



Universidade Federal da Bahia – UFBA
Escola Politécnica
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – PPGEE

Tese de Doutorado

Análise do Efeito da Interferência Epidêmica em Sistemas de Comunicações Digitais

Joel Eugênio Cordeiro Júnior

Salvador – BA
Dezembro de 2023



Universidade Federal da Bahia – UFBA
Escola Politécnica
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – PPGEE

Joel Eugênio Cordeiro Júnior

Análise do Efeito da Interferência Epidêmica em Sistemas de Comunicações Digitais

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Bahia como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

Processamento e Transmissão da Informação

Prof^o. Dr. Marcelo Sampaio de Alencar
Orientador

Salvador – BA
Dezembro de 2023

C794 Cordeiro Júnior, Joel Eugênio.

Análise do efeito da interferência epidêmica em sistemas de comunicações digitais / Joel Eugênio Cordeiro Júnior. – Salvador, 2023.

122 f.: il. color.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Sampaio de Alencar.

Tese (doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Universidade Federal da Bahia - Escola Politécnica, 2023.

1. Interferência epidêmica. 2. Lognormal. 3. Não estacionária. 4. Estimação de fase. 5. Taxa de erro. 6. Capacidade de canal I. Alencar, Marcelo Sampaio de. II. Universidade Federal da Bahia. III. Título.

CDD: 623.76

"ANÁLISE DO EFEITO DA INTERFERÊNCIA EPIDÊMICA EM
SISTEMAS DE COMUNICAÇÕES DIGITAIS"

JOEL EUGÊNIO CORDEIRO JUNIOR

TESE APROVADA EM 01/12/2023

MARCELO SAMPAIO DE ALENCAR, Ph.D., UFRN
Orientador

FABRICIO BRAGA SOARES DE CARVALHO, D.Sc., UFPB
Examinador

KARCIUS DAY ROSARIO ASSIS, D.Sc., UFBA
Examinador

RAISSA BEZERRA ROCHA, D.Sc., UFS
Examinadora

WASLON TERLLIZZIE ARAÚJO LOPES, D.Sc., UFPB
Examinador

SALVADOR – BA

*Dedico este trabalho à minha família
pelo apoio e incentivo à minha formação*

Agradecimentos

Agradeço à minha querida mãe, Rosali, por todo esforço e amor dedicado à minha educação.

Ao meu pai, Joel, por me apoiar e me dar suporte durante a minha formação.

À minha companheira, Samile, pelo amor e parceria ao longo dessa jornada. Por estar ao meu lado em todos os momentos.

A meu irmão, Rafael, pela motivação e pelas ótimas conversas. Às minhas irmãs, Joline e Paula, pelo apoio e carinho de sempre.

Ao meu orientador, Prof. Marcelo Sampaio de Alencar, pelo compromisso e dedicação à minha orientação. Pela confiança, pela amizade e, sobretudo, por todo conhecimento compartilhado ao longo desse período.

Aos amigos e colegas do IF Baiano pela compreensão e apoio durante todo esse processo.

Por último, mas não menos importante, agradeço ao IF Baiano por incentivar e apoiar a capacitação de seus servidores.

Resumo

Um dos principais problemas dos sistemas de comunicações móveis celulares é a interferência. A crescente demanda por conectividade pode tornar esse problema ainda mais desafiador, criando cenários com alta densidade de dispositivos e um número massivo de conexões. Dessa forma, é importante investigar e compreender diferentes modelos de interferência presentes em canais de comunicação sem fio. O modelo de Interferência Epidêmica (IE) foi proposto recentemente para representar a situação em que muitos dispositivos iniciam a transmissão simultaneamente, provocando um crescimento rápido nos níveis de interferências em um canal compartilhado. Baseado nesse modelo de interferência, esta tese apresenta um estudo do efeito da IE em sistemas de comunicações digitais em termos da sincronização do sinal na demodulação coerente, da probabilidade de interrupção, da taxa de erros de símbolos transmitidos e da capacidade teórica do canal afetado pela IE. Para avaliar o efeito da IE na sincronização do sinal recebido, são derivadas as expressões para o limite teórico da variância de erro de estimação de fase da portadora. Essas expressões são avaliadas numericamente para os casos em que o sinal recebido é uma portadora não modulada e um sinal com modulação digital de fase. O impacto da IE também é analisado por meio das expressões para a probabilidade de interrupção e probabilidade de erro de símbolo (e bit), as quais são derivadas para esquemas de modulação digital de amplitude, fase e quadratura. Por fim, são apresentadas funções de capacidade ergódica do canal na presença da IE. Além da expressão numérica, são propostas expressões analíticas aproximadas para a capacidade. Devido à distribuição lognormal da potência da interferência, as expressões apresentadas nesta tese são obtidas pela quadratura de Gauss-Hermite. Simulações computacionais foram realizadas para validar as expressões obtidas. Nos cenários analisados, observa-se que a presença da IE aumenta o erro de estimação de fase, a probabilidade de interrupção e as taxas de erros de símbolo (e bit). Além disso, a IE reduz a capacidade do canal. Os resultados também mostram que o desempenho dos sistemas estudados depende tanto da potência média da IE quanto do espalhamento da distribuição da potência interferente.

Abstract

One of the main problems of cellular mobile communication systems is the interference. The growing demand for connectivity can make this problem even more challenging, creating scenarios with high device density and massive connections. Thus, it is important to investigate and understand different interference models in wireless communication channels. The Epidemic Interference (EI) model was recently proposed to represent the situation in which many devices begin transmitting simultaneously, causing a rapid increase in interference levels on a shared channel. Based on this interference model, this thesis presents a study of the effect of EI on digital communication systems in terms of signal synchronization for coherent demodulation, outage probability, symbol error rate, and the theoretical capacity of the channel affected by EI. In order to evaluate the effect of EI on the received signal synchronization, the expressions for the theoretical limit of the variance of the carrier phase estimation error are derived. These expressions are evaluated by numerical methods for cases in which the received signal is an unmodulated carrier and a digital phase modulated signal. The impact of EI is also analyzed by the outage probability and symbol (and bit) error probability expressions, which are derived for amplitude, phase and quadrature digital modulation schemes. Finally, the ergodic capacity of the channel in the presence of EI is evaluated. In addition to the numerical expression, approximate analytical expressions for the capacity are proposed. Due to the lognormal distribution of the interference power, the expressions presented in this thesis are assessed by the Gauss-Hermite quadrature. Computer simulations were performed to validate these expressions. For the analyzed cases, it is observed that the presence of EI increases the phase estimation error, the outage probability, and the symbol (and bit) error rates. Also, EI decreases the channel capacity. The results also show that the performance of the studied systems depends both on the mean power of EI and on the spread of the interfering power distribution.

Lista de Figuras

2.1	Elementos básicos de um sistema de comunicação.	22
2.2	Modelo de filtro linear com ruído e interferência para um canal de comunicações.	26
2.3	Potência média e instantânea da IE.	28
2.4	Potência média e instantânea da IE para $\alpha = 0$	29
2.5	Malha de células com fator de reuso igual a três.	34
2.6	Cenário simulado de um sistema celular.	35
2.7	Histograma da potência para $a = 3$ e dispositivos se movendo em qualquer direção.	36
2.8	Histograma da potência para $a = 4$ e dispositivos se movendo em qualquer direção.	37
2.9	Histograma da potência para $a = 4$ e dispositivos se movendo em direção à ERB E0.	38
2.10	Posição dos dispositivos móveis nos instantes inicial e final da observação.	38
2.11	Variação da potência instantânea da IE em função do tempo.	39
2.12	Amplitude, potência instantânea, potência média e amostras da interferência.	41
2.13	FDP de $z(t)$ obtida pela quadratura de Gauss-Hermite.	43
3.1	Representação gráfica do estimador de fase proposto pela Expressão 3.25.	51
3.2	CRLB em função da SNR.	57
3.3	CRLB e MCRLB em função da SNR.	58
3.4	CRLB em função da SIR para SNR = 15 dB.	59
3.5	CRLB em função da SIR para $\sigma_{L(dB)} = 2$ dB.	59
3.6	CRLB em função da SNR para sinal M-PSK.	64
3.7	CRLB em função da SIR para SNR = 15 dB.	65
3.8	CRLB em função da SIR para $\sigma_{L(dB)} = 3$ dB.	66
4.1	Modelo de receptor para canais com ruído AWGN e IE.	70

4.2	Implementação do receptor ótimo utilizando amostras em fase e quadratura do sinal recebido.	71
4.3	OP em função da SIR média.	79
4.4	ASEP e ABEP de um sistema BPSK.	80
4.5	ASEP de um sistema QPSK.	81
4.6	ASEP de um sistema 16-PSK.	81
4.7	ASEP de um sistema 8-ASK.	82
4.8	ASEP de um sistema 64-QAM.	82
4.9	ASEP e ABEP de sistemas M -PSK.	83
4.10	ASEP e ABEP de sistemas M -ASK.	83
4.11	ASEP e ABEP de sistemas M -QAM.	84
4.12	ASEP de um sistema 64-QAM.	88
4.13	ASEP de sistemas M -QAM.	88
4.14	ABEP de um sistema 64-QAM.	89
4.15	Distribuição de probabilidade da IE com desvanecimento.	90
4.16	ASEP de um sistema 4-QAM.	94
4.17	ABEP de um sistema 64-QAM.	95
5.1	Capacidade de canal teórica exata.	103
5.2	Capacidade de canal aproximada pelo método da quadratura.	104
5.3	Capacidade de canal aproximada por expansão em séries.	105

Lista de Tabelas

2.1	Parâmetros do cenário de simulação.	36
2.2	Raízes e pesos da Quadratura de Gauss-Hermite para polinômios ortogonais de graus dois e três.	42
4.1	Parâmetros da fórmula da ASEP de esquemas de modulação digital linear na presença do ruído AWGN e IE, em função da SINR média por símbolo $\overline{\gamma_s}$	86
4.2	Parâmetros da fórmula da ABEP de esquemas de modulação digital linear na presença do ruído AWGN e IE, em função da SINR média por bit $\overline{\gamma_b}$	86

Lista de Abreviaturas e Siglas

3GPP	<i>3rd Generation Partnership Project</i>	Projeto de Parceria de Terceira Geração
4G	<i>Fourth-Generation</i>	Quarta Geração
5G	<i>Fifth-Generation</i>	Quinta Geração
ABEP	<i>Average Bit Error Probability</i>	Probabilidade Média de Erro de Bit
APSK	<i>Amplitude and Phase Shift Keying</i>	Chaveamento de Amplitude e Fase
ASEP	<i>Average Symbol Error Probability</i>	Probabilidade Média de Erro de Símbolo
AGC	<i>Automatic Gain Control</i>	Controle Automático de Ganho
AWGN	<i>Additive White Gaussian Noise</i>	Ruído Gaussiano Branco Aditivo
BEP	<i>Bit Error Probability</i>	Probabilidade de Erro de Bit
BER	<i>Bit Error Rate</i>	Taxa de Erro de Bit
BPSK	<i>Binary Phase-Shift Keying</i>	Chaveamento de Fase Binário
CRLB	<i>Cramér-Rao Lower Bound</i>	Limite Inferior de Cramér-Rao
DA	<i>Data-Aided</i>	Auxiliado por Dados
DMC	<i>Discrete Memoryless Channel</i>	Canal Discreto sem Memória
eMBB	<i>enhanced Mobile Broadband</i>	Banda Larga Móvel Aprimorada
ERB	<i>Base Station</i>	Estação Radiobase
FDA	<i>Cumulative Distribution Function</i>	Função de Distribuição Acumulada
FDP	<i>Probability Density Function</i>	Função Densidade de Probabilidade
FM	<i>Frequency Modulation</i>	Modulação de Frequência
FMP	<i>Probability Mass Function</i>	Função Massa de Probabilidade
IE	<i>Epidemic Interference</i>	Interferência Epidêmica
i.i.d	<i>independent and identically distributed</i>	independentes e identicamente distribuídas

IoT	<i>Internet of Things</i>	Internet das Coisas
ITU	<i>International Telecommunication Union</i>	União Internacional de Telecomunicações
ITU-R	<i>ITU Radiocommunication Sector</i>	Setor de Radiocomunicação da ITU
M-ASK	<i>M-ary Amplitude Shift Keying</i>	Chaveamento de Amplitude M-ário
MCRLB	<i>Modified Cramér-Rao Lower Bound</i>	Limite Inferior de Cramér-Rao Modificado
MIMO	<i>Multiple-Input and Multiple-Output</i>	Múltiplas Entradas e Múltiplas Saídas
ML	<i>Maximum Likelihood</i>	Máxima Verossimilhança
mMTC	<i>massive Machine Type Communications</i>	Comunicações Massivas do Tipo máquina
M-PSK	<i>M-ary Phase Shift Keying</i>	Chaveamento de fase M-ário
M-QAM	<i>M-ary Quadrature Amplitude Modulation</i>	Modulação de Amplitude em Quadratura M-ária
NDA	<i>Non-Data-Aided</i>	Não Auxiliado por Dados
OP	<i>Outage Probability</i>	Probabilidade de Interrupção
PIB	<i>Gross Domestic Product</i>	Produto Interno Bruto
PLL	<i>Phase-Locked Loop</i>	Malha de Captura de Fase
QPSK	<i>Quaternary Phase-Shift Keying</i>	Chaveamento de Fase Quaternário
SDR	<i>Software Defined Radio</i>	Rádio Definido por Software
SEP	<i>Symbol Error Probability</i>	Probabilidade de Erro de Símbolo
SER	<i>Symbol Error Rate</i>	Taxa de Erro de Símbolo
SINR	<i>Signal-to-Interference-Plus-Noise Ratio</i>	Relação Sinal Interferência mais Ruído
SIR	<i>Signal-to-Interference Ratio</i>	Relação Sinal Interferência
SNR	<i>Signal-to-Noise Ratio</i>	Relação Sinal-Ruído
TCL	<i>Central Limit Theorem</i>	Teorema Central do Limite
URLLC	<i>Ultra Reliable and Low Latency Communications</i>	Comunicações de Baixa Latência Ultra Confiáveis
v.a.	<i>random variable</i>	variável aleatória

Lista de Símbolos

$x(t)$	Sinal digital modulado transmitido
$y(t)$	Sinal digital modulado recebido
$h(\tau, t)$	Função de resposta ao impulso do canal
t	Variável que representa o tempo
τ	Variável que representa o tempo decorrido
$n(t)$	Ruído AWGN
$z(t)$	Interferência
$*$	Operação de convolução
$f_N(n)$	Função densidade de probabilidade associada a $n(t)$
σ_N	Desvio padrão associado à distribuição de $n(t)$
$P(t)$	Potência da interferência em função do tempo
$W(t)$	Processo aleatório que representa a interferência total no canal
W_t	Variável aleatória associada ao processo aleatório $W(t)$
$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$	Distribuição normal com média μ e variância σ^2
α	Parâmetro do modelo de potência da interferência (Capítulo 2)
α	Desvanecimento do envelope de um sinal (Capítulo 4)
β	Parâmetro do modelo de potência da interferência
P_s	Variável aleatória associada ao processo aleatório $P(t = s)$
P_0	Potência da interferência no início do intervalo de observação
$\exp(\cdot)$	Operador exponencial
$f_{P_t}(p)$	Função densidade de probabilidade da v.a. $P_t = P(t)$
$E[\cdot]$	Operador valor esperado
σ_W	Desvio padrão da variável aleatória W_t
W	Variável aleatória normal
L	Variável aleatória lognormal
$f_L(l)$	Função densidade de probabilidade de L
$f_W(w)$	Função densidade de probabilidade de W
$\mathcal{LN}(\mu, \sigma^2)$	Distribuição lognormal com parâmetros μ e σ
$\text{Var}[\cdot]$	Operador variância

Mediana[.]	Operador mediana
Moda[.]	Operador moda
$F_L(l)$	Função de distribuição acumulada de L
$Q(\cdot)$	FDA complementar de uma v.a. normal padrão
ξ	Fator de conversão de Neper para decibel
$\mu_{(dB)}$	Parâmetro μ na escala de decibels
$\sigma_{(dB)}$	Parâmetro σ na escala de decibels
X_1	Variável aleatória lognormal com parâmetros μ_1 e σ_1
X_2	Variável aleatória lognormal com parâmetros μ_2 e σ_2
X_i	Variável aleatória lognormal com parâmetros μ_i e σ_i
b_i	Constante arbitrária
P_i	i -ésima amostra da potência
ϵ_i	Diferença proporcional de potência entre amostras da interferência
P_n	n -ésima mostra da potência
d	Distância entre o centro das células
N_{fr}	Fator de reúso de frequência entre células
R	Raio da célula
a	Fator de decaimento exponencial da perda de propagação do canal
P_{rx}	Potência recebida desejada
P_{tx}	Potência transmitida
d_i	Distância entre o dispositivo D_i e a ERB E_i
P_{E0}	Potência da interferência recebida pela ERB E_0
e_i	Distância entre o dispositivo D_i e a ERB E_0
$\hat{\mu}$	Estimativa de máxima verossimilhança do parâmetro μ
$\hat{\sigma}$	Estimativa de máxima verossimilhança do parâmetro σ
$X(t)$	Processo estocástico
$f_Z(z l)$	Função densidade de probabilidade de Z condicionada a l
$f_Z(z)$	Função densidade de probabilidade total de Z
$w(x)$	Função peso da quadratura de gauss
$f(x)$	Função arbitrária da variável x
x_i	Uma das raízes do polinômio de Hermite $He_n(x)$
w_i	Um dos pesos da quadratura de Gauss-Hermite
$He_n(x)$	Polinômio ortogonal de Hermite probabilístico de grau n
$He'_n(x)$	Primeira derivada do polinômio $He_n(x)$
h_n	Fator de normalização do polinômio $He_n(x)$
k_n	Coeficiente do termo de grau n do polinômio $He_n(x)$
χ_i	Variável auxiliar associada à raiz x_i do polinômio $He_n(x)$

$s(t)$	Sinal digital transmitido
$s_I(t)$	Componente em fase do sinal $s(t)$
$s_Q(t)$	Componente em quadratura do sinal $s(t)$
f_c	Frequência da portadora
$r(t)$	Sinal digital recebido
ϕ	Fase desconhecida da portadora
$\Re\{\cdot\}$	Operador parte real de um número complexo
$\tilde{s}(t)$	Envoltória complexa do sinal $s(t)$
$\tilde{n}(t)$	Envoltória complexa do ruído $n(t)$
$\tilde{z}(t)$	Envoltória complexa da interferência $z(t)$
N_0	Variância da parte real ou imaginária de $\tilde{n}(t)$
μ_L	Média da v.a normal subjacente à v.a lognormal L
σ_L	Desvio padrão da v.a normal subjacente à v.a lognormal L
$\tilde{v}(t)$	Sinal que representa a soma do ruído AWGN mais a IE
$\mathcal{CN}(\mu, \sigma^2)$	Distribuição normal complexa com média μ e variância σ^2
T_0	Intervalo de observação
T_s	Período de símbolo
K	Número de amostras obtidas durante o intervalo de observação
$\tilde{r}_k$	k -ésima amostra do sinal $\tilde{r}(t)$
$\tilde{s}_k$	k -ésima amostra do sinal $\tilde{s}(t)$
$\tilde{v}_k$	k -ésima amostra do sinal $\tilde{v}(t)$
$f_R(\tilde{r}_k c_i, \phi, l)$	Função densidade de probabilidade de $\tilde{r}_k$ condicionada a c_i , ϕ e l
c_i	Símbolo pertencente a uma constelação $\mathcal{C}$
$\mathcal{C}$	Constelação complexa de um esquema de modulação digital
$f_C(c_i)$	Função Massa de Probabilidade
$f_R(\tilde{r}_k \phi)$	Função densidade de probabilidade de $\tilde{r}_k$ condicionada a ϕ
$\tilde{\mathbf{r}}$	Vetor de amostras
$f_R(\tilde{\mathbf{r}} \phi)$	Função densidade de probabilidade de $\tilde{\mathbf{r}}$ condicionada a ϕ
$\Lambda_L(\phi)$	Função de verossimilhança logarítmica de ϕ
$\hat{\phi}$	Estimativa de máxima verossimilhança de ϕ
A	Amplitude da portadora
$\Im\{\cdot\}$	Operador parte imaginária de um número complexo
$F(\tilde{r}_k, \phi)$	Função numérica das variáveis $\tilde{r}_k$ e ϕ
$\hat{\phi}_0$	Estimativa inicial de ϕ
$E_L[\cdot]$	Operador valor esperado em relação a L
$\Delta\phi$	Erro entre estimativa e valor exato de ϕ
$\mathcal{I}(\phi)$	Informação de Fisher

CRLB_ϕ	Função Limite Inferior de Cramér-Rao de ϕ
MCRLB_ϕ	Função Limite Inferior de Cramér-Rao Modificado de ϕ
$E_{R L}[\cdot]$	Operador valor esperado em relação a $\tilde{r}_k$ condicionado a L
$f_{R,\theta,L}(\cdot)$	Função densidade de probabilidade conjunta de $\tilde{r}_k, \theta_m$ e L
$E_{R \theta,L}[\cdot]$	Operador valor esperado em relação a $\tilde{r}_k$ condicionado a θ_m e L
$f_{R,L}(\cdot)$	Função densidade de probabilidade conjunta de $\tilde{r}_k$ e L
$f_R(\tilde{r} \tilde{s}, l)$	Função densidade de probabilidade de $\tilde{r}$ condicionada a $\tilde{s}$ e l
$f_R(\tilde{r} \tilde{s})$	Função densidade de probabilidade de $\tilde{r}$ condicionada a $\tilde{s}$
$\Lambda_{\tilde{s}}$	Métrica de decisão do valor de $\tilde{s}$
$\bar{\gamma}$	Valor médio da SNR, SINR ou SIR
γ	SNR, SINR ou SIR
$f_\gamma(\gamma)$	Função densidade de probabilidade de γ
γ_l	Limiar de SNR, SINR ou SIR
$P_O(\gamma_l)$	Probabilidade de Interrupção em função do limiar γ_l
$P_r(\cdot < \cdot)$	Função de distribuição acumulada
$P_E(\bar{\gamma})$	Probabilidade de Média erro em função de $\bar{\gamma}$
$P(E \gamma)$	Probabilidade de erro condicionada a γ
$P_{BPSK}(\gamma_s)$	SEP do Sistema BPSK
γ_s	SNR, SINR ou SIR por símbolo
γ_b	SNR, SINR ou SIR por bit
$P_{QPSK}(\gamma_s)$	SEP do Sistema QPSK
$P_{QPSK}(\gamma_b)$	BEP do Sistema QPSK
$P_{PSK}(\gamma_s)$	SEP do Sistema M-PSK
$P_{PSK}(\gamma_b)$	BEP do Sistema M-PSK
$P_{ASK}(\gamma_s)$	SEP do Sistema M-ASK
$P_{ASK}(\gamma_b)$	BEP do Sistema M-ASK
$P_{QAM}(\gamma_s)$	SEP do Sistema M-QAM
$P_{QAM}(\gamma_b)$	BEP do Sistema M-QAM
I_Q	Integral envolvendo a Função $Q(\cdot)$
b	Constante arbitrária
P_s	Potência do sinal de interesse
σ_γ	Desvio padrão da v.a normal subjacente à v.a lognormal γ
μ_γ	Média da v.a normal subjacente à v.a lognormal γ
γ_0	SNR, SINR ou SIR observada no instante inicial
I_{Q^2}	Integral envolvendo a Função $Q(\cdot)^2$
$P_s(\bar{\gamma}_s)$	Probabilidade Média de Erro de Símbolo
$P_b(\bar{\gamma}_b)$	Probabilidade Média de Erro de Bit

γ_n	SNR
γ_z	SIR
B_1	Parâmetro da função de ASEP ou ABEP
b_1	Parâmetro da função de ASEP ou ABEP
B_2	Parâmetro da função de ASEP ou ABEP
b_2	Parâmetro da função de ASEP ou ABEP
α_s	Desvanecimento do envelope do sinal de interesse
α_z	Desvanecimento do envelope do sinal interferente
$f_\alpha(\alpha)$	Função densidade de probabilidade de α
m	Parâmetro das FDPs Nakagami e gamma
Ω	Valor médio do desvanecimento instantâneo de potência
ω	Desvanecimento instantâneo de potência
$v(t)$	Sinal composto pelo ruído mais a interferência
γ_v	SINR sem o efeito do desvanecimento
$f_\omega(\omega)$	Função densidade de probabilidade de ω
$Q_m(b; \gamma)$	Função arbitrária com parâmetros m, b e γ
$Q_m^2(b; \gamma)$	Função arbitrária com parâmetros m, b e γ
ζ	Variável auxiliar
η	Variável auxiliar
T_{ik}	Variável auxiliar
X	Informação na entrada do canal
Y	Informação na saída do canal
C	Capacidade do canal
$I(X; Y)$	Informação mútua de X e Y
$f_X(x)$	Função densidade de probabilidade de X
$\mathcal{R}$	Taxa de transmissão da informação
B	Largura de banda do canal
T	Intervalo de tempo
$\bar{C}$	Capacidade ergódica do canal
$\bar{C}_{GH}$	Capacidade ergódica aproximada pelo método de Gauss-Hermite
$\bar{C}_0$	Capacidade ergódica aproximada para valores pequenos da SIR
$\bar{C}_1$	Capacidade ergódica aproximada para valores grandes da SIR

Sumário

1	Introdução	15
1.1	Contextualização e Motivação	15
1.2	Objetivos	19
1.2.1	Objetivos Específicos	19
1.3	Organização do Texto	20
2	Ruído e Interferência	22
2.1	Interferência Epidêmica	26
2.1.1	Distribuição Lognormal	29
2.1.2	Interferência Lognormal	32
2.1.3	Modelo Estocástico da IE	38
2.1.4	Quadratura de Gauss-Hermite	40
2.2	Trabalhos Relacionados	43
3	Efeito da IE na Estimação de Fase	46
3.1	Modelo do Sistema	47
3.1.1	Função de Verossimilhança da Fase	48
3.2	Estimação de Fase da Portadora Não Modulada	49
3.2.1	Limite Inferior de Cramér-Rao	51
3.2.2	Limite Inferior de Cramér-Rao Modificado	53
3.2.3	Análise de Desempenho da Estimação	54
3.2.4	Resultados	56
3.3	Estimação de Fase da Portadora em Sistemas com Modulação <i>M</i> -PSK	60
3.3.1	Limite Inferior de Cramér-Rao	61
3.3.2	CRLB Modificado	62
3.3.3	Análise de Desempenho da Estimação	63
3.3.4	Resultados	63
3.4	Conclusão	66

4	Efeito da IE na Probabilidade de Erro	68
4.1	Receptor Ótimo na Presença da IE	69
4.2	Medidas de Desempenho de Sistemas de Digitais	71
4.2.1	A SINR Média	71
4.2.2	Probabilidade de Interrupção	71
4.2.3	Probabilidade Média de Erro	72
4.2.4	Probabilidade de Erro para Sistemas de Modulação Digital	72
4.2.5	Probabilidade Média de Erro Envolvendo a Função Q	74
4.3	Avaliação de Desempenho na Presença Apenas da IE	74
4.3.1	Probabilidade de Interrupção	75
4.3.2	Probabilidade Média de Erro com SIR Lognormal	75
4.3.3	Resultados	78
4.4	Avaliação de Desempenho na Presença da IE e Ruído	84
4.4.1	Probabilidade Média de Erro	85
4.4.2	Resultados	87
4.5	Avaliação de Desempenho na Presença da IE, Ruído e Desvanecimento .	89
4.5.1	Probabilidade Média de Erro	92
4.5.2	Resultados	94
4.6	Conclusão	95
5	Capacidade Ergódica na Presença da IE	97
5.1	Cálculo da Capacidade Ergódica	99
5.1.1	Cálculo da Capacidade pela Quadratura de Gauss-Hermite	99
5.1.2	Cálculo da Capacidade por Expansão em Série	100
5.2	Resultados	102
5.2.1	Cálculo da Capacidade pelo Método de Gauss-Hermite	103
5.2.2	Expressões Aproximadas por Séries	104
5.3	Conclusão	106
6	Considerações Finais	107
6.1	Trabalhos Futuros	108
6.2	Publicações	109
	Referências Bibliográficas	117

Capítulo 1

Introdução

1.1 Contextualização e Motivação

Ao longo das últimas décadas, os sistemas de telecomunicações têm sido um dos principais pilares do desenvolvimento socioeconômico, científico e tecnológico. O surgimento desses sistemas facilitou a troca de informações entre diferentes locais do planeta de forma segura, rápida e eficiente, democratizando o acesso à informação. As tecnologias de comunicações têm permitido a expansão dos mercados globais, o melhoramento da cadeia de produção e o surgimento de novos modelos de negócios. Essas tecnologias também têm viabilizado a criação de ambientes pesquisa e desenvolvimento colaborativos. Instituições e pesquisadores em diferentes partes do mundo podem cooperar, promovendo o intercâmbio científico e acelerando o processo de inovação tecnológica.

Há muitos setores impactados diretamente pela evolução dos sistemas de comunicações, por exemplo: indústria, agropecuária, varejo, transporte, construção civil, mineração, energia elétrica, saneamento, segurança, saúde, educação, cultura, entretenimento, serviços públicos, exploração espacial e combate às mudanças climáticas. Além disso, os sistemas de comunicações têm um papel fundamental na resposta a catástrofes e crises emergenciais, como ficou evidente na Pandemia de Covid-19. Graças às redes de comunicações, muitas atividades puderam ser realizadas remotamente (incluindo serviços médicos), possibilitando a realização do isolamento social necessário para controlar a disseminação do vírus.

Entre as tecnologias de telecomunicações, um dos segmentos de maior destaque é a telefonia móvel. Em muitos países em desenvolvimento, as redes móveis são a principal ou única forma de acesso à Internet. Em 2022, o número global de assinantes de serviços móveis foi de 5,4 bilhões, dos quais 4,4 bilhões eram usuários de Internet móvel, o que equivale a uma penetração de 55%. Na América Latina, a penetração

de Internet móvel foi de 62% em 2022, com cerca de 409 milhões de usuários. Nesse mesmo período, as tecnologias e serviços móveis foram responsáveis por 5% do produto interno bruto (PIB) global [1]. Já na América Latina, esse valor foi de 7,4% em 2021 [2]. Esses números evidenciam o impacto social e econômico das comunicações móveis.

As redes móveis continuam evoluindo e ampliando seu alcance. A Quinta Geração (5G) de telefonia móvel começou a ser implantada nos últimos anos e deve atender às novas demandas do mundo pós-pandemia [3]. As redes 5G serão responsáveis por mais de 30% das conexões móveis em 2026, ultrapassarão as redes de Quarta Geração (4G) em 2029 e serão a tecnologia móvel dominante no final desta década, com cerca de 54% do total conexões móveis [1].

O aumento da cobertura das redes móveis tem efeito direto na economia. Um estudo da União Internacional de Telecomunicações (*International Telecommunication Union – ITU*) mostra que, na América Latina, um crescimento de 10% na penetração da banda larga fixa e móvel tem um impacto de 1,57% e 1,73% no crescimento do PIB, respectivamente [4]. No Brasil, a implantação de soluções 5G pode gerar um benefício de R\$ 590 bilhões por ano durante a próxima década [5]. Dada a relevância desse setor, é necessário que a academia e a indústria continuem realizando atividades de pesquisa e desenvolvimento para melhoria contínua das tecnologias de comunicações móveis.

Os requisitos a serem atendidos pelos sistemas 5G foram definidos pelo setor de radiocomunicação da ITU (*ITU Radiocommunication Sector – ITU-R*) em 2015. Eles foram estabelecidos a partir de três principais casos de uso que devem ser atendidos: banda larga móvel aprimorada (*enhanced Mobile Broadband – eMBB*), comunicações de baixa latência ultra confiáveis (*Ultra Reliable and Low Latency Communications – URLLC*) e comunicações massivas do tipo máquina (*massive Machine Type Communications – mMTC*) [6]. Esses casos de uso apresentam demandas diferentes, de forma que para atendê-las, diferentes tecnologias precisam ser empregadas. Visando acelerar a implantação do 5G e garantir a interoperabilidade entre produtos de diferentes fabricantes, o consórcio 3GPP¹ tem definido as especificações do padrão 5G implementado pela indústria e por operadoras de telecomunicações.

O caso de uso eMBB apresenta requisitos mais altos do que para o 4G em termos de taxa de transferência de dados, densidade de conexões, mobilidade dos usuários, cobertura e eficiência energética. Estão incluídas nesse cenário as demandas do usuá-

¹O Projeto de Parceria de Terceira Geração (*3rd Generation Partnership Project – 3GPP*) foi criado em 1998 para desenvolver as especificações dos sistemas de comunicações móveis de terceira geração (3G). Embora tenha continuado exercendo esse papel nas gerações posteriores, a referência ao 3G foi mantida no nome do projeto.

rio comum, como navegação na Internet, acesso a conteúdos multimídia em alta qualidade, chamadas de voz, chamada de vídeo, realidade virtual e realidade aumentada. O cenário URLLC abrange comunicações críticas que exigem alta confiabilidade e disponibilidade, juntamente com baixa latência. Alguns exemplos de aplicações com essas características são: automação industrial, distribuição de energia, operação remota de processos críticos, carros autônomos e cirurgias médicas remotas. O terceiro caso de uso, o mMTC, visa atender cenários que suportem alta densidade de dispositivos conectados, pequeno volume de dados, baixa taxas de transferência, baixa sensibilidade ao atraso, cobertura de longo alcance, dispositivos de baixo custo, baixo consumo energético e longa duração da bateria. Os principais exemplos são aplicações de Internet das Coisas (*Internet of Things* – IoT) na Indústria 4.0, casas e cidades inteligentes.

Todos os cenários do 5G fazem uso de sistemas de comunicações sem fio. Esses sistemas utilizam faixas do espectro eletromagnético como canal de comunicação. Para enviar uma mensagem, o transmissor modula uma onda portadora com o sinal de informação. No receptor, a portadora é demodulada e o sinal de informação é recuperado. Entretanto, devido às perturbações presentes no canal sem fio, o sinal pode ser recebido atenuado, distorcido e corrompido por interferências. Como a onda transmitida está sujeita aos fenômenos físicos de reflexão, difração e dispersão [7], as perdas presentes no canal sem fio estão relacionadas com as características físicas do ambiente, como vegetação, relevo, construções, obstáculos e fontes de interferências.

As perturbações presentes no canal sem fio podem ser modeladas como fatores multiplicativos ou aditivos. Os principais tipos de degradações multiplicativas estudados são: a perda de propagação da onda eletromagnética na atmosfera; o desvanecimento em pequena escala, causado pela sobreposição dos sinais que percorrem múltiplos percursos entre transmissor e receptor; e o sombreamento do sinal, que representa variações mais lentas do que o desvanecimento multipercurso e está associado às características geográficas em macroescala do ambiente de propagação [8].

As degradações aditivas são modeladas como ruído e interferências. Os principais tipos de ruído aditivo são: ruídos originados no receptor, como o ruído térmico e o ruído de disparo (*shot noise*); ruído atmosférico, causado principalmente por relâmpagos e tempestades; ruído galático proveniente de radiações solares, celestiais e de outras fontes cósmicas; e ruídos artificiais produzidos por seres humanos com o uso de eletrodomésticos, motores, equipamentos industriais e linhas de transmissão de energia. Por sua vez, as principais fontes de interferências aditivas ocorrem quando dispositivos próximos utilizam concorrentemente o mesmo canal de frequências (interferência cocanal) ou canais adjacentes [8], situações muito comuns em sistemas móveis celulares.

Uma das principais características das redes móveis é sua topologia em células. Para prover cobertura em uma grande área geográfica, essa área é subdividida em células que, por sua vez, podem ser subdivididas em setores. O conjunto dessas células forma uma malha de cobertura. Assim, diversas estações radiobase (gNodeB no 5G) precisam ser implantadas. Como o espectro de radiofrequências é um recurso limitado e escasso, as faixas de frequência precisam ser reutilizadas em diferentes células e setores. Como consequência, um grande problema presente nos sistemas celulares é a interferência entre células próximas que reutilizam as mesmas faixas de frequência. Quanto maior o reuso de frequências maiores são as chances de haver interferências. Por outro lado, a redução do reuso reduz também a eficiência espectral do conjunto de células. A interferência é um problema inerente aos sistemas móveis celulares, geralmente tratado com estratégias de planejamento da malha de cobertura e controle da potência dos dispositivos, buscando um equilíbrio entre qualidade de serviço e eficiência espectral.

Assim como nas outras gerações de comunicações móveis, a interferência é um problema presente no 5G. Considerando o cenário de conexões massivas, espera-se que a grande quantidade de dispositivos conectados produza níveis significativos de interferência em células próximas. A interferência pode ser intensificada em ambientes com células pequenas (*small cells*), utilizadas para aumentar a capacidade de usuários por área, pois o aumento do número de células leva ao aumento do reuso de frequências. Além disso, em cenários de alta mobilidade, em que os dispositivos se movem em alta velocidade, o número de dispositivos ativos em uma célula pode variar rapidamente. Dessa forma, a potência total resultante da soma dos sinais interferentes também pode sofrer grandes variações.

Em um trabalho recente [9], o autor analisa a situação em que o número de usuários que iniciam uma transmissão simultaneamente cresce rapidamente, elevando também os níveis de interferência recebidos por outros usuários que fazem reuso do mesmo canal. Utilizando a teoria de integração estocástica, mostra-se que esse tipo de interferência é não estacionária e tem potência aleatória com distribuição lognormal. Esse modelo de interferência tem sido chamado de Interferência Epidêmica (IE) e difere de outros modelos teóricos que consideram a interferência como um processo aleatório estacionário de potência constante durante o intervalo de observação.

Modelos convencionais de canal sem fio representam a parcela aditiva de ruído e interferência como processos aleatórios estacionários. Um modelo de canal bastante conhecido é o canal com ruído gaussiano branco aditivo (*Additive White Gaussian Noise* – AWGN). Em razão disso, as expressões conhecidas para análise de desempenho dos sistemas digitais são derivadas considerando que sinal recebido é composto por amos-

tras do sinal transmitido somado às amostras de um processo gaussiano. Caso interferências não estacionárias, como a IE, sejam consideradas, faz-se necessário obter novas expressões para avaliar o desempenho dos sistemas nessas condições.

Considerando os cenários em que a IE está presente, as seguintes perguntas podem surgir: Como a IE afeta a sincronização da portadora na recepção coerente? Como a IE afeta as taxas de erros de símbolos ou de bits (*Symbol Error Rate* – SER ou *Bit Error Rate* – BER)? Como a presença da IE afeta a capacidade teórica do canal de comunicação? Buscando responder essas perguntas, esta tese apresenta um estudo sobre o efeito da IE em sistemas de comunicações digitais em canais sem fio.

Baseado nos resultados apresentados por Alencar [9], propõe-se um modelo estocástico de sinal para representar a IE. A partir do modelo proposto, são realizadas avaliações analíticas e computacionais para compreender como a IE afeta os sistemas de comunicações digitais, em termos da sincronização do sinal recebido na demodulação coerente, taxa de erros e capacidade do canal.

Esta tese apresenta como principais contribuições: expressões para a variância mínima do erro de estimação de fase na presença da IE mais ruído; expressões para as funções de probabilidade de erro de símbolo e de bit, considerando o efeito da interferência, do ruído e do desvanecimento; e expressões para a capacidade ergódica do canal de comunicação com IE.

1.2 Objetivos

O objetivo geral desse trabalho é avaliar o efeito da IE em sistemas de comunicações digitais modernos, utilizando medidas de desempenho relacionadas à sincronização do sinal recebido na demodulação coerente, à probabilidade de interrupção, à taxa média de erros de símbolos (e bits) e à capacidade ergódica do canal de comunicação.

1.2.1 Objetivos Específicos

Como objetivos específicos, pode-se citar:

- Propor um modelo estocástico para a IE que permita a avaliação analítica e computacional do seu efeito em sistemas de comunicações digitais;
- Obter as expressões para o limite inferior de Cramér-Rao (*Cramér-Rao lower bound* – CRLB) da variância do erro de estimação de fase da portadora na recepção coerente, considerando uma portadora não modulada e uma portadora modulada por chaveamento de fase M -ário (*M-ary Phase Shift Keying* – M-PSK) na presença da IE;

- Obter e avaliar a função de probabilidade de interrupção (*Outage Probability* – OP) para sistemas digitais afetados pela IE;
- Obter as expressões para as probabilidades médias dos erros de símbolos e de bits (*Average Symbol Error Probability* – ASEP e *Average Bit Error Probability* – ABEP) para os sistemas de modulação por chaveamento de fase binário (*Binary Phase-Shift Keying* – BPSK), modulação por chaveamento de fase quaternário (*Quaternary Phase-Shift Keying* – QPSK), modulação por chaveamento de fase M -ário (M -PSK), modulação por chaveamento de amplitude M -ário (M -ary Amplitude Shift Keying – M -ASK) e modulação de amplitude em quadratura M -ária (M -ary Quadrature Amplitude Modulation – M -QAM), considerando o efeito combinado da presença da IE, do ruído e do desvanecimento;
- Obter expressões para a capacidade ergódica do canal de comunicação na presença da IE.

1.3 Organização do Texto

Esta tese está organizada da forma que segue. O Capítulo 2 apresenta e descreve em detalhes o modelo analítico e computacional proposto para a IE. Simulações de Monte Carlo são utilizadas para validar o modelo proposto. Para fins de comparação, os principais tipos de ruídos e de interferências são brevemente discutidos.

Ainda no Capítulo 2, apresenta-se uma breve revisão bibliográfica sistemática sobre interferências não estacionárias, interferência cocanal, estimação de parâmetros de sincronização, cálculo da probabilidade de erro de símbolo e da capacidade de canais com sombreamento lognormal.

No Capítulo 3 é analisado o efeito da IE na estimação de fase da portadora na demodulação coerente. São considerados os casos em que o sinal transmitido é uma portadora não modulada e um sinal M -PSK. A expressão do estimador de fase de máxima verossimilhança é apresentada para o primeiro caso. Para avaliar como a IE afeta a variância do erro de estimação de fase, as expressões para o CRLB são derivadas e confirmadas por simulações.

O Capítulo 4 analisa o impacto da IE na ocorrência de eventos de interrupção (*outage*) e nas taxas de erros. A fim de avaliar o desempenho dos sistemas de modulação na presença da IE, são obtidas as expressões da OP, ASEP e ABEP para sistemas BPSK, QPSK, M -PSK, M -ASK e M -QAM. Avalia-se o efeito combinado da interferência, ruído e desvanecimento. As funções obtidas são analisadas e confirmadas por simulações de Monte Carlo.

No Capítulo 5 são apresentadas expressões para a capacidade ergódica do canal sujeito à IE. São obtidas diferentes expressões utilizando o método de quadratura de Gauss-Hemite e expansões em séries. Os gráficos de capacidade de canal são apresentados e analisados a partir das expressões obtidas.

Por fim, o Capítulo 6 apresenta as considerações finais sobre o trabalho, as perspectivas de trabalhos futuros e as publicações científicas produzidas a partir dos resultados obtidos durante a pesquisa.

Capítulo 2

Ruído e Interferência em Sistemas de Comunicações Digitais

Os sistemas de comunicações podem ser representados e analisados por meio dos seus componentes. Quanto mais complexo o sistema for, mais componentes poderão existir. Além disso, quanto mais detalhada for a representação de um sistema, mais elementos serão necessários para descrever seus diferentes mecanismos. Entretanto, qualquer sistema de comunicações deve conter, pelo menos, três elementos básicos: transmissor, canal de comunicação e receptor [10]. A Figura 2.1 exibe a representação simplificada de um sistema de comunicação.

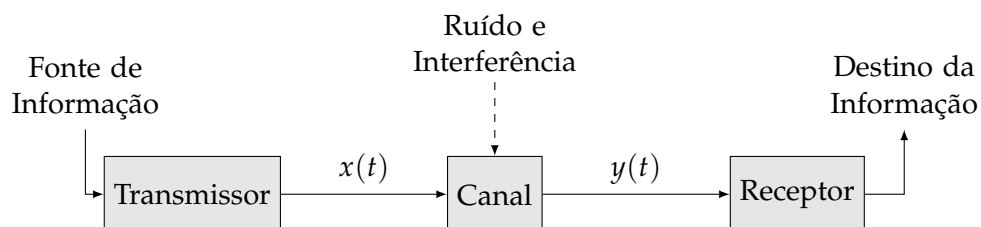


Figura 2.1: Elementos básicos de um sistema de comunicação.

O transmissor é o componente responsável por preparar e transmitir a informação pelo canal de comunicação. Em sistemas digitais, o transmissor é responsável por executar a codificação de fonte, a codificação de canal e a modulação digital. A codificação de fonte ou compactação consiste em processar a informação digitalizada a ser transmitida, visando remover redundâncias e otimizar o uso do canal. Em seguida, na codificação de canal, redundâncias controladas são adicionadas para que a mensagem se torne mais robusta e resistente às perturbações do canal. Por fim, a modulação digital consiste em mapear a informação codificada na forma de onda adequada para ser transmitida pelo canal de comunicação. Para isso, uma onda portadora é modulada pelo sinal de informação e transmitida.

Após ser transmitida, a portadora modulada trafega pelo canal de comunicação até chegar ao receptor. No receptor, a forma de onda recebida é processada utilizando o processo inverso realizado no transmissor. Primeiro, a portadora é demodulada. Em seguida, as palavras de códigos obtidas pela demodulação são decodificadas com correções de erros. Por fim, é feita a decodificação de fonte ou descompactação e a mensagem é consumida pelo destinatário. Porém, é importante destacar que a forma de onda recebida pelo receptor é uma versão corrompida do sinal transmitido, pois os canais de comunicações reais apresentam perturbações como perdas, distorções, ruído e interferências. Por tanto, a mensagem que o receptor apresenta ao destinatário é uma estimativa da mensagem transmitida e não está livre de erros.

Normalmente, a informação é transmitida na forma de sinais elétricos, ópticos ou de radiofrequência. Esses sinais estão sujeitos às perdas de propagação associadas ao meio físico do canal, seja ele um cabo de par trançado, uma fibra ótica ou a atmosfera (canal sem fio terrestre). Essas perdas determinam a distância máxima entre transmissor e receptor, limitando o alcance do sistema. Em geral, os canais de comunicações também têm limitações de potência e largura de banda, que podem causar distorções de amplitude e fase nos sinais transmitidos. Além disso, os canais também são afetados pela presença de ruídos externos e internos ao sistema de comunicação. Esses ruídos podem ser modelados como perturbações multiplicativas e aditivas em relação ao sinal transmitido.

No caso de canais sem fio, tanto o sombreamento lognormal quanto o desvanecimento provocado por múltiplos percursos são percebidos como ruídos multiplicativos. Esses fenômenos estão associados com a reflexão, difração e dispersão da onda eletromagnética transmitida [7].

O sombreamento representa as variações mais lentas na envoltória do sinal e está relacionado às características geográficas em macroescala entre transmissor e receptor, como o relevo, a vegetação e edificações. Por conta do efeito de sombreamento, a potência do sinal recebido apresenta variações aleatórias com distribuição lognormal.

Por sua vez, o desvanecimento por múltiplos percursos é o efeito causado pela chegada de múltiplas cópias do sinal transmitido. Essas cópias do sinal percorrem caminhos diferentes até o receptor e, por isso, apresentam diferentes atenuações de amplitude, desvios de fase e atrasos. Esse efeito está associado com as características em pequena escala do ambiente de comunicação e representa as variações mais rápidas na potência média do sinal recebido.

Quando há linha de visada direta entre transmissor e receptor, o sinal recebido é formado por uma componente dominante somada às componentes secundárias de múltiplos percursos. Nesse caso, é comum assumir que a envoltória do sinal tem distri-

buição Rice. Quando não há linha de visada direta, o sinal recebido é composto apenas pela sobreposição das componentes de múltiplos percursos, pois não há uma componente dominante. Nesse caso, a envoltória do sinal tem distribuição Rayleigh [7]. O desvanecimento em canais sem fio também pode ser modelado por outras distribuições de probabilidade como Nakagami, Weibull e Beckmann [11].

Além das perdas e degradações multiplicativas, o sinal recebido é afetado pela adição de interferências e ruídos internos ou externos ao sistema. Como exemplos de ruídos externos em canais de comunicação sem fio, tem-se o ruído atmosférico, ruído galático e ruídos artificiais. O ruído atmosférico é causado principalmente por descargas elétricas em tempestades. O ruído galático é produzido fora da atmosfera por fontes cósmicas, como radiações produzidas pelo sol e outros corpos celestes. Os ruídos artificiais são produzidos por ações humanas, como o uso de motores, acionadores, eletrodomésticos, equipamentos industriais e rede de energia elétrica [8].

Os ruídos aditivos internos mais comuns são os ruídos produzidos no circuito eletrônico do receptor, como o ruído térmico e o ruído de disparo. O ruído térmico é causado pela agitação aleatória das cargas elétricas que fluem através de componentes resistivos. A distribuição da amplitude desse tipo de ruído é aproximadamente gaussiana e sua densidade espectral de potência é proporcional à temperatura dos componentes do circuito eletrônico [8].

O ruído de disparo ocorre devido ao comportamento discreto do fluxo de cargas elétricas ou fótons em dispositivos semicondutores, válvulas termiônicas e dispositivos ópticos. A ocorrência de eventos (flutuações de elétrons ou fótons) que caracterizam esse ruído pode ser modelada por um processo de Poisson. Entretanto, quando o número médio de eventos é grande, a distribuição de Poisson pode ser aproximada pela distribuição normal [12].

Tanto o ruído térmico quanto o ruído de disparo têm densidade espectral de potência aproximadamente plana, ou seja, são ruídos brancos. Por conta dessas características, esses ruídos podem ser modelados por um processo gaussiano e são observados em qualquer faixa de frequências utilizada em sistemas de comunicação.

O ruído aditivo afeta significativamente o desempenho dos sistemas de comunicação. Compreender os seus efeitos é fundamental para o projeto de receptores ótimos [10]. Entretanto, em alguns cenários, a interferência causada por sinais indesejados tem maior influência na limitação da capacidade do canal do que o ruído. A interferência ocorre quando um sinal transmitido em um canal pode ser percebido em outro, ou quando o mesmo canal de comunicação é utilizado independentemente por múltiplos usuários. Assim, um receptor pode detectar, além do sinal de interesse, sinais interferentes destinados a outros usuários.

Em sistemas móveis celulares, a interferência ocorre principalmente por conta do reúso de frequências entre diferentes células. Como as faixas do espectro eletromagnético adequadas para comunicações terrestres são limitadas, os sistemas de comunicações móveis precisam reutilizar os canais de radiofrequências disponíveis para atender os requisitos de cobertura e eficiência espectral demandados. Como resultado, usuários que utilizam o mesmo canal em células diferentes poderão experimentar a interferência cocanal. Além disso, as distorções características do canal sem fio podem provocar o espalhamento da densidade espectral de potência de um sinal, fazendo com que parte da energia desse sinal interfira nos sinais transmitidos em canais adjacentes. Esses dois tipos de interferências são os mais importantes observados em redes celulares [7, 8].

As perdas e perturbações presentes no canal podem ser descritas por um modelo matemático. Canais sem fio são normalmente modelados como um filtro linear variante no tempo. Assim, os efeitos das distorções, da perda de propagação, do desvanecimento por múltiplos percursos e do sombreamento lognormal podem ser incluídos na função de resposta ao impulso do canal [10].

Em relação à componente aditiva, normalmente, utiliza-se o modelo de ruído gaussiano branco aditivo (*Additive White Gaussian Noise* – AWGN). Esse modelo de ruído representa tanto o ruído térmico quanto o ruído de disparo, presentes em qualquer faixa de frequências e em todos os sistemas de comunicações modernos. Além do ruído, é importante representar também a interferência total presente no canal. Como a interferência total é composta pela soma de vários sinais digitais, a distribuição de probabilidade da sua amplitude pode ser considerada aproximadamente gaussiana.

Dessa forma, após o sinal $x(t)$ ser transmitido por um canal sem fio, o sinal recebido é dado por

$$y(t) = x(t) * h(\tau, t) + n(t) + z(t), \quad (2.1)$$

em que $h(\tau, t)$ é resposta ao impulso do canal, $n(t)$ é ruído AWGN, $z(t)$ é a interferência e o símbolo $*$ representa a operação de convolução. Tanto o ruído AWGN quanto a interferência podem ser modelados por processos aleatórios gaussianos estacionários de média nula e variância σ_N^2 e σ_Z^2 , respectivamente. Logo, a Função Densidade de Probabilidade (FDP) da amplitude do ruído é

$$f_N(n) = \frac{1}{\sigma_N \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{n^2}{2\sigma_N^2}}. \quad (2.2)$$

Enquanto os efeitos dos ruídos atmosférico e galático em sistemas móveis podem ser desprezados, o ruído artificial tem impacto significativo em sistemas de comunicação em área urbana, porém sua potência observada diminui com o aumento

da frequência. Além disso, diferente do ruído térmico que está sempre presente na recepção, os ruídos produzidos por ações humanas têm comportamento impulsivo [8]. Por isso, apenas o ruído AWGN e interferências são representados como perturbações aditivas no modelo de canal abordado neste trabalho. A Figura 2.2 exibe a representação gráfica, em diagrama de blocos, da Expressão 2.1. É possível notar que, embora represente ruídos internos produzidos no receptor, o ruído AWGN é incorporado ao modelo de canal.

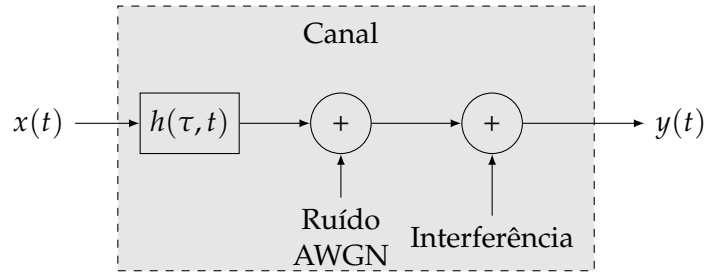


Figura 2.2: Modelo de filtro linear variante no tempo com ruído AWGN e interferência para um canal de comunicações.

2.1 Interferência Epidêmica

Os níveis de interferência em sistemas móveis dependem de diversos fatores, como a potência de transmissão, número de usuários por célula e fator de reúso de frequências. Em sistemas com características muito dinâmicas, esses fatores podem mudar rapidamente, conseqüentemente, provocando mudanças rápidas nos níveis de interferência.

No artigo de Alencar [9], avalia-se a situação em que o número de usuários utilizando o mesmo canal cresce repentinamente, provocando um surto de interferência cocanal. O problema é analisado utilizando cálculo integral estocástico para caracterizar a potência da interferência, $P(t)$. Para isso, a interferência total acumulada no canal é modelada pelo processo de Wiener $W(t)$, que tem a seguinte propriedade [13],

$$W(t) - W(0) = W_t \sim \mathcal{N}(0, t). \quad (2.3)$$

A variação de $P(t)$ é descrita em termos de duas componentes. A primeira, que descreve a tendência em função do tempo, é obtida assumindo que a taxa de variação temporal da potência é proporcional à potência total presente no canal,

$$\frac{dP(t)}{dt} \propto \alpha P(t). \quad (2.4)$$

A segunda componente representa a dispersão em relação à potência média. Nesse caso, considera-se que a variação incremental da potência é proporcional à potência total e também à variação diferencial da interferência,

$$dP(t) \propto \beta P(t) dW(t). \quad (2.5)$$

Somando os incrementos diferenciais de cada componente, é possível escrever o incremento total de potência na forma da equação diferencial de Itô como

$$dP(t) = \alpha P(t) dt + \beta P(t) dW(t), \quad (2.6)$$

em que α e β são parâmetros que dependem do estado do canal.

A Equação 2.6 sugere que $P(t)$ segue um movimento browniano geométrico [14]. Logo, é possível aplicar a Fórmula de Itô para obter

$$df(P_s) = f'(P_s, t) dP_s + \frac{1}{2} (\beta P_s)^2 f''(P_s, t) ds, \quad (2.7)$$

em que $P_s = P(s)$ e s é um instante arbitrário, tal que $0 \leq s \leq t$. Essa equação diferencial pode ser solucionada escolhendo $f(P_s, t) = \ln(P_s)$ para $P_s > 0$ [13], que tem as derivadas parciais

$$\frac{\partial}{\partial t} f(P_s, t) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial P_s} f(P_s, t) = \frac{1}{P_s} \quad \text{e} \quad \frac{\partial^2}{\partial P_s^2} f(P_s, t) = -\frac{1}{P_s^2}. \quad (2.8)$$

Assim, a Equação 2.7 pode ser reescrita como

$$d \ln[P(s)] = \alpha ds + \beta dW(s) - \frac{\beta^2}{2} ds. \quad (2.9)$$

Integrando a expressão anterior no tempo para $s \in [0, t]$, tem-se

$$\ln[P(t)] - \ln[P(0)] = \left(\alpha - \frac{\beta^2}{2} \right) t + \beta [W(t) - W(0)]. \quad (2.10)$$

Dessa forma, a expressão para a potência da interferência é

$$P(t) = P_0 \exp \left[\left(\alpha - \frac{\beta^2}{2} \right) t + \beta W(t) \right], \quad (2.11)$$

em que P_0 é a potência interferente observada no instante inicial. Considerando as propriedades do processo de Wiener (Expressão 2.3), verifica-se que em um instante qualquer t , a potência P_t tem distribuição lognormal dada por

$$f_{P_t}(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta\sqrt{t}p} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln p - \ln P_0 - (\alpha - \beta^2/2)t}{\beta\sqrt{t}} \right)^2 \right]. \quad (2.12)$$

A expressão para a potência média da interferência em função tempo é obtida calculando o valor esperado da Função 2.11. Logo, a potência média é dada por

$$E[P(t)] = P_0 e^{\alpha t}. \quad (2.13)$$

É possível verificar que o valor da potência média cresce exponencialmente em função do tempo quando $\alpha > 0$, indicando que $P(t)$ é um processo aleatório não estacionário. Por conta desse comportamento, esse modelo de interferência tem sido chamado de Interferência Epidêmica (IE).

A Figura 2.3 exibe as curvas da potência instantânea e da potência média da IE, geradas a partir da Função 2.11 e da Função 2.13, respectivamente. O desvio padrão também é exibido. Para a curva da potência instantânea, o processo $W(t)$ foi simulado computacionalmente.

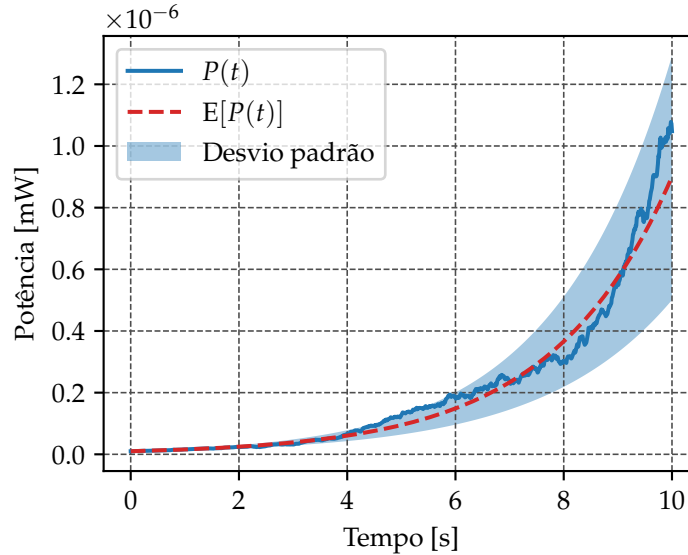


Figura 2.3: Potência média e instantânea da IE para $P_0 = 1 \times 10^{-8}$ mW, $\alpha = 0,45$ e $\beta = 0,15$.

Analisando a Função 2.13, observa-se que quando $\alpha = 0$, a dependência explícita do tempo é removida e a potência média passa a ser constante. A Figura 2.4 exibe as curvas de $P(t)$ e $E[P(t)]$ para o caso em que um sistema de controle é utilizado para compensar o crescimento exponencial da potência média fixando $\alpha = 0$.

A fim de avaliar a distribuição de probabilidades de $P(t)$, Alencar [9] considera que o termo determinístico $e^{(\alpha - \beta^2/2)t}$ na Expressão 2.11 pode ser compensado por um sistema de controle automático de ganho (*Automatic Gain Control* – AGC), fixando $\alpha = \beta^2/2$. Dessa forma, a expressão da potência passa a ser

$$P(t) = P_0 e^{\beta W(t)}. \quad (2.14)$$

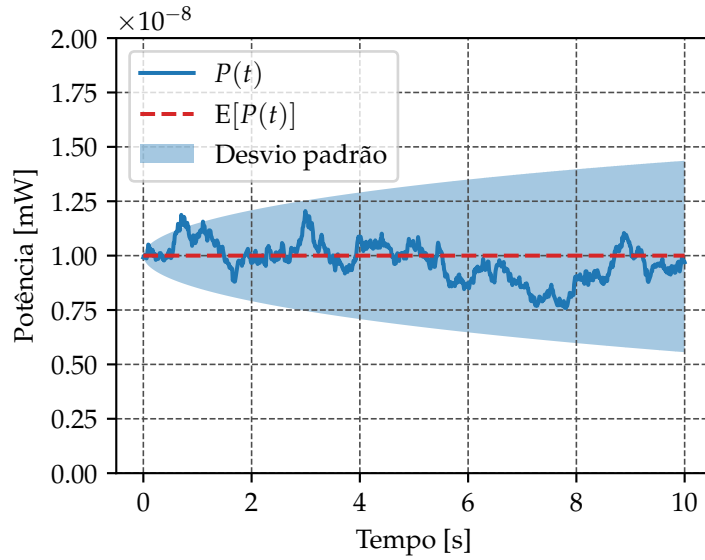


Figura 2.4: Potência média e instantânea da IE para $P_0 = 1 \times 10^{-8}$ mW, $\beta = 0,15$ e $\alpha = 0$.

Substituindo o valor do parâmetro α na Função 2.12 e sabendo que a variância de W_t é $\sigma_W^2 = t$, a FDP da potência da IE pode ser reescrita como

$$f_{P_t}(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta\sigma_W p} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln p - \ln P_0}{\beta\sigma_W} \right)^2 \right]. \quad (2.15)$$

É importante destacar que a distribuição lognormal também aparece no estudo de sistemas de comunicações na caracterização do desvanecimento lento relacionado ao efeito de sombreamento. Entretanto, no caso da interferência epidêmica, a distribuição lognormal está relacionada às variações da potência interferente total, causada pela movimentação, chegada e saída de usuários no sistema.

Neste trabalho, a fim de avaliar os efeitos da IE de forma isolada, o efeito de sombreamento não é considerado. Em algumas análises, considera-se que a propagação do sinal ocorre em condições ideais ou que técnicas de diversidade podem ser aplicadas para anular completamente os efeitos do desvanecimento por múltiplos percursos e sombreamento lognormal. No entanto, o efeito combinado da IE e desvanecimento é abordado no Capítulo 4.

2.1.1 Distribuição Lognormal

Uma variável aleatória (v.a.) lognormal L pode ser obtida a partir de uma v.a. normal W , pela transformação $L = e^W$. Sabendo que $W \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ e que essas variáveis estão relacionadas por $W = \ln(L)$, a FDP de L pode ser encontrada por [15]

$$f_L(l) = \frac{f_W(\ln l)}{|dl/dw|}. \quad (2.16)$$

Logo, a FDP de $L \sim \mathcal{LN}(\mu, \sigma^2)$ é

$$f_L(l) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma l}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln l - \mu}{\sigma} \right)^2 \right], \quad \text{para } l > 0. \quad (2.17)$$

Os parâmetros de controle da FDP lognormal, μ e σ , representam a média e o desvio padrão da distribuição normal subjacente. Embora a função geradora de momentos da distribuição lognormal não esteja definida para todos os valores reais positivos, todos os seus momentos existem, de forma que o k -ésimo momento de L pode ser calculado por [16]

$$E[L^k] = \exp \left[k\mu + \frac{(k\sigma)^2}{2} \right] \quad (2.18)$$

Assim, a média e a variância de L são, respectivamente,

$$E[L] = \exp \left(\mu + \frac{\sigma^2}{2} \right) \quad (2.19)$$

e

$$\begin{aligned} \text{Var}[L] &= E[L^2] - E[L]^2 \\ &= e^{(2\mu + \sigma^2)} (e^{\sigma^2} - 1). \end{aligned} \quad (2.20)$$

A partir dessas expressões, também é possível escrever os parâmetros μ e σ^2 como

$$\mu = \ln \left[\frac{E[L]^2}{\text{Var}[L] + E[L]^2} \right] \quad (2.21)$$

e

$$\sigma^2 = \ln \left[\frac{\text{Var}[L]}{E[L]^2 + 1} \right]. \quad (2.22)$$

Os valores da mediana e da moda de L podem ser calculados pelas expressões

$$\text{Mediana}[L] = e^\mu \quad \text{e} \quad \text{Moda}[L] = e^{\mu - \sigma^2},$$

respectivamente [16]. Logo, a seguinte relação pode ser verificada,

$$\text{Moda}[L] \leq \text{Mediana}[L] \leq E[L]. \quad (2.23)$$

A Função de Distribuição Acumulada (FDA) da distribuição lognormal é dada por

$$F_L(l) = \begin{cases} 1 - Q \left(\frac{\ln l - \mu}{\sigma} \right) & \text{para } l \geq 0 \\ 0 & \text{para } l < 0 \end{cases}, \quad (2.24)$$

em que a Função $Q(\cdot)$ é uma função especial não elementar definida como

$$Q\left(\frac{y - \mu}{\sigma}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_y^\infty \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)^2\right] dx. \quad (2.25)$$

Essa função pode ser calculada numericamente e está implementada na maioria dos programas de computação científica.

Em algumas situações práticas, a variável gaussiana W subjacente à distribuição lognormal pode representar medidas relativas na escala de decibels (dB), como a variação da potência do sinal. Nesse caso, um fator de correção de escala ξ é incluído e a FDP de L é reescrita como

$$f_L(l) = \frac{\xi}{\sqrt{2\pi}\sigma_{(dB)}l} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\xi \ln l - \mu_{(dB)}}{\sigma_{(dB)}}\right)^2\right], \quad \text{para } l > 0, \quad (2.26)$$

em que $\xi = 10 / \ln 10$, $W_{(dB)} = \xi \ln(L)$, $\mu_{(dB)} = \xi \mu$ e $\sigma_{(dB)} = \xi \sigma$ [11]. Da mesma forma, a expressão para os momentos passa a ser

$$E[L^k] = \exp\left[\frac{k}{\xi}\mu_{(dB)} + \frac{1}{2}\left(\frac{k\sigma_{(dB)}}{\xi}\right)^2\right]. \quad (2.27)$$

A partir da relação entre as distribuições normal e lognormal, é possível provar que o produto ou o quociente de variáveis aleatórias lognormal tem também distribuição lognormal [17]. Assim, dada as variáveis aleatórias independentes $X_1 \sim \mathcal{LN}(\mu_1, \sigma_1^2)$ e $X_2 \sim \mathcal{LN}(\mu_2, \sigma_2^2)$, tem-se que

$$X_1 X_2 \sim \mathcal{LN}(\mu_1 + \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2) \quad (2.28)$$

e

$$X_1 / X_2 \sim \mathcal{LN}(\mu_1 - \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2). \quad (2.29)$$

Para n variáveis aleatórias independentes X_i , tal que $X_i \sim \mathcal{LN}(\mu_i, \sigma_i^2)$, $i = 1, 2, \dots, n$ e n constantes positivas b_i , a seguinte propriedade é verificada,

$$\prod_{i=1}^n b_i X_i \sim \mathcal{LN}\left(\sum_{i=1}^n (\ln b_i + \mu_i), \sum_{i=1}^n \sigma_i^2\right). \quad (2.30)$$

Além disso, a média geométrica de n variáveis aleatórias lognormais independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.) também tem distribuição lognormal [17]. Portanto, se $X_i \sim \mathcal{LN}(\mu, \sigma^2)$, $i = 1, 2, \dots, n$, então,

$$\left(\prod_{i=1}^n X_i\right)^{1/n} \sim \mathcal{LN}\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right). \quad (2.31)$$

Diferente do que ocorre com o produto, nenhuma expressão exata para a distribuição da soma de variáveis aleatórias lognormais é conhecida. Entretanto, sabe-se que a distribuição da soma é também aproximadamente lognormal. Há diversos métodos na literatura que podem ser utilizados para obter a distribuição aproximada da soma, como o método de Fenton-Wilkinson, método de Schwartz & Yeh e o método de Farley [7].

A distribuição lognormal está associada à versão multiplicativa do Teorema Central do Limite (TCL) também conhecida como Lei de Gibrat [16]. O TCL estabelece que a soma de n variáveis aleatórias i.i.d., com variância finita, tem distribuição normal no limite em que n tende a infinito [18]. Por sua vez, a versão multiplicativa do TCL estabelece que o produto de n variáveis aleatórias positivas i.i.d. tem distribuição lognormal no limite em que n tende a infinito. Em situações práticas, não é necessário que as variáveis aleatórias sejam i.i.d., basta que a variância do logaritmo natural de cada variável seja finita para que a convergência seja observada.

2.1.2 Interferência Lognormal

Em consonância com os resultados apresentados por Alencar [9], a distribuição de potência da IE também pode ser analisada pela Lei do Efeito Proporcional ou Lei de Gibrat [16]. Para isso, considera-se um cenário em que a variação da potência interferente depende apenas do número de dispositivos que provocam a interferência e da posição destes em relação ao alvo (dispositivo que sofre a interferência).

Nesse cenário, é possível destacar três situações. A primeira ocorre quando o número de dispositivos interferentes está aumentando ou quando eles estão se aproximando do alvo da interferência, causando o crescimento rápido da potência média da interferência, como ilustra a Figura 2.3. A segunda ocorre quando o número de dispositivos está diminuindo ou quando eles estão se afastando do alvo, causando a redução da potência média da interferência.

O terceiro caso ocorre quando o número de dispositivos interferentes é mantido constante durante a observação e, além disso, esses dispositivos se afastam e se aproximam do alvo da interferência com igual probabilidade. Nesse caso, a potência média da interferência permanece constante, semelhante ao sinal de potência exibido na Figura 2.4. Por questão de simplicidade, apenas esse último caso é considerado na análise que segue.

A partir desse modelo, k amostras da potência total da interferência podem ser observadas durante um intervalo de tempo. Essas amostras são denotadas por P_i , $i = 0, 1, 2, \dots, k$, em que P_0 é a potência no instante inicial. Dadas essas considerações, é razoável assumir que a potência observada em um instante qualquer é proporcional

à potência observada no instante anterior. Ou seja, a cada nova amostra observada, a potência pode ser incrementada ou decrementada por uma fração aleatória $|\epsilon_i|$ da potência da amostra anterior. Assim, é possível escrever

$$P_i - P_{i-1} = \epsilon_i P_{i-1} \quad (2.32)$$

e

$$P_i = P_{i-1}(1 + \epsilon_i). \quad (2.33)$$

Para a k -ésima amostra da potência, a expressão generalizada é

$$P_k = P_0 \prod_{i=1}^k (1 + \epsilon_i), \quad (2.34)$$

ou ainda

$$\ln P_k = \ln P_0 + \sum_{i=1}^k \ln(1 + \epsilon_i). \quad (2.35)$$

Considerando que o número de dispositivos permanece constante, as variações na potência interferente total dependem apenas da mudança de posição dos dispositivos. Nesse caso, a diferença absoluta de potência observada entre duas amostras consecutivas é muito menor do que o valor total da potência. Dessa forma, é possível assumir que

$$|P_i - P_{i-1}| \ll P_{i-1}, \quad (2.36)$$

e portanto,

$$|\epsilon_i| \ll 1. \quad (2.37)$$

A partir da assunção anterior, a aproximação $\ln(1 + \epsilon_i) \approx \epsilon_i$ pode ser utilizada para reescrever a Expressão 2.35 como

$$\ln P_k = \ln P_0 + \sum_{i=1}^k \epsilon_i. \quad (2.38)$$

Como ϵ_i representa um conjunto de variáveis aleatórias, pelo TCL a distribuição da soma do lado direito da Expressão 2.38 converge para a distribuição normal. Portanto, P_k é assintoticamente lognormal distribuída.

A validade desse modelo pode ser verificada por meio de simulações computacionais considerando um cenário típico de comunicações móveis. A Figura 2.5 exibe uma malha de cobertura formada por agrupamentos de três células. Verifica-se que

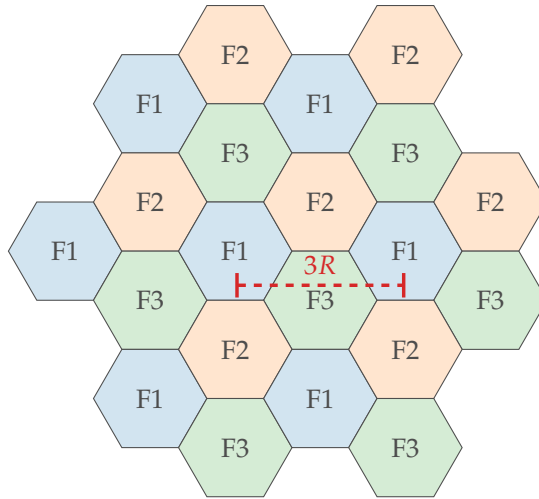


Figura 2.5: Malha de células com fator de reuso igual a três.

as células centrais estão cercadas por seis outras células que compartilham a mesma faixa do espectro de frequência. A distância entre essas células é $d = \sqrt{3N_{fr}}R$, em que $N_{fr} = 3$ é o fator de reuso e R é o raio da célula.

No cenário avaliado, sete células compartilham o mesmo canal para o enlace de subida, utilizado pelos dispositivos móveis para transmitir informações para a Estação Radiobase (ERB), conforme ilustrada na Figura 2.6. O modelo de canal considerado é plano, sem desvanecimento e com perda de percurso dada por d^{-a} , em que d é a distância e a é o fator de decaimento. Cada ERB está posicionada no centro da célula. A potência transmitida por cada dispositivo está relacionada à sua distância da ERB à qual esse dispositivo está associado. Assim, a ERB recebe aproximadamente a mesma potência P_{rx} de cada dispositivo associado a ela. Portanto, o dispositivo Di está associado a ERB Ei e transmite com uma potência

$$P_{tx} = P_{rx}d_i^a, \quad (2.39)$$

em que d_i é a distância entre Di e Ei para $i = 1, 2, \dots, 6$.

A partir desse modelo, utilizando simulações computacionais de Monte Carlo implementadas em linguagem Python, analisa-se como os sinais transmitidos pelos dispositivos móveis interferem na recepção da ERB central $E0$. Para cada realização do experimento, os dispositivos são distribuídos uniformemente na região das células. Com base nas coordenadas, a potência de transmissão de cada dispositivo é calculada pela Expressão 2.39 e a potência total recebida pela ERB $E0$ é calculada por

$$P_{E0} = \sum_{i=1}^6 P_{rx} \left(\frac{d_i}{e_i} \right)^a, \quad (2.40)$$

em que e_i é a distância entre Di e $E0$.

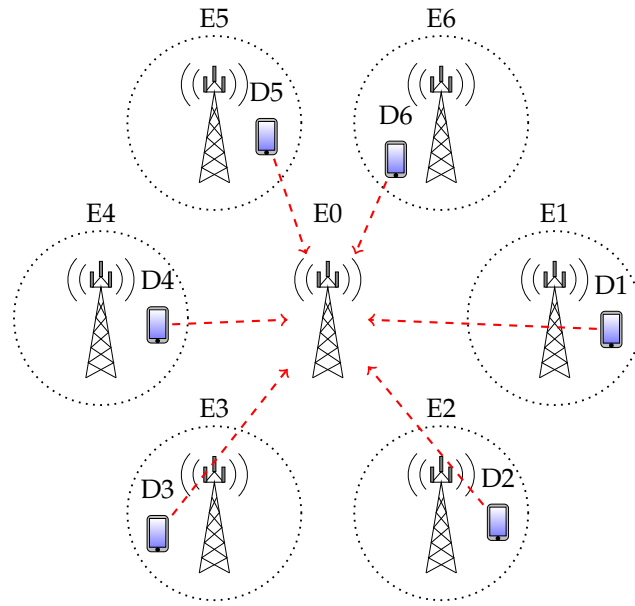


Figura 2.6: Cenário simulado de um sistema celular, em que a seta tracejada vermelha representa a interferência gerada pelos dispositivos móveis e recebida por E0.

Em seguida, o valor calculado é armazenado, os dispositivos são movimentados com um passo aleatório e o novo valor da potência interferente total recebida por E0 é calculado. Esse processo é repetido sucessivamente até que o número desejado de amostras seja obtido. Considera-se que todos os dispositivos estão transmitindo ininterruptamente durante o intervalo de observação. A Tabela 2.1 apresenta os valores dos parâmetros utilizados na simulação. Esses valores foram adaptados a partir da literatura científica [8] e de diretrizes do ITU-R [19].

As amostras de potência obtidas em um mesmo experimento são utilizadas para analisar a evolução da potência em função do tempo. As últimas amostras de potência de cada realização do experimento são agrupadas e suas estatísticas são analisadas por meio da média amostral, desvio padrão amostral e histograma. As amostras de potência em watts, P_i , são convertidas para decibel miliwatts (dBm), $P_{i(dBm)} = \zeta \ln(P_i \cdot 10^3)$. A partir desses valores, a média e o desvio padrão são estimados, respectivamente, por

$$\hat{\mu}_{(dBm)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_{i(dBm)} \quad (2.41)$$

e

$$\hat{\sigma}_{(dBm)} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_{i(dBm)} - \hat{\mu}_{(dBm)})^2}. \quad (2.42)$$

Os resultados são exibidos graficamente na Figura 2.7 e na Figura 2.8, para a igual a três e quatro, respectivamente. As FPDs teóricas são geradas a partir dos valores de média e desvio padrão estimados, $\mu = \hat{\mu}_{(dBm)}/\zeta$ e $\sigma = \hat{\sigma}_{(dBm)}/\zeta$. Essas curvas

Tabela 2.1: Parâmetros do cenário de simulação.

Parâmetro	Valor
Raio da Célula	100 m
Distância entre células	300 m
Altura máx. da ERB	10 m
Altura máx. dos transmissores	2 m
P_{rx}	-50 dBm
a	3, 4
N. de transmissores	6
Vel. máx. dos transmissores	15 m/s
N. de amostras por experimento	100
N. de experimentos	10 000

são sobrepostas aos histogramas normalizados da potência. É possível verificar que os histogramas das amostras em dBm e miliwatts se ajustam bem às FDPs das distribuições normal e lognormal, respectivamente, confirmando o efeito descrito pela Expressão 2.38.

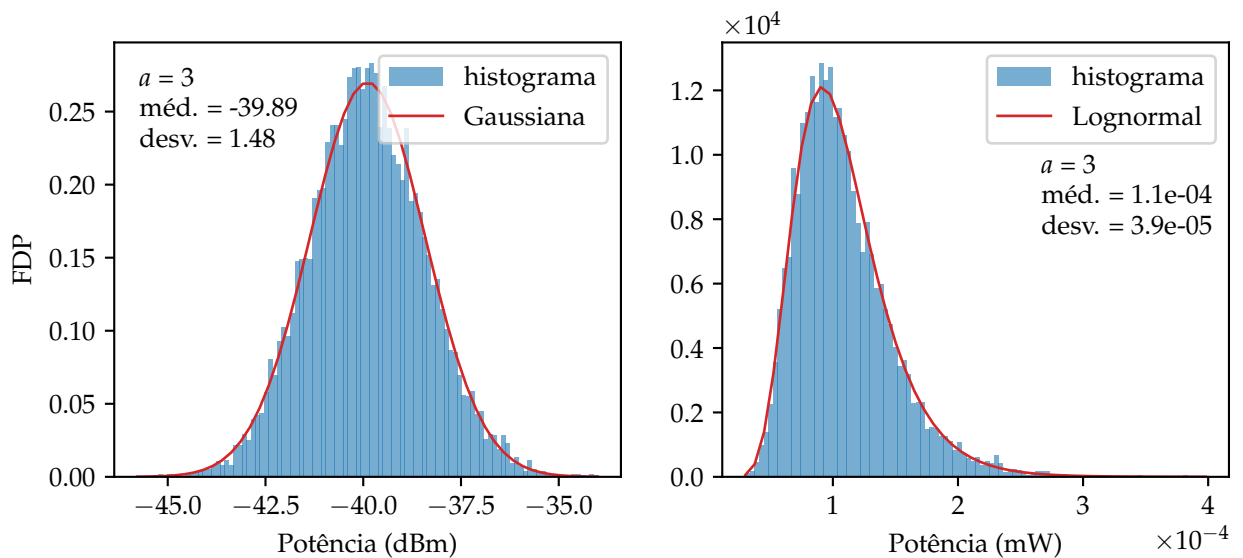


Figura 2.7: Comparação entre o histograma das amostras de potência e a FDP teórica, para $a = 3$ e dispositivos se movendo com igual probabilidade em qualquer direção.

A distribuição lognormal também descreve as variações da potência interferente no caso em que os dispositivos se movimentam apenas na direção da ERB alvo da interferência, E_0 , conforme é apresentado na Figura 2.9. As posições inicial e final de cada dispositivo são representadas na Figura 2.10 para esse caso. Devido à simetria do

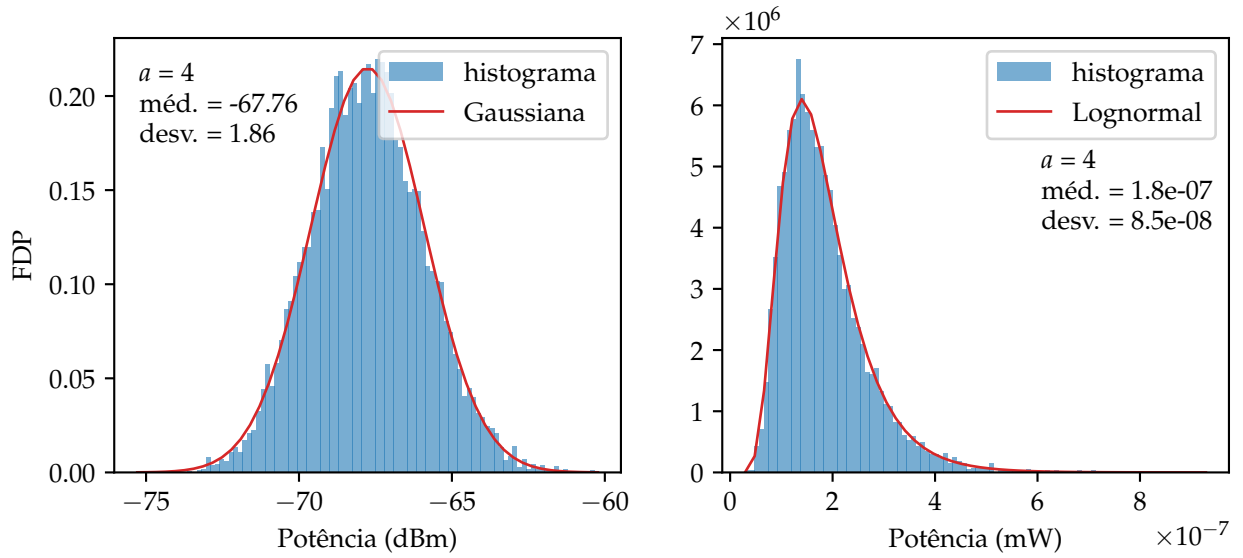


Figura 2.8: Comparação entre o histograma das amostras de potência e a FDP teórica, para $a = 4$ e dispositivos se movendo com igual probabilidade em qualquer direção.

cenário, as ERBs E1,E2,...,E6 são representadas sobrepostas no mesmo ponto. Como é possível verificar pelas posições, no instante final os dispositivos estão mais distantes das ERBs às quais estão associados e mais próximos de E0 do que no início da observação. Como consequência, a interferência total observada por E0 aumenta por dois motivos. Primeiro, porque à medida que os dispositivos se aproximam de E0, a perda de percurso entre eles é reduzida. Segundo, porque quanto mais distantes do centro da célula, maior é a potência transmitida pelos dispositivos móveis para alcançar a ERB de destino.

Uma comparação da evolução da potência instantânea da interferência em função do tempo é exibida nas Figuras 2.11a e 2.11b. Quando os dispositivos se movem uniformemente em qualquer direção, a evolução da potência não apresenta uma tendência explícita. Por outro lado, no caso em que os dispositivos se movem em direção a E0, é possível verificar o crescimento exponencial da potência média, confirmando o modelo proposto por Alencar [9] e exibido na Figura 2.3.

Os resultados obtidos pelas simulações corroboram o modelo teórico da IE, o que reforça a motivação central deste trabalho de pesquisa. Entretanto, para avaliar o efeito da IE em sistemas de comunicações digitais, é necessário apresentar um modelo estocástico de sinal que represente a IE e que viabilize a análise de medidas de desempenho dos sistemas afetados.

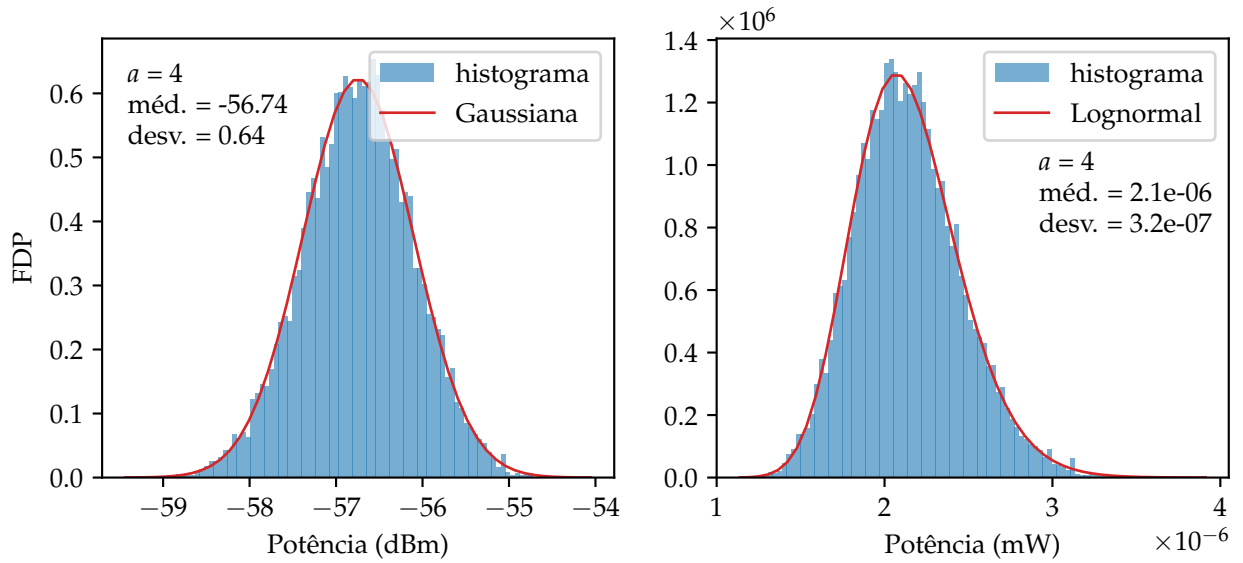


Figura 2.9: Comparação entre o histograma das amostras de potência e a FDP teórica, para $a = 4$ e dispositivos se movendo em direção à ERB alvo da interferência, E0.

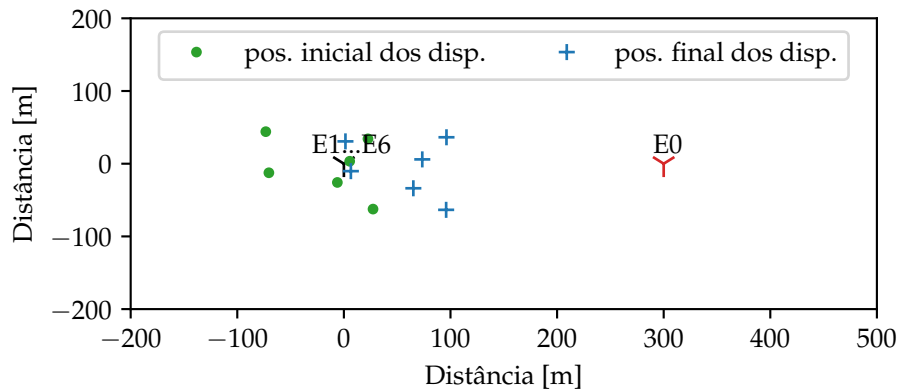
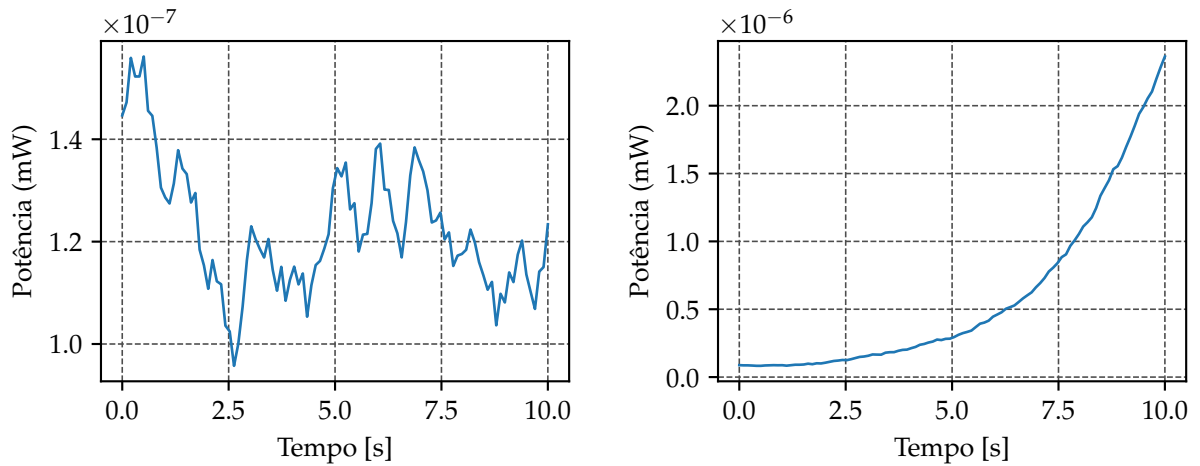


Figura 2.10: Posição dos dispositivos móveis nos instantes inicial e final da observação, no caso em que os dispositivos se aproximam do alvo da interferência, E0.

2.1.3 Modelo Estocástico da IE

Nas seções anteriores, foi apresentado e discutido o modelo de interferência com base apenas no comportamento da sua potência média. Porém, para analisar o desempenho de sistemas de comunicações sujeitos à IE, deve-se utilizar uma representação do sinal interferente que descreva características como amplitude, valor médio e variância em função do tempo. Portanto, propõe-se modelar a IE por um processo estocástico não estacionário de média nula.

Sabendo que a interferência total é composta pela soma dos sinais de múltiplos dispositivos, assume-se que a amplitude da interferência é aleatória com distribuição aproximadamente normal. Entretanto, diferente do ruído térmico e outros tipos de



(a) Dispositivos se movimentando com igual probabilidade em qualquer direção.

(b) Dispositivos se movimentando em direção à ERB E0.

Figura 2.11: Variação da potência instantânea da IE em função do tempo.

interferência, a IE não pode ser representada por um processo gaussiano estacionário com potência média constante durante o tempo de observação. Para representar a potência da IE, a variância do processo estocástico precisa ser descrita por uma v.a. lognormal. Dessa forma, o modelo da IE pode ser obtido a partir de um processo gaussiano modulado por uma v.a. lognormal.

Dado o processo $X(t)$, tal que $X \sim \mathcal{N}(0,1)$, e a v.a. $L \sim \mathcal{LN}(\mu, \sigma^2)$, a IE pode ser representada pelo processo aleatório

$$Z(t) = \sqrt{L}X(t) \quad (2.43)$$

A média e a variância de $Z(t)$ condicionadas a algum valor de L são, respectivamente

$$E[Z(t)] = \sqrt{L} \cdot E[X(t)] = 0 \quad (2.44)$$

e

$$\text{Var}[Z(t)] = E[Z(t)^2] = L \cdot E[X(t)^2] = L. \quad (2.45)$$

No modelo proposto a interferência $Z(t)$ tem potência média L . A cada amostra da interferência obtida pelo receptor, L assume um valor diferente com distribuição lognormal. Logo, o valor observado da potência é dependente do tempo, embora essa dependência tenha sido omitida na notação anterior. Dessa forma, verifica-se que $Z(t)$ é não estacionário, uma vez que a sua distribuição é caracterizada por diferentes valores de L ao longo do tempo. Em outras palavras, a autocorrelação do $Z(t)$ é uma função do tempo.

Para facilitar a aplicabilidade do modelo, considera-se que a potência média da IE, L , é aproximadamente constante dentro de cada intervalo de símbolo T , mas varia para diferentes símbolos recebidos. Assim, cada símbolo corrompido pela interferência pode ser processado utilizando os métodos clássicos da teoria de receptores ótimos, pois dentro do período de símbolo, a IE pode ser modelada por um sinal gaussiano estacionário.

Após a filtragem e amostragem ideal no receptor, apenas uma amostra do sinal recebido é obtida para cada intervalo de símbolo. Se apenas a IE está presente no canal, o conjunto de amostras z_i , $i = 1, 2, \dots, K$ obtidas na saída do filtro casado tem FDP condicional dada por

$$f_Z(z|l) = \frac{1}{\sqrt{2\pi l}} \exp\left(-\frac{z^2}{2l}\right). \quad (2.46)$$

Já a FDP total é

$$f_Z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_Z(z|l) f_L(l) dl, \quad (2.47)$$

em que $f_L(l)$ é a FDP lognormal (Função 2.17). A Figura 2.12 exhibe uma representação da IE utilizando o modelo proposto. Para cada período de símbolo, são representados o sinal de interferência $Z(t)$ recebido, a potência instantânea $Z(t)^2$, a potência média L e as amostras obtidas na saída do filtro casado.

Pelo modelo proposto, é possível representar a IE como um sinal, o que facilita a sua utilização em métodos de avaliação de desempenho bem conhecidos na literatura. Nas passagens anteriores, foi utilizado a notação $Z(t)$ (letra maiúscula) para destacar a representação por meio de um processo estocástico. Porém, no restante deste trabalho, a IE é representada pelo sinal $z(t)$ (com letra minúscula).

2.1.4 Quadratura de Gauss-Hermite

Muitas das análises apresentadas nos capítulos seguintes requerem a integração de produtos de funções envolvendo a FDP lognormal que, em geral, não tem solução analítica conhecida. Porém, é possível obter soluções numéricas utilizando o método de quadratura de Gauss-Hermite. Essa técnica é computacionalmente eficiente e está disponível na maioria dos programas de computação científica ².

A quadratura de Gauss-Hermite é uma forma da quadratura de Gauss para o intervalo $[-\infty, \infty]$ e funções de peso $w(x) = e^{-x^2}$ ou $w(x) = e^{-x^2/2}$ [21, Eq. 3.5.28]. A versão dessa técnica associada à primeira função de peso é convencionalmente chamada

²Neste trabalho, as raízes do polinômio ortogonal de Hermite e os pesos da quadratura foram obtidos pela função `polynomial.hermite_e.hermegauss` do pacote de computação científica NumPy na linguagem Python [20].

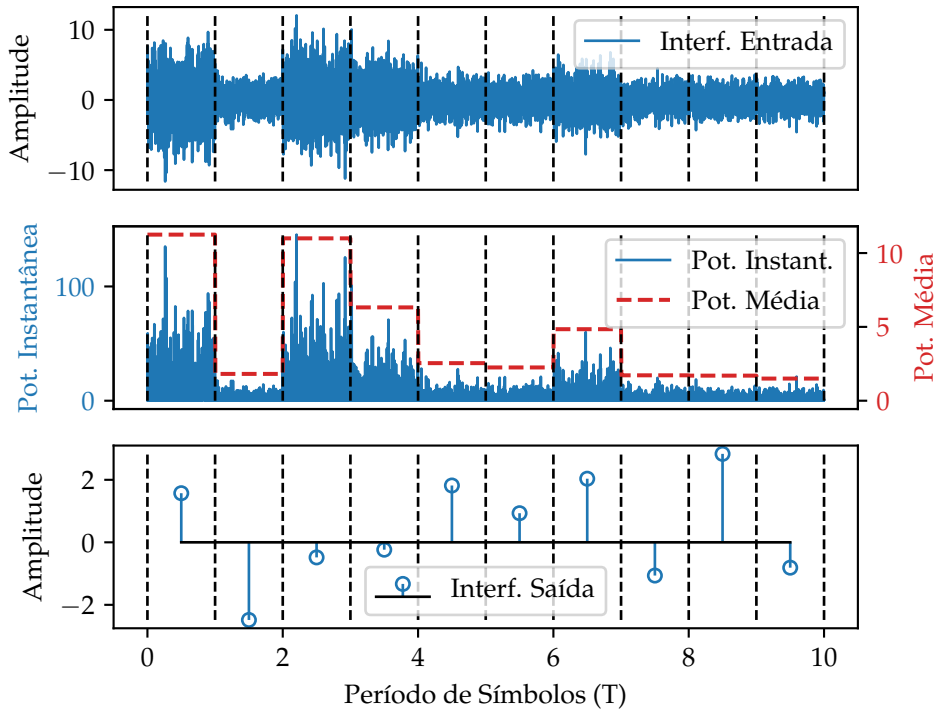


Figura 2.12: De cima para baixo: amplitude da interferência na entrada do receptor; potência instantânea da interferência e potência média L para cada intervalo de duração T , com distribuição lognormal e parâmetros $\mu = 1$ e $\sigma = 0.7$; amostras da interferência obtidas após a filtragem e amostragem ideal, com distribuição dada pela FDP 2.47.

de quadratura de Gauss-Hermite de físicos, enquanto a versão associada à segunda função é dita ser de probabilistas. Essa mesma convenção se aplica aos polinômios ortogonais de Hermite.

Essa técnica fornece o valor aproximado de integrais definidas na forma

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-x^2/2} dx \approx \sum_{i=1}^n w_i f(x_i), \quad (2.48)$$

em que x_i são as raízes ou zeros dos polinômios ortogonais de Hermite (de probabilistas), que são dados por [21, Eq. 18.5.5]

$$He_n(x) = (-1)^n e^{x^2/2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2/2}. \quad (2.49)$$

Os pesos do lado direito da Expressão 2.48 também são conhecidos como números de Christoffel e podem ser obtidos por [21, Eq. 3.5.18]

$$w_i = \frac{1}{He'_n(x_i)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{He_n(x)}{x - x_i} e^{-x^2/2} dx \quad (2.50)$$

$$= \frac{k_n h_{n-1}}{k_{n-1} He'_n(x_i) He_{n-1}(x_i)} \quad (2.51)$$

$$= \frac{n! \sqrt{2\pi}}{[n He_{n-1}(x_i)]^2}. \quad (2.52)$$

A passagem da Integral 2.50 para a Fórmula 2.51 faz uso da identidade de Christoffel-Darboux [22], em que h_n é um fator de normalização e k_n é o coeficiente do termo de grau n do polinômio $He_n(x)$. Nesse caso, $k_n = 1$ para todo n e $h_n = \sqrt{2\pi n!}$ [21, Tab. 18.3.1].

Para pequenos valores de n , as raízes e os pesos da quadratura podem ser calculados analiticamente, fornecendo boas aproximações para alguns casos práticos. A Tabela 2.2 exhibe os valores de x_i e w_i para $n = 2, 3$.

Tabela 2.2: Raízes e pesos da Quadratura de Gauss-Hermite para polinômios ortogonais de graus dois e três.

n = 2		n = 3	
$He_2(x) = x^2 - 1$		$He_3(x) = x^3 - 3x$	
$\pm x_i$	w_i	$\pm x_i$	w_i
1	$\sqrt{\pi/2}$	0	$2\sqrt{2\pi}/3$
–	–	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2\pi}/6$

Para exemplificar o uso da técnica apresentada, a distribuição da IE pode ser avaliada. Fazendo a substituição de variáveis $x = (\ln(l) - \mu)/\sigma$, a FDP 2.47 pode ser reescrita como

$$f_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f_Z(z|e^{\sigma x + \mu}) e^{-x^2/2} dx. \quad (2.53)$$

Aplicando a Expressão 2.48, tem-se

$$f_Z(z) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^n w_i f_Z(z|e^{\sigma x_i + \mu}) dx. \quad (2.54)$$

A partir da Tabela 2.2, a aproximação para $n = 3$ pode ser expressa analiticamente por

$$f_Z(z) \approx \frac{1}{6} [f_Z(z|\chi_1) + f_Z(z|\chi_3)] + \frac{2}{3} f_Z(z|\chi_2) \quad (2.55)$$

$$= \frac{1}{6\sqrt{2\pi}} \left(\frac{e^{-z^2/2\chi_1}}{\sqrt{\chi_1}} + \frac{e^{-z^2/2\chi_3}}{\sqrt{\chi_3}} \right) + \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^{-z^2/2\chi_2}}{\sqrt{\chi_2}}, \quad (2.56)$$

em que $\chi_1 = \exp(-\sqrt{3}\sigma + \mu)$, $\chi_2 = \exp(\mu)$ e $\chi_3 = \exp(\sqrt{3}\sigma + \mu)$.

A Figura 2.13 exhibe as curvas da FPD de $z(t)$ obtidas pela Expressão 2.54, para $n = 51$ (linha contínua azul) e $n = 3$ (pontos vermelhos), respectivamente. É possível verificar que as duas curvas se sobrepõem, indicando que a Expressão 2.56 fornece uma boa aproximação analítica. Dessa forma, é possível obter soluções aproximadas em forma fechada para FDPs envolvendo a distribuição lognormal.

Adicionalmente, a Figura 2.13 exhibe a FDP gaussiana, que descreve a distribuição de $z(t)$ quando a sua potência média é considerada constante igual ao valor médio

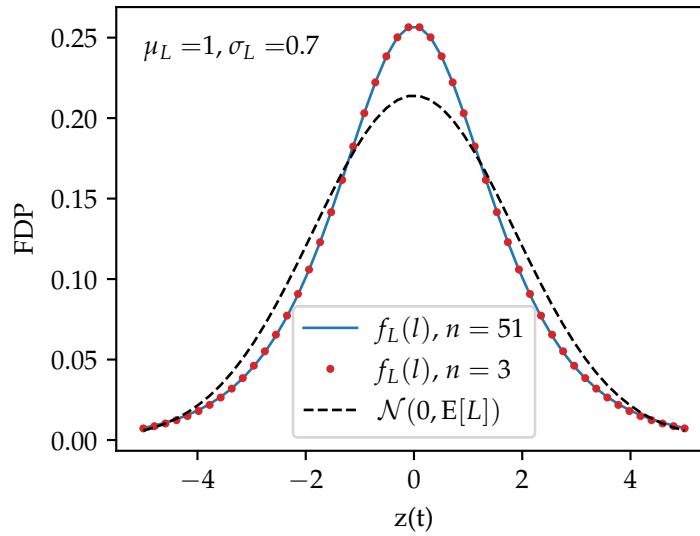


Figura 2.13: FDP de $z(t)$ obtida pela quadratura de Gauss-Hermite para $n = 51$ e $n = 3$.

$E[L]$. É possível notar que as distribuições diferem significativamente, o que sugere que essa diferença também deve ser observada nas métricas de desempenho dos sistemas de comunicações sujeitos à IE.

2.2 Trabalhos Relacionados

O modelo de IE foi proposto recentemente, por isso ainda há poucos trabalhos tratando desse modelo específico de interferência. Entretanto, há uma extensa lista de publicações na literatura abordando o estudo de interferências em canais sem fio.

Siddiqui *et al* [23] apresentam uma revisão da literatura ampla sobre diferentes tipos de interferências relacionadas com diversas tecnologias de quinta geração. Também são apresentadas as principais técnicas de mitigação dos modelos de interferência abordados. Em outro trabalho, Siddiqui *et al* [24] realizam uma revisão detalhada do estado da arte das pesquisas sobre gerenciamento de interferência em cenários URLLC para redes móveis de quinta e sexta geração.

Gulia *et al* [25] apresentam uma breve revisão de técnicas convencionais de mitigação de interferências em redes heterogêneas. Os autores propõem o uso de duas técnicas combinadas de forma adaptativa para mitigar a interferência e obter ganhos de desempenho. Outros trabalhos também apresentam levantamentos bibliográficos sobre o gerenciamento e mitigação de interferências em redes heterogêneas no contexto de sistemas 5G [26, 27], IoT [28] e comunicação de dispositivo para dispositivo [29].

A revisão da literatura apresentada por Bindle, Gulati e Kumar [30] abordam os principais avanços e pesquisas atuais sobre técnicas de mitigação de interferência e

técnicas de exploração de ganhos na interferência. Nwankwo *et al* [31] realizam uma revisão abrangente da literatura sobre esquemas de gerenciamento de autointerferência em sistemas de comunicação sem fio *full duplex*.

Grassi *et al* [32] propõem um novo método de separação de diferentes tipos de interferências coexistentes utilizando aprendizado esparso. O método proposto é avaliado por simulações e apresenta desempenho superior ao de outros métodos presentes na literatura. Semelhantemente, utilizando aprendizado esparso, Liu *et al* [33] propõem um método de eliminar interferências em redes sem fio heterogêneas. Rahmati *et al* [34] propõem formas de gerenciamento de interferências em redes assistidas por veículos aéreos não tripulados utilizando estratégias de alocação de potência e trajetórias tridimensionais. Resultados obtidos por simulações mostram que os métodos propostos são eficazes em controlar a interferência e aumentar o fluxo de dados.

Visando atender os requisitos dos cenários URLLC, Brighente *et al* [35] propõem um método de predição de interferência para melhorar as estratégias de adaptação de enlace, evitar retransmissões e alcançar baixos valores de latência. Kim *et al* [36] discutem e avaliam um esquema de modulação codificada por janela deslizante para mitigar os efeitos da interferência cocanal. Os resultados obtidos por simulações mostram que essa técnica produz ganhos em termos de fluxo de dados (*throughput*) na célula.

Há também na literatura, muitos trabalhos que abordam estudos com modelos de interferência não estacionária. Djukanović *et al* [37] avaliam a supressão desse tipo de interferência em sistemas de espalhamento espectral de sequência direta. Cai e Huang [38] propõem um método de cancelamento de interferência assíncrona e não estacionária em canais sem fio. Nesse caso, o modelo de interferência considerado é composto pela soma de múltiplos sinais com períodos de ativação aleatórios.

Pally e Beex [39] analisam a mitigação da interferência não estacionária em sinais com modulação de fase contínua, em que interferência é modelada como um sinal com modulação de frequência (*Frequency Modulation* – FM) de banda estreita. Molteni, Nicoli e Spagnolini [40] avaliam o desempenho de sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas (*Multiple Input Multiple Output* – MIMO) em canais com desvanecimento e interferência não estacionária. A não estacionariedade da interferência é atribuída à aleatoriedade de subportadoras, que ocorre devido ao escalonamento implementado pela política de acesso de multiusuários.

Em um trabalho sobre o desempenho de códigos convolucionais em canais com ruído não estacionário, Bosisio e Spagnolini [41] modelam o ruído por um processo gaussiano com variância aleatória. Os resultados apresentados incluem um cenário em que a potência da interferência tem distribuição lognormal. Verifica-se que quando a potência da interferência tem distribuições assimétricas com calda longa, há maior

degradação de desempenho do sistema analisado. Esse modelo de ruído se assemelha ao modelo do sinal da interferência apresentado na Seção 2.1.3.

Em muitos estudos, a potência da interferência cocanal é modelada como uma v.a. lognormal [42, 43, 44, 45, 46]. Devido ao somreamento, o sinal interferente é formado pela soma de vários sinais com distribuição lognormal. Portanto, a FDP da interferência é também aproximadamente lognormal. Vários trabalhos apresentam métodos eficientes para calcular a FDP aproximada da soma de variáveis com distribuição lognormal [47, 48, 49]. Chatterjee, Parida, e Das [46] utilizam a aproximação da soma de v.a. lognormal para avaliar a distribuição de probabilidades da relação sinal interferência em canais com somreamento lognormal. Sistemas sujeitos à interferência lognormal são estudados em diferentes ambientes: redes de sensores sem fio [50], sistemas móveis [51, 52, 53] e comunicação por satélite [54].

Outros trabalhos relacionados podem apresentar métodos úteis na análise da interferência epidêmica. Estudos que avaliam o desempenho de canais sujeitos ao efeito de somreamento apresentam diferentes abordagens para obter expressões da probabilidade de erro envolvendo a distribuição lognormal [55, 56, 57, 58, 59, 60]. Porém, em alguns casos, essas expressões são complexas e pouco apropriadas para avaliações analíticas.

A capacidade ergódica em canais com desvanecimento lognormal é avaliada por Laourine, Stephenne e Affe [61], os autores propõem uma expressão para a capacidade na forma de uma série truncada. Outros trabalhos também apresentam expressões aproximadas em forma fechada para a capacidade [62, 63]. As expressões apresentadas podem ser adaptadas para o estudo da capacidade de canais com interferência epidêmica.

Na pesquisa bibliográfica realizada para este trabalho, não foram identificados trabalhos abordando a estimação de parâmetros da portadora na presença de interferências lognormal. Alguns trabalhos avaliam a estimação da posição do usuário a partir do sinal recebido e apresentam expressões para o CRLB considerando o efeito do somreamento lognormal [64, 65, 66].

Rice *et al* [67] apresentam um estudo sobre o desempenho da estimação de fase e frequência em sistemas QAM. Outros trabalhos investigam a estimação conjunta de parâmetros do sinal QAM de constelação quadrada [68] e BPSK [69]. Jarboui [70] avalia o efeito do desvanecimento na estimação de fase em sinais *M*-PSK. A estimação de fase e frequência na presença do ruído de fase de Wiener é apresentado por Wang *et al* [71]. Os limites teóricos para a estimação de fase da portadora não auxiliada por dados em sinais modulados por chaveamento de amplitude e fase (*Amplitude and Phase Shift Keying* – APSK) são apresentados por Wu *et al* [72].

Capítulo 3

Efeito da Interferência Epidêmica na Estimação de Fase da Portadora

Muitos sistemas de comunicações modernos utilizam demodulação coerente, o que significa que o receptor precisa conhecer exatamente a frequência e a fase da portadora usada pelo transmissor. Para facilitar a sincronização com o receptor, o transmissor pode enviar uma portadora adicional não modulada (sinal piloto). Porém, por questões de eficiência energética e espectral, em muitos sistemas o sinal piloto não é enviado e o receptor precisa utilizar técnicas de sincronização para gerar localmente a portadora a partir do sinal recebido [10]. Assim, é necessário estimar os parâmetros que caracterizam a portadora, como amplitude, frequência, fase e atraso de símbolo.

Os métodos de estimação de parâmetros de uma portadora modulada por uma sequência de símbolos de informação podem ser classificados como auxiliados por dados (*data-aided* – DA) e não auxiliados por dados (*non-data-aided* – NDA). No primeiro caso, considera-se que o conjunto de símbolos de informação transmitido durante a sincronização é conhecido ou pode ser estimado sem erros pelo receptor. Já os métodos NDA consideram que o receptor não conhece e não consegue estimar sem erros a sequência de informação. As técnicas DA apresentam melhor desempenho quando comparadas com as NDAs. Entretanto, essa última requer menor largura de banda, dado que nenhuma sequência de sincronização precisa ser transmitida.

Os efeitos do ruído AWGN na estimação desses parâmetros são bastante estudados e conhecidos [73]. Porém, com o crescimento do número de tecnologias de comunicações sem fio competindo pelo espectro, os efeitos de diferentes tipos de interferência precisam ser considerados. Nas pesquisas bibliográficas realizadas, não foram identificados trabalhos que avaliem o efeito da IE ou outros tipos de interferência log-normal na estimação de fase.

Este capítulo apresenta um estudo sobre o efeito da IE na estimação NDA de

fase da portadora na recepção. Para isso, são avaliados dois casos. O primeiro é apresentado na Seção 3.2, nele é considerado que o sinal transmitido é uma portadora não modulada. No segundo caso, tratado na Seção 3.3, considera-se que o sinal transmitido é uma portadora com modulação por chaveamento de fase M -ário (*M-ary Phase-Shift Keying* – *M-PSK*). Em ambos os casos, o ruído AWGN e a IE estão presentes no canal.

O estimador de fase por máxima verossimilhança (*Maximum Likelihood* – *ML*) é deduzido e analisado. Para avaliar o desempenho da estimação, são obtidas as expressões do limite inferior de Cramér-Rao (*Cramér-Rao Lower Bound* – *CRLB*) para variância do erro. No caso da portadora não modulada, obtém-se também a expressão para o CRLB modificado (*Modified CRLB* – *MCRLB*), que é mais simples de ser calculado, mas também é menos preciso. As expressões obtidas são avaliadas numericamente pela quadratura de Gauss-Hermite e confirmadas por simulações de Monte Carlo.

Os resultados obtidos indicam que a presença da interferência epidêmica aumenta o erro de estimação de fase em comparação a sistemas em que apenas o ruído AWGN está presente. Além disso, verifica-se que o desempenho da estimação de fase depende da distribuição de probabilidade da potência interferente.

3.1 Modelo do Sistema

Considera-se que um sistema de modulação digital linear com componentes em fase ($s_I(t)$) e em quadratura ($s_Q(t)$) é utilizado para obter o sinal a ser transmitido

$$s(t) = s_I(t) \cos(2\pi f_c t) - s_Q(t) \sin(2\pi f_c t), \quad (3.1)$$

em que f_c é a frequência da portadora. A fim de concentrar a análise no efeito da IE, o canal é considerado plano, sem desvanecimento e sem outras perturbações multiplicativas.

Após ser transmitido, o sinal é recebido corrompido pela IE, pelo ruído AWGN e com uma fase desconhecida. Considerando que a frequência f_c é perfeitamente conhecida pelo receptor e que o tempo de símbolo pode ser perfeitamente sincronizado, o sinal recebido é

$$r(t) = s_I(t) \cos(2\pi f_c t + \phi) - s_Q(t) \sin(2\pi f_c t + \phi) + n(t) + z(t), \quad (3.2)$$

em que ϕ é a fase desconhecida da portadora, $n(t)$ é o ruído AWGN e $z(t)$ é a IE.

Usando a representação da envoltória complexa de $r(t) = \Re\{\tilde{r}(t)e^{2\pi f_c t}\}$, tem-se

$$\tilde{r}(t) = \tilde{s}(t)e^{j\phi} + \tilde{n}(t) + \tilde{z}(t), \quad (3.3)$$

em que $\Re\{\cdot\}$ é o operador parte real de um número complexo e j é a unidade imaginária. Os símbolos $\tilde{s}(t)$, $\tilde{n}(t)$ e $\tilde{z}(t)$ representam as envoltórias complexas de $s(t)$, $n(t)$

e $z(t)$, respectivamente. Logo, $\tilde{s}(t) = s_I(t) + js_Q(t)$, $\tilde{n}(t)$ é o ruído gaussiano complexo de média nula e variância $2N_0$, e a interferência $\tilde{z}(t)$ é modelada com um processo aleatório gaussiano complexo de média nula e variância $2L$, sendo que L é uma variável aleatória com FDP dada por

$$f_L(l) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_L l}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln l - \mu_L}{\sigma_L} \right)^2 \right]. \quad (3.4)$$

A soma do ruído AWGN mais a interferência pode ser representada pelo processo $\tilde{v}(t) = \tilde{n}(t) + \tilde{z}(t)$, em que $\tilde{v} \sim \mathcal{CN}(0, 2(N_0 + L))$. Assim, cada uma das componentes real e imaginária de $\tilde{v}(t)$ tem variância $N_0 + L$. Além disso, assume-se também que o pulso transmitido é idealmente formatado e que o sinal recebido durante o intervalo de observação T_0 é perfeitamente filtrado e amostrado a uma taxa $1/T_s$, livre de interferência inter-simbólica, em que T_s é o tempo de duração do símbolo. Dessa forma, no intervalo $T_0 = KT_s$, as seguintes K amostras são obtidas,

$$\tilde{r}_k = \tilde{s}_k e^{j\phi} + \tilde{v}_k, \quad k = 1, 2, \dots, K. \quad (3.5)$$

3.1.1 Função de Verossimilhança da Fase

A partir do modelo de sistema apresentado, a FDP condicional da k -ésima amostra recebida é

$$f_R(\tilde{r}_k | c_i, \phi, l) = \frac{1}{2\pi(N_0 + l)} \exp \left[-\frac{|\tilde{r}_k - c_i e^{j\phi}|^2}{2(N_0 + l)} \right], \quad (3.6)$$

em que a k -ésima amostra do sinal transmitido, $\tilde{s}_k$, é igual a um dos símbolos c_i ($i = 1, 2, \dots, M$) pertencente à constelação complexa $\mathcal{C}$ e escolhido pelo transmissor com Função Massa de Probabilidade (FMP) $f_C(c_i)$ de acordo com o esquema de modulação empregado.

A FDP de $\tilde{r}_k$ pode então ser obtida calculando a média da FDP 3.6 em relação às variáveis aleatórias c_i e L , distribuídas de acordo com $f_C(c_i)$ e $f_L(l)$, respectivamente. Logo,

$$f_R(\tilde{r}_k | \phi) = \int_0^\infty \sum_{c_i \in \mathcal{C}} f_R(\tilde{r}_k | c_i, \phi, l) f_C(c_i) f_L(l) dl. \quad (3.7)$$

Considerando que as amostras recebidas são independentes, a FDP total do vetor de amostras $\tilde{\mathbf{r}} = \{\tilde{r}_1, \tilde{r}_2, \dots, \tilde{r}_K\}$ é dada por

$$f_R(\tilde{\mathbf{r}} | \phi) = \prod_{k=1}^K f_R(\tilde{r}_k | \phi). \quad (3.8)$$

A função de verossimilhança logarítmica é então dada por

$$\Lambda_L(\phi) = \ln f_R(\tilde{\mathbf{r}}|\phi) = \sum_{k=1}^K \ln f_R(\tilde{r}_k|\phi). \quad (3.9)$$

A estimativa de máxima verossimilhança da fase, $\hat{\phi}$, é obtida pelo valor de ϕ que maximiza a Função 3.9.

3.2 Estimação de Fase da Portadora Não Modulada

Considera-se o caso simples em que apenas uma portadora não modulada com amplitude A é transmitida. Assim, $\tilde{s}_k = A$ para qualquer valor de k e as amostras do sinal recebido são dadas por

$$\tilde{r}_k = Ae^{j\phi} + \tilde{v}_k, \quad k = 1, 2, \dots, K. \quad (3.10)$$

Nesse caso, a FDP condicional do sinal recebido é

$$f_R(\tilde{r}_k|\phi, l) = \frac{1}{2\pi(N_0 + l)} \exp \left[-\frac{|\tilde{r}_k - Ae^{j\phi}|^2}{2(N_0 + l)} \right]. \quad (3.11)$$

De acordo com a Expressão 3.7, a dependência de l na FDP 3.11 pode ser removida calculando

$$f_R(\tilde{r}_k|\phi) = \int_0^\infty f_R(\tilde{r}_k|\phi, l) f_L(l) dl. \quad (3.12)$$

Após substituir as FDPs 3.11 e 3.4 na expressão anterior, é possível fazer a troca de variáveis $x = (\ln l - \mu_L)/\sigma_L$ para rescrever a Integral 3.12 como

$$f_R(\tilde{r}_k|\phi) = (2\pi)^{-3/2} \int_0^\infty \frac{1}{(N_0 + e^{\sigma_L x + \mu_L})} \exp \left[-\frac{|\tilde{r}_k - Ae^{j\phi}|^2}{2(N_0 + e^{\sigma_L x + \mu_L})} \right] e^{-x^2/2} dx. \quad (3.13)$$

Utilizando o método da quadratura de Gauss-Hermite apresentado na Seção 2.1.4, essa integral pode ser avaliada numericamente e reescrita da seguinte forma

$$f_R(\tilde{r}_k|\phi) = (2\pi)^{-3/2} \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{\chi_i} \exp \left[-\frac{1}{2\chi_i} |\tilde{r}_k - Ae^{j\phi}|^2 \right], \quad (3.14)$$

em que $\chi_i = \exp(\sigma_L x_i + \mu_L) + N_0$ e as variáveis x_i , w_i e n são, respectivamente, as raízes, os pesos e o número de pontos da quadratura.

Para obter a expressão do estimador ML de ϕ , deve-se calcular a primeira derivada da Função 3.9 em relação a ϕ , que pode ser escrita como

$$\frac{\partial}{\partial \phi} \Lambda_L(\phi) = \sum_{k=1}^K \frac{1}{f_R(\tilde{r}_k|\phi)} \frac{\partial}{\partial \phi} f_R(\tilde{r}_k|\phi) \quad (3.15)$$

$$= \sum_{k=1}^K \frac{1}{f_R(\tilde{r}_k|\phi)} \int_0^\infty \frac{\partial}{\partial \phi} f_R(\tilde{r}_k|\phi, l) f_L(l) dl. \quad (3.16)$$

A expressão anterior é obtida substituindo a Função 3.12 na Expressão 3.15 e mudando a ordem de derivação e integração. Dessa forma, é necessário calcular a derivada da FDP 3.11. Sabendo que

$$\frac{\partial}{\partial \phi} (|\tilde{r}_k - Ae^{j\phi}|^2) = \frac{\partial}{\partial \phi} (|\tilde{r}_k|^2 - 2A\Re\{\tilde{r}_k^* e^{j\phi}\} + |Ae^{j\phi}|^2) \quad (3.17)$$

$$= -2A\Im\{\tilde{r}_k e^{-j\phi}\}, \quad (3.18)$$

a derivada em questão é

$$\frac{\partial}{\partial \phi} f_R(\tilde{r}_k|\phi, l) = \frac{A\Im\{\tilde{r}_k e^{-j\phi}\}}{N_0 + l} f_R(\tilde{r}_k|\phi, l), \quad (3.19)$$

em que $\Im\{\cdot\}$ é o operador parte imaginária de um número complexo.

Substituindo o resultado anterior na Expressão 3.16, é possível escrever

$$\frac{\partial}{\partial \phi} \Lambda_L(\phi) = A \sum_{k=1}^K \frac{\Im\{\tilde{r}_k e^{-j\phi}\}}{f_R(\tilde{r}_k|\phi)} \int_0^\infty \frac{f_R(\tilde{r}_k|\phi, l)}{N_0 + l} f_L(l) dl. \quad (3.20)$$

Utilizando o mesmo processo aplicado na Função 3.14, a integral na Equação 3.20 pode ser avaliada numericamente como

$$\int_0^\infty \frac{f_R(\tilde{r}_k|\phi, l)}{N_0 + l} f_L(l) dl \approx (2\pi)^{-3/2} \sum_i^n \frac{w_i}{\chi_i^2} \exp \left[-\frac{1}{2\chi_i} |\tilde{r}_k - Ae^{j\phi}|^2 \right]. \quad (3.21)$$

Com isso, define-se a seguinte função,

$$F(\tilde{r}_k, \phi) = \frac{\int_0^\infty (N_0 + l)^{-1} f_R(\tilde{r}_k|\phi, l) f_L(l) dl}{f_R(\tilde{r}_k|\phi)} \quad (3.22)$$

$$\approx \frac{\sum_i^n w_i \chi_i^{-2} \exp(-|\tilde{r}_k - Ae^{j\phi}|^2 / 2\chi_i)}{\sum_i^n w_i \chi_i^{-1} \exp(-|\tilde{r}_k - Ae^{j\phi}|^2 / 2\chi_i)}. \quad (3.23)$$

Logo,

$$\frac{\partial}{\partial \phi} \Lambda_L(\phi) = A \sum_{k=1}^K \Im\{\tilde{r}_k e^{-j\phi}\} F(\tilde{r}_k, \phi). \quad (3.24)$$

Igualando a Derivada 3.24 a zero e fazendo algumas manipulações, a fase pode ser estimada por

$$\hat{\phi} = \arctan \left\{ \frac{\sum_k \Im\{\tilde{r}_k\} F(\tilde{r}_k, \phi)}{\sum_k \Re\{\tilde{r}_k\} F(\tilde{r}_k, \phi)} \right\}. \quad (3.25)$$

Nota-se que a Expressão 3.25 descreve um estimador recursivo, que necessita de um valor inicial da fase, pois $\hat{\phi}$ é também uma função de ϕ . Para remover a dependência de ϕ em $F(\tilde{r}_k, \phi)$ e obter uma estimativa inicial $\hat{\phi}_0$, é possível utilizar a aproximação

$E[f(x)] \approx f(E[X])$ e reescrever a Função 3.22 como

$$\begin{aligned} F(\tilde{r}_k, \phi) &= \frac{E_L[(N_0 + l)^{-1} f_R(\tilde{r}_k | \phi, l)]}{E_L[f_R(\tilde{r}_k | \phi, l)]} \\ &\approx \frac{(N_0 + E[L])^{-1} f_R(\tilde{r}_k | \phi, E[L])}{f_R(\tilde{r}_k | \phi, E[L])} \\ &= \frac{1}{N_0 + E[L]}, \end{aligned} \quad (3.26)$$

em que $E_L[\cdot]$ é o valor esperado em relação a v.a. L . Substituindo o valor anterior na Expressão 3.25, a estimativa inicial da fase pode ser obtida por

$$\hat{\phi}_0 = \arctan \left\{ \frac{\sum_k \Im\{\tilde{r}_k\}}{\sum_k \Re\{\tilde{r}_k\}} \right\}, \quad (3.27)$$

que coincide com o estimador ML quando apenas o ruído AWGN é considerado.

Dessa forma, a fase da portadora pode ser estimada em dois passos. Primeiro, estima-se $\hat{\phi}_0$ pela Função 3.27. Em seguida, a estimativa inicial, obtida no passo anterior, é utilizada como entrada na Função 3.25 ($\phi = \hat{\phi}_0$) para obter a estimativa final. O diagrama do estimador proposto é exibido na Figura 3.1. Vale destacar que esse estimador considera que o receptor tem conhecimento dos valores dos parâmetros A , σ_L , μ_L e N_0 , que também podem ser estimados paralelamente.

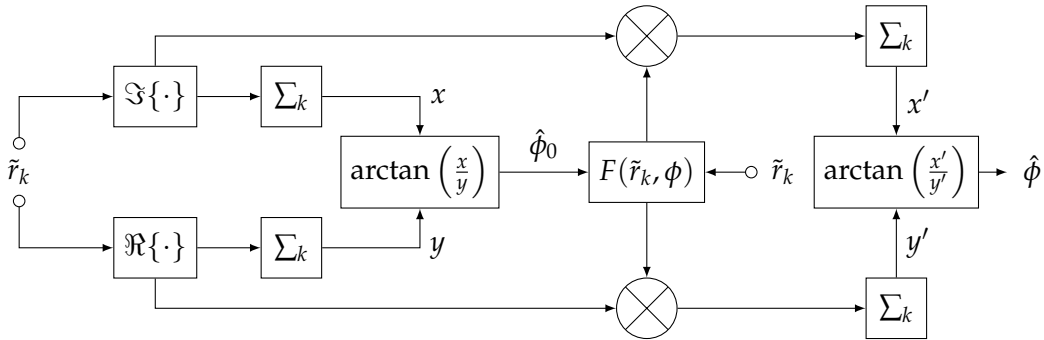


Figura 3.1: Representação gráfica do estimador de fase proposto pela Expressão 3.25.

3.2.1 Limite Inferior de Cramér-Rao

Dado que a fase ϕ é um parâmetro desconhecido pelo receptor, a sua estimativa é afetada por incertezas e apresenta um erro aleatório $\Delta\phi = \hat{\phi} - \phi$. Nesse caso, a estimação de fase é afetada pelo ruído AWGN e pela IE, presentes nas amostras do sinal recebido.

Em geral, o desempenho de um estimador é analisado pelo seu viés e pela variância do erro da estimação. Quanto menor essa variância, melhor é o estimador. A

obtenção do valor exato da variância do erro pode ser bastante complexa, pois depende do conhecimento da distribuição de probabilidade de $\hat{\phi}$. Entretanto, o limite inferior de Cramér-Rao (*Cramér-Rao Lower Bound* – CRLB) é uma medida bem conhecida e utilizada em estimação de parâmetros, que fornece um limite inferior teórico para a variância do erro. Um estimador é dito eficiente quando o erro quadrático médio das estimativas atinge o CRLB [10].

Para o caso de um estimador não enviesado, ou seja, quando o valor esperado da estimativa é igual ao valor do parâmetro estimado ($E[\hat{\phi}] = \phi$), o CRLB é dado pelo inverso da Informação de Fisher [73]. Logo,

$$\begin{aligned} \text{Var}[\hat{\phi}] &\geq \text{CRLB}_{\phi} \\ &= \mathcal{I}(\phi)^{-1} \\ &= \left\{ -E \left[\frac{\partial^2 \ln f_R(\tilde{\mathbf{r}}|\phi)}{\partial \phi^2} \right] \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (3.28)$$

A derivada parcial no argumento do valor esperado da Expressão 3.28 pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \ln f_R(\tilde{\mathbf{r}}|\phi)}{\partial \phi^2} &= \sum_{k=1}^K \frac{\partial^2 \ln f_R(\tilde{r}_k|\phi)}{\partial \phi^2} \\ &= \sum_{k=1}^K \frac{\partial^2 f_R(\tilde{r}_k|\phi)/\partial \phi^2}{f_R(\tilde{r}_k|\phi)} - \sum_{k=1}^K \left(\frac{\partial f_R(\tilde{r}_k|\phi)/\partial \phi}{f_R(\tilde{r}_k|\phi)} \right)^2. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Assim,

$$E \left[\frac{\partial^2 \ln f_R(\tilde{\mathbf{r}}|\phi)}{\partial \phi^2} \right] = \sum_{k=1}^K E \left[\frac{\partial^2 f_R(\tilde{r}_k|\phi)/\partial \phi^2}{f_R(\tilde{r}_k|\phi)} \right] - \sum_{k=1}^K E \left[\left(\frac{\partial f_R(\tilde{r}_k|\phi)/\partial \phi}{f_R(\tilde{r}_k|\phi)} \right)^2 \right]. \quad (3.30)$$

O primeiro valor esperado do lado direito da expressão anterior é nulo, pois

$$\begin{aligned} E \left[\frac{\partial^2 f_R(\tilde{r}_k|\phi)/\partial \phi^2}{f_R(\tilde{r}_k|\phi)} \right] &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 f_R(\tilde{r}_k|\phi)/\partial \phi^2}{f_R(\tilde{r}_k|\phi)} f_R(\tilde{r}_k|\phi) d\tilde{r}_k \\ &= \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \int_{-\infty}^{\infty} f_R(\tilde{r}_k|\phi) d\tilde{r}_k \\ &= 0. \end{aligned} \quad (3.31)$$

Além disso, comparando o lado direito da Derivada 3.15 com lado direito da Derivada 3.24, tem-se

$$\frac{1}{f_R(\tilde{r}_k|\phi)} \frac{\partial f_R(\tilde{r}_k|\phi)}{\partial \phi} = A \Im \{ \tilde{r}_k e^{-j\phi} \} F(\tilde{r}_k, \phi). \quad (3.32)$$

Substituindo esse resultado no argumento do segundo valor esperado da Expressão 3.30, o CRLB obtido é dado por

$$\text{CRLB}_{\phi} = \left\{ K A^2 E \left[\left(\Im \{ \tilde{r}_k e^{-j\phi} \} F(\tilde{r}_k, \phi) \right)^2 \right] \right\}^{-1}. \quad (3.33)$$

O valor esperado na Expressão 3.33 é avaliado numericamente pelo método de quadratura de Gauss-Hermite. Para isso, o argumento do valor esperado é definido como a função $f(\tilde{r}_k) = (\Im\{\tilde{r}_k e^{-j\phi}\} F(\tilde{r}_k, \phi))^2$. Em seguida, a FDP 3.11 é escrita em termos das componentes real e imaginária de $\tilde{r}_k$. Então, as seguintes trocas de variáveis são realizadas,

$$x_p = \frac{\Re\{\tilde{r}_k\} - A \cos \phi}{\sqrt{N_0 - l}}, \quad (3.34)$$

$$x_q = \frac{\Im\{\tilde{r}_k\} - A \sen \phi}{\sqrt{N_0 - l}} \quad (3.35)$$

e

$$x_i = \frac{\ln l - \mu_L}{\sigma_L}. \quad (3.36)$$

Dessa forma, o valor esperado pode ser calculado como

$$\begin{aligned} E[f(\tilde{r}_k)] &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\tilde{r}_k) f_R(\tilde{r}_k | \phi) d\tilde{r}_k \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\tilde{r}_k) \int_0^{\infty} f_R(\tilde{r}_k | \phi, l) f_L(l) dl d\tilde{r}_k \\ &= \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\tilde{r}_k) f_R(\Re\{\tilde{r}_k\} | \phi, l) f_R(\Im\{\tilde{r}_k\} | \phi, l) f_L(l) d\Re\{\tilde{r}_k\} d\Im\{\tilde{r}_k\} dl \\ &= (2\pi)^{-3/2} \sum_{i=1}^n \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n f[(x_p + jx_q)\sqrt{\chi_i} + Ae^{j\phi}] w_q w_p w_i, \end{aligned} \quad (3.37)$$

em que $\chi_i = \exp(\sigma_L x_i + \mu_L) + N_0$, x_i , x_p e x_q são as raízes do polinômio de Hermite de grau n , e w_i , w_p e w_q são os pesos da quadratura.

3.2.2 Limite Inferior de Cramér-Rao Modificado

Além do CRLB, outro limite utilizado na avaliação de desempenho na estimação de parâmetros é o CRLB modificado (*Modified CRLB* – MCRLB) [74]. Esse limite é dado por

$$\text{MCRLB}_\phi = \left\{ -E_L \left[E_{R|L} \left[\frac{\partial^2 \ln f_R(\tilde{\mathbf{r}} | \phi, l)}{\partial \phi^2} \right] \right] \right\}^{-1}, \quad (3.38)$$

em que $E_L[\cdot]$ e $E_{R|L}[\cdot]$ denotam o valor esperado em relação a $f_L(l)$ e $f_R(\tilde{\mathbf{r}} | \phi, l)$, respectivamente. Embora a obtenção do MCRLB seja mais simples, esse limite apresenta valores menos precisos do que o CRLB.

Para encontrar a expressão do MCRLB, a seguinte derivada deve ser calculada a partir da FDP 3.11,

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \ln f_R(\tilde{\mathbf{r}}|\phi, l)}{\partial \phi^2} &= \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \left\{ -\frac{1}{2(N_0 + l)} \sum_{k=1}^K |\tilde{r}_k - Ae^{j\phi}|^2 \right\} \\ &= \frac{A}{N_0 + l} \sum_{k=1}^K \frac{\partial}{\partial \phi} \Im\{\tilde{r}_k e^{-j\phi}\} \\ &= -\frac{A}{N_0 + l} \sum_{k=1}^K \Re\{\tilde{r}_k e^{-j\phi}\}.\end{aligned}\quad (3.39)$$

Em seguida, é possível calcular o valor esperado

$$\begin{aligned}\mathbb{E}_{R|L} \left[\frac{\partial^2 \ln f_R(\tilde{\mathbf{r}}|\phi, l)}{\partial \phi^2} \right] &= -\frac{A}{N_0 + l} \sum_{k=1}^K (\cos \phi \mathbb{E}_{R|L}[\Re\{\tilde{r}_k\}] + \sin \phi \mathbb{E}_{R|L}[\Im\{\tilde{r}_k\}]) \\ &= -\frac{A^2 K}{N_0 + l}.\end{aligned}\quad (3.40)$$

Substituindo o resultado anterior na Expressão 3.38, o MCRLB pode ser escrito como

$$\text{MCRLB}_\phi = \left\{ A^2 K \mathbb{E}_L \left[\frac{1}{N_0 + l} \right] \right\}^{-1}. \quad (3.41)$$

O valor esperado na Expressão 3.41 pode ser obtido numericamente pela quadratura de Gauss-Hemite da seguinte forma,

$$\mathbb{E}_L \left[\frac{1}{N_0 + l} \right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{\chi_i}, \quad (3.42)$$

em que $\chi_i = \exp(\sigma_L x_i + \mu_L) + N_0$ e x_i, w_i e n são, respectivamente, as raízes, os pesos e o número de pontos da quadratura. Utilizando os valores da Tabela 2.2 para $n = 3$, é possível escrever a seguinte aproximação para o MCRLB em termos de funções elementares,

$$\text{MCRLB}_\phi \approx \left\{ \frac{A^2 K}{6} \left[\frac{1}{\chi_1} + \frac{4}{\chi_2} + \frac{1}{\chi_3} \right] \right\}^{-1} \quad (3.43)$$

em que $\chi_1 = \exp(-\sqrt{3}\sigma_L + \mu_L) + N_0$, $\chi_2 = \exp(\mu_L) + N_0$ e $\chi_3 = \exp(\sqrt{3}\sigma_L + \mu_L) + N_0$.

3.2.3 Análise de Desempenho da Estimação

As expressões para o CRLB e para o MCRLB fornecem um meio de avaliar o desempenho de estimadores, pois elas informam o menor erro quadrático médio que pode ser obtido por um dado estimador. Além disso, é possível comparar as medidas

de erro de um estimador real com o limite teórico da variância para verificar o quão eficiente é a implementação prática desse estimador. Entretanto, é importante destacar que essas expressões não indicam como um estimador eficiente deve ser implementado.

Por outro lado, como o CRLB só depende da função de verossimilhança do parâmetro a ser estimado, não é necessário implementar o estimador para analisar a sua eficiência teórica. Isso possibilita comparar o desempenho da estimação de um parâmetro em diferentes cenários, sendo suficiente conhecer a função de verossimilhança do parâmetro para cada um desses casos. O cenário em que a estimação é mais eficiente é aquele que apresenta a menor variância do erro.

Tanto a Expressão 3.33 quanto a Expressão 3.41 são definidas em função de parâmetros e variáveis do sistema como o número de amostras observadas, a amplitude da portadora, a potência do ruído AWGN, a potência da IE e amostras da amplitude do sinal recebido. Essas expressões podem ser utilizadas mais adequadamente quando estão parametrizadas em função das relações entre os valores de potência do sinal transmitido, da interferência e do ruído.

Assim, é possível avaliar o comportamento do CRLB e MCRLB em função de relações bem conhecidas no estudo de sistemas de comunicações, como a relação sinal-ruído (*signal-to-noise ratio* – SNR), a relação sinal interferência (*signal-to-interference ratio* – SIR) e a relação sinal interferência mais ruído (*signal-to-interference-plus-noise ratio* – SINR). Para o modelo de sistema avaliado, essas relações são dadas, respectivamente, por

$$\text{SNR} = \frac{A^2}{2N_0}, \quad (3.44)$$

$$\text{SIR} = \frac{A^2}{2E[L]} = \frac{A^2}{2} \exp \left(-\mu_L - \frac{\sigma_L^2}{2} \right) \quad (3.45)$$

e

$$\text{SINR} = \frac{A^2}{2(N_0 + E[L])} = \frac{\text{SNR} \cdot \text{SIR}}{\text{SNR} + \text{SIR}}. \quad (3.46)$$

Como a potência da IE varia aleatoriamente, as relações apresentadas são definidas pelo valor médio da potência interferente, $E[L]$. Logo, a SIR é controlada pelos parâmetros da distribuição da potência da IE, μ_L e σ_L . Como foi discutido na Seção 2.1.1, esses parâmetros são, respectivamente, a média e o desvio padrão da distribuição gaussiana que caracteriza a potência da interferência quando as medidas são tomadas na escala de dBm e podem ser estimados.

Deve-se destacar que, devido às características da IE, os valores instantâneos da SIR e da SINR também são aleatórios. Porém, quando essas relações são tratadas como v.a., seus valores médios diferem das definições apresentadas pela Expressão 3.45 e pela Expressão 3.46, ou seja,

$$\frac{A^2}{2E[L]} \neq E\left[\frac{A^2}{2L}\right] \quad \text{e} \quad \frac{A^2}{2(N_0 + E[L])} \neq E\left[\frac{A^2}{2(N_0 + L)}\right].$$

Os conceitos de SINR média e instantânea são devidamente apresentados no Capítulo 4, em que são derivadas as expressões para as FDPs e valores médios da SINR na presença de interferência, ruído e desvanecimento.

A partir das expressões da SNR, SIR e SINR é possível analisar diferentes cenários para compreender como cada parâmetro afeta a estimação de fase. Isso permite identificar as melhores estratégias de estimação de parâmetros para determinadas situações. Dessa forma, são geradas e analisadas diferentes curvas do CRLB e MCRLB em função da SNR e da SIR.

A eficiência do estimador dado pela Função 3.25 é analisada por meio de simulações computacionais de Monte Carlo. As simulações foram implementadas em linguagem de programação Python utilizando os pacotes de computação científica SciPy [75], NumPy [20] e Matplotlib [76]. O estimador foi implementado conforme o diagrama exibido na Figura 3.1.

Para essas simulações, a amplitude da portadora e número de amostras observadas são $A = 1$ e $K = 100$, respectivamente. Para cada evento simulado, define-se os valores da SNR, da SIR e do parâmetro de espalhamento σ_L . A partir desses valores, é possível utilizar a Expressão 3.44, a Expressão 3.45 e a Expressão 3.46 para calcular os valores dos parâmetros N_0 e μ .

Em seguida, a fase da portadora é gerada com distribuição uniforme dentro do intervalo $[-\pi, \pi]$. Também são geradas as amostras da IE e do ruído AWGN. A partir do sinal recebido, utiliza-se a Função 3.25 e a Função 3.27 para obter a estimativa da fase $\hat{\phi}$. Essa estimativa é comparada com o valor exato da fase para calcular o erro quadrático médio do estimador. Os eventos são repetidos 10 000 para cada combinação de valores dos parâmetros SNR, SIR e σ_L .

3.2.4 Resultados

Os resultados gerados por simulações de Monte Carlo são exibidos e analisados graficamente na Figura 3.2. São exibidas as curvas do CRLB em função da SNR para diferentes valores da SIR (0, 3, 6 e 9 dB) e de $\sigma_{L(dB)}$ (2, 4 e 6 dB). Essa figura compara as curvas do erro quadrático médio da estimação de fase e as curvas do CRLB obtidas

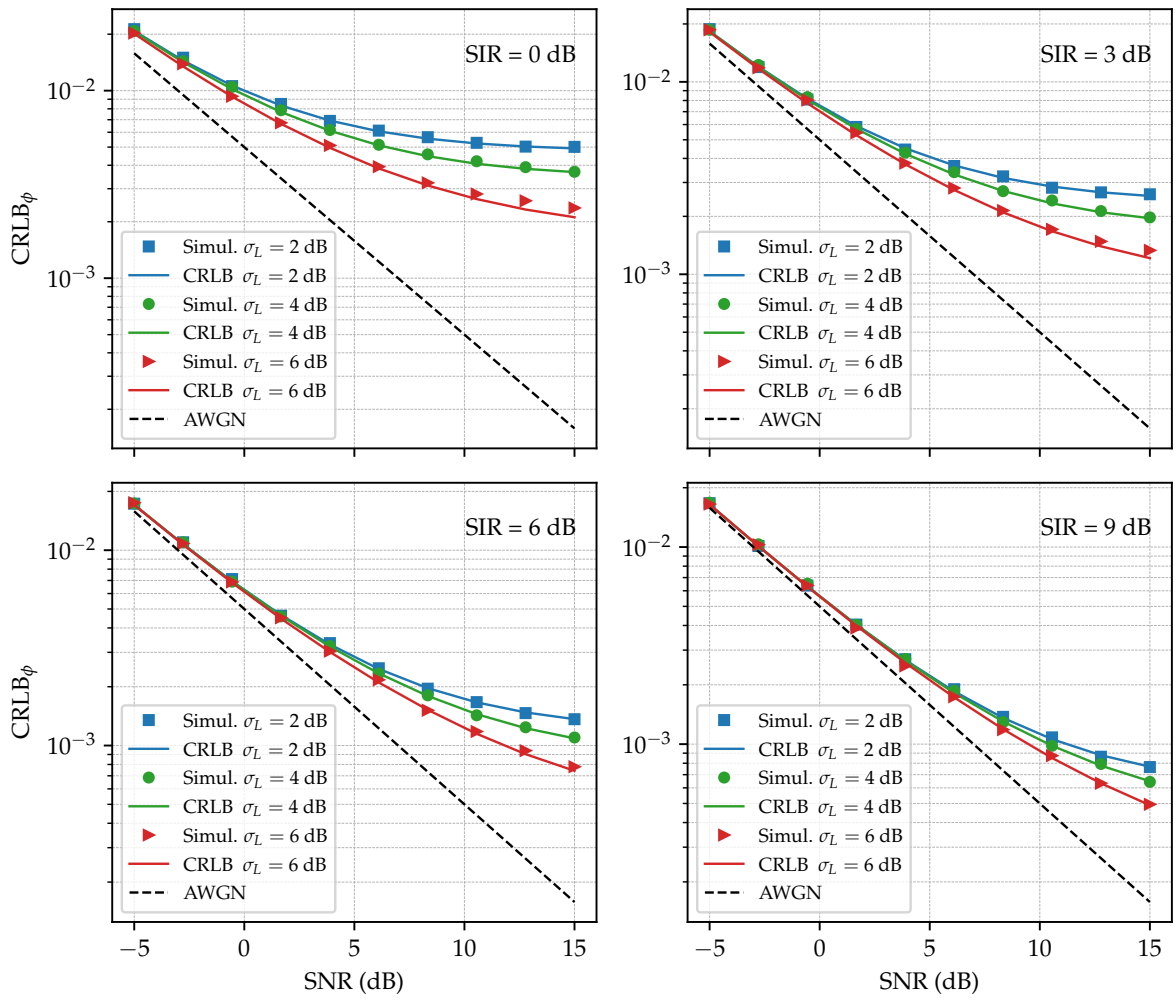


Figura 3.2: CRLB em função da SNR (em escala semi-log) para $SIR = 0, 3, 6, 9$ dB e $\sigma_L = 2, 4, 6$ dB. Os marcadores indicam os valores obtidos por simulações, enquanto as linhas contínuas indicam o CRLB teórico dado pela Função 3.33 com $n = 11$. A linha tracejada representa o CRLB na ausência da interferência, ou seja, quando apenas o ruído AWGN está presente.

pela Função 3.33. Os marcadores que identificam os valores obtidos por simulação estão sobrepostos às linhas contínuas que representam o CRLB, o que indica que o estimador proposto é eficiente.

Para o caso em que a $SIR = 0$ dB e $\sigma_L = 6$ dB, é possível observar que as estimativas obtidas por simulações diferem levemente do CRLB. Isso ocorre porque a expressão do estimador não é analiticamente exata. O erro do estimador proposto depende também de aspectos práticos de implementação, como a avaliação numérica da Função 3.23 e da estimativa inicial da fase (Expressão 3.27). Por isso, na prática, a eficiência do estimador é menor quando a distribuição da potência interferente é mais assimétrica (valor alto de σ_L) e, portanto, é representada de forma mais imprecisa pela função numérica.

Apesar disso, observa-se que o valor do CRLB é menor para altos valores de σ_L do que para os baixos valores. Esse parâmetro apresenta uma influência significativa no erro na estimação, principalmente em cenários de baixa SIR. Porém, conforme a SIR aumenta, a influência do parâmetro σ_L é reduzida. Isso pode ser verificado comparando os pontos para a SIR = 0 dB e a SNR = 5 dB com a SIR = 9 dB e a SNR = 5 dB. Isso indica que quando a potência do sinal de interesse é muito maior do que a potência da IE, a forma da curva de distribuição da IE tem menor impacto no CRLB.

É possível verificar também que, o CRLB é mais sensível ao espalhamento da distribuição da IE (σ_L) quando a potência do sinal é muito maior do que a potência do ruído AWGN. Em situações de baixa SNR, as curvas do CRLB para diferentes valores de σ_L são quase indistinguíveis. Nesse caso, o ruído AWGN tem maior influência sobre os erros de estimação de fase do que a IE.

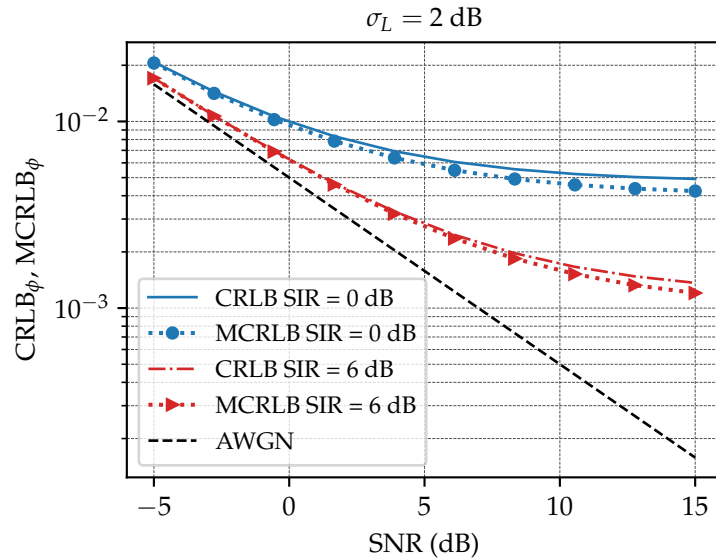


Figura 3.3: CRLB (Função 3.33 com $n = 11$) e MCRLB (Função 3.43) em função da SNR (em escala semi-log) para SIR = 0,6 dB e $\sigma_L = 2$ dB. A linha tracejada representa o CRLB na ausência da interferência, ou seja, quando apenas o ruído AWGN está presente.

Uma comparação entre o MCRLB, dado pela expressão aproximada em forma fechada, e o CRLB é exibida na Figura 3.3. As curvas do MCRLB estão levemente abaixo das curvas do CRLB. Esse comportamento é esperado, uma vez que ambos são limites inferiores e o MCRLB tem uma precisão menor. Apesar disso, os valores obtidos pelos dois limites são bem próximos, o que mostra que o MCRLB é uma boa alternativa ao CRLB, considerando que ele é mais simples de ser obtido e computado.

As curvas do CRLB em função da SIR também são analisadas. A Figura 3.4 confirma o que foi apontado anteriormente. O CRLB é mais sensível ao parâmetro σ_L em valores baixos da SIR. Esse fato reforça a importância do receptor conhecer os

parâmetros da distribuição da IE, para obter uma estimação de fase mais eficiente, quando os níveis de interferência são altos.

A Figura 3.5 exibe o efeito da SNR no CRLB. Para valores baixos da SNR, o CRLB é predominantemente determinado pelo ruído AWGN e a SIR tem menor influência no comportamento da curva. Porém, em todos os casos, verifica-se um aumento do CRLB à medida que a SIR diminui, ou seja, quando a potência da IE aumenta.

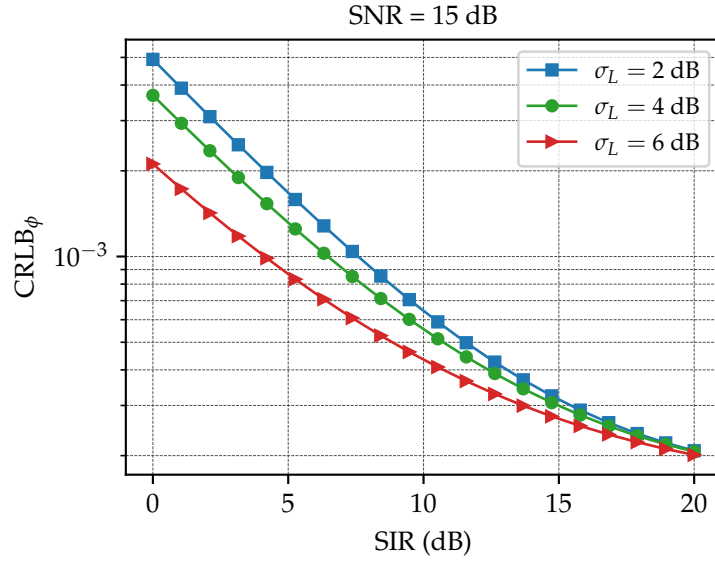


Figura 3.4: CRLB em função da SIR (em escala semi-log) para $SNR = 15$ dB, $\sigma_{L(dB)} = 2, 4, 6$ dB e $n = 11$.

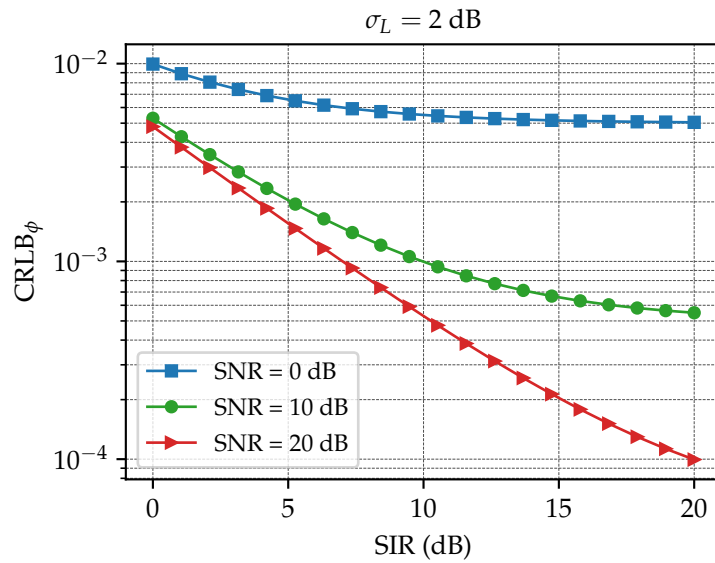


Figura 3.5: CRLB em função da SIR (em escala semi-log) para $\sigma_{L(dB)} = 2$ dB, $SNR = 0, 10, 20$ dB e $n = 11$.

De forma geral, essas curvas mostram que a presença da IE aumenta o erro de

estimação da fase da portadora. Valores maiores de σ_L implicam uma distribuição mais assimétrica e de cauda longa. Logo, os valores mais baixos de potência interferente ocorrem com maior probabilidade, enquanto os valores altos ocorrem com menor probabilidade devido à cauda longa. Assim, muitas amostras do sinal recebido são afetadas por amostras da IE com baixa potência, enquanto poucas amostras do sinal são afetadas por amostras de IE com potência alta. Entretanto, valores mais altos de σ_L podem aumentar a discrepância entre os resultados práticos e teóricos.

3.3 Estimação de Fase da Portadora em Sistemas com Modulação M -PSK

A partir dos conceitos apresentados na Seção 3.1 e seguindo os métodos utilizados na Seção 3.2, é analisando o efeito da IE na estimação de fase de uma portadora com modulação M -PSK. Para isso, considera-se que o sinal transmitido é

$$s_m(t) = A \cos \theta_m \cos(2\pi f_c t) - A \sin \theta_m \sin(2\pi f_c t), \quad (3.47)$$

em que f_c e A são a frequência e a amplitude da portadora, respectivamente. Os deslocamentos de fase associados aos M símbolos são dados por

$$\theta_m = 2\pi(m-1)/M, \quad m = 1, 2, 3 \dots, M. \quad (3.48)$$

Considerando que o símbolo em banda base é idealmente formatado, a envoltória complexa de $s_m(t)$ é

$$\begin{aligned} \tilde{s}_m &= A \cos \theta_m + jA \sin \theta_m \\ &= Ae^{j\theta_m}. \end{aligned} \quad (3.49)$$

Substituindo o resultado anterior na Expressão 3.6, a FDP condicional da k -ésima amostra recebida é

$$f_R(\tilde{r}_k | \theta_m, \phi, l) = \frac{1}{2\pi(N_0 + l)} \exp \left[-\frac{|\tilde{r}_k - Ae^{j(\theta_m + \phi)}|^2}{2(N_0 + l)} \right]. \quad (3.50)$$

Para um sistema M -PSK com símbolos equiprováveis, a Expressão 3.50 pode ser usada para calcular

$$\begin{aligned} f_R(\tilde{r}_k | \phi, l) &= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M f_R(\tilde{r}_k | \theta_m, \phi, l) \\ &= \frac{1}{\pi M(N_0 + l)} \exp \left[-\frac{|\tilde{r}_k|^2 + A^2}{2(N_0 + l)} \right] \sum_{m=1}^{M/2} \cosh \left[\frac{A \Re \left\{ \tilde{r}_k e^{-j(\theta_m + \phi)} \right\}}{2(N_0 + l)} \right]. \end{aligned} \quad (3.51)$$

Esse resultado é obtido utilizando a propriedade de simetria da constelação M -PSK, que pode ser descrita por $e^{j(\theta_m+\pi)} = -e^{j\theta_m}$.

Aplicando na FDP 3.51 o mesmo procedimento utilizando em Função 3.14, a seguinte função é obtida

$$f_R(\tilde{r}_k|\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi M\pi}} \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{\chi_i} \exp\left(-\frac{|\tilde{r}_k|^2 + A^2}{2\chi_i}\right) \sum_{m=1}^{M/2} \cosh\left(\frac{A}{\chi_i} \Re\left\{\tilde{r}_k e^{-j(\theta_m+\phi)}\right\}\right), \quad (3.52)$$

em que $\chi_i = \exp(\sigma_L x_i + \mu_L) + N_0$ e as variáveis x_i , w_i e n são, respectivamente, as raízes, os pesos e o número de pontos da quadratura. Logo, a função de verossimilhança logarítmica pode ser calculada por

$$\Lambda_L(\phi) = \sum_{k=1}^K \ln f_R(\tilde{r}_k|\phi). \quad (3.53)$$

Conforme é discutido na Seção 3.2, a estimativa de máxima verossimilhança da fase, $\hat{\phi}$, é obtida pelo valor de ϕ que maximiza $\Lambda_L(\phi)$. Embora esse valor possa ser encontrado igualando a zero a primeira derivada parcial da Função 3.53 em relação a ϕ , neste caso, não é possível obter uma expressão explícita para a estimativa $\hat{\phi}$. Entretanto, essa função serve para obter o CRLB.

3.3.1 Limite Inferior de Cramér-Rao

As expressões apresentadas na Seção 3.2.1 mostram que o CRLB pode ser calculado por

$$\begin{aligned} \text{CRLB}_\phi &= -\text{E} \left[\frac{\partial^2 \Lambda_L(\phi)}{\partial \phi^2} \right]^{-1} \\ &= \frac{1}{K} \text{E} \left[\left(\frac{1}{f_R(\tilde{r}_k|\phi)} \frac{\partial f_R(\tilde{r}_k|\phi)}{\partial \phi} \right)^2 \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (3.54)$$

A derivada no argumento do valor esperado da Expressão 3.54 é

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_R(\tilde{r}_k|\phi)}{\partial \phi} &= \frac{A}{\sqrt{2\pi M\pi}} \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{\chi_i^2} \exp\left(-\frac{|\tilde{r}_k|^2 + A^2}{2\chi_i}\right) \times \\ &\quad \times \sum_{m=1}^{M/2} \Im\left\{\tilde{r}_k e^{-j(\theta_m+\phi)}\right\} \sinh\left(\frac{A}{\chi_i} \Re\left\{\tilde{r}_k e^{-j(\theta_m+\phi)}\right\}\right). \end{aligned} \quad (3.55)$$

Substituindo a Função 3.52 e a Função 3.55 na Expressão 3.54, o CRLB pode ser escrito como

$$\text{CRLB}_\phi = \frac{1}{KA^2} \mathbb{E} \left[\left(\frac{\sum_{i=1}^n \frac{w_i}{\chi_i^2} \exp \left(-\frac{|\tilde{r}_k|^2 + A^2}{2\chi_i} \right) \sum_{m=1}^{M/2} \Im \left\{ \tilde{r}_k e^{-j(\theta_m + \phi)} \right\} \sinh \left(\frac{A}{\chi_i} \Re \left\{ \tilde{r}_k e^{-j(\theta_m + \phi)} \right\} \right)}{\sum_{i=1}^n \frac{w_i}{\chi_i} \exp \left(-\frac{|\tilde{r}_k|^2 + A^2}{2\chi_i} \right) \sum_{m=1}^{M/2} \cosh \left(\frac{A}{\chi_i} \Re \left\{ \tilde{r}_k e^{-j(\theta_m + \phi)} \right\} \right)} \right)^2 \right]^{-1}. \quad (3.56)$$

O valor esperado do CRLB 3.56 pode ser avaliado numericamente reescrevendo a FDP 3.50 em termos das componentes real e imaginária de $\tilde{r}_k$. Assim, o argumento desse valor esperado é definido como a função $f(\tilde{r}_k)$ e as seguintes trocas de variáveis são efetuadas

$$x_p = \frac{\Re\{\tilde{r}_k\} - A \cos(\theta_m + \phi)}{\sqrt{N_0 - 1}}, \quad (3.57)$$

$$x_q = \frac{\Im\{\tilde{r}_k\} - A \sin(\theta_m + \phi)}{\sqrt{N_0 - 1}} \quad (3.58)$$

e

$$x_i = \frac{\ln l - \mu_L}{\sigma_L}. \quad (3.59)$$

Logo, o valor esperado pode ser calculado por

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[f(\tilde{r}_k)] &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\tilde{r}_k) f_R(\tilde{r}_k | \phi) d\tilde{r}_k \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\tilde{r}_k) \int_0^{\infty} \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M f_R(\tilde{r}_k | \theta_m, \phi, l) f_L(l) dl d\tilde{r}_k \\ &= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\tilde{r}_k) f_R(\Re\{\tilde{r}_k\} | \theta_m, \phi, l) f_R(\Im\{\tilde{r}_k\} | \theta_m, \phi, l) f_L(l) d\Re\{\tilde{r}_k\} d\Im\{\tilde{r}_k\} dl \\ &= \frac{1}{M(2\pi)^{3/2}} \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^n \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n w_q w_p w_i f((x_p + jx_q)\sqrt{\chi_i} + Ae^{j(\theta_m + \phi)}), \end{aligned} \quad (3.60)$$

em que $\chi_i = \exp(\sigma_L x_i + \mu_L) + N_0$, x_i , x_p e x_q são as raízes do polinômio de Hermite de grau n , e w_i , w_p e w_q são os pesos da quadratura.

3.3.2 CRLB Modificado

Infelizmente, para o caso do sistema M -PSK sujeito à IE não é possível obter uma expressão simples e precisa para o MCRLB. Conforme é apresentado na Seção 3.2.2, a diferença entre o CRLB e o MCRLB é que esse último utiliza o valor esperado em relação à distribuição conjunta das variáveis conhecidas.

Assim, neste caso, é necessário calcular o valor esperado em relação à FDP conjunta $f_{R,\theta,L}(\tilde{r}_k, \theta_m, l)$, o que resulta na seguinte expressão,

$$\begin{aligned} \text{MCRLB}_\phi &= \left\{ -\mathbb{E}_L \left[\mathbb{E}_\theta \left[\mathbb{E}_{R|\theta,L} \left[\frac{\partial^2 \ln f_R(\tilde{\mathbf{r}}|\phi, \theta_m l)}{\partial \phi^2} \right] \right] \right] \right\}^{-1} \\ &= \left\{ -\mathbb{E}_L \left[\mathbb{E}_\theta \left[\mathbb{E}_{R|\theta,L} \left[-\frac{A}{N_0 + l} \sum_{k=1}^K \Re \{ \tilde{r}_k e^{-j\phi} \} \right] \right] \right] \right\}^{-1} \\ &= \left\{ -\mathbb{E}_L \left[\mathbb{E}_\theta \left[-\frac{A^2 K}{N_0 + l} \right] \right] \right\}^{-1} \\ &= \left\{ A^2 K \mathbb{E}_L \left[\frac{1}{N_0 + l} \right] \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (3.61)$$

Essa expressão é idêntica ao MCRLB para o caso da portadora não modulada (Expressão 3.41) e, portanto, não é uma boa aproximação do CRLB para sistemas M -PSK, pois não é sensível à ordem de modulação.

Por outro lado, caso seja utilizado o cálculo do valor esperado em relação à FDP conjunta $f_{R,L}(\tilde{r}_k, l)$, seria necessário calcular a integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{A^2 \exp \left(-\frac{|\tilde{r}_k|^2 + A^2}{2(N_0 + l)} \right) \left[\sum_{m=1}^{M/2} \Im \left\{ \tilde{r}_k e^{-j(\theta_m + \phi)} \right\} \sinh \left(\frac{A}{2(N_0 + l)} \Re \left\{ \tilde{r}_k e^{-j(\theta_m + \phi)} \right\} \right) \right]^2}{4\pi M(N_0 + l)^3 \sum_{m=1}^{M/2} \cosh \left(\Re \left\{ \frac{A}{2(N_0 + l)} \tilde{r}_k e^{-j(\theta_m + \phi)} \right\} \right)} d\tilde{r}_k. \quad (3.62)$$

Isso tornaria a obtenção do MCRLB consideravelmente mais complexa do que o cálculo do próprio CRLB, que é avaliado numericamente.

3.3.3 Análise de Desempenho da Estimação

A partir da expressão obtida para o CRLB, avalia-se o efeito da IE na estimação de fase da portadora de um sinal M -PSK. Para isso, a Expressão 3.56 é parametrizada em função da SNR, SIR e SINR, conforme descrito na Seção 3.2.3. Variando esses parâmetros, é possível avaliar como a IE afeta a estimação de fase da portadora em diferentes cenários.

Devido à alta não linearidade, não é possível avaliar numericamente o CRLB para todas as faixas de SINR, nem para modulações de alta ordem (valores grandes de M). Todas as curvas do CRLB apresentadas estão em escala semi-log e foram geradas fixando $A = 1$, $K = 100$ e $n = 9$.

3.3.4 Resultados

O efeito da IE na estimação de fase é analisada graficamente a partir da Expressão 3.56. A Figura 3.6 exibe as curvas do CRLB para as modulações por chaveamento

de fase binário (*Binary Phase-Shift Keying* – BPSK) ($M = 2$), por chaveamento de fase quaternário (*Quaternary Phase-Shift Keying* – QPSK) ($M = 4$), 8-PSK e 16-PSK, na presença da IE e também para o caso em que apenas o ruído AWGN é considerado. Para cada uma dessas modulações, a SIR foi definida constante e os parâmetros σ_L e μ_L foram variados conforme a Fórmula 3.45.

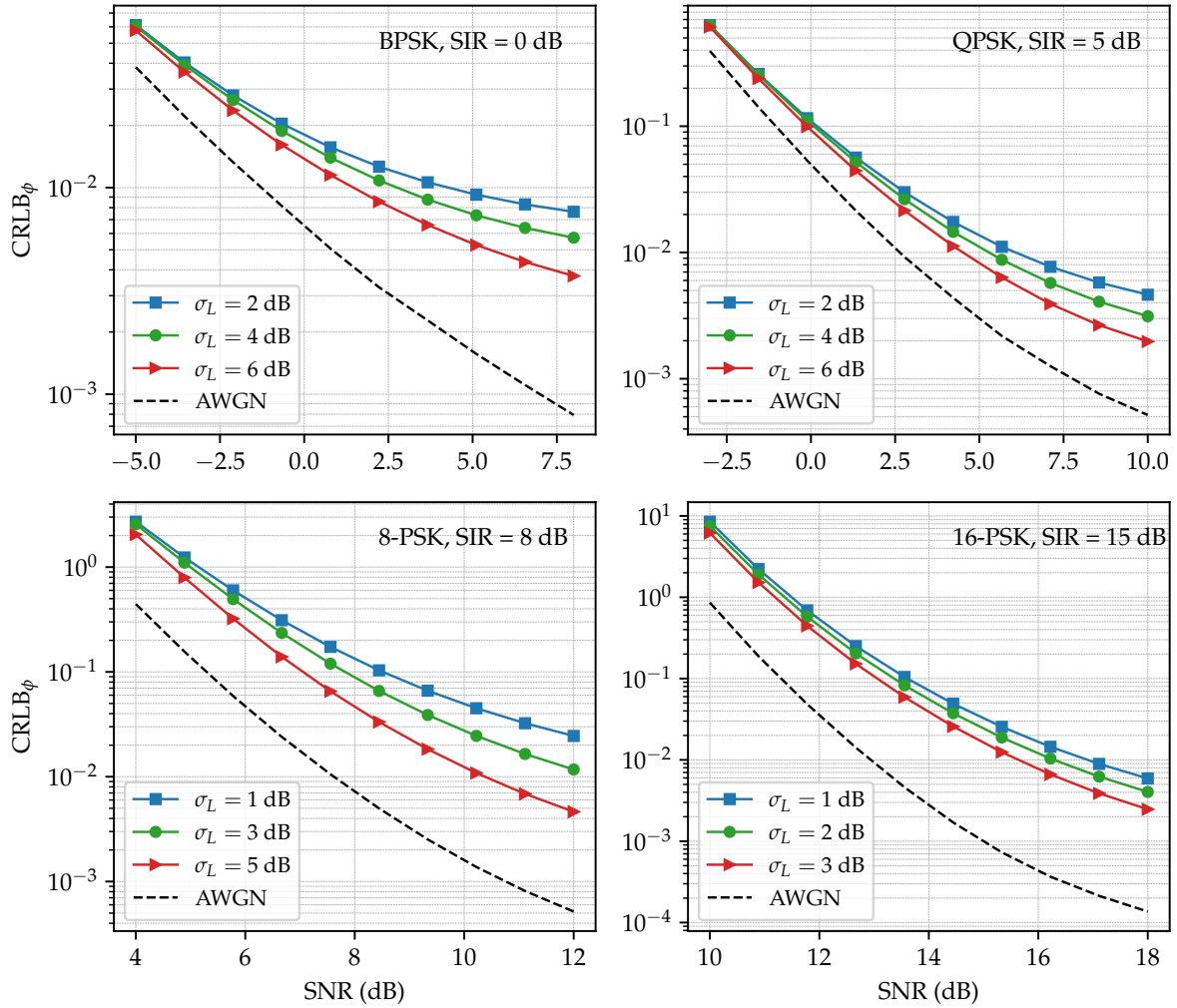


Figura 3.6: CRLB em função da SNR (em escala semi-log) para diversos valores de M , SIR e $\sigma_{L(dB)}$. As linhas com marcadores indicam os valores obtidos pelo CRLB teórico dado pela Função 3.56 com $n = 9$. A linha tracejada representa o CRLB na ausência da interferência, ou seja, quando apenas o ruído AWGN está presente.

Observa-se que para cenários de baixa SNR, o CRLB na presença da interferência se aproxima do CRLB para o ruído AWGN. Nesse caso, o CRLB é pouco influenciado pelos valores individuais dos parâmetros da distribuição lognormal, mas depende do valor da SIR média. Para regiões de SNR moderada e alta, o efeito da interferência fica mais evidente, aumentando a variância do erro de estimação quando comparado com o caso em que a interferência não está presente (ruído AWGN apenas).

Além disso, observa-se também que, para os casos de alta SNR, os valores individuais dos parâmetros da distribuição lognormal têm maior influência no CRLB. Comparando interferências com a mesma potência média (mesma SIR), mas com diferentes valores de σ_L , percebe-se que o CRLB é menor para as distribuições com maior espalhamento (maiores valores de σ_L). Valores maiores de σ_L caracterizam uma distribuição mais assimétrica e de cauda longa. Dessa forma, os baixos valores de potência ocorrem com maior probabilidade, enquanto os valores de potência muito altos ocorrem com probabilidade baixa (cauda longa). Assim, muitas amostras do sinal recebido apresentam interferência com baixas potências e poucas amostras apresentam interferência com potências muito altas. Quando σ_L é pequeno, a distribuição da potência da interferente é mais simétrica, de forma que as amostras do sinal recebido são afetadas mais uniformemente pela interferência.

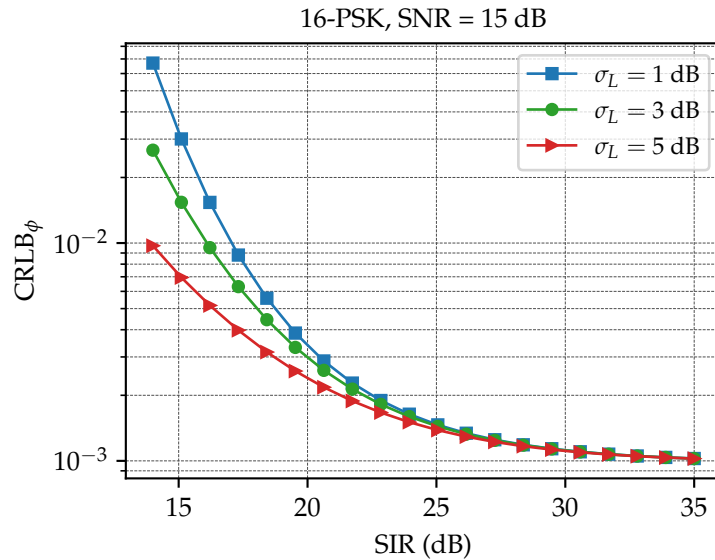


Figura 3.7: CRLB em função da SIR (em escala semi-log) para $M = 16$, $\text{SNR} = 15$ dB, $\sigma_{L(\text{dB})} = 1, 3, 5$ dB e $n = 9$.

A Figura 3.7 exibe o CRLB de um sistema 16-PSK em função da SIR, para diferentes valores de σ_L e $\text{SNR} = 15$ dB constante. Para cada valor de σ_L , o parâmetro μ_L é variado para obter os valores da SIR. É possível notar que, quando a SNR é mantida constante em um valor moderado, o espalhamento da distribuição lognormal tem maior influência no CRLB em valores baixos da SIR. Quando a potência do sinal é muito maior do que a potência interferente (SIR alta), os CRLBs na presença de interferências com diferentes σ_L convergem para o mesmo valor. Esse comportamento é esperado, visto que para valores muito pequenos da potência interferente, o erro de estimação tende a ser determinado predominantemente pela potência do ruído AWGN.

O CRLB para um sistema QPSK é apresentado em função da SIR na Figura 3.5.

O parâmetro de espalhamento σ_L é mantido constante e diferentes valores de SNR são avaliados. Neste caso, observa-se que o valor da SNR influencia o valor mínimo do CRLB. Assim, para uma dada SNR, aumentar a SIR apenas reduz o CRLB até certo ponto. Após atingir esse limite, o desempenho da estimação não pode ser melhorado aumentando a SIR. Para isso, deve-se aumentar também a SNR.

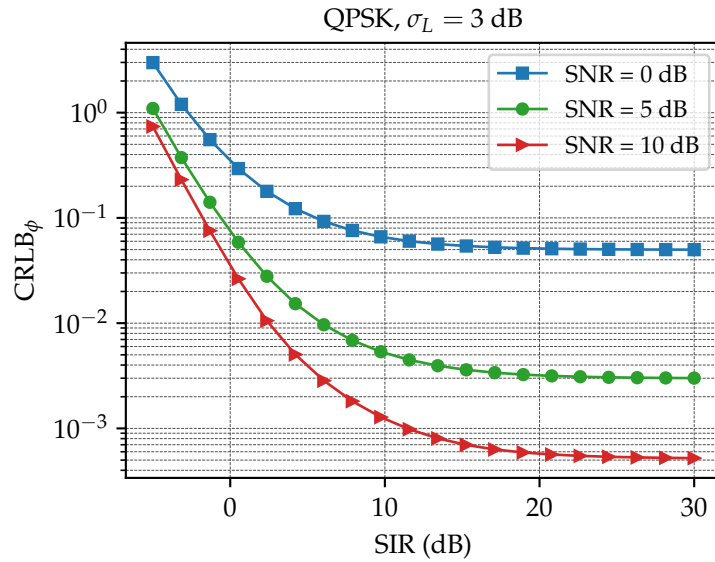


Figura 3.8: CRLB em função da SIR (em escala semi-log) para $M = 4$, $\sigma_{L(dB)} = 3$ dB, SNR = 0, 5, 10 dB e $n = 9$.

3.4 Conclusão

Este capítulo apresentou uma análise do efeito da IE na estimação de fase da portadora no receptor para demodulação coerente. Foram avaliados os casos em que a estimação é feita a partir de uma portadora não modulada e de uma portadora com modulação M -PSK.

Simulações de Monte Carlo foram realizadas para o caso da portadora não modulada. Os resultados obtidos mostram que, conhecendo os parâmetros da distribuição de potência da IE, é possível implementar um estimador de fase eficiente. Esses parâmetros podem ser estimados, por exemplo, por um subsistema que atua paralelamente e alimenta o estimador de fase.

A observação das curvas do CRLB possibilitou analisar para a estimação em diferentes cenários. Verificou-se que o espalhamento da distribuição de potência da IE influencia a curva da variância de erros, de forma que o CRLB é reduzido à medida que o parâmetro de espalhamento aumenta.

Ainda para o caso da portadora não modulada, uma expressão aproximada para o MCRLB foi apresentada. Os resultados mostraram que MCRLB é uma boa aproximação para o CRLB teórico, com a vantagem de ter uma representação analítica em forma fechada e de ser computada mais simplesmente.

Para o sinal M -PSK, a estimação se torna mais desafiadora devido à não linearidade da função de verossimilhança. Nesse caso, o CRLB foi avaliado numericamente para diferentes cenários. Assim como no primeiro caso, foi verificado que a presença da IE aumenta os erros de estimação e que o CRLB é influenciado pelo espalhamento da distribuição.

Capítulo 4

Efeito da Interferência Epidêmica na Probabilidade de Erro de Sistemas de Comunicações Digitais

O ruído e a interferência presentes no canal de comunicação afetam o sinal transmitido causando degradações aleatórias no sinal recebido, podendo levar a erros na detecção dos símbolos. A probabilidade de erro de detecção é uma importante medida de desempenho em sistemas de comunicações digitais, ela pode ser avaliada em termos de símbolos ou de bits. Dependendo da constelação utilizada no esquema de modulação, cada erro na detecção de um símbolo representa o erro de um ou mais bits.

A probabilidade de erro de símbolo (*Symbol Error Probability* – SEP) e probabilidade de erro de bit (*Bit Error Probability* – BEP) estão relacionadas com a distribuição de probabilidade do sinal interferente, composto pelo ruído do canal e pela interferência. A SEP e BEP são utilizadas como estimativas da taxa de erro de símbolo (*Symbol Error Rate* – SER) e da taxa de erro de bit (*Bit Error Rate* – BER), respectivamente.

Neste capítulo, avalia-se o desempenho de sistemas de comunicações digitais sujeitos à IE em termos da probabilidade média de erro de símbolo (*Average Symbol Error Probability* – ASEP) e probabilidade média de erro de bit (*Average Bit Error Probability* – ABEP). São derivadas as expressões da ASEP e ABEP para os esquemas de modulação BPSK, QPSK, M-PSK, M-ASK e M-QAM (para $M > 4$) em canais com interferência, ruído e desvanecimento. Essas expressões são avaliadas numericamente e confirmadas por simulações de Monte Carlo. Os resultados obtidos mostram que a presença da IE aumenta a probabilidade de erros e que os parâmetros da distribuição de potência da interferência influenciam as curvas de probabilidade de erro.

4.1 Receptor Ótimo na Presença da IE

Antes de analisar o efeito da IE nas funções de probabilidade de erro de sistemas digitais, é interessante investigar se o conhecimento das estatísticas da IE pode contribuir para a estimação do sinal recebido. Essa análise permite identificar a melhor estratégia de decisão que deve ser implementada pelo receptor ótimo em cenários onde a IE está presente.

No modelo de sistema analisado, o sinal $s(t)$ é transmitido em um canal plano, sem desvanecimento, com ruído AWGN de potência N_0 e IE com potência L , em que $L \sim \mathcal{LN}(\mu_L, \sigma_L^2)$. Considera-se que o transmissor e o receptor estão sincronizados, de forma que a demodulação coerente pode ser perfeitamente realizada. Após a amostragem ideal, haverá uma amostra do sinal recebido para cada intervalo de símbolo. Assim, uma amostra qualquer do envelope complexo do sinal recebido é

$$\tilde{r} = \tilde{s} + \tilde{n} + \tilde{z}, \quad (4.1)$$

em que, $\tilde{s}$ assume o valor de um dos M símbolos da constelação complexa $\mathcal{C} = \{c_i\}_{i=1}^M$, $\tilde{n}$ é uma amostra do ruído AWGN complexo e $\tilde{z}$ é uma amostra da IE complexa.

Os símbolos da constelação $\mathcal{C}$ são escolhidos com igual probabilidade para serem transmitidos. Logo, o receptor ótimo pode ser implementado utilizando o critério de máxima verossimilhança. Para isso, a função de estimação pode ser obtida a partir da FDP condicional do sinal recebido, dada por

$$f_R(\tilde{r}|\tilde{s}, l) = \frac{1}{2\pi(N_0 + l)} \exp \left[\frac{-|\tilde{r} - \tilde{s}|^2}{2(N_0 + l)} \right]. \quad (4.2)$$

Calculando a média da FDP 4.2 em relação a L , tem-se a seguinte função de verossimilhança,

$$\begin{aligned} f_R(\tilde{r}|\tilde{s}) &= \int_0^\infty f_R(\tilde{r}|\tilde{s}, l) f_L(l) dl \\ &= (2\pi)^{-3/2} \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{\chi_i} \exp \left[-\frac{|\tilde{r} - \tilde{s}|^2}{2\chi_i} \right], \end{aligned} \quad (4.3)$$

em que $f_L(l)$ é a FDP lognormal, $\chi_i = e^{\sigma_L^2 x_i + \mu_L} + N_0$, $\{x_i\}_{i=1}^n$ são as raízes do polinômio de Hermite de grau n e $\{w_i\}_{i=1}^n$ são os pesos da quadratura. Como w_i e χ_i assumem apenas valores positivos, maximizar o somatório de exponenciais do lado direito da Expressão 4.3 equivale a maximizar os argumentos dessas exponenciais. Assim, deve-se identificar o valor de $\tilde{s}$ que maximize

$$\frac{1}{\chi_i} \left(-\frac{|\tilde{r}|^2}{2} + \Re\{\tilde{r}\tilde{s}^*\} - \frac{|\tilde{s}|^2}{2} \right). \quad (4.4)$$

Na Expressão anterior, o termo que contém as informações sobre a distribuição de potência da IE, χ_i , é multiplicado por todos os outros termos, de forma que pode ser ignorado. Eliminando o termo que não depende de $\tilde{s}$, a seguinte função é obtida,

$$\Lambda_{\tilde{s}} = \Re\{\tilde{r}\tilde{s}^*\} - \frac{|\tilde{s}|^2}{2}. \quad (4.5)$$

Essa função é idêntica à função de verossimilhança logarítmica do receptor ótimo para canais AWGN. Isso mostra que, diferente do que ocorre com estimação da fase de portadora (Capítulo 3), o receptor não pode se beneficiar do conhecimento das estatísticas da IE para estimar o símbolo recebido. Portanto, a estratégia de decisão convencional para canais AWGN também é ótima para o modelo de canal com IE. Apesar disso, a presença da IE de fato impacta as taxas de erros na recepção do sinal, conforme é apresentado nas próximas seções.

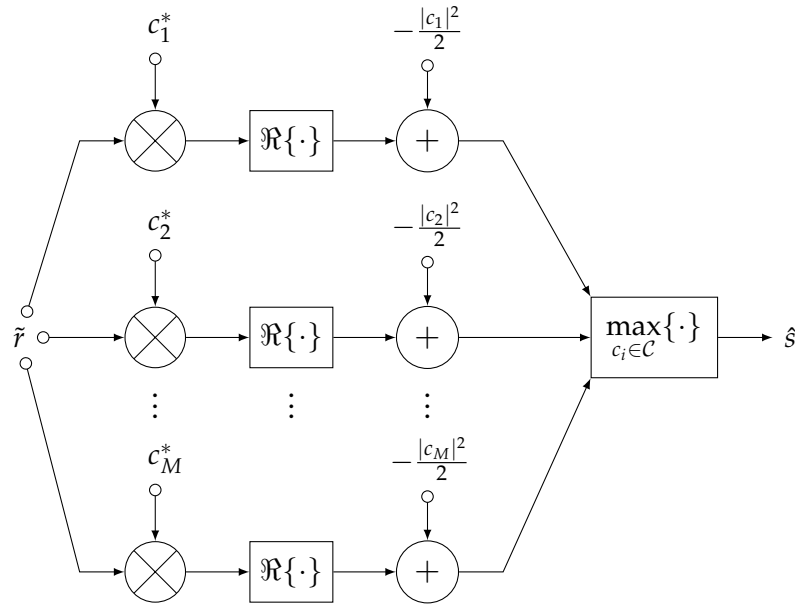


Figura 4.1: Modelo de receptor para canais com ruído AWGN e IE.

Um diagrama do receptor baseado a Função 4.5 é apresentado na Figura 4.1. Nesse caso, há M braços ou ramos, cada um relacionado a um possível símbolo c_i . Ao final, o receptor escolhe o símbolo associado ao ramo que gerou a maior saída.

A Figura 4.2 exhibe uma forma de implementar um ramo do receptor da Figura 4.1 utilizando amostras em fase e quadratura do sinal recebido e dos símbolos (sinais IQ). O modelo apresentado é adequado para aplicações de rádio definido por *software* (*Software Defined Radio* – SDR) e simulações computacionais, que fazem amplo uso de processamento de sinais IQ. Esse tipo de receptor é também considerado nas simulações cujos resultados são apresentados ao longo deste capítulo.

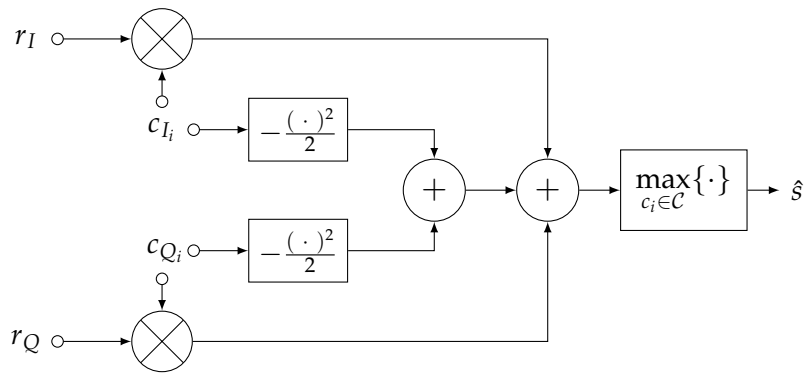


Figura 4.2: Implementação do receptor ótimo utilizando amostras em fase e quadratura do sinal recebido.

4.2 Medidas de Desempenho de Sistemas de Digitais

Nesta seção, são apresentadas medidas para a avaliação de desempenho em sistemas de comunicações sob a presença de interferência epidêmica. Essas medidas são utilizadas nas análises apresentadas nas seções seguintes.

4.2.1 A SINR Média

A variação aleatória da potência da IE implica a aleatoriedade da SINR. Dessa forma, para muitas análises é necessário conhecer a distribuição de probabilidade de SINR e seu valor médio, que é dado por

$$\bar{\gamma} = E[\gamma] = \int_0^{\infty} \gamma f_{\gamma}(\gamma) d\gamma, \quad (4.6)$$

em que $f_{\gamma}(\gamma)$ é a FDP da SINR aleatória γ .

4.2.2 Probabilidade de Interrupção

O aumento do nível de interferência somado ao ruído do canal, reduz a SINR e leva ao aumento da probabilidade de erro de detecção. O aumento da taxa de erro implica a redução da taxa de transmissão de dados de um canal, pois os símbolos detectados incorretamente precisarão ser retransmitidos.

A taxa de transmissão de um canal precisa estar acima de um determinado limiar para satisfazer os requisitos de qualidade de serviço, por exemplo, em uma transmissão de voz ou vídeo. Caso a taxa de transmissão seja reduzida abaixo desse limiar, ocorrerá um evento de interrupção ou indisponibilidade do serviço. A chance de ocorrência desse evento é dada pela probabilidade de interrupção (*Outage Probability* – OP).

A OP também pode ser avaliada como probabilidade da SINR ficar abaixo de um determinado limiar γ_l estabelecido [7]. Logo,

$$\begin{aligned} P_O(\gamma_l) &= \Pr(\gamma \leq \gamma_l) \\ &= \int_0^{\gamma_l} f_\gamma(\gamma) d\gamma. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Nota-se que, a OP é obtida pela FDA da SINR.

4.2.3 Probabilidade Média de Erro

A probabilidade de erro de sistemas de comunicação é, geralmente, uma função da SINR. No caso em que a SINR é uma variável aleatória, define-se a probabilidade média de erro como [11]

$$P_E(\bar{\gamma}) = \int_0^\infty P(E|\gamma) f_\gamma(\gamma) d\gamma, \quad (4.8)$$

em que $P(E|\gamma)$ é a SEP ou a BEP condicionada a um determinado valor de γ . Dependendo da função de probabilidade condicional utilizada, $P_E(\bar{\gamma})$ será a ASEP ou a ABEP. Vale notar, que o intervalo de integração está definido apenas para valores positivos, pois a SINR é sempre positiva.

4.2.4 Probabilidade de Erro para Sistemas de Modulação Digital

Muitos sistemas de modulação digital têm sido investigados e avaliados em diferentes ambientes. As expressões exatas ou aproximadas para a probabilidade de erro de alguns desses sistemas de modulação, sujeitos ao ruído AWGN, são bem conhecidas na literatura [10].

Considerando a detecção coerente ideal, supondo que transmissor e receptor estão em sincronismo de fase, a SEP para sistemas com modulação BPSK ou 2-PSK é

$$P_{BPSK}(\gamma_s) = Q\left(\sqrt{2\gamma_s}\right), \quad (4.9)$$

em que γ_s é a SINR por símbolo transmitido e a Função $Q(\cdot)$ é dada pela Expressão 2.25. No caso do BPSK, em que apenas dois símbolos são transmitidos, o número de bits por símbolo é $\log_2(2) = 1$. Portanto, a SINR por bit γ_b é igual a γ_s e a BEP é dada também pela Função 4.9.

Para sistemas QPSK a SEP é dada por

$$P_{QPSK}(\gamma_s) = 2Q(\sqrt{\gamma_s}) - Q^2(\sqrt{\gamma_s}). \quad (4.10)$$

Para esse sistema, há quatro símbolos possíveis, portanto cada símbolo transporta dois bits e $\gamma_s = \log_2 4\gamma_b$. Se o mapeamento entre bits e símbolos é feito utilizando o código Gray, a BEP do QPSK é

$$\begin{aligned} P_{QPSK}(\gamma_b) &= Q(\sqrt{\gamma_s}) \\ &= Q(\sqrt{2\gamma_b}), \end{aligned} \quad (4.11)$$

igual à BEP do BPSK [7].

No caso de sistemas M -PSK com $M > 4$, a SEP e a BEP podem ser aproximadas, respectivamente, por [11]

$$P_{PSK}(\gamma_s) \approx 2Q\left(\sqrt{2\gamma_s} \sin \frac{\pi}{M}\right) \quad (4.12)$$

e

$$P_{PSK}(\gamma_b) \approx \frac{2}{\log_2 M} Q\left(\sqrt{2\log_2 M \gamma_b} \sin \frac{\pi}{M}\right). \quad (4.13)$$

A SEP para o esquema de modulação M -ASK é

$$P_{ASK}(\gamma_s) = 2\left(1 - \frac{1}{M}\right) Q\left(\sqrt{\frac{6\gamma_s}{M^2 - 1}}\right). \quad (4.14)$$

Para símbolos equiprováveis com igual energia, a SINR por bit é $\gamma_b = \gamma_s / \log_2 M$. Se o código Gray é usado para mapear os bits em símbolos, a BEP do M -ASK é dada por

$$P_{ASK}(\gamma_b) = \frac{2}{\log_2 M} \left(1 - \frac{1}{M}\right) Q\left(\sqrt{\frac{6\log_2 M \gamma_b}{M^2 - 1}}\right). \quad (4.15)$$

Muitos sistemas de comunicações móveis atuais utilizam a modulação M -QAM. Para $M = 4$, a SEP e a BEP são iguais às do sistema QPSK. Para o caso geral, em que $M \geq 4$, a SEP é [10]

$$P_{QAM}(\gamma_s) = 4 \left[\left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) Q\left(\sqrt{\frac{3\gamma_s}{M-1}}\right) - \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)^2 Q^2\left(\sqrt{\frac{3\gamma_s}{M-1}}\right) \right]. \quad (4.16)$$

O cálculo da BEP exata para sistemas de maior ordem pode ser trabalhoso e depende do mapeamento entre bits e símbolos. Considerando o uso do código Gray, uma expressão aproximada da BER para o M -QAM é dada por [11]

$$P_{QAM}(\gamma_b) \approx \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) \left(\frac{4}{\log_2 M}\right) \sum_{i=0}^{\sqrt{M}/2-1} Q\left((2i+1)\sqrt{\frac{3\log_2 M}{M-1}\gamma_b}\right). \quad (4.17)$$

4.2.5 Probabilidade Média de Erro Envolvendo a Função Q

Conforme apresentado na seção anterior, muitas funções de probabilidade de erro em sistemas digitais envolvem a Função $Q(\cdot)$. Dessa forma, utilizando a Expressão 4.8 e considerando $P(E|\gamma) = Q(b\sqrt{\gamma})$, para b constante, o cálculo de expressões da ASEP e ABEP apresentam a forma da seguinte integral,

$$\begin{aligned} I_Q &= \int_0^\infty Q(b\sqrt{\gamma}) f_\gamma(\gamma) d\gamma \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \int_{b\sqrt{\gamma}}^\infty \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) f_\gamma(\gamma) dx d\gamma. \end{aligned} \quad (4.18)$$

A Integral 4.18 é difícil de ser avaliada, pois o argumento da Função $Q(\cdot)$ aparece no limite inferior de integração. Além disso, o limite superior infinito pode levar a problemas de precisão ou convergência em implementações numéricas. Dito isso, é conveniente representar a Função $Q(\cdot)$ pela Fórmula de Craig [77, 11],

$$Q(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x}{\sin \theta}\right)^2\right] d\theta. \quad (4.19)$$

De forma semelhante, a Função $Q^2(\cdot)$ pode ser expressa como

$$Q^2(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/4} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x}{\sin \theta}\right)^2\right] d\theta. \quad (4.20)$$

4.3 Avaliação de Desempenho na Presença Apenas da IE

Nesta seção, considera-se o caso simples em que a potência da interferência é muito maior do que a potência do ruído permanente do receptor. Assim, o ruído AWGN pode ser desprezado e a SINR instantânea é igual à SIR definida como

$$\gamma = \frac{P_s}{L}, \quad (4.21)$$

em que P_s é a potência do sinal de interesse e L é a potência da IE. Considera-se que todos os símbolos transmitidos têm a mesma energia, de forma que P_s permanece constante, enquanto a potência da interferência tem distribuição lognormal, $L \sim \mathcal{LN}(\mu_L, \sigma_L^2)$.

Utilizando transformação de variáveis aleatórias [15], a FDP da SIR por ser obtida por

$$\begin{aligned} f_\gamma(\gamma) &= \frac{f_L(P_s/\gamma)}{|d\gamma/dL|} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\gamma\gamma} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln \gamma - \mu_\gamma}{\sigma_\gamma}\right)^2\right], \end{aligned} \quad (4.22)$$

em que $\sigma_\gamma = \sigma_L$ e $\mu_\gamma = \ln P_s - \mu_L$. A partir do modelo da IE, sabe-se que $\mu_L = \ln P_0$ (FDP 2.15), em que P_0 é a potência da IE observada no instante inicial da mediação. Logo,

$$\begin{aligned}\mu_\gamma &= \ln \left(\frac{P_s}{P_0} \right) \\ &= \ln \gamma_0,\end{aligned}\tag{4.23}$$

em que γ_0 é a SIR observada no instante inicial.

Dessa forma, em cenários de alta SNR, em que o ruído AWGN pode ser desprezado, a SIR é também lognormal distribuída. Portanto, o seu valor médio pode ser obtido a partir da Expressão 4.6 e da Expressão 2.19,

$$\bar{\gamma} = \exp \left(\ln \gamma_0 + \frac{\sigma_\gamma^2}{2} \right).\tag{4.24}$$

4.3.1 Probabilidade de Interrupção

Conforme apresentado na Seção 4.2.2, a PO do canal é dada pela FDA da SIR em função do valor de um limiar γ_l . Logo, utilizando a Função 2.24, a PO para o caso analisado é

$$P_O(\gamma_l) = 1 - Q \left(\frac{\ln \gamma_l - \ln \gamma_0}{\sigma_\gamma} \right).\tag{4.25}$$

Observa-se que a P_O é uma função crescente. Isso significa que o aumento do requisito de SIR mínima (limiar) provoca o crescimento da probabilidade de ocorrer interrupções na transmissão.

4.3.2 Probabilidade Média de Erro com SIR Lognormal

Retomando a discussão iniciada na Seção 4.2.5, as funções de probabilidade média de erro podem ser obtidas por expressões na forma da Integral 4.18. Utilizando a Função 4.19 e sabendo que a SIR tem distribuição lognormal, a Intergral 4.18 pode ser reescrita como

$$I_Q = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \int_0^{\pi/2} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{b\sqrt{\gamma}}{\sin \theta} \right)^2 \right] \frac{1}{\gamma \sigma_\gamma \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(\gamma) - \mu_\gamma}{\sigma_\gamma} \right)^2 \right] d\theta d\gamma.\tag{4.26}$$

Fazendo a substituição $x = (\ln \gamma - \mu_\gamma) / \sigma_\gamma$, para $x \in [-\infty, \infty]$, tem-se

$$I_Q = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^\infty \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{b\sqrt{e^{\sigma_\gamma x + \mu_\gamma}}}{\sin \theta} \right)^2 \right] e^{-x^2/2} dx d\theta.\tag{4.27}$$

Essa integral pode ser resolvida pelo método da Quadratura de Gauss-Hermite e expressa como [11]

$$\begin{aligned} I_Q &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^n w_i \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{b\sqrt{e^{\sigma_\gamma x_i + \mu_\gamma}}}{\sin \theta} \right)^2 \right] d\theta \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^n w_i Q \left(b\sqrt{e^{\sigma_\gamma x_i + \mu_\gamma}} \right), \end{aligned} \quad (4.28)$$

em que x_i , w_i e n são, respectivamente, as raízes, os pesos e o número de pontos da quadratura. Repetindo os passos anteriores para a Função 4.20, pode-se calcular a integral

$$\begin{aligned} I_{Q^2} &= \int_0^\infty Q^2(b\sqrt{\gamma}) f_\gamma(\gamma) d\gamma \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^n w_i Q^2 \left(b\sqrt{e^{\sigma_\gamma x_i + \mu_\gamma}} \right). \end{aligned} \quad (4.29)$$

A partir desses resultados e das funções de probabilidade apresentadas na Seção 4.2.4, as expressões da ASEP e da ABEP para diferentes sistemas de modulações são avaliadas nas seções que seguem.

ASEP e ABEP para Sistemas BPSK

Para o sinal BPSK a probabilidade de erro condicionada a SIR é dada pela Função 4.9. Fazendo uso do método aplicado no cálculo da Integral 4.28, a ASEP pode ser calculada como

$$\begin{aligned} P_s(\overline{\gamma_s}) &= \int_0^\infty P_{BPSK}(\gamma_s) f_\gamma(\gamma_s) d\gamma_s \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^n w_i Q \left(\sqrt{2 \exp(\sigma_\gamma x_i + \ln \gamma_{0_s})} \right). \end{aligned} \quad (4.30)$$

Na Função 4.30, o subscrito s indica que se trata da SIR calculada por símbolo. No caso do BPSK, a SIR por símbolo é igual a SIR por bit, representada pelo subscrito b . Além disso, tanto a SEP quanto a BEP são dadas pela Função 4.9. Desse modo, a ABEP do sistema BPSK é

$$P_b(\overline{\gamma_b}) = P_s(\overline{\gamma_s}). \quad (4.31)$$

A ASEP 4.30 e a ABEP 4.31 são funções da SIR média, em que $\overline{\gamma}$ está implícito no argumento da Função $Q(\cdot)$ por meio dos parâmetros σ_γ e $\ln \gamma_0$, como pode ser verificado na Expressão 4.24.

ASEP e ABEP para Sistemas QPSK

Para o sinal QPSK a probabilidade de erro condicionada a SIR é dada pela Função 4.10. A ASEP do sistema QPSK é obtida seguindo os mesmos passos do cálculo da Integral 4.28 e da Integral 4.29. Dessa forma,

$$\begin{aligned} P_s(\overline{\gamma_s}) &= \int_0^\infty P_{QPSK}(\gamma_s) f_\gamma(\gamma_s) d\gamma_s \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^n w_i \left[2Q \left(\sqrt{e^{\sigma_\gamma x_i + \ln \gamma_{0s}}} \right) - Q^2 \left(\sqrt{e^{\sigma_\gamma x_i + \ln \gamma_{0s}}} \right) \right]. \end{aligned} \quad (4.32)$$

No caso do sistema QPSK, $\gamma_s = 2\gamma_b$ e a BEP é dada pela Função 4.11. Logo, a ABEP para o QPSK e BPSK são igualmente dadas por

$$\begin{aligned} P_b(\overline{\gamma_b}) &= \int_0^\infty P_{QPSK}(\gamma_b) f_\gamma(\gamma_b) d\gamma_b \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^n w_i Q \left(\sqrt{2 \exp(\sigma_\gamma x_i + \ln \gamma_{0b})} \right). \end{aligned} \quad (4.33)$$

ASEP e ABEP para Sistemas M-PSK

A partir da Função 4.12, para $M > 4$ a SEP do esquema de modulação M-PSK pode ser calculada como

$$\begin{aligned} P_s(\overline{\gamma_s}) &= \int_0^\infty P_{PSK}(\gamma_s) f_\gamma(\gamma_s) d\gamma_s \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{i=1}^n w_i Q \left(\sqrt{2e^{\sigma_\gamma x_i + \ln \gamma_{0s}}} \sin \frac{\pi}{M} \right). \end{aligned} \quad (4.34)$$

Da mesma forma, utilizando a Função 4.13, a ABEP do sistema M-PSK é dada por

$$\begin{aligned} P_b(\overline{\gamma_b}) &= \int_0^\infty P_{PSK}(\gamma_b) f_\gamma(\gamma_b) d\gamma_b \\ &= \frac{1}{\log_2 M} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{i=1}^n w_i Q \left(\sqrt{2 \log_2 M e^{\sigma_\gamma x_i + \ln \gamma_{0b}}} \sin \frac{\pi}{M} \right). \end{aligned} \quad (4.35)$$

ASEP e ABEP para Sistemas M-ASK

Para o sinal M-ASK, a probabilidade de erro condicionada à SINR é dada pela Função 4.14 e Função 4.15. Assim, as expressões para a ASEP e ABEP podem ser calculadas, respectivamente, pelas seguintes funções,

$$\begin{aligned} P_s(\overline{\gamma_s}) &= \int_0^\infty P_{ASK}(\gamma_s) f_\gamma(\gamma_s) d\gamma_s \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(1 - \frac{1}{M} \right) \sum_{i=1}^n w_i Q \left(\sqrt{\frac{6}{M^2 - 1} e^{\sigma_\gamma x_i + \ln \gamma_{0s}}} \right) \end{aligned} \quad (4.36)$$

e

$$\begin{aligned}
 P_b(\overline{\gamma}_b) &= \int_0^\infty P_{ASK}(\gamma_b) f_\gamma(\gamma_b) d\gamma_b \\
 &= \frac{1}{\log_2 M} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(1 - \frac{1}{M}\right) \sum_{i=1}^n w_i Q \left(\sqrt{\frac{6 \log_2 M}{M^2 - 1}} e^{\sigma_\gamma x_i + \ln \gamma_{0_b}} \right). \quad (4.37)
 \end{aligned}$$

ASEP e ABEP para Sistemas M-QAM

De forma análoga aos casos anteriores, a Integral 4.28, a Integral 4.29 e a Função 4.16 são utilizadas para obter a expressão da ASEP para o sistema M-QAM. Assim,

$$\begin{aligned}
 P_s(\overline{\gamma}_s) &= \int_0^\infty P_{QAM}(\gamma_s) f_\gamma(\gamma_s) d\gamma_s \\
 &= \frac{4}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^n w_i \left[\left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) Q \left(\sqrt{\frac{3}{M-1}} e^{\sigma_\gamma x_i + \ln \gamma_{0_s}} \right) + \right. \\
 &\quad \left. - \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)^2 Q^2 \left(\sqrt{\frac{3}{M-1}} e^{\sigma_\gamma x_i + \ln \gamma_{0_s}} \right) \right]. \quad (4.38)
 \end{aligned}$$

Para o sistema M-QAM, $\gamma_s = \log_2 M \gamma_b$ e a BEP é aproximada pela Expressão 4.17. Logo, a ABEP é

$$\begin{aligned}
 P_b(\overline{\gamma}_b) &= \int_0^\infty P_{QAM}(\gamma_b) f_\gamma(\gamma_b) d\gamma_b \\
 &= \frac{4}{\sqrt{2\pi} \log_2 M} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) \times \\
 &\quad \times \sum_{i=1}^n w_i \left[\sum_{q=0}^{\sqrt{M}/2-1} Q \left((2q+1) \sqrt{\frac{3 \log_2 M}{M-1}} e^{\sigma_\gamma x_i + \ln \gamma_{0_s}} \right) \right]. \quad (4.39)
 \end{aligned}$$

Observa-se que, para o caso em que $M = 4$, a ASEP e ABEP são as mesmas do sistema QPSK.

4.3.3 Resultados

Para confirmar a exatidão das expressões apresentadas neste capítulo, foram realizadas simulações computacionais utilizando o método de Monte Carlo. As simulações foram implementadas em linguagem de programação Python utilizando os pacotes de computação científica SciPy [75], NumPy [20] e Matplotlib [76].

Foi considerado o parâmetro σ_γ com valores iguais a dois, quatro e seis decibels. Para cada valor da SIR simulado, foram considerados como critérios de parada 1000 eventos de interrupções, no caso de OP, ou 1000 eventos de erro de símbolo, no caso

da ASEP. Para as simulações, a IE é implementada conforme o modelo descrito na Seção 2.1.3.

As funções de probabilidade obtidas são apresentadas graficamente em função da SIR média para diferentes valores de σ_γ . São exibidas as curvas teóricas, geradas com $n = 100$ (pontos da quadratura), e também as curvas obtidas por simulações computacionais.

Probabilidade de Indisponibilidade

Para confirmar a exatidão da Expressão 4.25, foram realizadas simulações de Monte Carlo. Os resultados obtidos por simulações são comparados com as curvas teóricas e são apresentados na Figura 4.3. A curva da probabilidade de interrupção é exibida em função da SIR média para diferentes valores de σ_γ . Nesse caso, o limiar da SIR é fixado em $\gamma_l = 10$ dB e os valores de $\ln \gamma_0$ são calculados pela Função 4.24.

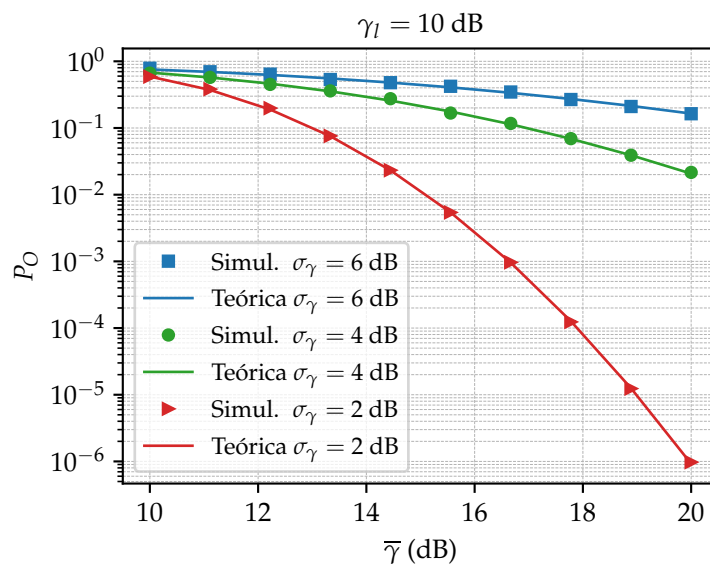


Figura 4.3: OP em função da SIR média para o limiar $\gamma_l = 10$ dB e $\sigma_\gamma = 2, 4$ e 6 dB. Curvas obtidas pela Expressão 4.25 (linhas contínuas) e por simulações (marcadores).

O gráfico exibido na Figura 4.3 permite avaliar o valor da SIR média necessário para atender o requisito determinado pelo limiar γ_l . Nesse caso, o evento de interrupção ocorre quando a SIR instantânea fica abaixo de 10 dB (limiar). Para que a probabilidade de ocorrência desse evento seja pequena, próxima de 10^{-5} , a SIR média deve ser de aproximadamente 19 dB (9 dB a mais do que o limiar), considerando $\sigma_\gamma = 2$ dB. Logo, a potência do sinal de interesse deve ser cerca de 79 vezes a potência da interferência para que o requisito de qualidade especificado seja atendido.

Observa-se que, para os casos em que σ_γ é igual a 4 e 6 dB, não é possível atingir valores da OP menores que 0,02 e 0,16, respectivamente, quando a SIR média é 20 dB.

Isso mostra a forte influência do espalhamento da distribuição da potência da IE na OP. Valores mais elevados de σ_γ implicam uma distribuição de cauda longa, em que os valores altos (alta SIR) ocorrem com baixa probabilidade, enquanto os valores baixos (baixa SIR) ocorrem com maior probabilidade, causando mais eventos de interrupção.

Probabilidade Média de Erro

A Expressão 4.30, que descreve a ASEP e a ABEP do sistema BPSK na presença da IE, é confirmada por simulações de Monte Carlo. A Figura 4.4 compara as curvas teóricas com os resultados de simulações para diferentes valores do parâmetro σ_γ . Como medida de referência, a curva da SEP do BPSK para o canal AWGN também é traçada, considerando os valores de SNR iguais aos valores da SIR média $\bar{\gamma}$.

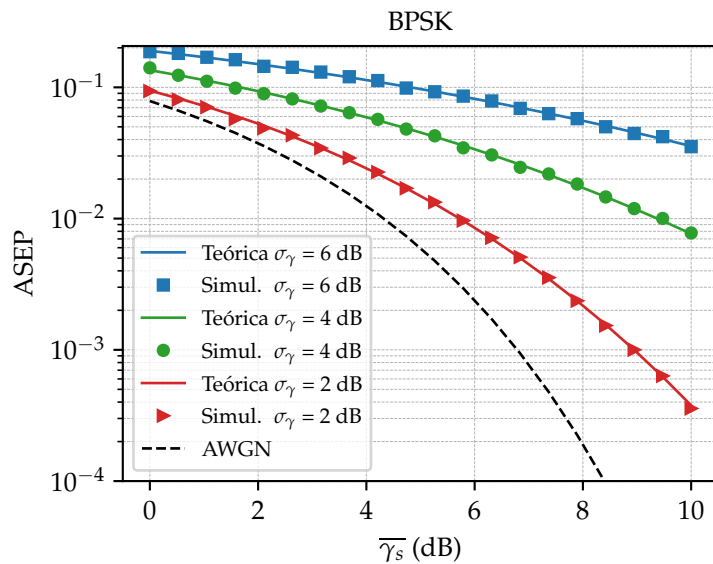


Figura 4.4: Curvas da ASEP e ABEP de um sistema BPSK em função da SIR média para $\sigma_\gamma = 2, 4$ e 6 dB. Curvas obtidas pela Expressão 4.30 (linhas contínuas) e por simulações (marcadores). A SEP do canal AWGN equivalente (linha tracejada) é exibida para comparação.

É possível observar que a presença da IE aumenta a probabilidade de erro do canal, quando comparado com o canal em que apenas o ruído AWGN está presente. Além disso, pelos mesmos motivos discutidos na Seção 4.3.3, o aumento do valor de σ_γ leva ao aumento das taxas de erros.

As curvas da ASEP para o sistema QPSK em função da SIR média são apresentadas na Figura 4.5 para diferentes valores do parâmetro de espalhamento σ_γ . A curva de referência do QPSK para o canal AWGN também é exibida. Assim como ocorre no sistema BPSK, verifica-se que a presença da interferência epidêmica aumenta a taxa de erro de símbolo. Para sistemas QPSK, a ABEP é a mesma de sistemas BPSK e, portanto, também está representada na Figura 4.4.

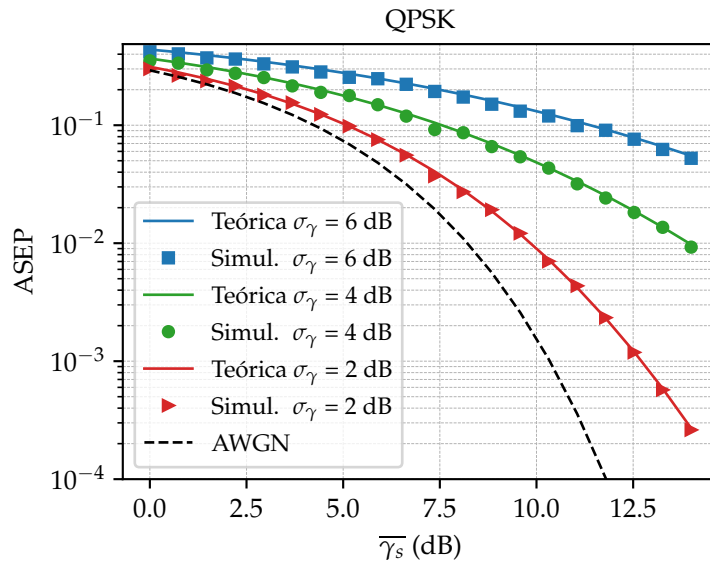


Figura 4.5: Curvas da ASEP de um sistema QPSK em função da SIR média para $\sigma_\gamma = 2, 4$ e 6 dB. Curvas obtidas pela Expressão 4.32 (linhas contínuas) e por simulações (marcadores). A SEP do canal AWGN equivalente (linha tracejada) é exibida para comparação.

A Figura 4.6 exibe as curvas da ASEP para um sistema 16-PSK. As curvas teóricas obtidas pela Função 4.34 coincidem com os valores obtidos por simulações.

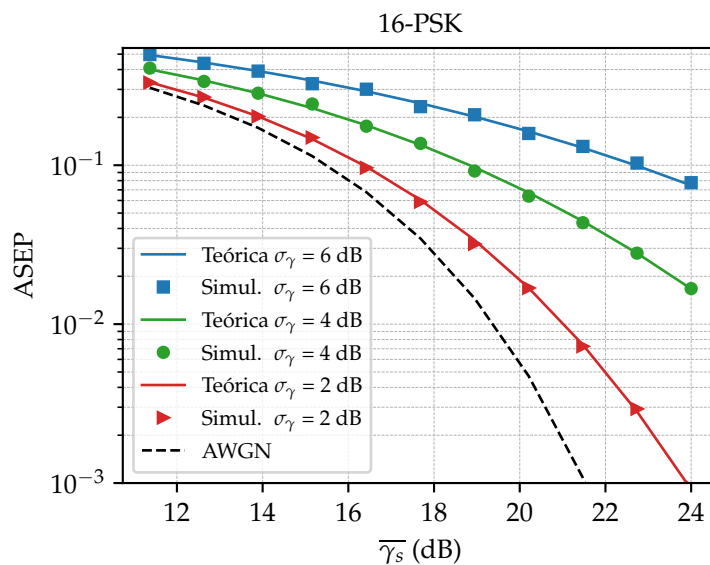


Figura 4.6: Curvas da ASEP de um sistema 16-PSK em função da SIR média para $\sigma_\gamma = 2, 4$ e 6 dB. Curvas obtidas pela Expressão 4.34 (linhas contínuas) e por simulações (marcadores). A SEP do canal AWGN equivalente (linha tracejada) é exibida para comparação.

As curvas da ASEP para um sistema 8-ASK são exibidas na Figura 4.7. A Expressão 4.36 também é confirmada por simulações de Monte Carlo. Mais uma vez, verifica-se que a presença da IE provoca um aumento das taxas de erros.

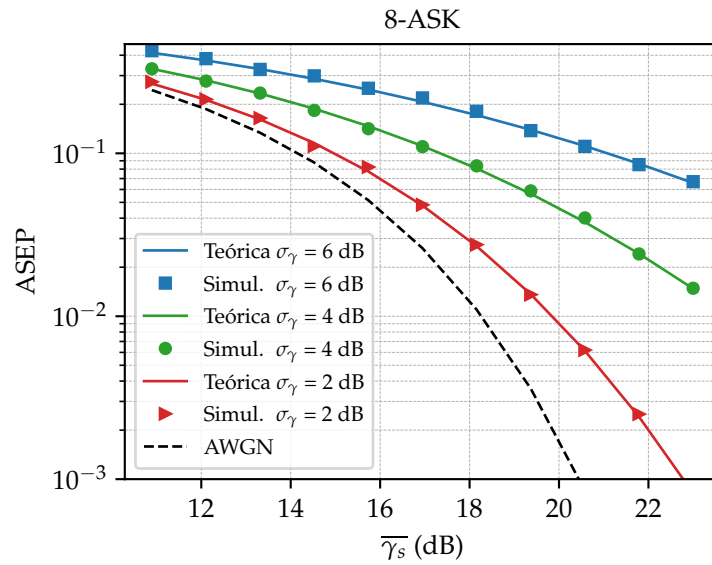


Figura 4.7: Curvas da ASEP de um sistema 8-ASK em função da SIR média para $\sigma_\gamma = 2, 4$ e 6 dB. Curvas obtidas pela Expressão 4.36 (linhas contínuas) e por simulações (marcadores). A SEP do canal AWGN equivalente (linha tracejada) é exibida para comparação.

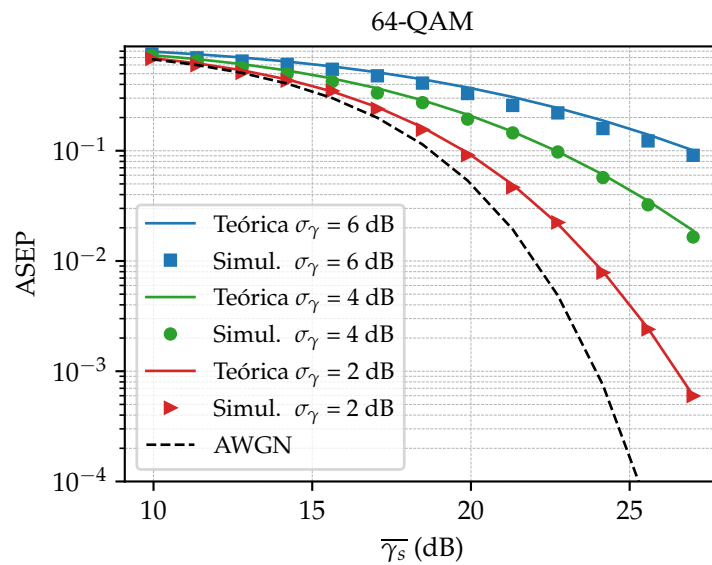


Figura 4.8: Curvas da ASEP de um sistema 64-QAM em função da SIR média para $\sigma_\gamma = 2, 4$ e 6 dB. Curvas obtidas pela Expressão 4.38 (linhas contínuas) e por simulações (marcadores). A SEP do canal AWGN equivalente (linha tracejada) é exibida para comparação.

De forma semelhante aos resultados exibidos na avaliação dos sistemas M -PSK e M -ASK, a Figura 4.8 mostra que a IE leva ao aumento de erros para o esquema de modulação M -QAM. São apresentadas as curvas de probabilidade de erro de símbolo para o sistema 64-QAM sujeito à IE em função da SIR média. Resultados obtidos por simulações confirmam a Expressão 4.38.

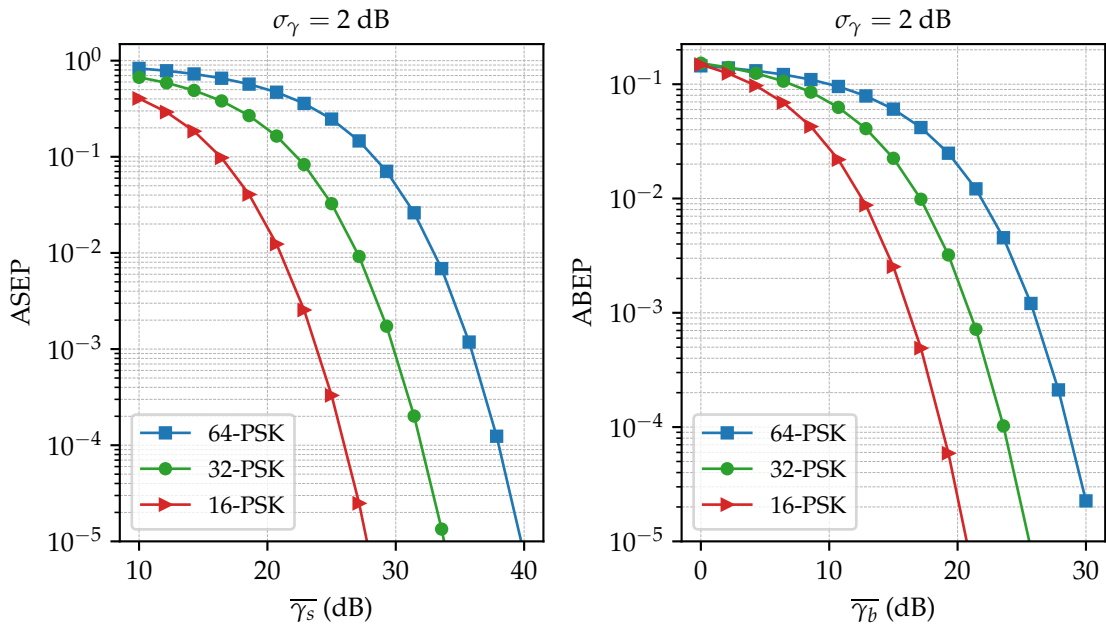


Figura 4.9: ASEP (esquerda) e da ABEP (direita) de sistemas M -PSK em função da SIR média para $\sigma_\gamma = 2$ dB. Curvas obtidas pela Expressão 4.34 e pela Expressão 4.35, respectivamente.

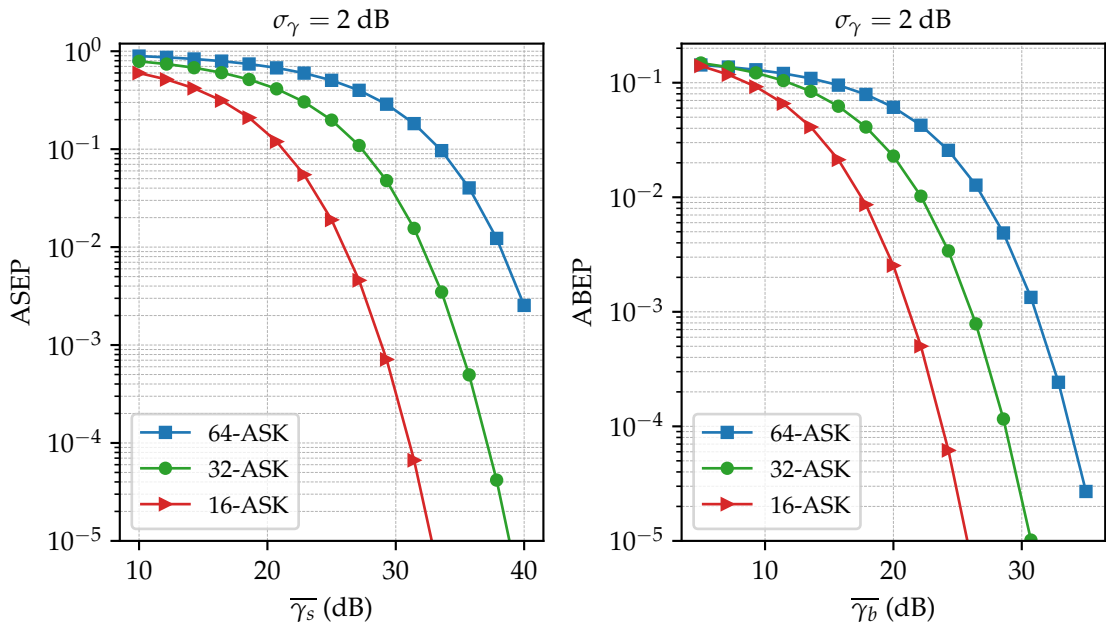


Figura 4.10: ASEP (esquerda) e da ABEP (direita) de sistemas M -ASK em função da SIR média para $\sigma_\gamma = 2$ dB. Curvas obtidas pela Expressão 4.36 e pela Expressão 4.37, respectivamente.

Comparações entre sistemas com diferentes ordens de modulação são apresentadas na Figura 4.9 (M -PSK), Figura 4.10 (M -ASK) e Figura 4.11 (M -QAM). São exibidas as curvas da ASEP e da ABEP em função da SIR média para $\sigma_\gamma = 2$ dB. Como esperado, verifica-se que as taxas de erros crescem com o aumento do número de símbolos M .

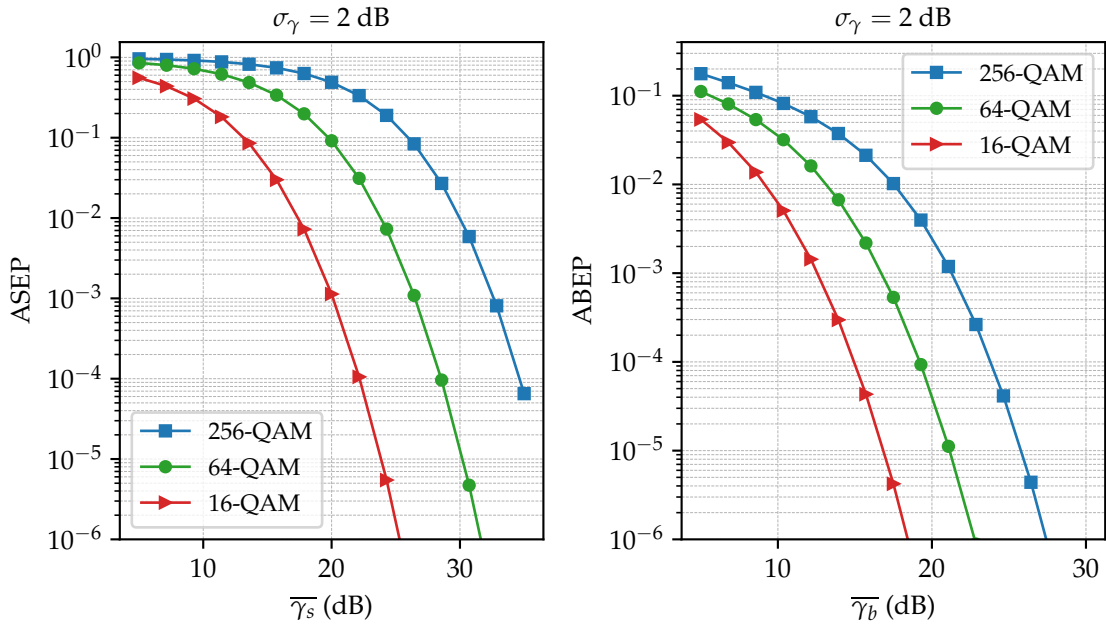


Figura 4.11: ASEP (esquerda) e da ABEP (direita) de sistemas M -QAM em função da SIR média para $\sigma_\gamma = 2$ dB. Curvas obtidas pela Expressão 4.38 e pela Expressão 4.39, respectivamente.

Em todos os casos avaliados, verifica-se que a IE provoca o aumento da probabilidade de erros. Na prática, o aumento da taxa de erro reduz a capacidade do canal e, consequentemente, a taxa de transmissão de dados. Além disso, observa-se que a intensidade das taxas de erros provocados pela IE está relacionada com o espalhamento da distribuição da potência interferente, que é controlado pelo parâmetro σ_γ .

4.4 Avaliação de Desempenho na Presença da IE e Ruído

Para o caso em que a interferência epidêmica está presente e o ruído AWGN não pode ser desprezado, a SINR é

$$\gamma = \frac{\gamma_z \gamma_n}{\gamma_z + \gamma_n}, \quad (4.40)$$

em que

$$\gamma_z = P_s/L \quad \text{e} \quad \gamma_n = P_s/N_0 \quad (4.41)$$

são a SIR e a SNR, respectivamente. Para γ_n com valor constante e não nulo, a SINR γ está limitada dentro do intervalo $[0, \gamma_n]$.

Na Seção 4.3, mostrou-se que a SIR γ_z tem distribuição lognormal com parâmetros μ_{γ_z} e σ_{γ_z} (FDP 4.22). Logo, utilizando transformações de v.a. [15], a seguinte FDP

é obtida para a SINR γ ,

$$f_\gamma(\gamma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\gamma_z}} \left(\gamma - \frac{\gamma^2}{\gamma_n} \right)^{-1} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{-\ln \left(\frac{1}{\gamma} - \frac{1}{\gamma_n} \right) - \mu_{\gamma_z}}{\sigma_{\gamma_z}} \right]^2 \right\}. \quad (4.42)$$

Nota-se que, quando $N_0 \rightarrow 0$, $\gamma_n \rightarrow \infty$ e a Função 4.42 converge para a FDP lognormal.

A SINR média é dada por

$$\bar{\gamma} = E[\gamma] = \int_0^{\gamma_n} \gamma f_\gamma(\gamma) d\gamma. \quad (4.43)$$

Fazendo a troca de variáveis

$$x = \frac{-\ln \left(\frac{1}{\gamma} - \frac{1}{\gamma_n} \right) - \mu_{\gamma_z}}{\sigma_{\gamma_z}}, \quad (4.44)$$

para $x \in [-\infty, \infty]$, a SINR média pode ser calculada por

$$\begin{aligned} \bar{\gamma} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \left(e^{-\sigma_{\gamma_z} x - \mu_{\gamma_z}} + \frac{1}{\gamma_n} \right)^{-1} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^n w_i \left(\frac{1}{\chi_i} + \frac{1}{\gamma_n} \right)^{-1}, \end{aligned} \quad (4.45)$$

em que $\chi_i = e^{\sigma_{\gamma_z} x_i + \mu_{\gamma_z}}$, $\{x_i\}_{i=1}^n$ são as raízes do polinômio de Hermite de grau n e $\{w_i\}_{i=1}^n$ são os pesos da quadratura.

4.4.1 Probabilidade Média de Erro

Conforme é discutido na Seção 4.2.5 e na Seção 4.3, a obtenção das expressões de ASEP e ABEP para esquemas de modulação digital envolve o cálculo das integrais

$$I_Q = \int_0^\infty Q(b_1 \sqrt{\gamma}) f_\gamma(\gamma) d\gamma \quad \text{e} \quad I_{Q^2} = \int_0^\infty Q^2(b_2 \sqrt{\gamma}) f_\gamma(\gamma) d\gamma, \quad (4.46)$$

em que $f_\gamma(\gamma)$ é a FDP 4.42.

Utilizando a quadratura de Gauss-Hermite, essas integrais podem ser expressas como

$$I_Q = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^n w_i Q \left[b_1 \left(\frac{1}{\chi_i} + \frac{1}{\gamma_n} \right)^{-\frac{1}{2}} \right] \quad (4.47)$$

e

$$I_{Q^2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^n w_i Q^2 \left[b_2 \left(\frac{1}{\chi_i} + \frac{1}{\gamma_n} \right)^{-\frac{1}{2}} \right], \quad (4.48)$$

em que $\chi_i = e^{\sigma_{\gamma_z} x_i + \mu_{\gamma_z}}$.

A Expressão 4.47 e a Expressão 4.48 podem ser usadas, juntamente com as expressões de SEP e BEP (Expressão 4.9 à Expressão 4.17) apresentadas na Seção 4.2.4, para obter as funções da ASEP e da ABEP de sistemas M -PSK, M -ASK e M -QAM. Essas funções podem ser escritas na forma

$$B_1 I_Q(b_1; \mu_{\gamma_z}; \sigma_{\gamma_z}; \gamma_n) + B_2 I_{Q^2}(b_2; \mu_{\gamma_z}; \sigma_{\gamma_z}; \gamma_n), \quad (4.49)$$

em que os valores dos parâmetros B_1, b_1, B_2 e b_2 são resumidos na Tabela 4.1 (ASEP) e na Tabela 4.2 (ABEP). Na próxima seção, são avaliadas as funções de probabilidade de erro apenas para sistemas M -QAM, uma vez que as funções para os demais esquemas de modulação digital podem ser obtidas de forma semelhante.

Tabela 4.1: Parâmetros da fórmula da ASEP de esquemas de modulação digital linear na presença do ruído AWGN e IE, em função da SINR média por símbolo $\overline{\gamma}_s$.

Modulação	B_1	b_1	B_2	b_2
BPSK	1	$\sqrt{2}$	0	–
QPSK	2	1	-1	1
M -PSK	2	$\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{M}$	0	–
M -ASK	$2 \left(1 - \frac{1}{M}\right)$	$\sqrt{\frac{6}{M^2 - 1}}$	0	–
M -QAM	$4 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)$	$\sqrt{\frac{3}{M - 1}}$	$-4 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)^2$	$\sqrt{\frac{3}{M - 1}}$

Tabela 4.2: Parâmetros da fórmula da ABEP de esquemas de modulação digital linear na presença do ruído AWGN e IE, em função da SINR média por bit $\overline{\gamma}_b$.

Modulação	B_1	b_1	B_2	b_2
BPSK/QPSK	1	$\sqrt{2}$	0	–
M -PSK	$\frac{2}{\log_2 M}$	$\sqrt{2 \log_2 M} \sin \frac{\pi}{M}$	0	–
M -ASK	$\frac{2}{\log_2 M} \left(1 - \frac{1}{M}\right)$	$\sqrt{\frac{6 \log_2 M}{M^2 - 1}}$	0	–
M -QAM	$\left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) \left(\frac{4}{\log_2 M}\right) \sum_{q=0}^{\frac{\sqrt{M}}{2}-1}$	$(2q + 1) \sqrt{\frac{3 \log_2 M}{M - 1}}$	0	–

ASEP e ABEP para Sistemas M-QAM

Para sistemas M-QAM, no caso em que o tanto o ruído AWGN quanto a IE estão presentes, a ASEP pode ser expressa como

$$\begin{aligned} P_s(\overline{\gamma_s}) &= \int_0^\infty P_{QAM}(\gamma_s) f_\gamma(\gamma_s) d\gamma_s \\ &= \frac{4}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^n w_i \left[\left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) Q \left(\sqrt{\frac{3}{M-1}} \left(\frac{1}{\chi_i} + \frac{1}{\gamma_n} \right)^{-\frac{1}{2}} \right) + \right. \\ &\quad \left. - \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)^2 Q^2 \left(\sqrt{\frac{3}{M-1}} \left(\frac{1}{\chi_i} + \frac{1}{\gamma_n} \right)^{-\frac{1}{2}} \right) \right], \end{aligned} \quad (4.50)$$

em que γ_s é a SINR por símbolo, $\chi_i = e^{\sigma_{\gamma_z} x_i + \mu_{\gamma_z}}$, $\{x_i\}_{i=1}^n$ são as raízes do polinômio de Hermite de grau n e $\{w_i\}_{i=1}^n$ são os pesos da quadratura.

Considerando que o mapeamento entre bits e símbolos é feito utilizando o código Gray, a ABEP aproximada do sistema M-QAM na presença do ruído AWGN e da IE é

$$\begin{aligned} P_b(\overline{\gamma_b}) &= \int_0^\infty P_{QAM}(\gamma_b) f_\gamma(\gamma_b) d\gamma_b \\ &= \frac{4}{\sqrt{2\pi} \log_2 M} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) \times \\ &\quad \times \sum_{i=1}^n w_i \left[\sum_{q=0}^{\sqrt{M}/2-1} Q \left((2q+1) \sqrt{\frac{3 \log_2 M}{M-1}} \left(\frac{1}{\chi_i} + \frac{1}{\gamma_n} \right)^{-\frac{1}{2}} \right) \right], \end{aligned} \quad (4.51)$$

em que γ_b representa a SINR por bit. Novamente, observa-se que se $\gamma_n \rightarrow \infty$, as expressões anteriores se igualam à Função 4.38 e à Função 4.39, respectivamente.

4.4.2 Resultados

A Função 4.50 é confirmada por simulações de Monte Carlo. As curvas da ASEP em função da SNR de um sistema 64-QAM são exibidas na Figura 4.12. Diferentes valores da SIR média são avaliados. Nota se que, quando o valor da SNR ultrapassa o valor da SIR média, há uma nítida mudança na inclinação da curva de ASEP. A explicação para esse comportamento é obtida observando o argumento da Função 4.50. Ao passo que a SNR cresce, a ASEP se aproxima do valor limite imposto pela SIR, isto é, a ASEP converge assintoticamente para o valor obtido quando apenas a IE está presente.

A Figura 4.13 compara a ASEP para diferentes ordens de modulação de um sistema QAM. A SIR média é de 33 dB com espalhamento de 2 dB. As curvas para o canal AWGN equivalente também são exibidas.

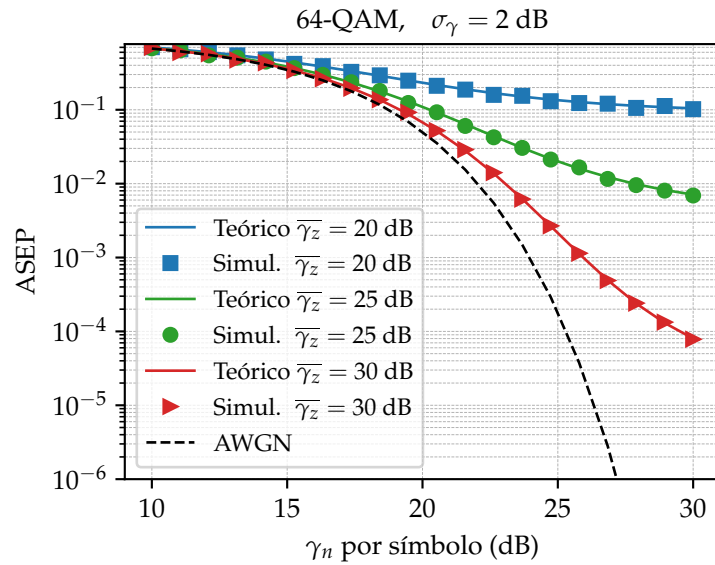


Figura 4.12: Curvas da ASEP de um sistema 64-QAM em função da SNR para $\gamma_z = 20, 25$ e 30 dB. Curvas obtidas pela Expressão 4.50 (linhas contínuas) e por simulações (marcadores). A SEP do canal AWGN equivalente (linha tracejada) é exibida para comparação.

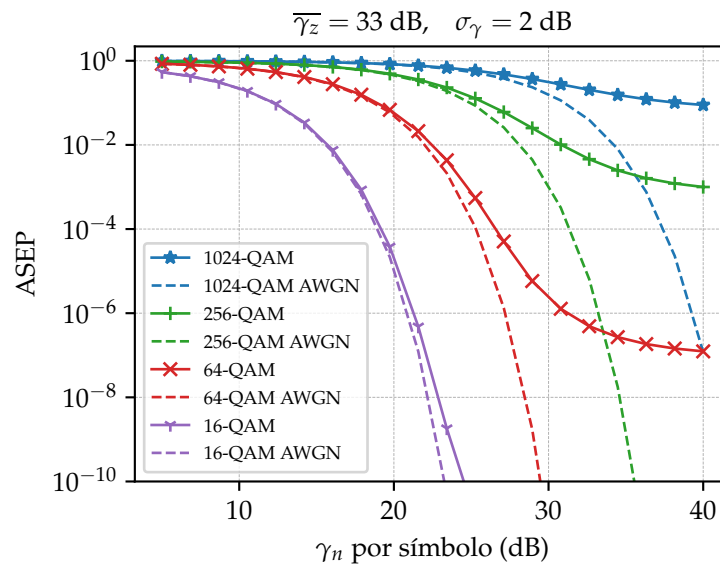


Figura 4.13: ASEP de sistemas M -QAM em função da SNR para $M = 16, 64, 256$ e 1024 . Curvas obtidas pela Expressão 4.50.

Por fim, a Figura 4.14 exibe a ABEP de um sistema 64-QAM em função da SNR para diferentes valores do parâmetro de espalhamento. A SIR média é fixada em 25 dB. É possível observar que, mesmo quando a SIR média permanece constante, o aumento de σ_{γ_z} provoca um crescimento significativo na probabilidade de erro.

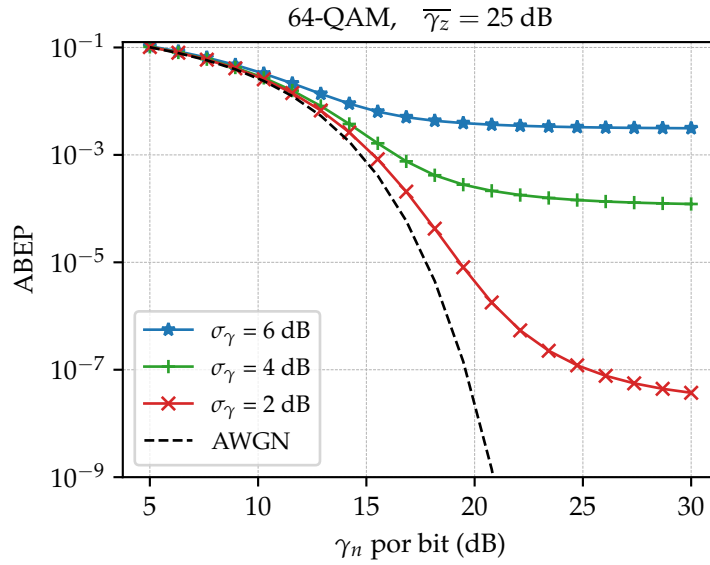


Figura 4.14: Curvas da ABEP de um sistema 64-QAM em função da SNR para $\sigma_\gamma = 2, 4$ e 6 dB. Curvas obtidas pela Expressão 4.51.

4.5 Avaliação de Desempenho na Presença da IE, Ruído e Desvanecimento

Nesta seção, avalia-se o efeito combinado da IE e do desvanecimento em sistemas de comunicações digitais. Para isso, considere-se um canal com desvanecimento Nakagami- m plano, ruído AWGN e interferência epidêmica. Assume-se que o transmissor e o receptor estão sincronizados, de modo que a recepção coerente ideal pode ser realizada. Assim, o sinal recebido é

$$r(t) = \alpha_s s(t) + \alpha_z z(t) + n(t), \quad (4.52)$$

em que $s(t)$ é o sinal transmitido, $z(t)$ é a interferência e $n(t)$ é o ruído AWGN. As variáveis α_s e α_z representam o desvanecimento que afeta o sinal de interesse e a interferência, respectivamente.

As variações de amplitudes dos sinais causadas pelo desvanecimento Nakagami- m tem a seguinte FDP [11],

$$f_\alpha(\alpha) = \frac{2m^m \alpha^{2m-1}}{\Omega^m \Gamma(m)} \exp\left(-\frac{m\alpha^2}{\Omega}\right), \quad \text{para } \alpha \geq 0 \text{ e } m \geq \frac{1}{2}, \quad (4.53)$$

em que $\Omega = E[\alpha^2]$ e $\Gamma(\cdot)$ é a função gama. Outras distribuições de probabilidade são casos especiais da distribuição Nakagami, como a distribuição metade normal (ou gaussiana de um lado) para $m = 1/2$, a distribuição Rayleigh para $m = 1$ e a distribuição qui (χ) para $2m = k$ e $m \in \mathbb{Z}$.

As variações na potência instantânea do sinal afetado pelo desvanecimento são representadas por α^2 e tem distribuição gama nos casos em que α tem distribuição Nakagami. Assim, para $\omega = \alpha^2$, a FDP de ω é

$$f_{\omega}(\omega) = \frac{m^m \omega^{m-1}}{\Omega^m \Gamma(m)} \exp\left(-\frac{m\omega}{\Omega}\right), \quad \text{para } \omega \geq 0. \quad (4.54)$$

Análises presentes na literatura sobre desvanecimento e interferências em sistemas móveis celulares sugerem que, para o modelo apresentado, o efeito do desvanecimento no sinal interferente pode ser desprezado. Para um cenário com desvanecimento Nakagami, sombreamento lognormal e interferências cocanal, os resultados apresentados por Stüber [7] mostram que a probabilidade de interrupção é dominada pelo desvanecimento do sinal de interesse e indiferente à forma da FDP do desvanecimento da interferência.

Além disso, a Figura 4.15 exibe as curvas das FDPs da potência da IE (L) de α^2 e o histograma de valores simulados para $\alpha^2 L$. É possível verificar que, mesmo após a interferência ser modulada pelo desvanecimento, a distribuição da potência da IE é pouco alterada e continua se ajustando bem à FDP original. Esse comportamento pode ser verificado para diferentes valores do parâmetro do desvanecimento, m , e do espalhamento da distribuição de L , σ_L . Portanto, é possível assumir que $\alpha_z = 1$.

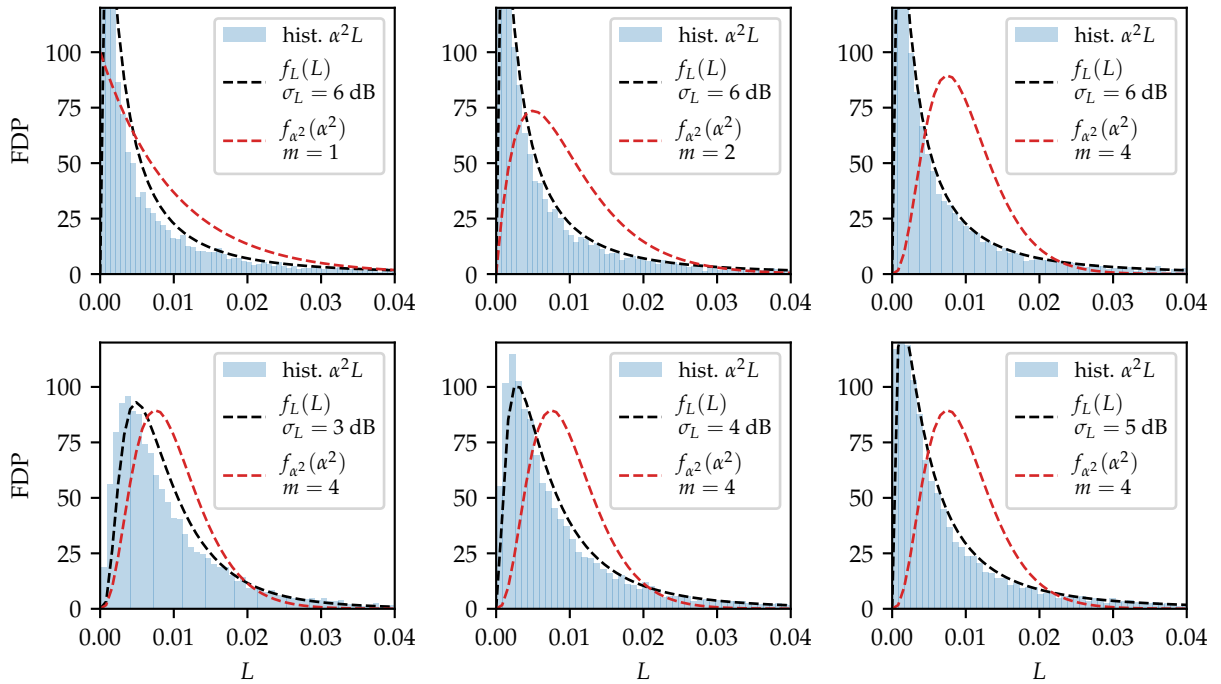


Figura 4.15: Comparação entre as distribuições da potência interferente antes e depois do efeito do desvanecimento Nakagami- m , com $\Omega = 1$, $E[L] = -50$ dBm e diferentes valores de m e σ_L .

A partir da consideração anterior, o sinal recebido pode ser reescrito como

$$r(t) = \alpha s(t) + v(t), \quad (4.55)$$

em que α é desvanecimento do sinal de interesse e $v(t) = z(t) + n(t)$ é a parcela aditiva das perturbações do canal, na qual o efeito do desvanecimento é desprezado. Sabendo que os valores de potência do sinal transmitido, da IE e do ruído são, respectivamente, P_s , L e N_0 , a SINR instantânea é dada por

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\alpha^2 P_s}{L + N_0} \\ &= \alpha^2 \frac{\gamma_z \gamma_n}{\gamma_z + \gamma_n} \\ &= \alpha^2 \gamma_v, \end{aligned} \quad (4.56)$$

em que γ_z é a SIR, γ_n é a SNR e γ_v é a SINR sem desvanecimento, com distribuição dada pela FDP 4.42.

A FDP de γ condicionada a um valor da γ_v pode ser obtida a partir da FDP 4.54 pela seguinte transformação,

$$f_\gamma(\gamma|\gamma_v) = \frac{f_\omega(\gamma/\gamma_v)}{|\gamma_v|}. \quad (4.57)$$

Logo, a FDP total de SINR pode ser calculada por

$$\begin{aligned} f_\gamma(\gamma) &= \int_0^{\gamma_n} f_\gamma(\gamma|\gamma_v) f_{\gamma_v}(\gamma_v) d\gamma_v \\ &= \frac{m^m \gamma^{m-1}}{\sqrt{2\pi} \Gamma(m)} \int_0^{\gamma_n} \frac{1}{\gamma_v^{m+2}} \left(\frac{1}{\gamma_v} - \frac{1}{\gamma_n} \right)^{-1} \times \\ &\quad \times \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_{\gamma_z}^2} \left[-\ln \left(\frac{1}{\gamma_v} - \frac{1}{\gamma_n} \right) - \mu_{\gamma_z} \right]^2 - \frac{m\gamma}{\gamma_v} \right\} d\gamma_v \\ &= \frac{m^m \gamma^{m-1}}{\sqrt{2\pi} \Gamma(m)} \sum_{i=1}^n w_i \left(\frac{1}{\chi_i} + \frac{1}{\gamma_n} \right)^m \exp \left[-m\gamma \left(\frac{1}{\chi_i} + \frac{1}{\gamma_n} \right) \right], \end{aligned} \quad (4.58)$$

em que $\chi_i = e^{\sigma_{\gamma_z} x_i + \mu_{\gamma_z}}$, $\{x_i\}_{i=1}^n$ são as raízes do polinômio de Hermite de grau n e $\{w_i\}_{i=1}^n$ são os pesos da quadratura.

Assumindo que α e γ_v são independentes, a SINR média pode ser calculada como

$$\bar{\gamma} = E[\alpha^2] E[\gamma_v] = \Omega \bar{\gamma}_v, \quad (4.60)$$

em que $\bar{\gamma}_v$ pode ser obtida pela Expressão 4.45. Deve-se observar que na FDP 4.59, foi considerado, sem perda de generalidade, $\Omega = 1$. Assim, o desvanecimento não altera a potência média da SINR.

4.5.1 Probabilidade Média de Erro

Seguindo o mesmo método apresentado na Seção 4.3.2 e na Seção 4.4.1, o cálculo das expressões da ASEP e ABEP requer o conhecimento de soluções para integrais do tipo $\int Q(b\sqrt{\gamma})f_{\gamma}(\gamma)d\gamma$ e $\int Q^2(b\sqrt{\gamma})f_{\gamma}(\gamma)d\gamma$. Utilizando a Expressão 4.58, é possível escrever

$$\begin{aligned} I_Q &= \int_0^{\infty} Q(b\sqrt{\gamma})f_{\gamma}(\gamma)d\gamma \\ &= \int_0^{\gamma_n} \int_0^{\infty} Q(b\sqrt{\gamma})f_{\gamma}(\gamma|\gamma_v)f_{\gamma_v}(\gamma_v)d\gamma d\gamma_v. \end{aligned} \quad (4.61)$$

Na expressão anterior, para valores de m inteiros, a integral mais interna tem solução em forma fechada conhecida e dada por [11]³

$$Q_m(b; \gamma) = \frac{1}{2} - \frac{\zeta}{2} \sum_{k=0}^{m-1} \binom{2k}{k} \frac{1}{(4\eta)^k}, \quad (4.62)$$

em que

$$\zeta = \sqrt{1 - \frac{1}{\eta}} \quad \text{e} \quad \eta = 1 + \frac{b^2\gamma_v}{2m}. \quad (4.63)$$

Portanto, a Integral 4.61 pode ser calculada como

$$\begin{aligned} I_Q &= \int_0^{\gamma_n} \frac{Q_m(b; \gamma)}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\gamma_z}} \left(\gamma_v - \frac{\gamma_v^2}{\gamma_n} \right)^{-1} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{-\ln \left(\frac{1}{\gamma_v} - \frac{1}{\gamma_n} \right) - \mu_{\gamma_z}}{\sigma_{\gamma_z}} \right]^2 \right\} d\gamma_v \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^n w_i Q_m \left[b; \left(\frac{1}{\chi_i} + \frac{1}{\gamma_n} \right)^{-1} \right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{2} \left[1 - \zeta_i \sum_{k=0}^{m-1} \binom{2k}{k} \frac{1}{(4\eta_i)^k} \right]. \end{aligned} \quad (4.64)$$

As variáveis auxiliares ζ_i e η_i são definidas, respectivamente, como

$$\zeta_i = \sqrt{1 - \frac{1}{\eta_i}} \quad \text{e} \quad \eta_i = 1 + \frac{b^2}{2m} \left(\frac{1}{\chi_i} + \frac{1}{\gamma_n} \right)^{-1}. \quad (4.65)$$

De forma semelhante, para m inteiro, uma solução conhecida para a integral $\int Q^2(b\sqrt{\gamma})f_{\gamma}(\gamma|\gamma_v)d\gamma$ é [11]

$$\begin{aligned} Q_m^2(b; \gamma) &= \frac{1}{4} - \frac{\zeta}{\pi} \left\{ \left(\frac{\pi}{2} - \arctan \zeta \right) \sum_{k=0}^{m-1} \binom{2k}{k} \frac{1}{(4\eta)^k} \right. \\ &\quad \left. - \sin(\arctan \zeta) \sum_{k=1}^{m-1} \sum_{i=1}^k \frac{T_{ik}}{\eta^k} [\cos(\arctan \zeta)]^{2(k-i)+1} \right\}, \end{aligned} \quad (4.66)$$

³Essa expressão foi adaptada e está levemente diferente da versão apresentada por Simon [11].

para

$$T_{ik} = \frac{\binom{2k}{k}}{\binom{2(k-i)}{k-i} 4^i [2(k-i) + 1]}. \quad (4.67)$$

Logo, tem-se

$$\begin{aligned} I_{Q^2} &= \int_0^\infty Q^2(b\sqrt{\gamma}) f_\gamma(\gamma) d\gamma \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^n w_i Q_m^2 \left[b; \left(\frac{1}{\chi_i} + \frac{1}{\gamma_n} \right)^{-1} \right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^n w_i \left\{ \frac{1}{4} - \frac{\zeta_i}{\pi} \left[\left(\frac{\pi}{2} - \arctan \zeta_i \right) \sum_{k=0}^{m-1} \binom{2k}{k} \frac{1}{(4\eta_i)^k} - \sin(\arctan \zeta_i) \times \right. \right. \\ &\quad \times \left. \left. \sum_{k=1}^{m-1} \sum_{p=1}^k \frac{1}{\eta_i^k} \binom{2k}{k} \left[\binom{2(k-p)}{k-p} 4^p [2(k-p) + 1] \right]^{-1} [\cos(\arctan \zeta_i)]^{2(k-p)+1} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.68)$$

A partir das expressões anteriores, é possível obter as funções de probabilidade de erro para os sistemas M-PSK, M-ASK e M-QAM utilizando a seguinte fórmula,

$$B_1 I_Q(b_1; m, \mu_{\gamma_z}; \sigma_{\gamma_z}; \gamma_n) + B_2 I_{Q^2}(b_2; m, \mu_{\gamma_z}; \sigma_{\gamma_z}; \gamma_n), \quad (4.69)$$

em que $I_Q(\cdot; \cdot; \cdot; \cdot; \cdot)$ é a Função 4.64 e $I_{Q^2}(\cdot; \cdot; \cdot; \cdot; \cdot)$ é a Função 4.68. Os valores dos parâmetros B_1, b_1, B_2 e b_2 são os mesmos apresentados na Tabela 4.1 e na Tabela 4.2.

ASEP e ABEP para Sistemas M-QAM

A partir da Fórmula 4.69, para sistemas M-QAM sujeitos ao desvanecimento Nakagami- m (para m inteiro) e à IE, a ASEP pode ser obtida por

$$\begin{aligned} P_s(\bar{\gamma}_s) &= \frac{4}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^n w_i \left\{ \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) \left[\frac{1}{2} - \frac{\zeta_i}{2} \sum_{k=0}^{m-1} \binom{2k}{k} \frac{1}{(4\eta_i)^k} \right] - \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right)^2 \times \right. \\ &\quad \times \left\{ \frac{1}{4} - \frac{\zeta_i}{\pi} \left[\left(\frac{\pi}{2} - \arctan \zeta_i \right) \sum_{k=0}^{m-1} \binom{2k}{k} \frac{1}{(4\eta_i)^k} - \sin(\arctan \zeta_i) \sum_{k=1}^{m-1} \sum_{p=1}^k \frac{1}{\eta_i^k} \times \right. \right. \\ &\quad \times \left. \left. \binom{2k}{k} \left[\binom{2(k-p)}{k-p} 4^p [2(k-p) + 1] \right]^{-1} [\cos(\arctan \zeta_i)]^{2(k-p)+1} \right] \right\} \right\}, \end{aligned} \quad (4.70)$$

em que as variáveis auxiliares são

$$\zeta_i = \sqrt{1 - \frac{1}{\eta_i}} \quad \text{e} \quad \eta_i = 1 + \frac{3}{2m(M-1)} \left(\frac{1}{\chi_i} + \frac{1}{\gamma_n} \right)^{-1}. \quad (4.71)$$

Da mesma forma, a expressão da ABEP de sistemas M -QAM é

$$P_b(\overline{\gamma_b}) = \frac{2(\sqrt{M}-1)}{\sqrt{2\pi M} \log_2 M} \sum_{i=1}^n w_i \sum_{q=0}^{\sqrt{M}/2-1} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{1}{\eta_{iq}} \sum_{k=0}^{m-1} \binom{2k}{k} \frac{1}{(4\eta_i)^k}} \right], \quad (4.72)$$

em que

$$\zeta_{iq} = \sqrt{1 - \frac{1}{\eta_{iq}}} \quad \text{e} \quad \eta_{iq} = 1 + \frac{3 \log_2 M (2q+1)^2}{2m(M-1)} \left(\frac{1}{\chi_i} + \frac{1}{\gamma_n} \right)^{-1}. \quad (4.73)$$

Para essas expressões, $\chi_i = e^{\sigma_{\gamma_z} x_i + \mu_{\gamma_z}}$, $\{x_i\}_{i=1}^n$ são as raízes do polinômio de Hermite de grau n e $\{w_i\}_{i=1}^n$ são os pesos da quadratura.

4.5.2 Resultados

Foram realizadas simulações computacionais de Monte Carlo para confirmar a Função 4.70. Foi considerado um sistema 4-QAM em um canal com ruído AWGN, interferência epidêmica e desvanecimento Nakagami- m . A SIR é de 25 dB e o espalhamento da IE de 3 dB.

Os resultados são exibidos graficamente na Figura 4.16 para diferentes valores do parâmetro de desvanecimento, m . Em todos os casos, os valores obtidos por simulações coincidem com os valores da expressão teórica. Para comparação, a curva para o caso em que apenas o ruído AWGN está presente também é exibida.

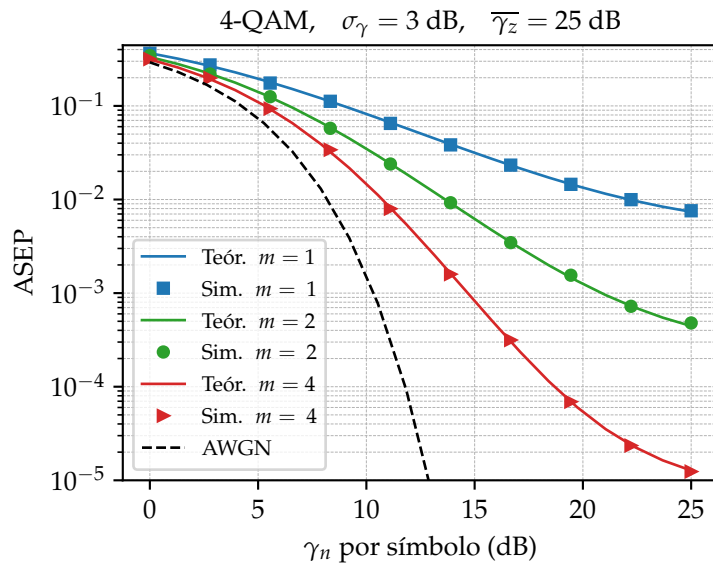


Figura 4.16: Curvas da ASEP de um sistema 4-QAM em função da SNR para $\gamma_z = 25$ dB, $\sigma_\gamma = 3$ dB e $m = 1, 2$ e 4. Curvas obtidas pela Expressão 4.70 (linhas contínuas) e por simulações (marcadores). A SEP do canal AWGN equivalente (linha tracejada) é exibida para comparação.

A Figura 4.17 exibe as curvas da ABEP obtidas pela Função 4.72. São comparadas situações com diferentes SIR e diferentes valores para m . É possível observar que mesmo na presença do desvanecimento, a mudança de inclinação na curva de probabilidade de erro devido à presença da IE (discutido na Seção 4.4.2) pode ser observada. Isso indica que o efeito da IE pode ser percebido mesmo em ambientes com desvanecimento mais severos (valores menores de m) e, portanto, não pode ser ignorado.

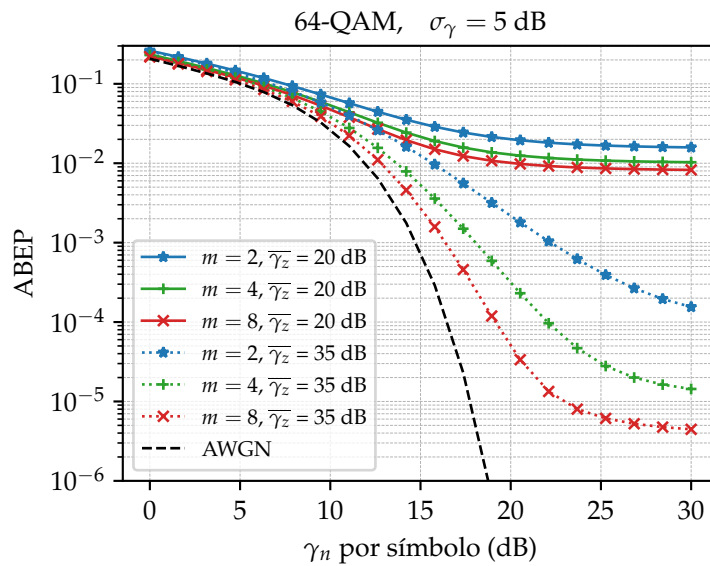


Figura 4.17: Curvas da ABEP de um sistema 64-QAM em função da SNR para $\gamma_z = 20$ e 35 dB, $\sigma_\gamma = 5$ dB e $m = 2, 4$ e 8. Curvas obtidas pela Expressão 4.72.

4.6 Conclusão

Este capítulo apresentou um estudo do efeito da IE em sistemas de comunicações digital utilizando como métricas a probabilidade de interrupção e as funções de probabilidades de erros. A partir do modelo da IE apresentado no Capítulo 2, foram propostas funções de probabilidade para avaliar o desempenho de esquemas de modulações digitais na presença da IE.

Foram derivadas funções da OP, ASEP e ABEP para os sistemas BPSK, QPSK, M-PSK, M-ASK e M-QAM (para $M > 4$). Essas funções foram avaliadas em três cenários: o primeiro, em que apenas o efeito da IE é considerado; o segundo, em que está presente tanto a IE quanto o ruído AWGN; e o terceiro, em que além do ruído e da interferência, considera-se também o efeito do desvanecimento. As expressões da ASEP e OP foram confirmadas por meio de simulações de Monte Carlo.

Por meio da análise realizada, foi verificado que a presença de IE aumenta a probabilidade de ocorrência de eventos de interrupção, fazendo com que a SIR média tenha que ser consideravelmente maior do que o limiar estabelecido, para atender um certo requisito de qualidade. Também foi possível observar que o aumento do espalhamento da distribuição da SIR implica o aumento na probabilidade de interrupção.

De forma semelhante, também foi verificado o aumento das taxas de erros (ASEP e ABEP) em todos os sistemas avaliados devido à presença IE, bem como a relação entre esse aumento e o parâmetro de espalhamento da distribuição da SIR.

Capítulo 5

Capacidade Ergódica do Canal de Comunicação na Presença da Interferência Epidêmica

A capacidade do canal discreto sem memória (*Discrete Memoryless Channel* – DMC) com entrada X e saída Y é definida como

$$C = \max_{f_X(x)} I(X; Y), \quad (5.1)$$

em que $f_X(x)$ representa a distribuição de probabilidades da fonte que maximiza a informação mútua $I(X; Y)$. O conceito de capacidade foi proposto por Shannon e representa o limite superior da taxa de transmissão $\mathcal{R}$ que pode ser alcançada em uma comunicação, fazendo a probabilidade de erro arbitrariamente pequena [78]. Dessa forma, para qualquer taxa $\mathcal{R} < C$ é possível realizar uma transmissão livre de erros utilizando um código adequado. Por outro lado, para taxa $\mathcal{R} > C$, não é possível garantir uma comunicação sem erros.

Um canal AWGN contínuo em tempo discreto com a potência do ruído igual a N_0 tem capacidade expressa em bits por transmissão dada por

$$C = \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{N_0} \right), \quad (5.2)$$

em que P_s é a potência total do sinal transmitido.

Para um canal de entrada e saída complexa, na presença de ruído gaussiano complexo de potência N_0 , a capacidade de cada componente do canal (parte real e imaginária) é dada pela Expressão 5.2. Portanto, a capacidade total em bits por dimensão complexa é

$$C = \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{N_0} \right). \quad (5.3)$$

Pelo teorema da dimensionalidade, um sinal modulado com largura de banda $B = 1/T$ pode ser expandido em um espaço de sinais de base ortonormais de aproximadamente $2BT$ dimensões [10]. Assim, em cada intervalo T , o canal AWGN de largura de banda B pode ser representado de forma equivalente por suas $2B$ componentes no espaço de sinais. Se a potência total transmitida é P_s e a densidade espectral de potência do ruído AWGN é $N_0/2$, cada uma das componentes tem potência transmitida igual a $P_s/2B$ e capacidade dada pela Função 5.2. Portanto, a capacidade do canal AWGN limitado em banda e potência em bits por segundo é

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{BN_0} \right), \quad (5.4)$$

ou ainda, em bits/s/Hz,

$$C = \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{BN_0} \right). \quad (5.5)$$

A Fórmula 5.4 é uma função da SNR $P_s/(BN_0)$. Essa fórmula pode ser estendida para canais em que há interferências, desde que essas interferências possam ser modeladas por um sinal gaussiano. Dessa forma, é possível expressar a capacidade do canal em função da SINR.

Conforme é discutido no início da Seção 4.3, a presença da IE faz com que a SINR apresente variações aleatórias. Para variações rápidas, pode-se assumir que o sinal transmitido durante o período de observação experimenta todas as variações do canal. Nesse caso, esse canal pode ser considerado ergódico, em que as médias temporárias coincidem com as médias estatísticas. Assim, é possível avaliar a capacidade ergódica do canal, dada por

$$\begin{aligned} \bar{C} &= E[C] \\ &= \int_0^\infty \log_2(1 + \gamma) f_\gamma(\gamma) d\gamma. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Na seção seguinte, analisa-se a capacidade ergódica do canal sujeito à interferência epidêmica. Assume-se um canal sem desvanecimento, com reposta em frequência plana e que a informação de estado do canal está disponível do receptor. Considera-se o caso simples em que a potência da IE é muito maior do que a potência do ruído, de forma que o ruído AWGN pode ser desprezado. Além disso, o canal é avaliado por sua representação complexa equivalente em banda básica, de forma que a capacidade pode ser expressa em bits/s/Hz por

$$C = \log_2(1 + \gamma), \quad (5.7)$$

em que γ é a SIR dada pela Expressão 4.21.

5.1 Cálculo da Capacidade Ergódica

Conforme é apresentado na Secção 4.3, a SIR devido à IE tem distribuição log-normal, $\gamma \sim \mathcal{LN}(\mu_\gamma, \sigma_\gamma^2)$. Dessa forma, considerando um canal ergódico sujeito à IE, a capacidade pode ser obtida por

$$\begin{aligned}\bar{C} &= \int_0^\infty \log_2(1 + \gamma) f_\gamma(\gamma) d\gamma \\ &= \frac{1}{\ln 2 \sqrt{2\pi} \sigma_\gamma} \int_0^\infty \frac{\ln(1 + \gamma)}{\gamma} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln \gamma - \mu_\gamma}{\sigma_\gamma} \right)^2 \right] d\gamma.\end{aligned}\quad (5.8)$$

Essa integral não apresenta uma solução analítica exata, entretanto é possível obter soluções numéricas e expressões aproximadas. As duas seções seguintes avaliam a Integral 5.8 utilizando o método da Quadratura de Gauss-Hermite e a expansão em série da função $\ln(\cdot)$, respectivamente.

5.1.1 Cálculo da Capacidade pela Quadratura de Gauss-Hermite

A Integral 5.8 pode ser avaliada pela quadratura de Gauss-Hermite a partir dos conceitos apresentados na Secção 2.1.4. Fazendo a troca de variáveis

$$x = \frac{\ln \gamma - \mu_\gamma}{\sigma_\gamma}, \quad (5.9)$$

para $x \in [-\infty, \infty]$, essa integral pode ser reescrita como

$$\bar{C} = \frac{1}{\ln 2 \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \ln[1 + \exp(\sigma_\gamma x + \mu_\gamma)] e^{-x^2/2} dx. \quad (5.10)$$

Dessa forma, a capacidade ergódica pode ser obtida por

$$\begin{aligned}\bar{C} &\approx \frac{1}{\ln 2 \sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^n w_i \ln[1 + \exp(\sigma_\gamma x_i + \mu_\gamma)] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \log_2 \left[\prod_{i=1}^n (1 + e^{\sigma_\gamma x_i + \mu_\gamma})^{w_i} \right].\end{aligned}\quad (5.11)$$

A capacidade dada pela fórmula anterior é uma função da SIR média, $\bar{\gamma}$, que é definida por meio dos parâmetros μ_γ e σ_γ . Fixando o valor do espalhamento σ_γ , a Expressão 4.24 pode ser usada para calcular o valor de μ_γ da seguinte forma,

$$\mu_\gamma = \ln \bar{\gamma} - \frac{\sigma_\gamma^2}{2}. \quad (5.12)$$

Logo, para obter a capacidade em função de um valor de $\bar{\gamma}$, basta aplicar os valores de σ_γ e μ_γ na Expressão 5.11. Alternativamente, a fórmula da capacidade pode ser

reescrita como

$$\bar{C} \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \log_2 \left[\prod_{i=1}^n \left(1 + \bar{\gamma} \exp \left(\sigma_\gamma x_i - \frac{\sigma_\gamma^2}{2} \right) \right)^{w_i} \right]. \quad (5.13)$$

A Expressão 5.13 é de baixa complexidade computacional e converge rapidamente para os valores da capacidade do canal com SIR lognormal, sendo bastante apropriada para avaliação numérica. Além disso, usando poucos pontos na fórmula de quadratura, é possível obter uma aproximação de forma fechada da capacidade ergódica.

As raízes e os pesos da quadratura de Gauss-Hermite para $n = 2$ são apresentados na Tabela 2.2. Substituindo esses valores na Expressão 5.13, obtém-se a seguinte Fórmula para a capacidade ergódica,

$$\bar{C} \approx \frac{1}{2} \log_2 \left[1 + \chi_2 \bar{\gamma}^2 + (\chi_1 + \chi_3) \bar{\gamma} \right], \quad (5.14)$$

em que

$$\chi_1 = \exp \left(-\sigma_\gamma - \frac{\sigma_\gamma^2}{2} \right), \quad (5.15)$$

$$\chi_2 = \exp(-\sigma_\gamma^2) \quad (5.16)$$

e

$$\chi_3 = \exp \left(\sigma_\gamma - \frac{\sigma_\gamma^2}{2} \right). \quad (5.17)$$

Vale observar que essa fórmula se assemelha a capacidade de Shannon para o canal DMC,

$$\bar{C} = \frac{1}{2} \log_2 [1 + f(x)], \quad (5.18)$$

em que $f(x) = \chi_2 x^2 + (\chi_1 + \chi_2)x$ é uma função quadrática da SIR média ($x = \bar{\gamma}$).

5.1.2 Cálculo da Capacidade por Expansão em Série

A Integral 5.8 também pode ser avaliada por meio da expansão em série da função logarítmica. Pelas séries de Taylor, sabe-se que

$$\ln(1+x) = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{x^k}{k}, \quad \text{para } |x| < 1. \quad (5.19)$$

Embora essa série divirja para $|x| \geq 1$, é possível utilizar a substituição $x = 1/\gamma$, para obter

$$\ln(1 + \gamma) = \ln(\gamma) + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{\gamma^{-k}}{k}, \quad \text{para } 1 < |\gamma|. \quad (5.20)$$

Substituindo a Expressão 5.19 e a Expressão 5.20 na Integral 5.8 e ajustando os limites de integração de acordo com os raios de convergência das séries, é possível expressar a capacidade como

$$\bar{C} \approx \begin{cases} \frac{1}{\ln 2 \sqrt{2\pi\sigma_\gamma}} \int_0^1 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{\gamma^k}{k} \frac{1}{\gamma} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln \gamma - \mu_\gamma}{\sigma_\gamma} \right)^2 \right] d\gamma, & 0 \leq \gamma < 1 \\ \frac{1}{\ln 2 \sqrt{2\pi\sigma_\gamma}} \int_1^{\infty} \left(\ln(\gamma) + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{\gamma^{-k}}{k} \right) \frac{1}{\gamma} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln \gamma - \mu_\gamma}{\sigma_\gamma} \right)^2 \right] d\gamma, & 1 < \gamma. \end{cases} \quad (5.21)$$

As integrais na expressão anterior podem ser avaliadas fazendo substituição de variável (Expressão 5.9) e completamento de quadrados. Para o caso de valores baixos de SIR, em que $0 < \gamma < 1$, tem-se

$$\begin{aligned} \bar{C} &\approx \frac{1}{\ln 2 \sqrt{2\pi}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} \int_{-\infty}^{-\mu_\gamma/\sigma_\gamma} \exp(k\sigma_\gamma x + k\mu_\gamma) \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx \\ &= \frac{1}{\ln 2 \sqrt{2\pi}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} \exp\left[k\mu_\gamma + \frac{(k\sigma_\gamma)^2}{2}\right] \int_{-\infty}^{-\mu_\gamma/\sigma_\gamma} \exp\left[-\frac{1}{2}(x - k\sigma_\gamma)^2\right] dx \\ &= \frac{1}{\ln 2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} E[\gamma^k] Q\left(\frac{\mu_\gamma}{\sigma_\gamma} + k\sigma_\gamma\right), \end{aligned} \quad (5.22)$$

em que $E[\gamma^k]$ é o k -ésimo momento de γ , dado pela Fórmula 2.18. Realizando o truncamento da série para os três primeiros termos, a seguinte aproximação é obtida,

$$\bar{C} \approx \frac{1}{\ln 2} \left[E[\gamma] Q\left(\frac{\mu_\gamma}{\sigma_\gamma} + \sigma_\gamma\right) - \frac{E[\gamma^2]}{2} Q\left(\frac{\mu_\gamma}{\sigma_\gamma} + 2\sigma_\gamma\right) + \frac{E[\gamma^3]}{3} Q\left(\frac{\mu_\gamma}{\sigma_\gamma} + 3\sigma_\gamma\right) \right]. \quad (5.23)$$

Para altos valores da SIR, em que $\gamma > 1$, a capacidade pode ser aproximada por

$$\bar{C} \approx \frac{1}{\ln 2 \sqrt{2\pi}} \left[\underbrace{\int_{-\mu_\gamma/\sigma_\gamma}^{\infty} (\sigma_\gamma x + \mu_\gamma) e^{-\frac{x^2}{2}} dx}_{I_1} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} \underbrace{\int_{-\mu_\gamma/\sigma_\gamma}^{\infty} e^{-k(\sigma_\gamma x + \mu_\gamma)} e^{-\frac{x^2}{2}} dx}_{I_2} \right]. \quad (5.24)$$

As integrais da expressão anterior são avaliadas separadamente:

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \int_{-\mu_\gamma/\sigma_\gamma}^{\infty} (\sigma_\gamma x + \mu_\gamma) \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx \\
 &= \sigma_\gamma \int_{-\mu_\gamma/\sigma_\gamma}^{\infty} x \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx + \sqrt{2\pi}\mu_\gamma \int_{-\mu_\gamma/\sigma_\gamma}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx \\
 &= \sigma_\gamma \exp\left(-\frac{\mu_\gamma^2}{2\sigma_\gamma^2}\right) + \sqrt{2\pi}\mu_\gamma Q\left(-\frac{\mu_\gamma}{\sigma_\gamma}\right); \tag{5.25}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_2 &= \exp(-k\mu_\gamma) \int_{-\mu_\gamma/\sigma_\gamma}^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{2} - k\sigma_\gamma x\right) dx \\
 &= \exp\left[\frac{1}{2}(k\sigma_\gamma)^2 - k\mu_\gamma\right] \sqrt{2\pi} \int_{-\mu_\gamma/\sigma_\gamma}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}(x + k\sigma_\gamma)^2\right] dx \\
 &= \exp\left[\frac{1}{2}(k\sigma_\gamma)^2 - k\mu_\gamma\right] \sqrt{2\pi} Q\left(k\sigma_\gamma - \frac{\mu_\gamma}{\sigma_\gamma}\right). \tag{5.26}
 \end{aligned}$$

Substituindo as integrais I_1 e I_2 na Expressão 5.24, a capacidade pode ser escrita como

$$\begin{aligned}
 \bar{C} &\approx \frac{1}{\ln 2} \left[\frac{\sigma_\gamma}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\mu_\gamma^2}{2\sigma_\gamma^2}\right) + \mu_\gamma Q\left(-\frac{\mu_\gamma}{\sigma_\gamma}\right) + \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} \exp\left[\frac{1}{2}(k\sigma_\gamma)^2 - k\mu_\gamma\right] Q\left(k\sigma_\gamma - \frac{\mu_\gamma}{\sigma_\gamma}\right) \right]. \tag{5.27}
 \end{aligned}$$

Fazendo $k = 1$, a seguinte aproximação é obtida,

$$\bar{C} \approx \frac{1}{\ln 2} \left[\frac{\sigma_\gamma}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\mu_\gamma^2}{2\sigma_\gamma^2}\right) + \mu_\gamma Q\left(-\frac{\mu_\gamma}{\sigma_\gamma}\right) + \exp\left[\frac{\sigma_\gamma^2}{2} - \mu_\gamma\right] Q\left(\sigma_\gamma - \frac{\mu_\gamma}{\sigma_\gamma}\right) \right]. \tag{5.28}$$

5.2 Resultados

A fim de avaliar o efeito da IE na capacidade do canal, são apresentadas graficamente as curvas das expressões de capacidade obtidas na seção anterior. Os valores de referência da capacidade exata são obtidos numericamente pela Expressão 5.11 com $n = 100$ (polinômio grau 100). Para as expressões em forma fechada aproximadas, as seguintes representações são adotadas:

- $\bar{C}_{GH}$, para a aproximação obtida pelo método de Gauss-Hermite ($n = 2$), dada pela Expressão 5.14;
- $\bar{C}_0$, para a aproximação obtida pela expansão em série da função $\ln(1 + \gamma)$, para $0 < \gamma < 1$, dada pela Expressão 5.23;
- $\bar{C}_1$, para a aproximação obtida pela expansão em série da função $\ln(1 + \gamma)$, para $1 < \gamma$, dada pela Expressão 5.28.

5.2.1 Cálculo da Capacidade pelo Método de Gauss-Hermite

A Figura 5.1 apresenta as curvas de capacidade do canal sujeito à interferência epidêmica. A capacidade é exibida em bits/s/Hz em função da SIR média, $\bar{\gamma}$, em decibels. São exibidas as capacidades para valores do parâmetro de espalhamento σ_γ igual a 2, 4 e 6 dB. As curvas da capacidade teórica exata são obtidas pela quadratura de Gauss-Hermite com $n = 100$.

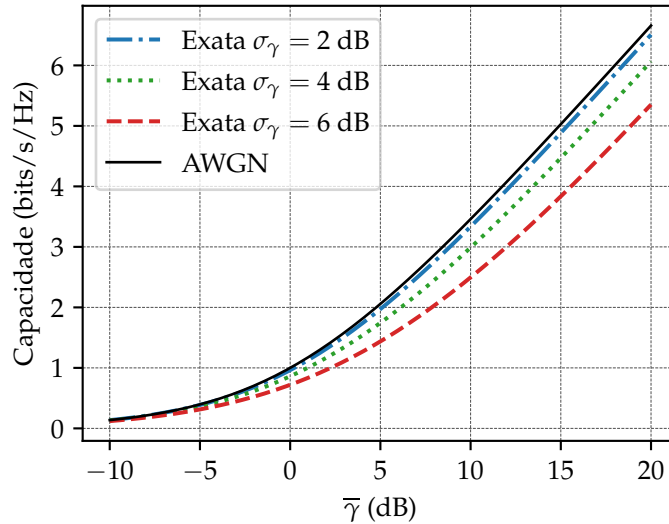


Figura 5.1: Capacidade de canal teórica exata em função da SIR média (Função 5.11) para $\sigma_\gamma = 2, 4$ e 6 dB.

A capacidade do canal AWGN calculada pela Função 5.7 é exibida para comparação, considerando a SNR do canal igual a SIR média. Observa-se que, para pequenos valores de σ_γ , a capacidade ergódica do canal afetado pela IE se aproxima da capacidade do canal AWGN. Porém, o aumento do espalhamento da distribuição da SIR reduz a capacidade do canal. Para $\bar{\gamma} = 10$ dB e $\sigma_\gamma = 2$ dB, a capacidade é de aproximadamente 3,40 bits/s/Hz. Quando o valor do parâmetro de espalhamento aumenta para 6 dB, a capacidade cai para 2,55 bits/s/Hz, aproximadamente. Isso representa uma redução de cerca de 25%. Se comparado com o canal AWGN equivalente, que tem capacidade aproximada de 3,52 bits/s/Hz com SNR=10 dB, a redução causada pela IE com $\sigma_\gamma = 6$ dB é de cerca de 28%.

A redução da capacidade do canal na presença da IE está de acordo com os resultados do Capítulo 4, que mostram que a IE aumenta a probabilidade de interrupção e de erros na transmissão. Da mesma forma, também é verificada uma relação entre o parâmetro de espalhamento da distribuição lognormal e a intensidade do efeito da IE na capacidade do canal. Valores altos do parâmetro σ_γ produzem uma FDP lognormal mais assimétrica, com maior extensão da cauda. Com isso, os valores baixos de SIR

ocorrem com maior frequência, enquanto os valores altos da SIR ocorrem com menor probabilidade. Por outro lado, para pequenos valores de σ_γ , a FDP lognormal é mais simetricamente distribuída em torno da média.

A aproximação em forma fechada descrita pela Expressão 5.14 é apresenta na Figura 5.2. São exibidas as curvas da capacidade em função da SIR média para σ_γ igual a 2, 4 e 6 dB. As curvas aproximadas e as curvas exatas são representadas por marcadores e por linhas contínuas, respectivamente. Verifica-se que a expressão proposta fornece boas aproximações. Dessa forma, é possível representar a capacidade ergódica de canais na presença da IE por meio de uma expressão analítica definida em termos de funções elementares.

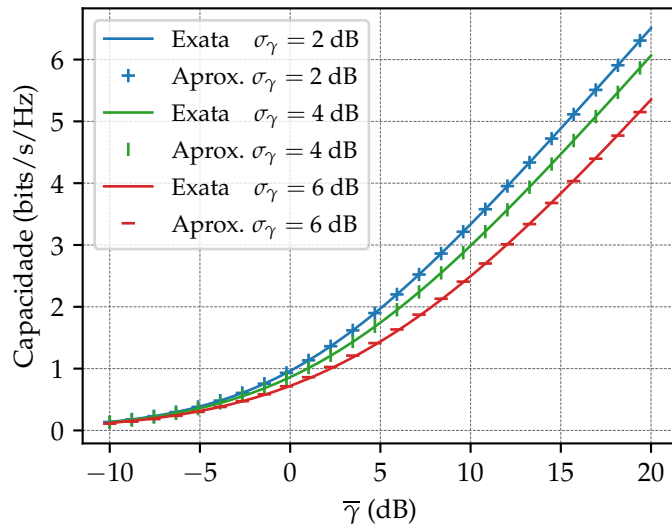


Figura 5.2: Capacidade de canal aproximada pelo método da quadratura em função da SIR média (Função 5.14) para $\sigma_\gamma = 2, 4$ e 6 dB.

5.2.2 Expressões Aproximadas por Séries

As curvas de capacidade obtidas pela Expressão 5.23 e Expressão 5.28 são apresentadas na Figura 5.3. Essa figura compara os gráficos das capacidades $\bar{C}_{GH}$, $\bar{C}_0$ e $\bar{C}_1$ com a capacidade teórica exata para diferentes valores de σ_γ . As aproximações obtidas por expansão em séries são representadas pelas linhas tracejadas. Já as aproximações obtidas pela quadratura de Gauss-Hermite são identificadas por marcadores circulares.

Verifica-se que $\bar{C}_{GH}$ produz a melhor aproximação da curva exata em todo o intervalo analisado. Para valores negativos de $\bar{\gamma}$ (em dB), $\bar{C}_0$ produz uma boa aproximação apenas para valores menores que -4 dB. À medida que $\bar{\gamma}$ se aproxima de zero, a expressão tende a divergir da capacidade exata. Isso ocorre devido à limitação do

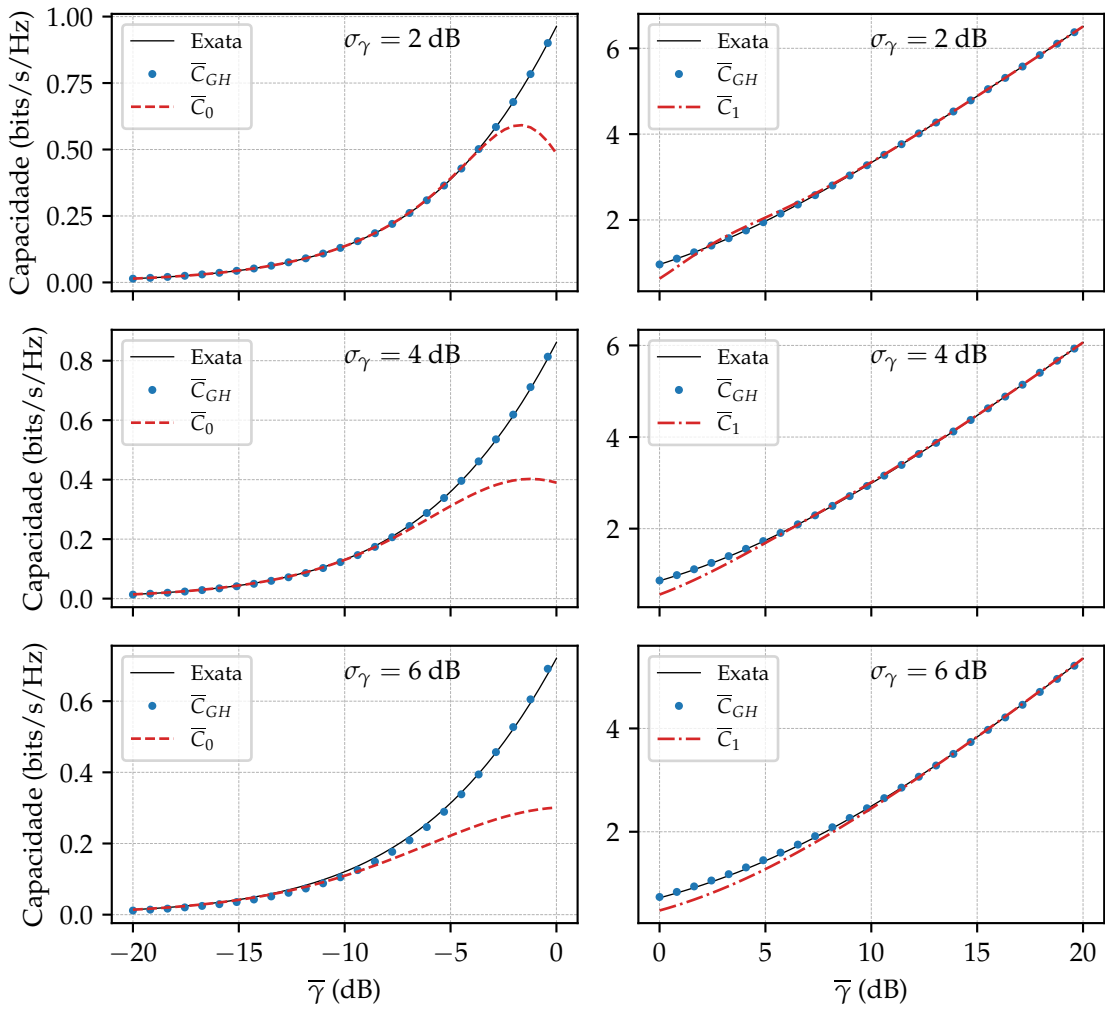


Figura 5.3: Capacidade de canal aproximada por expansão em séries em função da SIR média para $\sigma_\gamma = 2, 4$ e 6 dB. Aproximações obtidas pela Função 5.23, Função 5.28 e Função 5.14.

raio de convergência da representação em série utilizada e, principalmente, pelo truncamento da série com poucos termos.

Para valores altos da SIR, $\bar{\gamma} > 0$, $\bar{C}_1$ se mostra uma boa aproximação da capacidade teórica exata. Quando $\bar{\gamma}$ se aproxima de zero, $\bar{C}_1$ tende a divergir do valor teórico. Mais uma vez, isso se deve ao raio de convergência e ao truncamento da expansão em série da função logarítmica. Entretanto, para $\bar{\gamma} > 10$, a curva de capacidade obtida é quase exata. Nesse caso, ambas as aproximações propostas podem ser utilizadas de forma satisfatória.

Nota-se que, o aumento do valor do espalhamento da distribuição lognormal, também aumenta o erro das expressões aproximadas. Todas as expressões aproximadas propostas sofrem esse efeito. Porém, $\bar{C}_0$ e $\bar{C}_1$ são mais afetadas. Essas expressões apresentam boas aproximações para valores de SIR pequenos ($\bar{\gamma} < -15$ dB) ou grandes ($\bar{\gamma} > 10$ dB). Entretanto, para valores próximos de zero, as aproximações obtidas

são menos precisas ou divergentes. A distância da origem, para a qual esse comportamento é observado (raio de divergência) cresce com o aumento do valor de σ_γ .

A explicação para isso é que as aproximações propostas utilizam poucos pontos da quadratura ou poucos termos da representação em série. Por isso, essas funções descrevem melhor o comportamento médio da SIR com distribuição de probabilidade mais simétrica, ou seja, com valores pequenos para o parâmetro de espalhamento. Já quando o valor de σ_γ é alto, a distribuição de γ é mais assimétrica e as funções aproximadas são menos eficientes em representar essa assimetria, principalmente no caso das aproximações por série.

Por fim, é importante observar que $\bar{C}_{GH}$ é representada por uma função logarítmica, cujo argumento envolve uma função quadrática da SIR média. Já $\bar{C}_0$ e $\bar{C}_1$ são definidas por somas e produtos de exponenciais e da Função $Q(\cdot)$. Portanto, dependendo do tipo de análise, uma expressão pode se mostrar mais adequada do que outra.

5.3 Conclusão

Este capítulo apresentou um estudo do efeito da interferência epidêmica na capacidade do canal de comunicação. Considerando um canal ergódico, foram propostas uma expressão numérica e duas expressões analíticas aproximadas para a capacidade do canal. Com isso, foi possível analisar as curvas de capacidade. Os resultados dessa análise indicam que a presença da IE reduz a capacidade teórica do canal. Além disso, foi observado que o aumento do espalhamento da distribuição lognormal também reduz a capacidade para uma mesma SIR média.

Foram apresentadas duas expressões analíticas aproximadas. A primeira foi obtida pelo método de quadratura de Gauss-Hermite, sendo definida em termos da função logarítmica. Essa função apresentou uma boa aproximação para toda a faixa de SIR observada.

A segunda expressão aproximada foi obtida utilizando expansão em séries. Essa expressão é definida em termos de somas e produtos de funções exponenciais e da Função $Q(\cdot)$. As aproximações obtidas apresentam boa precisão para valores muito pequenos ou altos da SIR média, mas divergem para valores próximos de zero (em decibels).

Os resultados também mostraram que o aumento do espalhamento da distribuição da SIR reduz a precisão das expressões aproximadas. Sendo que esse efeito é percebido mais facilmente na expressão obtida por séries.

Capítulo 6

Considerações Finais

Esta tese apresentou a pesquisa de doutorado realizada sobre o efeito da interferência epidêmica em sistemas de comunicações digitais. Foram apresentadas as avaliações sobre os impactos da IE em três aspectos da transmissão digital de informação: sincronização do sinal recebido, taxa de erros e capacidade de canal.

As principais contribuições apresentadas nesta tese podem ser listadas como: a expressão do estimador de fase da portadora não modulada na presença do ruído e da IE; as expressões para o CRLB e MCRLB do estimador de fase proposto; a expressão do CRLB da estimação de fase de um sinal M-PSK; as expressões das funções de probabilidade de erro de símbolo e de bit para sistemas sujeitos à IE, ao ruído AWGN e ao desvanecimento Nakagami- m ; e as expressões da capacidade ergódica de canal na presença da interferência epidêmica.

O Capítulo 2 apresentou uma descrição geral do modelo da IE e propôs uma forma de representá-la como um sinal estocástico com variância aleatória lognormal. Essa representação viabilizou tanto o estudo analítico da IE, quanto a implementação de simulações computacionais.

No Capítulo 3 foi investigado o efeito da IE na etapa de sincronização do sinal recebido, durante a demodulação coerente. Para isso, foram derivadas as expressões do CRLB da estimação de fase da portadora. Os resultados mostraram que a presença da IE aumenta a variância do erro de estimação. Também foi verificado por simulações que é possível implementar um estimador eficiente quando o receptor conhece os parâmetros da distribuição da potência da IE.

O Capítulo 4 apresentou expressões para a OP, ASEP e ABEP de sistemas digitais afetados pela IE. Essas expressões foram derivadas para os esquemas de modulação M-PSK, M-ASK e M-QAM. Também foram apresentadas as expressões da ASEP e ABEP para os casos em que, além da interferência, o ruído e o desvanecimento também estão presentes. As expressões obtidas foram confirmadas por simulações.

Os resultados apresentados mostraram que a IE provoca um aumento das taxas de erros e dos eventos de interrupção. Tanto a redução da SIR média quanto o aumento do espalhamento da distribuição da SIR leva ao crescimento das probabilidades de erros e interrupções. Além disso, foi verificado que os efeitos da IE são expressivos mesmo em ambientes com desvanecimento severo, indicando esses efeitos não podem ser desprezados.

No Capítulo 5 foi avaliada a capacidade ergódica de canais sujeitos à interferência epidêmica. Foram apresentadas expressões numéricas e analíticas aproximadas para a capacidade de canal. A análise dos resultados mostrou que a IE reduz a capacidade do canal de comunicação. Também foi observado que o espalhamento da distribuição da SINR afeta tanto a capacidade quanto a precisão das expressões aproximadas propostas.

6.1 Trabalhos Futuros

A função de estimação de fase da portadora apresentada no Capítulo 3 sugere obter uma estimativa a partir de um conjunto de amostras observadas do sinal recebido. Na prática, a reconstrução local da portadora é feita continuamente por um sistema de malha de captura de fase (*Phase-Locked Loop* – PLL). Em trabalhos futuros, pode-se propor e implementar um estimador PLL digital a partir dos resultados apresentados nesta tese. O desempenho e o custo computacional desse estimador pode ser analisado e comparado com os resultados teóricos.

Nesta tese, o modelo de desvanecimento Nakagami- m foi escolhido devido à sua capacidade de representar diferentes tipos de canais de comunicações móveis terrestres em ambientes internos e externos. Novos trabalhos podem explorar o efeito da IE em canais com outros modelos de desvanecimento generalizados, como o κ - μ , η - μ e α - μ [79, 80]. Também é possível analisar o efeito combinado da IE com o desvanecimento e sombreamento lognormal.

Outra frente de pesquisa que pode ser abordada em trabalhos futuros é a aplicação de códigos corretores de erros para combater os efeitos da interferência epidêmica. É possível avaliar o desempenho de códigos conhecidos e propor novos códigos específicos para esse cenário.

As expressões da capacidade do canal obtidas no Capítulo 5 podem ser estendidas para os cenários em que, além da interferência epidêmica, o ruído AWGN e o desvanecimento também estão presentes. Para isso, pode-se utilizar as funções de distribuição de probabilidade da SINR apresentadas no Capítulo 4.

6.2 Publicações

Durante o desenvolvimento desta pesquisa, as seguintes publicações foram produzidas:

Eventos Nacionais

- CORDEIRO JUNIOR, J. E.; ALENCAR, M. S. *Probabilidade de Erro de Sistemas BPSK em Canais com Interferência Epidêmica*. XI Conferência Nacional em Comunicações, Redes e Segurança da Informação – ENCOM 2021.
- CORDEIRO JUNIOR, J. E.; ALENCAR, M. S. *Capacidade Ergódica de Canais Sujeitos à Interferência Epidêmica*. XI Conferência Nacional em Comunicações, Redes e Segurança da Informação – ENCOM 2021.
- CORDEIRO JUNIOR, J. E.; ALENCAR, M. S. *Avaliação de Desempenho da Estimação de Fase da Portadora na Presença da Interferência Epidêmica*. XII Conferência Nacional em Comunicações, Redes e Segurança da Informação – ENCOM 2022.
- CORDEIRO JUNIOR, J. E.; ALENCAR, M. S. *O Efeito da Interferência Epidêmica na Estimação de Fase da Portadora em Sistemas M-PSK*. 20º Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica – SBMO 2022.

Evento Internacional

- CORDEIRO JUNIOR, J. E.; ALENCAR, M. S; YASHINA, M. V.; TATASHEV, A. G. *Effect of Epidemic Interference on the Performance of Digital Communication Systems*. International Conference on Software, Telecommunications and Computer Networks – 29th SoftCOM, 2021.

Periódico

- CORDEIRO JUNIOR, J. E.; ALENCAR, M. S; YASHINA, M. V.; TATASHEV, A. G. *Effect of Epidemic Interference on the Performance of M-ASK, M-PSK and M-QAM Modulation Schemes*. Journal of Communications Software and Systems – JCOMSS, 2021.

Referências Bibliográficas

- [1] OKELEKE, K.; BALLON, H. F. A.; JOINER, J. The mobile economy 2023. *GSMA Intelligence*, 2023. Disponível em: <<https://data.gsmainelligence.com/research/research/research-2023/the-mobile-economy-2023>>. Acesso em: 26 out. 2023.
- [2] OKELEKE, K.; JOINER, J. The mobile economy latin america 2022. *GSMA Intelligence*, 2022. Disponível em: <<https://data.gsmainelligence.com/research/research/research-2022/the-mobile-economy-latin-america-2022>>. Acesso em: 10 dez. 2022.
- [3] BANERJEE, A. et al. The 5g economy in a post-covid-19 era: The role of 5g in a post pandemic world economy. *IHS Markit*, 2020. Disponível em: <<https://www.qualcomm.com/5g/the-5g-economy>>. Acesso em: 10 dez. 2022.
- [4] KATZ, R.; JUNG, J. The economic impact of broadband and digitization through the covid-19 pandemic: Econometric modelling. *International Telecommunication Union*, 2021. Disponível em: <https://www.itu.int/pub/D-PREF-EF.COV_ECO_IMPACT_B>. Acesso em: 10 dez. 2022.
- [5] LEVANTAMENTO sobre 5G no Brasil indica benefício de quase R\$ 600 bi ao ano para economia brasileira. *Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento*, 2022. Disponível em: <<https://www.undp.org/pt/brazil/news/levantamento-sobre-5g-no-brasil-indica-benef%C3%ADcio-de-quase-r-600-bi-ao-ano-para-economia-brasileira>>. Acesso em: 10 dez. 2022.
- [6] ITU-R. Imt vision–framework and overall objectives of the future development of imt for 2020 and beyond. *Recommendation ITU M Series*, Electronic Publication Geneva, Switzerland, M.2083, 2015. Disponível em: <<https://www.itu.int/rec/R-REC-M.2083-0-201509-I/en>>. Acesso em: 4 out. 2023.
- [7] STÜBER, G. L. *Principles of Mobile Communication*. 4. ed. Switzerland: Springer, 2017.

- [8] YACOUB, M. D. *Foundations of Mobile Radio Engineering*. 1. ed. EUA: CRC Press LLC, 1993.
- [9] ALENCAR, M. S. de. Epidemic interference in a cellular system. In: *Proceedings of the 17th ACM Symposium on Performance Evaluation of Wireless Ad Hoc, Sensor, & Ubiquitous Networks*. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2020. (PE-WASUN '20), p. 81–84. ISBN 9781450381185. Disponível em: <<https://doi.org/10.1145/3416011.3424748>>.
- [10] PROAKIS, J. G.; SALEHI, M. *Digital Communications*. 5. ed. EUA: McGraw-Hill, 2008.
- [11] SIMON, M. K.; ALOUINI, M.-S. *Digital Communication over Fading Channels*. 2. ed. EUA: Wiley, 2005.
- [12] HAYKIN, S. *Digital Communication Systems*. EUA: Wiley, 2014.
- [13] BALDI, P. *Stochastic Calculus: An Introduction Through Theory and Exercises*. 1. ed. Switzerland: Springer International Publishing, 2017.
- [14] GALL, J.-F. L. *Brownian Motion, Martingales, and Stochastic Calculus*. 1. ed. Switzerland: Springer International Publishing, 2016.
- [15] MILLER, S. L.; CHILDERS, D. *Probability and Random Processes with Applications to Signal Processing and Communications*. 2. ed. EUA: Academic Press, 2012.
- [16] CROW, E. L.; SHIMIZU, K. *Lognormal Distributions: Theory and Applications*. 1. ed. EUA: Marcel Dekker, 1988.
- [17] KRISHNAMOORTHY, K. *Handbook of Statistical Distributions with Applications*. 1. ed. EUA: Chapman & Hall/CRC, 2006.
- [18] LEON-GARCIA, A. *Probability, Statistics, and Random Processes for Electrical Engineering*. 3. ed. EUA: Pearson Prentice Hall, 2008.
- [19] ITU-R. Guidelines for evaluation of radio interface technologies for imt-2020. *Report ITU-R M Series*, Electronic Publication Geneva, Switzerland, M.2412, 2017. Disponível em: <<https://www.itu.int/pub/R-REP-M.2412-2017>>. Acesso em: 31 out. 2023.
- [20] HARRIS, C. R. et al. Array programming with NumPy. *Nature*, Springer Science and Business Media LLC, v. 585, n. 7825, p. 357–362, set. 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1038/s41586-020-2649-2>>.

- [21] OLVER, F. W. J. et al. *NIST Digital Library of Mathematical Functions*. Disponível em: <<http://dlmf.nist.gov/>>. Acesso em: 25 jun. 2023.
- [22] HILDEBRAND, F. B. *Introduction to Numerical Analysis*. 2. ed. EUA: Courier Corporation, 1987.
- [23] SIDDIQUI, M. et al. Interference management in 5g and beyond network: Requirements, challenges and future directions. *IEEE Access*, v. 9, p. 68932–68965, 2021.
- [24] SIDDIQUI, M. et al. Urrlc in beyond 5g and 6g networks: An interference management perspective. *IEEE Access*, v. 11, p. 54639–54663, 2023.
- [25] GULIA, S. et al. Interference management in backhaul constrained 5g hetnets through coordinated multipoint. *Computers and Electrical Engineering*, v. 100, 2022.
- [26] QAMAR, F. et al. Interference management issues for the future 5g network: a review. *Telecommunication Systems*, v. 71, n. 4, p. 627–643, 2019.
- [27] IQBAL, M.; ANSARI, E.; AKHTAR, S. Interference mitigation in hetnets to improve the qos using q-learning. *IEEE Access*, v. 9, p. 32405–32424, 2021.
- [28] PONS, M. et al. Utilization of 5g technologies in iot applications: Current limitations by interference and network optimization difficulties—a review. *Sensors*, v. 23, n. 8, 2023.
- [29] DHILIPKUMAR, S.; ARUNACHALAPERUMAL, C. Performance evaluation of interference mitigation scheme with d2d users in wireless networks. *Wireless Personal Communications*, v. 119, n. 4, p. 3399–3412, 2021.
- [30] BINDLE, A.; GULATI, T.; KUMAR, N. Exploring the alternatives to the conventional interference mitigation schemes for 5g wireless cellular communication network. *International Journal of Communication Systems*, v. 35, n. 4, 2022.
- [31] NWANKWO, C. et al. A survey of self-interference management techniques for single frequency full duplex systems. *IEEE Access*, v. 6, p. 30242–30268, 2018.
- [32] GRASSI, A. et al. Massive mimo interference coordination for 5g broadband access: Integration and system level study. *Computer Networks*, v. 147, p. 191–203, 2018.
- [33] LIU, S. et al. Eliminating nb-iot interference to lte system: A sparse machine learning-based approach. *IEEE Internet of Things Journal*, v. 6, n. 4, p. 6919–6932, 2019.

- [34] RAHMATI, A. et al. Dynamic interference management for uav-assisted wireless networks. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, v. 21, n. 4, p. 2637–2653, 2022.
- [35] BRIGHENTE, A. et al. Interference prediction for low-complexity link adaptation in beyond 5g ultra-reliable low-latency communications. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, v. 21, n. 10, p. 8403–8415, 2022.
- [36] KIM, K. et al. Interference management via sliding-window coded modulation for 5g cellular networks. *IEEE Communications Magazine*, v. 54, n. 11, p. 82–89, 2016.
- [37] DJUKANOVIĆ, S. et al. A parametric method for non-stationary interference suppression in direct sequence spread-spectrum systems. *Signal Processing*, v. 91, n. 6, p. 1425–1431, 2011.
- [38] CAI, X.; HUANG, Z.; LI, B. Asynchronous and non-stationary interference cancellation in multiuser interference channels. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, v. 20, n. 8, p. 4976–4989, 2021.
- [39] PALLY, R. K.; BEEH, A. A. Non-stationary interference mitigation in continuous phase modulated signals using estimation subtraction. In: *2011 Digital Signal Processing and Signal Processing Education Meeting (DSP/SPE)*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 1–6.
- [40] MOLTENI, D.; NICOLI, M.; SPAGNOLINI, U. Performance of mimo-ofdma systems in correlated fading channels and non-stationary interference. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, v. 10, n. 5, p. 1480–1494, 2011.
- [41] BOSISIO, R.; SPAGNOLINI, U. Performance analysis of convolutional codes over non-stationary-noise channel. In: *GLOBECOM '05. IEEE Global Telecommunications Conference, 2005*. [S.l.: s.n.], 2005. v. 3, p. 5 pp.–.
- [42] ZHANG, Q. T. Co-channel interference analysis for mobile radio suffering log-normal shadowed nakagami fading. *IEE Proceedings - Communications*, v. 146, p. 49–54(5), February 1999. ISSN 1350-2425.
- [43] ZHANG, M. et al. Analysis of adjacent channel interference in heterogeneous cellular networks. In: *2015 International Conference on Wireless Communications Signal Processing (WCSP)*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1–5.
- [44] DING, M. et al. Microscopic analysis of the uplink interference in fdma small cell networks. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, v. 15, n. 6, p. 4277–4291, 2016.

- [45] CHAUHAN, P. S.; SONI, S. K. On the channel capacity with mrc diversity in the presence of log-normally modeled co-channel interference. In: *2018 4th International Conference on Recent Advances in Information Technology (RAIT)*. [S.l.: s.n.], 2018. p. 1–5.
- [46] CHATTERJEE, A.; MUKHERJEE, S.; DAS, S. S. Spectral efficiency analysis in presence of correlated gamma-lognormal desired and interfering signals. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 68, n. 5, p. 5173–5178, 2019.
- [47] LIU, Z. et al. Mixture lognormal approximations to lognormal sum distributions. *IEEE Communications Letters*, v. 11, n. 9, p. 711–713, 2007.
- [48] LIU, Z.; ALMHANA, J.; MCGORMAN, R. Approximating lognormal sum distributions with power lognormal distributions. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 57, n. 4, p. 2611–2617, 2008.
- [49] WU, Z. et al. A novel highly accurate log skew normal approximation method to lognormal sum distributions. In: *2009 IEEE Wireless Communications and Networking Conference*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1–6.
- [50] DATTA, U.; VARDHAN, V. V.; KUNDU, S. S. Outage and ber of wireless sensor networks in presence of correlated interferers. In: *TENCON 2009 - 2009 IEEE Region 10 Conference*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1–6.
- [51] YAN, X. et al. Downlink average rate and sinr distribution in cellular networks. *IEEE Transactions on Communications*, v. 64, n. 2, p. 847–862, 2016.
- [52] HCINE, M. B.; BOUALLEGUE, R. Analytical downlink effective sinr evaluation in lte networks. In: *2015 IEEE 29th International Conference on Advanced Information Networking and Applications Workshops*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 376–381.
- [53] HCINE, M. B.; BOUALLEGUE, R. Analysis of uplink effective sinr in lte networks. In: *2015 International Wireless Communications and Mobile Computing Conference (IWCMC)*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 425–430.
- [54] WINTER, S. P.; KNOPP, A. Statistics of terrestrial fixed service interference in the aeronautical satcom channel. In: *ICC 2019 - 2019 IEEE International Conference on Communications (ICC)*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 1–7.
- [55] RIZI, F. S.; FALAHATI, A. Ergodic capacity and symbol error rate analysis of a wireless system with α - μ composite fading channel. *Wireless Personal Communications*, v. 124, n. 1, p. 103–118, May 2022. ISSN 1572-834X.

- [56] SADHWANI, D. et al. Simple and accurate sep approximation of hexagonal-qam in awgn channel and its application in parametric α - μ , η - μ , κ - μ fading, and log-normal shadowing. *IET Communications*, v. 12, n. 12, p. 1454–1459, 2018.
- [57] CHAUHAN, P.; SONI, S. New analytical expressions for ase of modulation techniques with diversity over lognormal fading channels with application to interference-limited environment. *Wireless Personal Communications*, v. 99, n. 2, p. 695–716, 2018.
- [58] KHANDELWAL, V.; KARMESHU. A new approximation for average symbol error probability over log-normal channels. *IEEE Wireless Communications Letters*, v. 3, n. 1, p. 58–61, 2014.
- [59] HÉLIOT, F.; GHAVAMI, M.; NAKHAI, M. An accurate closed-form approximation of the average probability of error over a log-normal fading fchannel. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, v. 7, n. 5, p. 1495–1500, 2008.
- [60] SONG, X.; CHENG, J.; ALOUINI, M.-S. High snr ber comparison of coherent and differentially coherent modulation schemes in lognormal fading channels. *IEEE Communications Letters*, v. 18, n. 9, p. 1507–1510, 2014.
- [61] LAOURINE, A.; STEPHENNE, A.; AFFES, S. Capacity of log-normal fading channels. In: *Proceedings of the 2007 International Conference on Wireless Communications and Mobile Computing*. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2007. (IWCMC '07), p. 13–17. ISBN 9781595936950.
- [62] HELIOT, F. et al. A tight closed-form approximation of the log-normal fading channel capacity. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, v. 8, n. 6, p. 2842–2847, 2009.
- [63] TIWARI, D.; SONI, S.; CHAUHAN, P. S. A new closed-form expressions of channel capacity with mrc, egc and sc over lognormal fading channel. *Wirel. Pers. Commun.*, Kluwer Academic Publishers, USA, v. 97, n. 3, p. 4183–4197, dez. 2017. ISSN 0929-6212.
- [64] LE, N. P. et al. *Energy-Harvesting Aided Unmanned Aerial Vehicles for Reliable Ground User Localization and Communications Under Lognormal-Nakagami-m Fading Channels*. 2021. 1632-1647 p.
- [65] PANDEY, A. et al. Adaptive mini-batch gradient-ascent-based localization for indoor iot networks under rayleigh fading conditions. *IEEE Internet of Things Journal*, v. 8, n. 13, p. 10665–10677, 2021.

- [66] BÜYÜKÇORAK, S.; KURT, G. K.; YONGAÇOĞLU, A. Lognormal mixture cramer-rao lower bound for localization. In: *2015 International Wireless Communications and Mobile Computing Conference (IWCMC)*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 132–136.
- [67] RICE, F. et al. Cramer-rao lower bounds for qam phase and frequency estimation. *IEEE Transactions on Communications*, v. 49, n. 9, p. 1582–1591, 2001.
- [68] BELLILI, F. et al. Closed-form expressions for the exact cramer-rao bound for parameter estimation of arbitrary square qam-modulated signals. In: *GLOBECOM 2009 - 2009 IEEE Global Telecommunications Conference*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1–5.
- [69] MASMOUDI, A. et al. Closed-form expressions for the exact cramér-rao bounds of timing recovery estimators from bpsk, msk and square-qam transmissions. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 59, n. 6, p. 2474–2484, 2011.
- [70] JARBOUI, S. Cramér-rao lower bound for non-data-aided carrier phase estimation from general m-ary phase-shift keying modulation signals over flat rayleigh fading channel. *IET Communications*, Institution of Engineering and Technology, v. 6, p. 2108–2113(5), September 2012. ISSN 1751-8628.
- [71] WANG, Q. et al. Joint ml/map estimation of the frequency and phase of a single sinusoid with wiener carrier phase noise. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 70, p. 337–350, 2022.
- [72] WU, N. et al. Design and performance analysis of non-data-aided carrier phase estimators for amplitude and phase shift keying signals. *IET Communications*, Institution of Engineering and Technology, v. 5, p. 231–239(8), January 2011. ISSN 1751-8628.
- [73] VAN TREES, H. L.; TIAN, Z.; BELL, K. L. *Detection Estimation and Modulation Theory, Part I: Detection, Estimation, and Filtering Theory*. 2. ed. EUA: Wiley, 2013. (Detection Estimation and Modulation Theory).
- [74] D'ANDREA, A. N.; MENGALI, U.; REGGIANNINI, R. The modified cramer-rao bound and its application to synchronization problems. *IEEE Transactions on Communications*, v. 42, n. 234, p. 1391–1399, 1994.
- [75] VIRTANEN, P. et al. SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python. *Nature Methods*, v. 17, p. 261–272, 2020.
- [76] HUNTER, J. D. Matplotlib: A 2d graphics environment. *Computing in Science & Engineering*, IEEE COMPUTER SOC, v. 9, n. 3, p. 90–95, 2007.

- [77] CRAIG, J. A new, simple and exact result for calculating the probability of error for two-dimensional signal constellations. In: *MILCOM 91 - Conference record*. [S.l.: s.n.], 1991. p. 571–575 vol.2.
- [78] COVER, T. M.; THOMAS, J. A. *Elements of Information Theory*. 2. ed. EUA: Wiley-Interscience, 2006.
- [79] YACOUB, M. D. The κ - μ distribution and the η - μ distribution. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, v. 49, n. 1, p. 68–81, 2007.
- [80] YACOUB, M. D. The α - μ distribution: A physical fading model for the stacy distribution. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 56, n. 1, p. 27–34, 2007.