-se os seguintes intervalos de tempo: $30s \leq t \leq 75s$, para o controlador LQR, e $25s \leq t \leq 70s$, para o controlador $\mathcal{H}_\infty$. Os intervalos escolhidos representam duas voltas completas realizadas pelo veículo.

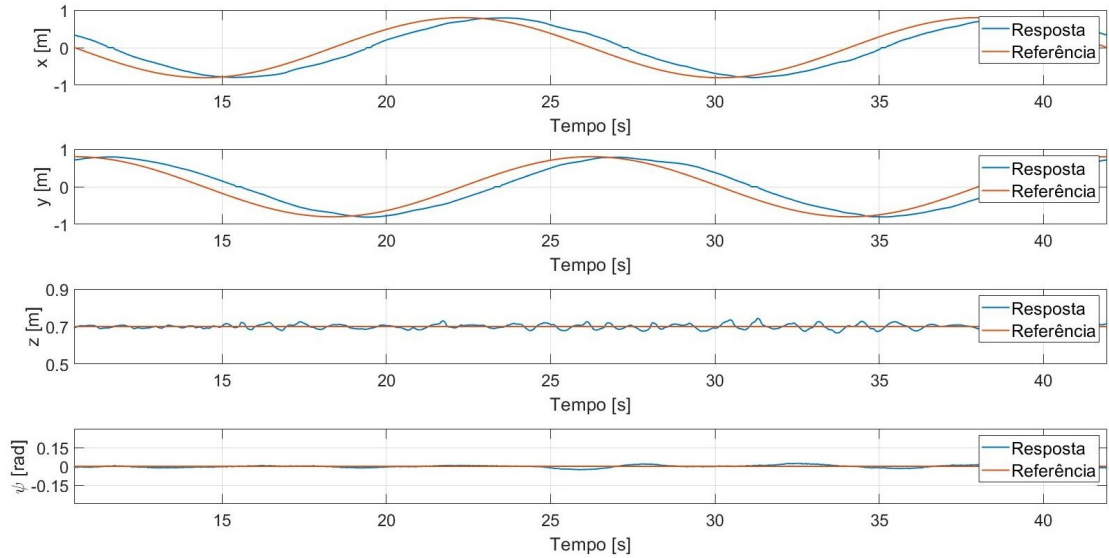


Figura 5.5: Saídas para o seguimento de trajetória circular com o controlador $\mathcal{H}_\infty$.

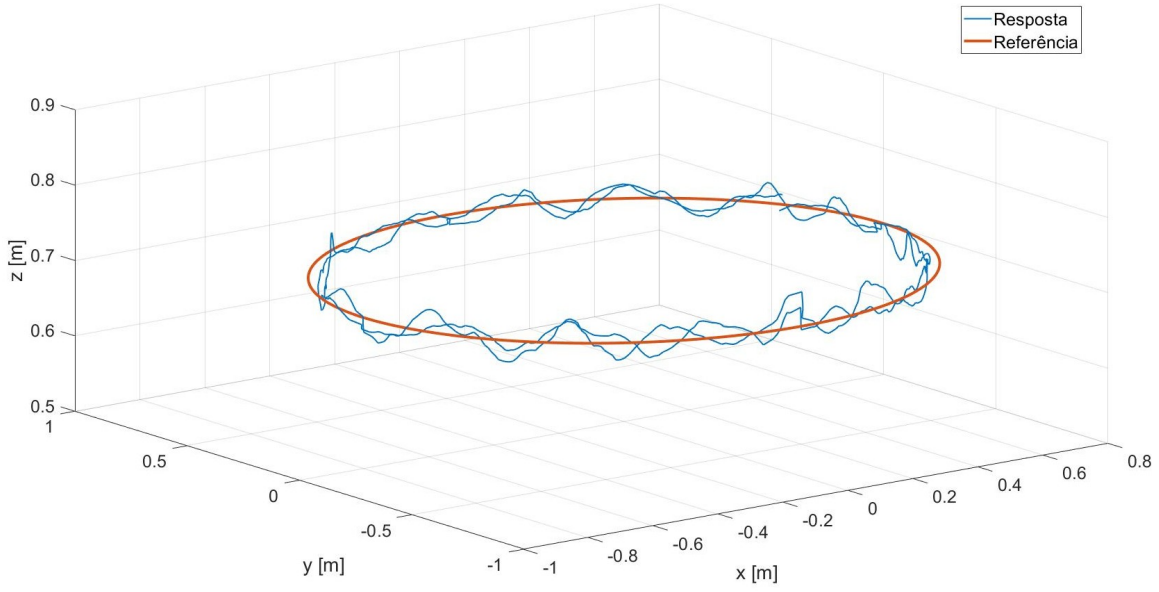


Figura 5.6: Seguimento de trajetória circular com o controlador $\mathcal{H}_\infty$.

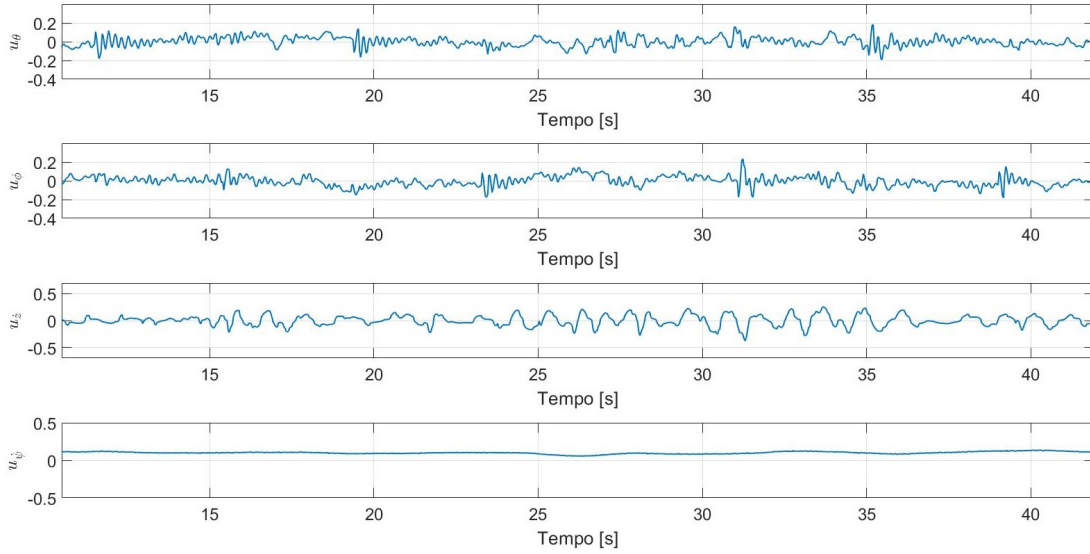


Figura 5.7: Sinais de controle para o seguimento de trajetória circular com o controlador $\mathcal{H}_\infty$.

Observa-se através do cálculo da integral do erro quadrático (ISE) (Tabela 5.2), que os dois controladores têm comportamentos semelhantes em x e y , enquanto que para z e ψ há uma superioridade de desempenho por parte do controlador $\mathcal{H}_\infty$. Ambos os controladores são capazes de realizar o seguimento de trajetória circular, com um grau de precisão satisfatório.

Tabela 5.2: ISE para o seguimento de trajetória circular.

ISE	LQR	$\mathcal{H}_\infty$
x	59,5	53,6
y	53,5	51,5
z	0,26	0,14
(x,y,z)	113,2	105,3
ψ	0,53	0,09

5.3.2 Seguimento de Trajetória Inclinada

A fim de testar o desempenho dos controladores projetados, considerados os seguinte sinais de referência para (x, y, z, ψ) :

$$\mathbf{X}_d = \begin{bmatrix} \sin(0,2t) & 0,5\sin(0,4t) & 0,7 + 0,5\sin(0,2t) & -\frac{\pi}{12}\sin(0,2t) \end{bmatrix}^T. \quad (5.6)$$

Nas Figuras 5.8 e 5.9, é possível visualizar as respostas do AR.Drone para o controlador LQR. Os sinais de controle são apresentados na Figura 5.10.

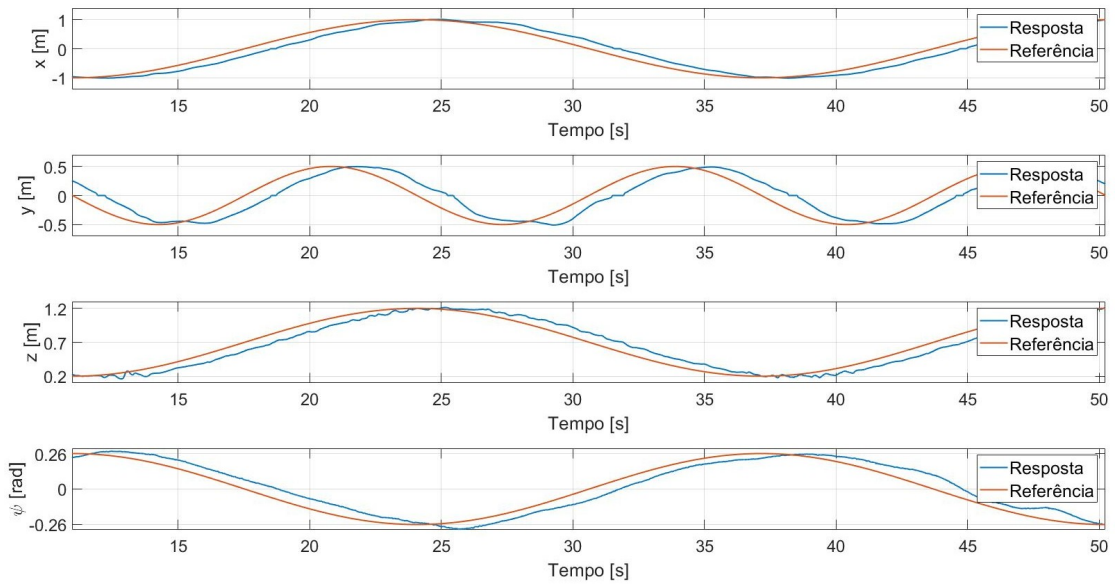


Figura 5.8: Saídas para o seguimento de trajetória inclinada com o controlador LQR.

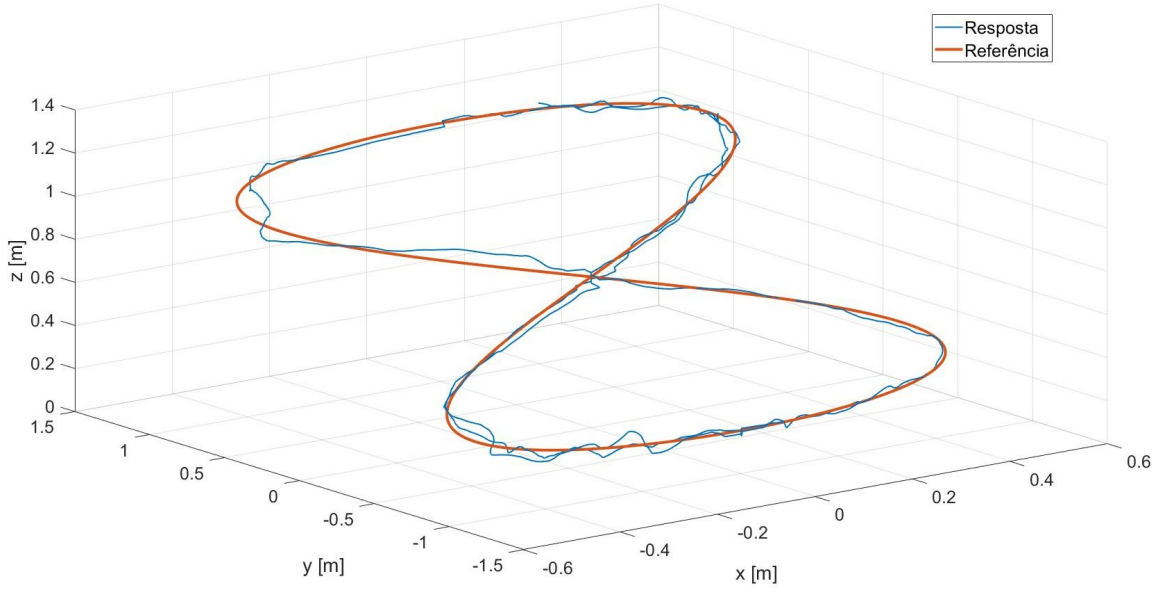


Figura 5.9: Seguimento de trajetória inclinada com o controlador LQR.

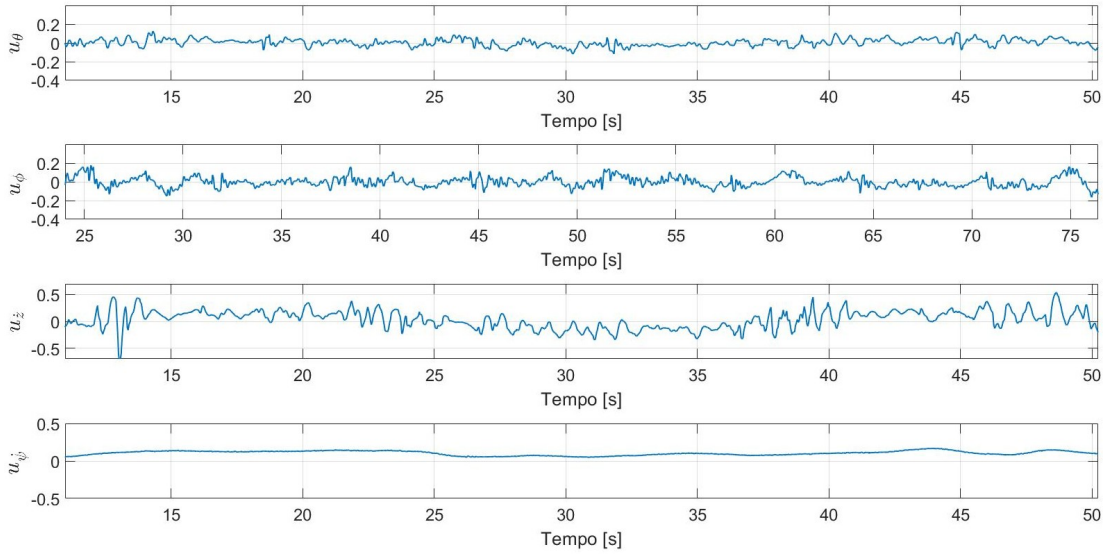


Figura 5.10: Sinais de controle para o seguimento de trajetória inclinada com o controlador LQR.

Para o controlador $\mathcal{H}_\infty$, os sinais de saída experimentais são mostrados nas Figuras 5.11 e 5.12, e os sinais de controle, na Figura 5.13. Na Tabela 5.3, encontram-se os valores da integral do erro quadrático (ISE) de cada controlador, considerando-se os seguintes intervalos de tempo: $35s \leq t \leq 80s$, para o controlador LQR, e $28s \leq t \leq 73s$, para o controlador $\mathcal{H}_\infty$. Os intervalos escolhidos representam duas voltas completas realizadas pelo veículo.

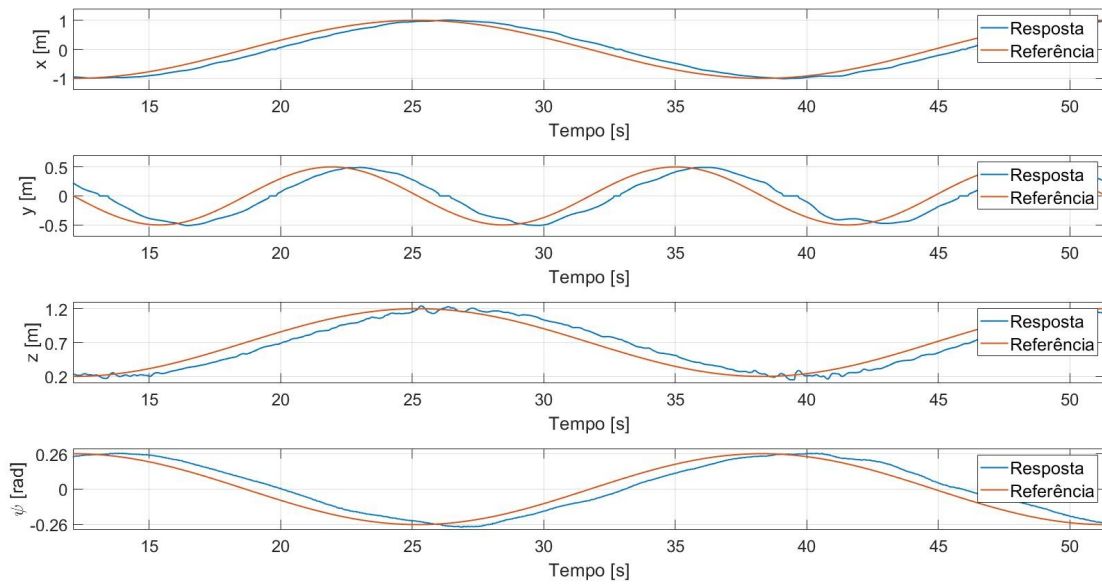


Figura 5.11: Saídas para o seguimento de trajetória inclinada com o controlador $\mathcal{H}_\infty$.

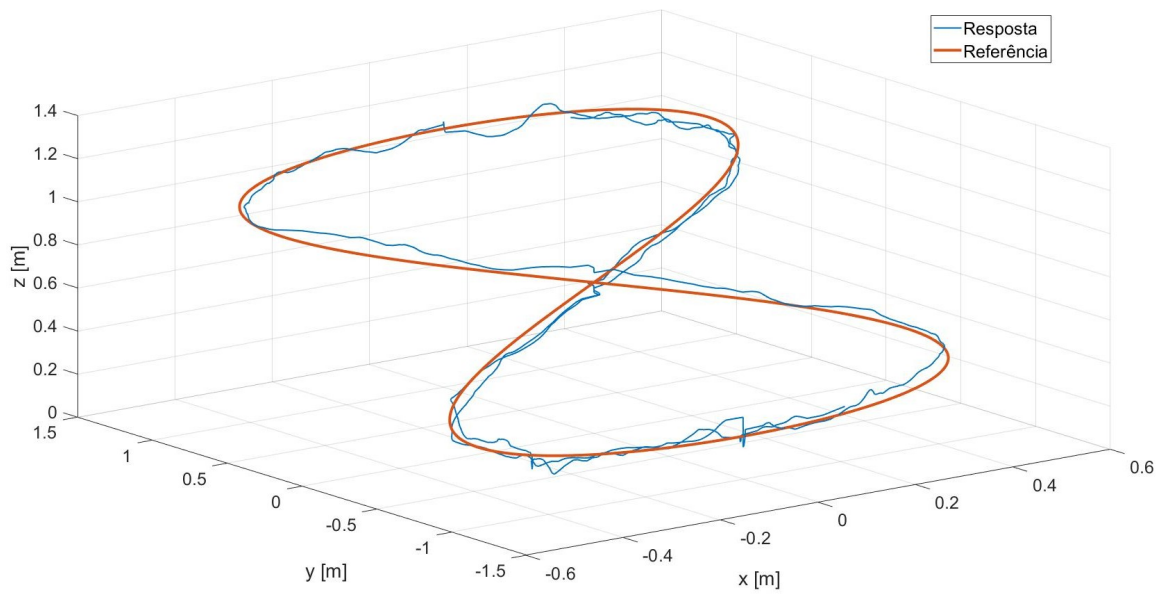


Figura 5.12: Seguimento de trajetória inclinada com o controlador $\mathcal{H}_\infty$.

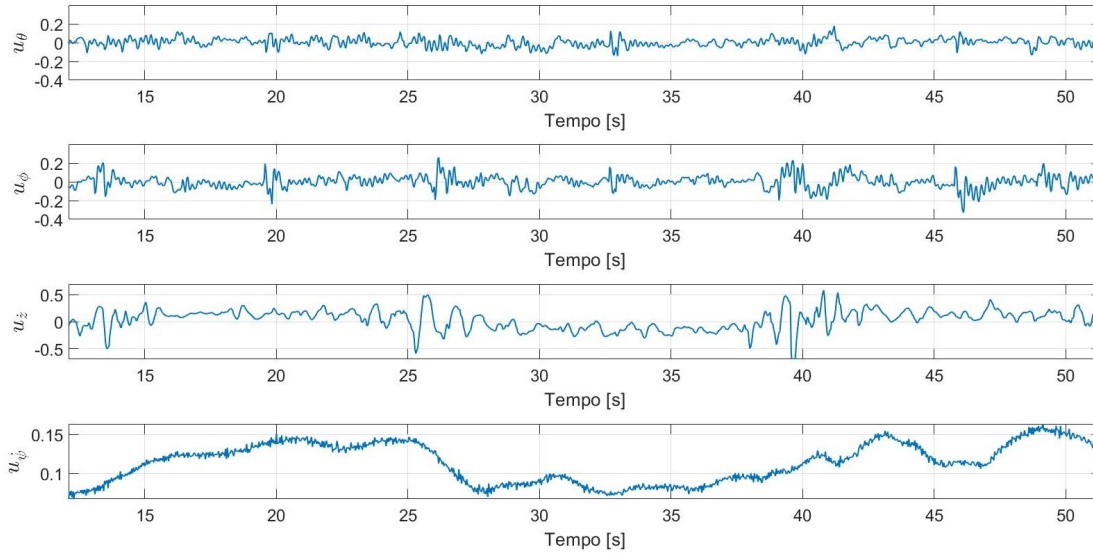


Figura 5.13: Sinais de controle para o seguimento de trajetória inclinada com o controlador $\mathcal{H}_\infty$.

Tabela 5.3: ISE para o seguimento de trajetória inclinada.

ISE	LQR	$\mathcal{H}_\infty$
x	41,8	38,5
y	39	36,7
z	11,8	17,1
(x,y,z)	92,6	92,3
ψ	3,9	4,0

Observa-se através do cálculo da integral do erro quadrático (ISE) (Tabela 5.3), que os dois controladores têm comportamentos muito semelhantes. Ambos os controladores são capazes de realizar o seguimento de trajetória inclinada, com um grau de precisão satisfatório.

5.4 TESTES DE REJEIÇÃO DE PERTURBAÇÃO

Uma perturbação foi inserida nos testes experimentais, em ambas as trajetórias, com um ventilador de 55W, com vazão de ar de $0,7m^3/s$. Buscou-se posicionar o ventilador lateralmente, à uma distância fixa de cerca de 1,5 metros do veículo.

5.4.1 Seguimento de Trajetória Circular

A fim de testar o desempenho dos controladores na presença de perturbações externas, são considerados os sinais de referência vistos em (5.5). O vento foi incidido no drone,

para o teste com o controlador LQR, em $t = 30s$ e para o teste com o controlador $\mathcal{H}_\infty$, o vento foi incidido em $t = 15s$.

Os resultados experimentais para o teste de seguimento de trajetória circular com perturbação podem ser vistos nas Figuras 5.14 a 5.16 para o controlador LQR, e nas Figuras 5.17 a 5.19, para o controlador $\mathcal{H}_\infty$. Na Tabela 5.4, encontram-se os valores da integral do erro quadrático (ISE) de cada controlador, considerando-se os seguintes intervalos de tempo: $30s \leq t \leq 54s$, para o controlador LQR, e $15s \leq t \leq 39s$, para o controlador $\mathcal{H}_\infty$. Os intervalos escolhidos representam uma volta completa realizada pelo veículo, há uma altitude fixa.

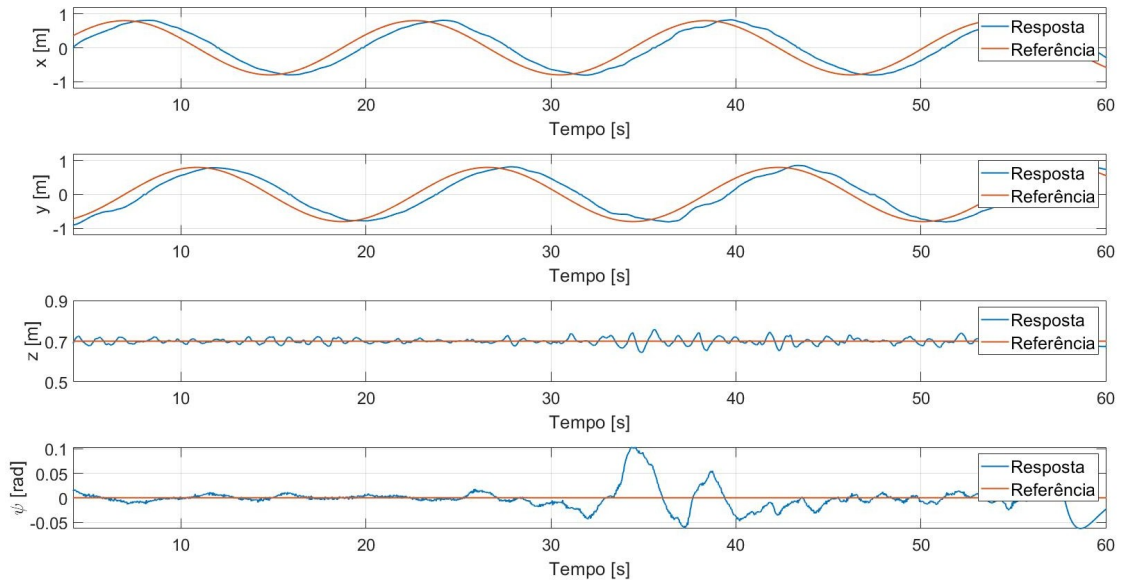


Figura 5.14: Saídas para o seguimento de trajetória circular com perturbação para o controlador LQR.

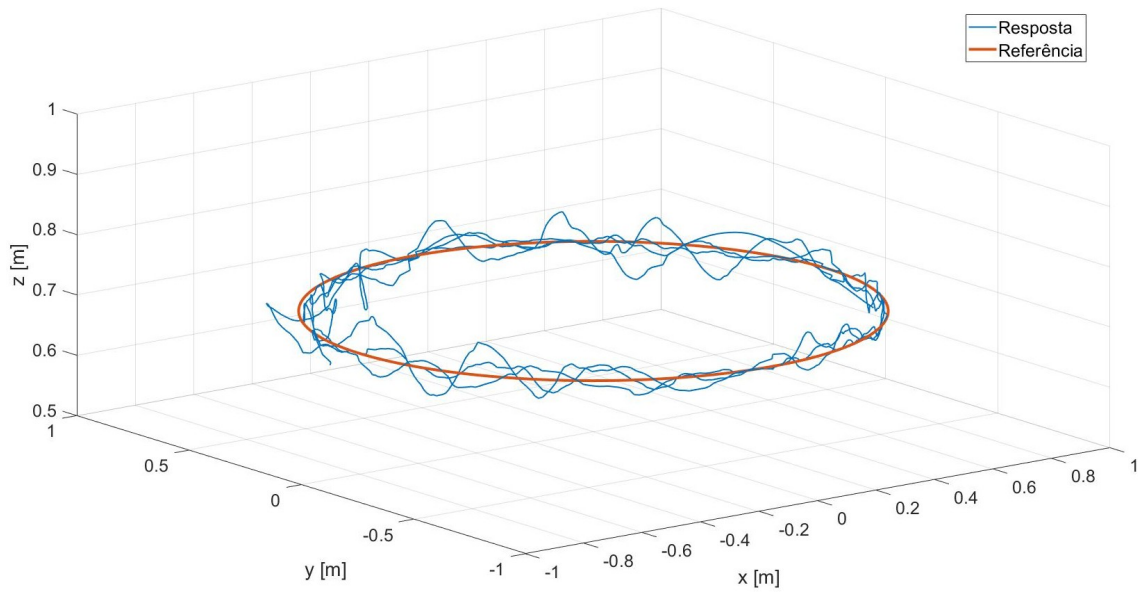


Figura 5.15: Seguimento de trajetória circular com perturbação para o controlador LQR.

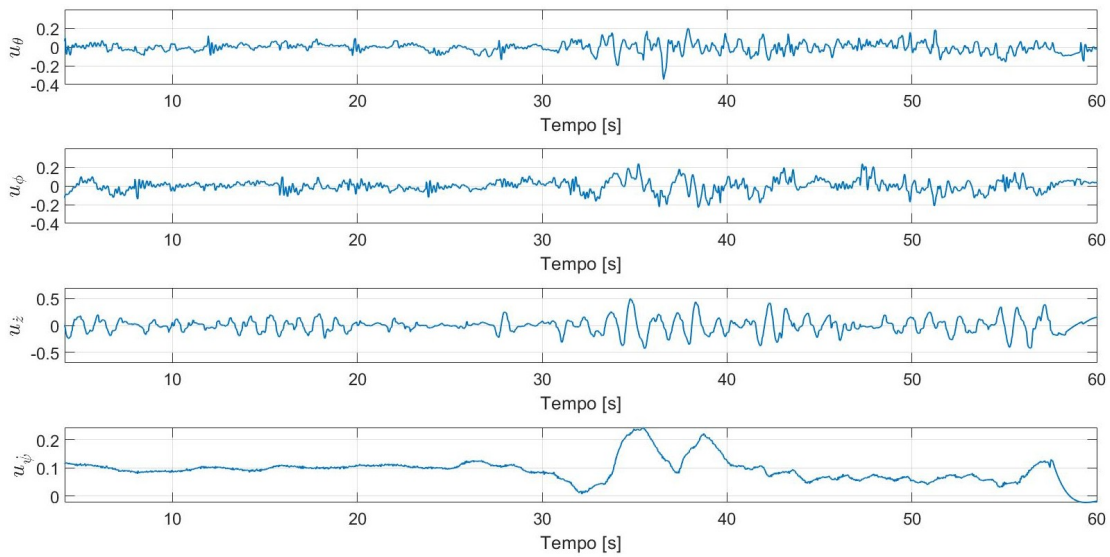


Figura 5.16: Sinais de controle para o seguimento de trajetória circular com perturbação para o controlador LQR.

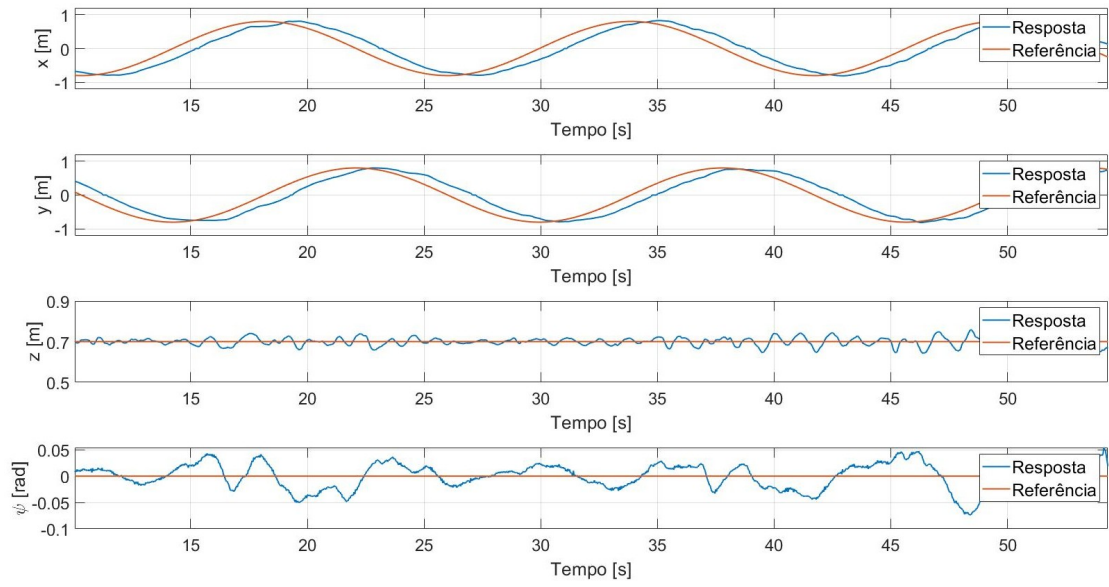


Figura 5.17: Saídas para o seguimento de trajetória circular com perturbação para o controlador $\mathcal{H}_\infty$.

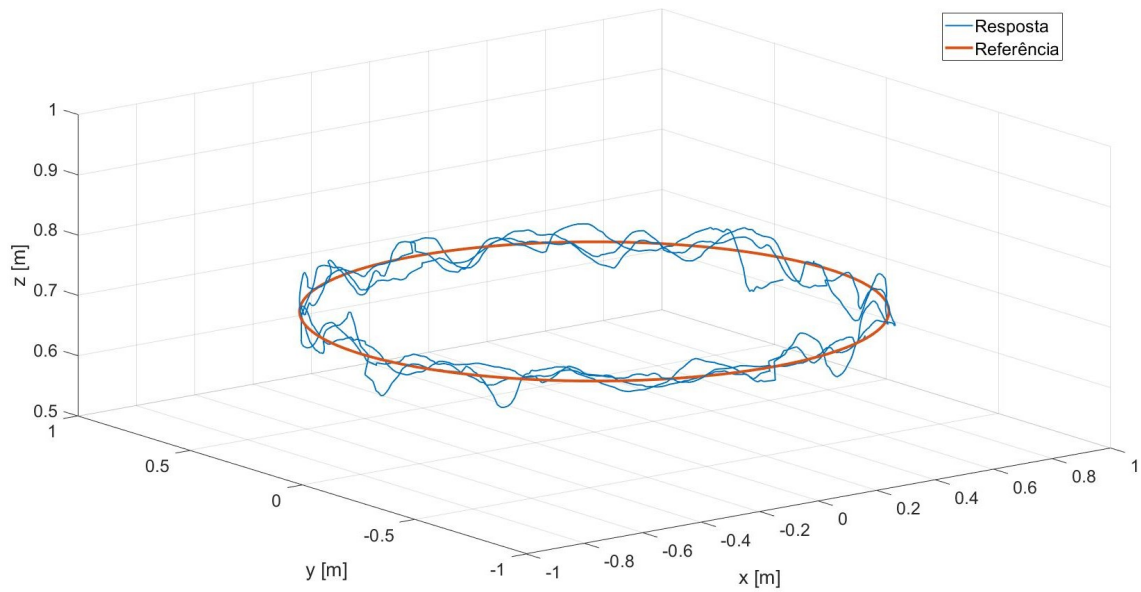


Figura 5.18: Seguimento de trajetória circular com perturbação para o controlador $\mathcal{H}_\infty$.

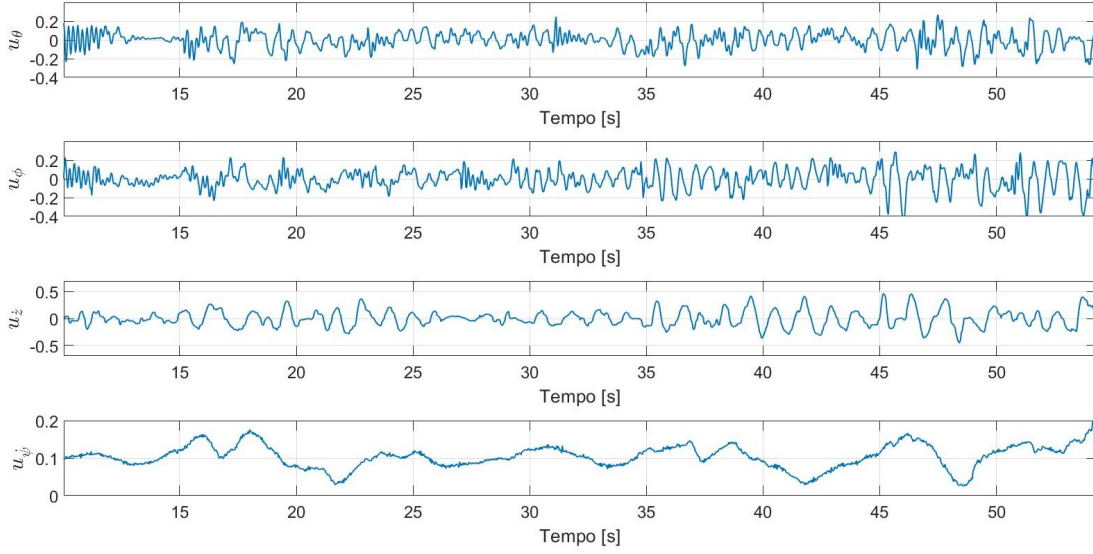


Figura 5.19: Sinais de controle para o seguimento de trajetória circular com perturbação para o controlador $\mathcal{H}_\infty$.

Tabela 5.4: ISE para o seguimento de trajetória circular com perturbação.

ISE	LQR	$\mathcal{H}_\infty$
x	43,9	38,8
y	42,2	39,5
z	0,2	0,3
(x,y,z)	86,3	78,6
ψ	0,7	0,4

Observa-se através do índice ISE (Tabela 5.4), que os dois controladores têm comportamentos semelhantes nos testes de seguimento de trajetória circular com perturbação. Ambos os controladores são capazes de seguir trajetória considerando-se a perturbação descrita, porém, percebe-se uma dificuldade maior, para o controlador LQR, de estabilizar o ângulo ψ após a inserção da perturbação.

5.4.2 Seguimento de Trajetória Inclinada

A fim de testar o desempenho dos controladores na presença de perturbações externas, considerados os sinais de referência vistos em (5.6). O vento foi incidido no drone, para o teste com o controlador LQR, em $t = 35s$ e para o teste com o controlador $\mathcal{H}_\infty$, o vento foi incidido em $t = 34s$.

Os resultados experimentais para o teste de seguimento de trajetória inclinada com perturbação podem ser vistos nas Figuras 5.20 a 5.22 para o controlador LQR, e nas

Figuras 5.23 a 5.25, para o controlador $\mathcal{H}_\infty$. Na Tabela 5.5, encontram-se os valores da integral do erro quadrático (ISE) de cada controlador, considerando-se os seguintes intervalos de tempo: $35s \leq t \leq 79s$, para o controlador LQR, e $34s \leq t \leq 80s$, para o controlador $\mathcal{H}_\infty$. Os intervalos escolhidos representam uma volta completa realizada pelo veículo.

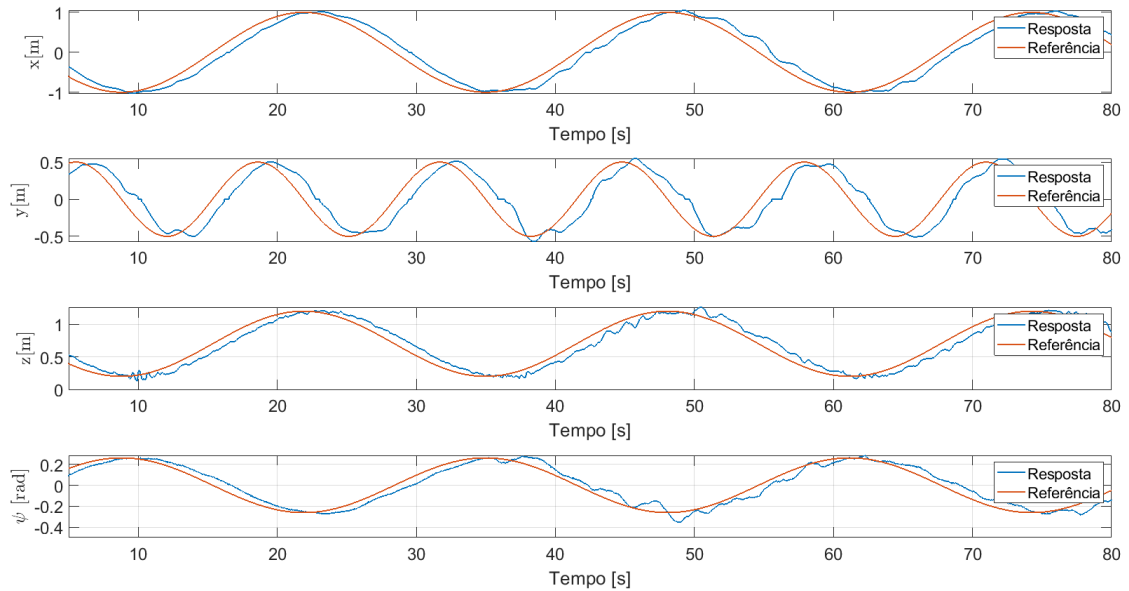


Figura 5.20: Saídas para o seguimento de trajetória inclinada com perturbação para o controlador LQR.

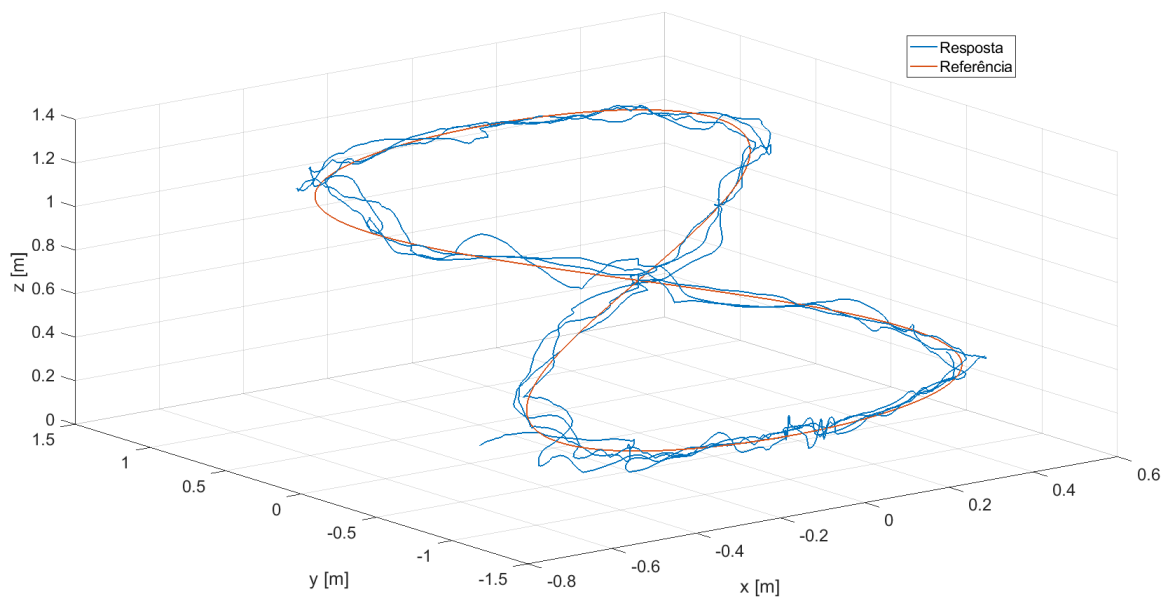


Figura 5.21: Seguimento de trajetória inclinada com perturbação para o controlador LQR.

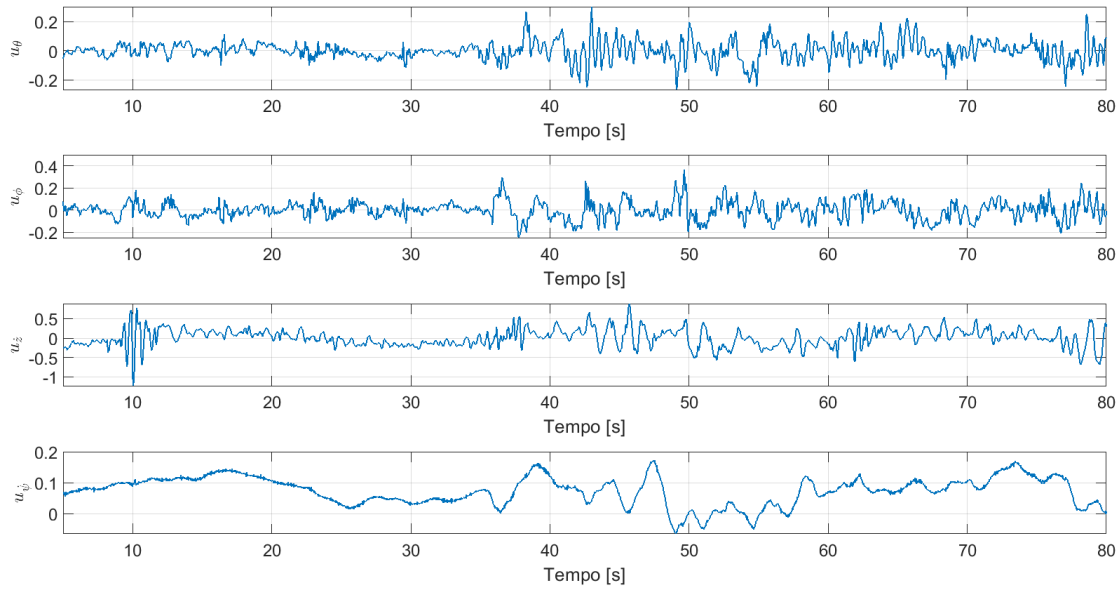


Figura 5.22: Sinais de controle para o seguimento de trajetória inclinada com perturbação para o controlador LQR.

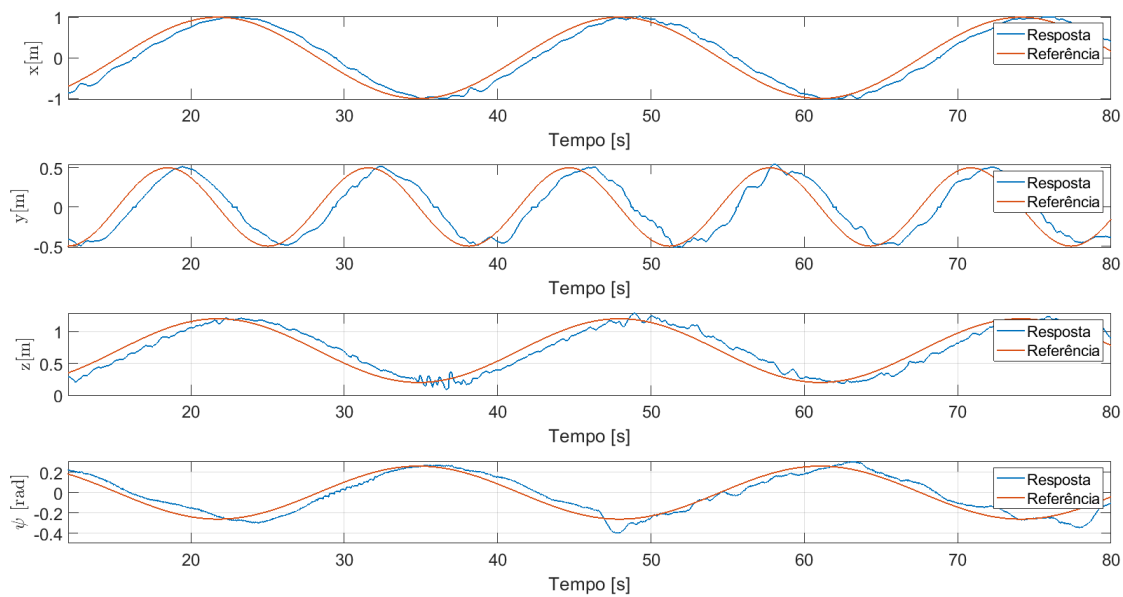


Figura 5.23: Saídas para o seguimento de trajetória inclinada com perturbação para o controlador $\mathcal{H}_\infty$.

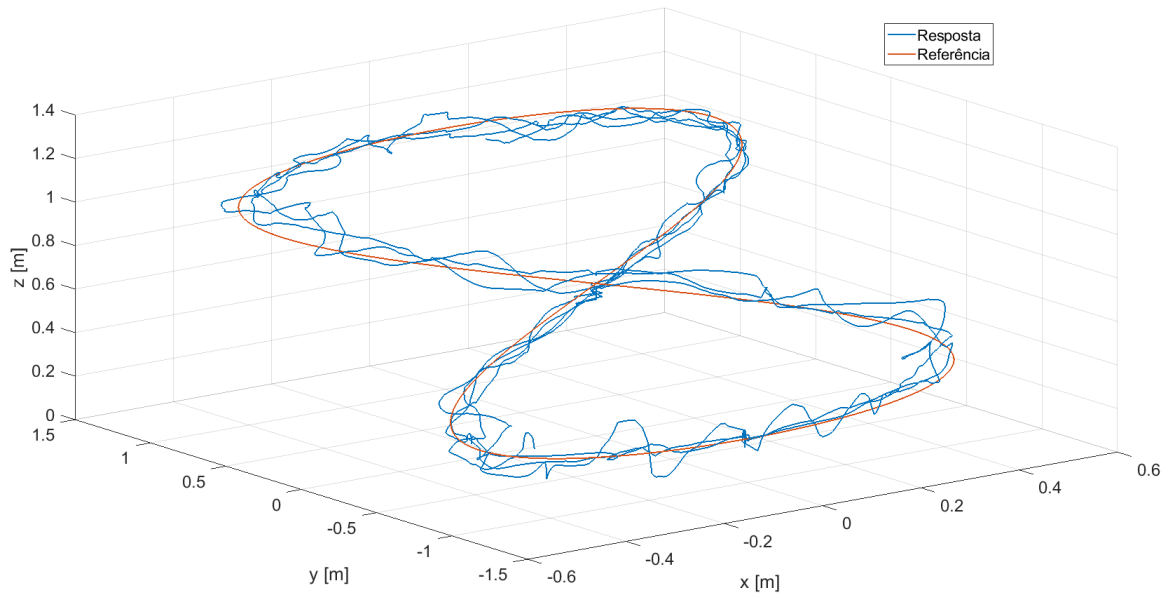


Figura 5.24: Seguimento de trajetória inclinada com perturbação para o controlador $\mathcal{H}_\infty$.

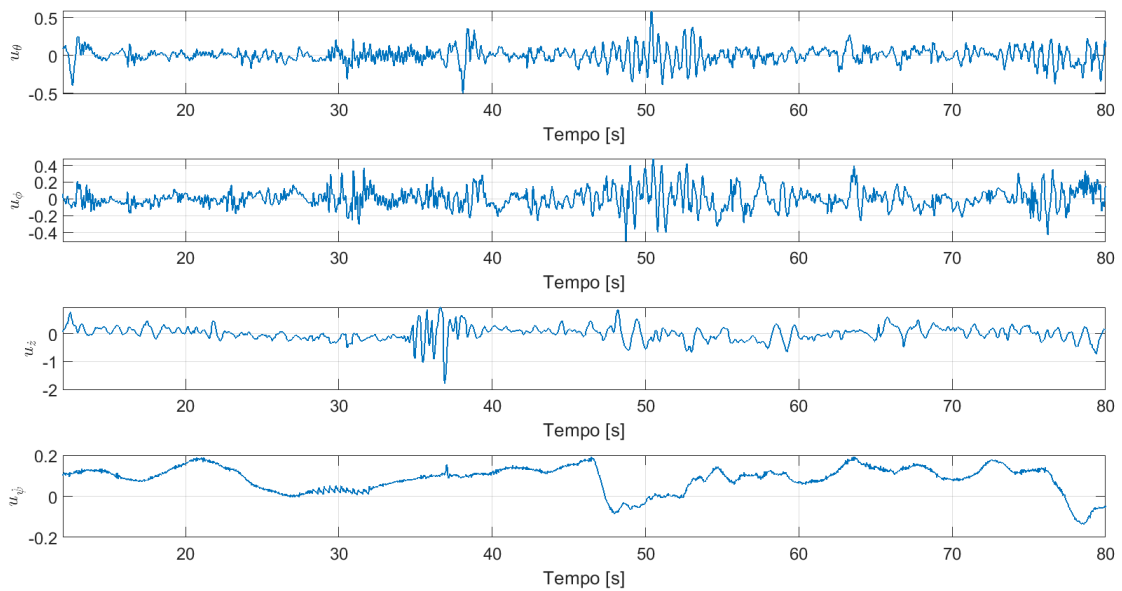


Figura 5.25: Sinais de controle para o seguimento de trajetória inclinada com perturbação para o controlador $\mathcal{H}_\infty$.

Tabela 5.5: ISE para o seguimento de trajetória inclinada com perturbação.

ISE	LQR	$\mathcal{H}_\infty$
x	38,1	37,7
y	37,6	35,6
z	10,1	9,8
(x,y,z)	85,8	83,1
ψ	2,51	1,9

Observa-se através do índice ISE (Tabela 5.5), que os dois controladores têm comportamentos semelhantes nos testes de seguimento de trajetória inclinada com perturbação. Ambos os controladores são capazes de seguir trajetória considerando-se a perturbação descrita.

Alguns dos experimentos realizados com o AR.Drone 2.0 podem ser vistos nos seguintes links:

https://youtu.be/Af73_2scaxk,

<https://youtu.be/WUB3kM0IfaE>.

CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou um estudo experimental para o controle de trajetória de um quadrotor. Foram implementadas duas técnicas de controle: LQR e $\mathcal{H}_\infty$. Os resultados experimentais são apresentados considerando-se dois cenários: com e sem perturbações externas. Além disso, apresenta-se desde a completa modelagem dinâmica do quadrotor até sua modelagem simplificada, assumindo algumas hipóteses suficientes para realizar a linearização do sistema e permitir o projeto de controladores lineares. A identificação e validação dos parâmetros do modelo também foram realizados.

Embora o foco do trabalho tenha sido o estudo experimental de técnicas de controle, através da utilização do AR.Drone, mostrou-se de extrema utilidade a plataforma de simulação ROS, onde encontrou-se uma representação satisfatória das características dinâmicas do veículo, de forma há auxiliar na etapa de identificação dos parâmetros do modelo simplificado e na etapa de projeto dos controladores.

Com relação aos controladores, observou-se que, com o índice de desempenho baseado na integral do erro quadrático (ISE), ambos os controladores possuem comportamentos semelhantes, com uma pequena vantagem no valor do ISE para o controlador $\mathcal{H}_\infty$, considerando-se os experimentos com ou sem perturbações, exceto para o experimento de seguimento de trajetória circular em que a superioridade deste controlador foi considerável, para os graus de liberdade z e ψ . Ambos os controladores foram capazes de realizar o seguimento de trajetória com um grau de precisão satisfatório, porém, analisando as respostas, observou-se uma maior dificuldade, por parte do controlador LQR, de estabilizar o ângulo ψ após a inserção da perturbação no teste de trajetória circular.

Para trabalhos futuros, pretende-se utilizar recursos visuais, como a utilização de etiquetas (*tags*), para auxiliar na localização e melhorar o sensoramento. Além disso, a utilização de sistema de posicionamento global (GPS) permite-se expandir o estudo para ambientes externos (*outdoor*).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABDOLHOSSEINI, M.; ZHANG, Y.; RABBATH, C. An efficient model predictive control scheme for an unmanned quadrotor helicopter. *Journal of Intelligent Robotic Systems*, v. 70, 04 2013.
- AF, H. P. *An RQ-4 Global Hawk soars through the sky to record intelligence, surveillance and reconnaissance data*. 2014. <https://www.af.mil/About-Us/Fact-Sheets/Display/Article/104516/rq-4-global-hawk/>. Acesso em: 10 fev. 2020.
- AHMED, B.; POTA, H. R. Flight control of a rotary wing uav using backstepping. In: *International Journal of Robust and Nonlinear Control*. Christchurch, New Zealand: [s.n.], 2009. v. 20, p. 1780–1785.
- ARDUPILOT, H. P. *ArduPilot Autopilot Suite*. 2016. <http://ardupilot.org/ardupilot/>. Acesso em: 05 março 2020.
- ASTROM, K. J.; MURRAY, R. M. *Feedback Systems*. 1. ed. [S.l.]: Princeton University Press, 2008.
- BETETO, M. A.; ASSUNÇÃO, E.; TEIXEIRA, M. C.; SILVA, E. R.; BUZACHERO, L. F.; CAUN, R. P. New design of robust lqr-state derivative controllers via lmis. *IFAC-PapersOnLine*, v. 51, n. 25, p. 422–427, 2018. ISSN 2405-8963. 9th IFAC Symposium on Robust Control Design ROCOND 2018. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896318328118>.
- BOUABDALLAH, S. *Design and Control of Quadrotors With Application to Autonomous Flying*. 155 f. Tese (Thesis in Modelling, Design and Control) — École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne-Switzerland, 2007.
- BRANDÃO, A. S. *Projeto de Controladores Não Lineares Para Voo Autônomo de Veículos Aéreos de Pás Rotativas*. 234 f. Tese (Tese em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória-ES, 2013.
- BRISTEAU, P.-J.; CALLOU, F.; VISSIÈRE, D.; PETIT, N. The navigation and control technology inside the ar.drone micro uav. In: *International Federation of Automatic Control (IFAC)*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 1477–1484.
- CASTILHO, P.; LOZANO, R.; DZUL, A. E. *Modelling and Control of Mini-Flying Machines*. [S.l.]: Springer-Verlag, 2005.

CHAO, H.; CAO, Y.; CHEN, Y. Autopilots for small unmanned aerial vehicles: A survey. In: *International Journal of Control, Automation and Systems*. [S.l.: s.n.], 2010. v. 8, p. 36–44.

CHENG-MING, H.; MING-LI, C.; TZU-SHUN, H. Visual servoing of a micro quadrotor landing on a ground platform. In: *International Journal of Control, Automation and Systems*. [S.l.: s.n.], 2017. v. 15, p. 2810–2818.

CHIKASHA, P. N.; DUBE, C. Adaptive model predictive control of a quadrotor. *IFAC-PapersOnLine*, v. 50, n. 2, p. 157–162, 2017. ISSN 2405-8963. Control Conference Africa CCA 2017. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896317335656>.

CHILALI, M.; GAHINET, P.; APKARIAN, P. Robust pole placement in lmi regions. In: *IEEE transactions on Automatic Control*. [S.l.: s.n.], 1999. v. 44, p. 2257–2270.

DHADEKAR, D. D.; SANGHANI, P. D.; MANGRULKAR, K. K.; TALOLE, S. E. Robust control of quadrotor using uncertainty and disturbance estimation. *Journal of Intelligent Robotic Systems*, v. 101, 2021.

DHEWA, O.; DHARMAWAN, A.; PRIYAMBODO, T. Model of linear quadratic regulator (lqr) control method in hovering state of quadrotor. *Journal of Telecommunication, Electronic and Computer Engineering (JTEC)*, v. 9, p. 135–143, 2017.

DJI, D. S. *Phantom 4 Pro V2.0*. 2019. <https://store.dji.com/product/phantom-4-pro-v2?vid=43151>. Acesso em: 10 fev. 2020.

ENGEL, J.; JÜRGEN, S.; CREMERS, D. Scale-aware navigation of a low-cost quadcopter with a monocular camera. *Robotics and Autonomous Systems*, Elsevier BV, v. 62, n. 1, p. 2815–2821, April 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.robot.2014.03.0129>.

ENGEL, J.; STURM, J.; CREMERS, D. Camera-based navigation of a low-cost quadcopter. In: *2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Vilamoura-Algarve, Portugal: [s.n.], 2012. p. 2815–2821.

ENGEL, J. J. *Autonomous Camera-Based Navigation of a Quadrocopter*. 91 f. Dissertação (FACULTY OF INFORMATICS) — TECHNICAL UNIVERSITY OF MUNICH, Munich, 2011.

FAHLSTROM, P. G.; GLEASON, T. J. *Introduction to UAV Systems*. 4. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2012.

FRANCIS, J. *Pulverização por drones*. 2019. Disponível em: <https://revistapesquisa.fapesp.br/2019/09/06/pulverizacao-por-drones/>. Acesso em: 11 fev. 2020.

GAZEBO, H. P. *Gazebo home page description*. 2014. <https://gazebo.org/>. Acesso em: 27 janeiro 2021.

- HUANG, H.; STURM, J. *Tum Simulator Suite*. 2014. [Http://wiki.ros.org/tum_simulator](http://wiki.ros.org/tum_simulator). Acesso em : 08 fev 2021.
- KIM, J.; KANG, M.; PARK, S. Accurate modeling and robust hovering control for a quadrotor vtol aircraft. *Journal of Intelligent Robotic Systems*, v. 57, p. 1–4, jan. 2010.
- KOO, T. J.; SASTRY, S. Output tracking control design of a helicopter model based on approximate linearization. In: *1998 IEEE/Proceedings of the 37th Conference on Decision and Control*. Tampa, Florida USA: [s.n.], 1998. p. 3635–3640.
- KRAJNÍK, T.; VONÁSEK, V.; FISER, D.; FAIGL, J. Ar-drone as a platform for robotic research and education. In: *Research and Education in Robotics - EUROBOT 2011*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 172–186.
- LI, Y.; SONG, S. A survey of controle algorithms for quadrotor unmanned helicopter. In: *IEEE International Conference on Advanced Computacional Intelligence (ICACI)*. Jiangsu, China: [s.n.], 2012. p. 365–369.
- MARTINS, L.; CARDEIRA, C.; OLIVEIRA, P. Linear quadratic regulator for trajectory tracking of a quadrotor. *IFAC-PapersOnLine*, v. 52, n. 12, p. 176–181, 2019. ISSN 2405-8963. 21st IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace ACA 2019. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896319311450>.
- MELLINGER, D.; KUMAR, V. Minimum snap trajectory generation and control for quadrotors. In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 2520–2525.
- MONAJJEMI, M. *AR.Drone Autonomy: ROS driver for the AR.Drone quadrotor*. 2012. [Https://ardrone-autonomy.readthedocs.org](https://ardrone-autonomy.readthedocs.org). Acesso em: 07 março 2020.
- MÜLLER, M.; LUPASHIN, S.; D’ANDREA, R. Qudrocopter ball jugling. In: *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 5113–5120.
- NÜTZI, G.; WEISS, S.; SCARAMUZZA, D.; SIEGWART, R. Fusion of imu and vision for absolute scale estimation in monocular slam. In: *Journal of Intelligent Robotic Systems*. Zurich, Switzerland: [s.n.], 2011. v. 61, p. 287–299.
- OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno*. 3. ed. [S.l.]: LTC, 2000.
- PISKORSKI, S.; BRULEZ, N.; ELINE, P.; D’HAEYER, F. *AR.Drone Developer Guide - SDK Version 2.0*. [S.l.], 2012.
- PIXHAWK, H. P. *Piloto automático modelo Pixhawk*. 2020. [Https://pixhawk.org/](https://pixhawk.org/). Acesso em: 05 março 2020.
- RAFFO, G. V. *Robust Control Strategies for a Quadrotor Helicopter: An Underactuated Mechanical System*. 267 f. Tese (Thesis in Systems Engineering and Automation) — Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Seville, 2011.

RESEARCH, M. *UAV Drones - Global Market Outlook (2017-2023)*. 2017. Disponível em: <https://www.marketresearch.com/Statistics-Market-Research-Consulting-v4058/UAV-Drones-Global-Outlook-11369267/>. Acesso em: 18 fev. 2020.

SANTANA, L. V. *Sistemas De Navegação e Controle para Veículos Aéreos não Tripulados e suas Aplicações*. 152 f. Tese (Tese em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória-ES, 2016.

SANTANA, L. V.; BRANDÃO, A. S.; SARCINELLI-FILHO, M. Navigation and cooperative control using the ar.drone quadrotor. In: *Journal of Intelligent Robotic Systems*. [S.l.: s.n.], 2016. p. 327–350.

SANZ, R.; GARCÍA, P.; ZHONG, Q.-C.; ALBERTOS, P. Robust control of quadrotors based on an uncertainty and disturbance estimator. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, v. 138, 2016.

SETYAWAN, G. E.; KURNIAWAN, W.; GAOL, A. C. L. Linear quadratic regulator controller (lqr) for ar. drone's safe landing. In: *2019 International Conference on Sustainable Information Engineering and Technology (SIET)*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 228–233.